

## 전기전도성 이방성 복합재료 방전가공의 수치 해석

인영철<sup>†</sup> · 천갑제

경남대학교 공과대학 에너지화학공학과  
631-701 경남 마산시 월영동 449  
(2008년 12월 12일 접수, 2009년 1월 13일 채택)

### Numerical Analysis of the Electro-discharge Machining Process of a Conductive Anisotropic Composite

Young-Cheol Ahn<sup>†</sup> and Kap-Jae Chun

Department of Chemical Engineering, Kyungnam University, 449 Wolyong-Dong, Masan, Gyeongnam 631-701, Korea  
(Received 12 December 2008; accepted 13 January 2009)

#### 요 약

전기전도성 이방성 복합재료의 방전가공에 대하여 비정상상태 수식모델을 세우고 갤러킨의 유한요소법으로 해를 구하였다. 피삭재의 온도 분포와 분화구의 모양 및 공작물 제거 속도를 공정 매개변수에 관하여 구득하였다. 계산의 정확도와 효율을 위하여 앞선 연구에서 최적치로 선정된 12×12 요소의 비규칙 체논을 사용하였다. 알루미늄/티타늄 카바이드 복합재료의 물성을 재료의 물성으로 선정하였고 51.4 V의 전압과 7 A의 전류를 갖는 전력을 적용하였으며 제거 효율을 10%로 전열 이방성 계수를 2와 3으로 가정하였다. 불꽃이 일어나면서 피삭재는 즉시 녹기 시작하였고 열적 손상 영역이 형성되었다. 또한 시간이 흘러감에 따라서 분화구의 경계가 이동하는 것이 확인되었다. 반경 방향과 축 방향의 열전도도가 독립적으로 커지면 온도분포와 분화구의 모양이 각각 반경 방향과 축 방향으로 이동하였다. 공작물 제거 속도는 축 방향의 열전도도보다 반경 방향의 열전도도가 증가할 때 더욱 커지는 것으로 나타났다.

**Abstract** – For the electro-discharge machining of an electro-conductive anisotropic composite, an unsteady state formulation was established and solved by Galerkin's finite element method. The distribution of temperature on work piece, the shape of the crater and the material removal rate were obtained in terms of the process parameters. The 12×12 irregular mesh that was chosen as the optimum in the previous analysis was used for computational accuracy and efficiency. A material having the physical properties of alumina/titanium carbide composite was selected and an electricity with power of 51.4 V and current of 7 A was applied, assuming the removal efficiency of 10 % and the thermal anisotropic factors of 2 and 3. As the spark was initiated the workpiece immediately started to melt and the heat affected zone was formed. The moving boundary of the crater was also identified with time. When the radial and axial conductivities were increased separately, the temperature distribution and the shape of the crater were shifted in the radial and axial directions, respectively. The material removal rate was found to be higher when the conductivity was increased in the radial direction rather than in the axial direction.

Key words: Electro-discharge Machining, Finite Element Method, Material Removal Rate, Duty Factor, Thermal Anisotropic Factor

#### 1. 서 론

방전가공(Electrical Discharge Machining; EDM)은 가공속도가 빠르고 정밀가공과 복잡한 형상으로서의 가공이 가능하다는 등 많은 장점이 있는 가공방법이다. 다만, 이 방법은 재료와 전극간의 스파크 방전에 의한 발생 열로 재료를 가공하는 것으로, 기본적으로 재료에 전기전도성이 있어야 한다는 제약이 있다. 따라서 전기전도도가

낮은 재료의 경우 도전성이 있는 재료와 복합체를 만든다면 퍼콜레이션(percolation) 이론에 의하여 도전성 2차상이 일정량 이상일 경우 전기전도성을 갖게 되어 가공이 가능해진다. 최근 방전가공의 응용성이 부각되면서 이에 대한 연구가 활발하게 수행되고 있는데 그 중의 일부는 방전가공의 응용메커니즘을 연구하려는 차원에서 수행되는 이론적인 연구들이다. 세라믹 복합체의 방전가공 공정을 정확하게 해석하기 위해서는 복수방전, 경계의 이동, 유전체와 주변으로의 열대류 및 열복사, 전극의 열용량 등에 대한 깊이있는 이해가 필요하다.

Dharmadhikari와 Sharma[1]는 단위 펄스동안의 재료 절삭속도를

<sup>†</sup>To whom correspondence should be addressed.

E-mail: ycahn@kyungnam.ac.kr

<sup>‡</sup>이 논문은 서울대학교 최창균 교수님의 정년을 기념하여 투고되었습니다.

결정하기 위해 여러 개의 열원이 존재하는 것으로 가정하여 해석하였고, Snoeys와 Van Dyck[2]는 열전도 이론을 적용하여 방전에너지, 방전시간, 전극의 물성, 그리고 용융깊이 사이의 관계를 정립하였다. Jilani와 Pandey[3, 4]는 원판형 방전열원에 의한 금속의 절삭공정에 대하여 해석의 정확도를 높이기 위하여 용융금속의 증발효과를 도입하였으며, Pandit와 Rajurkar[5]는 스토캐스틱 모델링(stochastic modelling)에 기초한 열적 모델을 이용하여 절삭속도와 손상층에 대한 보다 현실적인 예측을 도출하였으나 이들의 연구는 방전가공 공정을 정확히 설명하지 못하였다. 수치적인 방법으로는 Madhu 등[6]의 유한요소법(Finite Element Method; FEM)에 의한 연구와 Gadalla와 Cheng[7]의 유한차분법(Finite Difference Method; FDM)에 입각한 연구 등이 보고되어 있다. 이들의 연구는 비교적 상세한 수식 모델을 도입하여 해석하고 있기 때문에 위의 해석적 접근보다는 현실성있는 결과를 도출하였지만, 열원의 에너지 및 재료의 물성에 관하여 몇 가지 불합리한 가정들을 도입하였다. 한편, Ahn 등[8] 및 Ahn과 Chung[9]의 유한요소법에 의한 연구는 방전가공 모델을 보다 정확하고 현실성있게 적용하고자 정상상태와 비정상상태 모델을 도입하여 해석하였다. 최근에는 Marafona와 Chousal [10]이 유한요소법을 사용하여 전류 세기의 효과에 대하여 조사하였고, Salah 등[11]은 유한차분법을 사용하여 열전도도의 온도 의존성이 방전가공에 미치는 영향을 해석하였다. Ahn과 Chung[12]은 최근의 연구에서 방전 스파크의 크기, 전류의 세기, 듀티 팩터, 방전 시간 등이 피삭재의 온도 분포 및 분화구의 형태, 공작물 제거 속도 등에 미치는 영향을 심도있게 분석하였다. 앞의 연구들은 모두 등방성 전열 계수를 갖는 재료에 대한 것들이 대부분이고 이방성 전열 계수를 갖는 재료의 방전가공에 대해서는 아직 뚜렷한 연구 성과들이 보고되어 있지 않다. 이방성 재료는 등방성 재료와 달리 열전도도가 방향에 따라 다르므로 방전가공의 방향을 어느 쪽으로 잡느냐에 따라 가공 속도와 표면의 품질이 결정적으로 영향을 받을 것으로 생각된다. 따라서 본 연구에서는 전기전도성을 가지는 이방성 복합재료의 방전 가공 공정에 대하여 전열 이방성 계수(thermal anisotropic factor)가 온도분포 및 분화구의 형태, 공작물 제거 속도 등에 미치는 영향을 유한요소법에 의한 수치해석적 방법으로 분석하고자 한다.

## 2. 수학적 모델링

### 2-1. 이방성 복합체의 열전달 해석

일반적으로 방전가공은 주기적으로 유도, 방전 및 휴지가 반복되는 식으로 진행된다. 방전가공이 일어날 때, 실제로 방전불꽃이 피삭재를 때리는 위치와 열량은 불규칙하게 변하는데 이들의 정확한 평가는 불가능하기 때문에 Snoeys와 Van Dyck[2]의 문헌에서 제시한 것처럼 균일하게 분포된 열속을 갖는 하나의 원통형 불꽃을 가정하였고 이를 Fig. 1에 도시하였다. 방전에 의한 열은 불꽃 둘레에 축대칭 된다고 가정되며, 그 결과로 원주방향의 온도변화는 없을 것이다. 즉,  $\partial T/\partial \theta = 0$  이므로 관심영역에 있어서 이방성재료의 에너지 수치 방정식은 다음과 같이 된다.

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \alpha_r r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \alpha_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) \right] \quad (1)$$

여기서  $\alpha_i$ ( $i=r$  or  $z$ )는 열확산계수로서  $k_i/\rho C_p$ 인데  $k_i$ ( $i=r$  or  $z$ )는 재료의  $r$ -방향 또는  $z$ -방향의 열전도도,  $\rho$ 는 밀도, 그리고  $C_p$ 는 정압

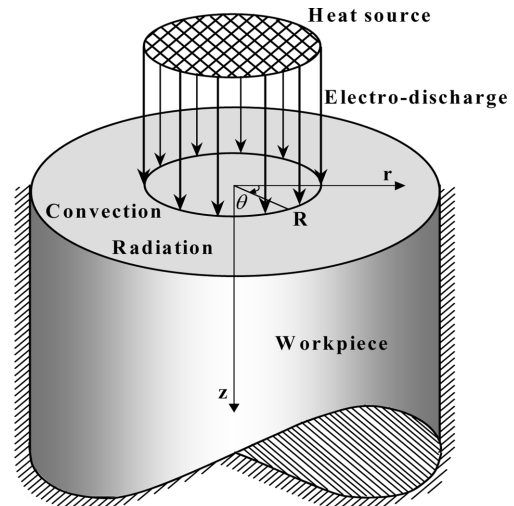


Fig. 1. Schematic diagram of a typical spark in the electro-discharge machining process.

열용량을 나타낸다.

한 개의 스파크에 대한 관심영역의 초기조건 및 경계조건은 다음과 같다.

(초기조건)

$$\text{At } t = 0: T = T_0 \quad (2)$$

(경계조건)

$$\text{At } r = \infty: \frac{\partial T}{\partial r} = 0 \quad (3)$$

$$\text{At } z = \infty: \frac{\partial T}{\partial z} = 0 \quad (4)$$

$$\text{At } r = 0: \frac{\partial T}{\partial r} = 0 \quad (5)$$

$$\text{At } z = \delta(r, t), 0 \leq r \leq R: -k_z \frac{\partial T}{\partial n} = Q_n \quad (6)$$

$$\text{At } z = \delta(r, t), R \leq r \leq \infty: -k_z \frac{\partial T}{\partial n} = h(T_f - T) \quad (7)$$

여기서  $T_0$ 는 초기온도이고,  $\delta(r, t)$ 은 방전분화구의 깊이,  $k_z$ 는 인접 법선 방향으로의 열전도도,  $Q_n$ 은 방전불꽃에 의한 경계면의 인접 법선 방향으로의 열속이며,  $h$ 는 열전달계수,  $T_f$ 는 방전유체의 온도를 나타낸다. 식 (3)과 (4)는 불꽃으로부터 충분히 먼 영역에서 단열조건을 적용한 것이고, 식 (5)는 중심축에서 대칭조건을 적용한 것이다. 식 (6)은 방전이 일어나는 영역에서 열전도 속도와 방전불꽃에 의한 열속이 같다는 것을 뜻하고, 식 (7)은 방전불꽃 밖의 영역에서 열전도 속도와 열대류 속도가 같다는 것을 뜻한다.

### 2-2. 유한요소 해석

에너지 수치 방정식에 대하여 갤러킨(Galerkin) 유한요소법을 적용하여 변분법(variational method)에 의한 약화된 형태(weak form)를 유도하면 다음과 같다.

$$0 = \int_{\Omega^e} \left[ v \frac{\partial T}{\partial t} + \alpha_r \frac{\partial v}{\partial r} \frac{\partial T}{\partial r} + \alpha_z \frac{\partial v}{\partial z} \frac{\partial T}{\partial z} \right] r dr dz - \int_{\Gamma^e} v q_n ds \quad (8)$$

$$q_n = r \left( \alpha_r \frac{\partial T}{\partial r} n_r + \alpha_z \frac{\partial T}{\partial z} n_z \right) \quad (9)$$

여기서,  $\Omega^e$ 는 유한요소영역을,  $\Gamma^e$ 는 경계면을 나타낸다.  $v$ 는 모양

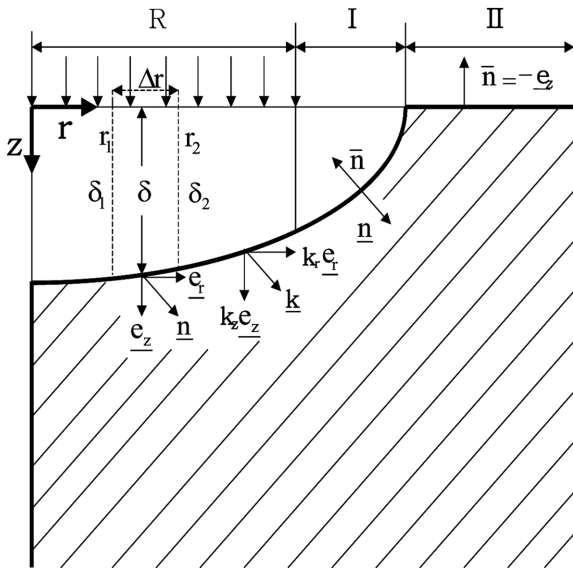


Fig. 2. The normal vectors along the surface of a crater zone.

함수(shape function)로서 이중선형함수이고,  $q_n$ 은 요소경계면에 대하여 바깥쪽 법선 방향으로의 열적 기울기이다. Fig. 2에 도시한 경계면에 대한 바깥쪽 법선벡터  $\bar{n}$ 와 안쪽 법선 방향의 열전도도  $k_n$ 은 다음과 같이 표현된다.

$$\bar{n} = -\mathbf{n} = \frac{(\delta_r \mathbf{e}_r - \mathbf{e}_z)}{(1 + \delta_r^2)^{1/2}} = n_r \mathbf{e}_r + n_z \mathbf{e}_z \quad (10)$$

$$k_n = \mathbf{k} \cdot \mathbf{n} = -(k_r n_r + k_z n_z) \quad (11)$$

여기서  $\mathbf{e}_r$ ,  $\mathbf{e}_z$ 는 각각 r-방향과 z-방향의 단위 벡터,  $\delta_r$ 은 다음과 같이 표현되는  $\delta$ 의 반경 방향으로의 도함수이다.

$$\delta_r = \frac{\partial \delta}{\partial r} = \frac{\delta_2 - \delta_1}{r_2 - r_1} \quad (12)$$

방전범위내의 경계요소에서 경계면에 대한 바깥쪽 법선 방향의 열적 기울기는 다음과 같이 표현된다.

$$q_n = -r \frac{Q_z n_z}{\rho C_p} \quad (13)$$

여기서  $Q_z$ 는 방전열속 Q의 z-방향 성분으로서 Q와 같다. 방전범위 밖에서는 열전도와 열대류가 같아지므로

$$q_n = r \frac{h}{\rho C_p} (T_f - T) \quad (14)$$

가 된다. 여기서 방전유온도  $T_f$ 는 피삭재의 표면(Fig. 2에서 II영역)에서는 상온(298 K)을 적용하였고, 분화구가 형성된 곳 이내에 있는 위치(Fig. 2에서 I영역)에서는 방전유의 비점(538 K)을 적용하였다.

변분법에 의한 방정식의 약화된 형태를 각 요소에 적용하기 위하여 주어진 영역을 Fig. 3에 도시한 바와 같이 사각형의 이중선형 유한요소로 나누었다. 계산의 정밀도와 경제성을 고려한 최적의 체눈 선택을 위하여 Ahn 등[8]이 제시한 바와 같이 3×3, 6×6, 9×9의 규칙체눈과 12×12, 15×15의 불규칙체눈을 선택하여 비교한 결과

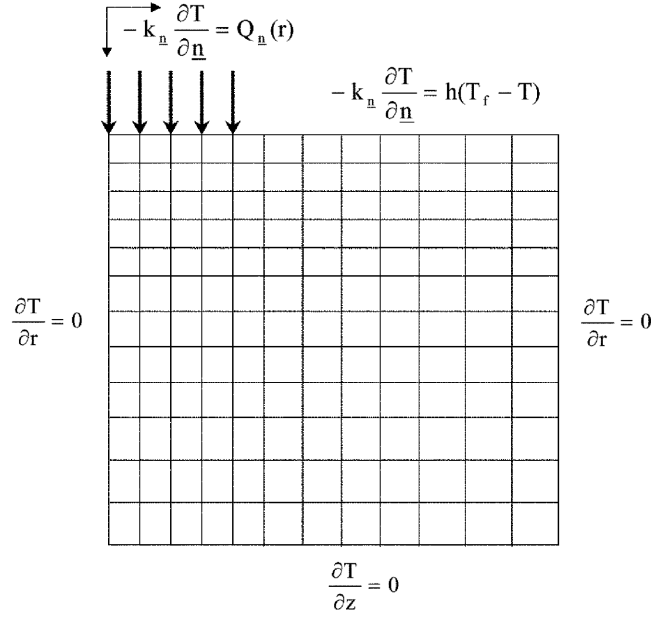


Fig. 3. The finite element mesh and the boundary conditions.

12×12 불규칙체눈으로 계산한 값이 경제적이면서도 충분히 해에 수렴하므로 12×12의 불규칙 체눈을 최적의 체눈으로 선택하였다.

종속변수 T는 유한요소 안에서 노드(node)에서의 값으로부터 내삽하여 근사하는데, 이중선형 내삽함수를 도입하면 다음과 같이 근사된다.

$$T(r, z, t) \approx \sum_{j=1}^N T_j^e(t) \psi_j^e(r, z) \quad (15)$$

여기서 N은 유한요소의 노드 수이고 위첨자 e는 유한요소를 뜻하며,  $\psi_j^e$ 는 j번째 모양함수를 뜻한다. 이를 식 (8)에 대입하고 정리하면 다음과 같은 식을 얻는다.

$$0 = \sum_{j=1}^N \left( M_{ij}^e \frac{dT_j^e}{dt} + K_{ij}^e T_j^e \right) - Q_i^e \quad (16)$$

여기서

$$M_{ij}^e = \int_{\Omega^e} \psi_i^e \psi_j^e r dr dz$$

$$K_{ij}^e = \int_{\Omega^e} \left( \alpha_r \frac{\partial \psi_i^e}{\partial r} \frac{\partial \psi_j^e}{\partial r} + \alpha_z \frac{\partial \psi_i^e}{\partial z} \frac{\partial \psi_j^e}{\partial z} \right) r dr dz$$

$$Q_i^e = \int_{\Gamma^e} \psi_i^e q_n ds$$

이다. 이것을 행렬 형태로 표시하면 다음과 같이 된다.

$$[M^e] \{\dot{T}^e\} + [K^e] \{T^e\} = \{Q^e\} \quad (17)$$

여기서  $\dot{T} = dT/dt$  이다. 포물선 방정식의 시간 항에 대한 근사는 갤러킨(Galerkin)의 불명료법을 도입하면 안정한 해를 얻을 수가 있다(Reddy[13]). 위와 같은 요소방정식에 대하여 뉴튼-랩슨(Newton-Raphson) 법을 적용하고 전체 영역에 대하여 확대하면 띠 행렬(banded matrix) 형태의 방정식이 얻어지며 이를 가우스 소거법으로 풀어 해를 구하였다.

### 3. 결과 및 토론

방전불꽃의 위치는 전극봉과 공작물의 표면 거칠기의 함수로서 주어지고, 그 직경은 방전유도시간, 방전시간 및 휴지시간의 총합 중 실제 방전이 일어난 방전시간의 분율인 듀티팩터(duty factor; DF)와 방전출력에 따라 달라질 수 있으나, 본 연구에서는 Dharmadhikari와 Sharma[1], Madhu 등[1], Ahn 등[8] 및 Ahn과 Chung[9]이 고려한 직경이 약 50 μm 정도 되는 방전 불꽃을 가정하였다. 그리고 개개의 방전불꽃에 대한 열적손상영역(heat affected zone; HAZ)은 방전불꽃 면적보다 클 것이므로 방전 불꽃보다 3배 되는 크기의 원통면에 단열 경계조건을 설정하였다. 단열 경계조건이 적용되는 경계면의 크기는 다음 식에서 열침투깊이(thermal penetration depth,  $\delta_D \approx 4\sqrt{\alpha t}$ )를 계산하여 확인할 수 있다. 방전시간 130 μs에 대한 열침투깊이( $\delta_D$ )는 약 50 μm가 되는데 본 연구에서 설정한 경계면은 방전불꽃 반경의 3배가 되는 거리인 75 μm에 위치하므로 단열조건이 적용되기에 충분하다고 하겠다.

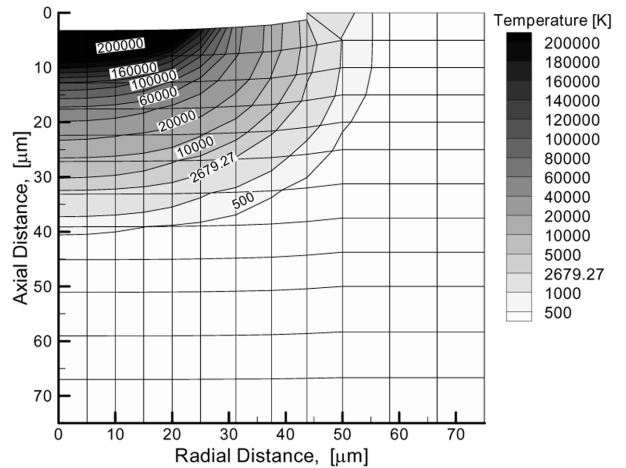
본 연구에서는 재료의 제거 효율이 일정하다고 가정하고 축 방향과 반경 방향의 열전도도가 다른 경우에 대하여 방전가공 현상을 비교하기 위해 몇 가지 경우를 설정하였다. Table 1에 해석에 사용된 여러 가지 경우의 열전도도를 나타내었다. 여기서  $k_r$ 과  $k_z$ 는 각각 반경 방향과 축 방향으로의 열전도도이다. 이들 중 Case-1은 등방성인 경우이고, Case-2와 Case-3은 각각 축방향의 열전도도를 반경 방향의 열전도도의 2배와 3배로 가정한 이방성인 경우이며, Case-4와 Case-5는 각각 반경 방향의 열전도도를 축방향의 2배와 3배로 가정한 이방성인 경우이다. 그 외의 각종 물성치는 Ahn 등[8] 및 Ahn과 Chung[9]이 제시한 알루미늄과 탄화티타늄의 평균값을 사용하였다. 열전달계수는 열대류와 열복사 효과가 합산된 형태로 산출된 것인데 Madhu 등[6]과 Bromley[14]의 문헌에 의하면 방전가공의 공정변수 범위에 대하여 열복사에 의한 열전달의 보정은 약 10% 정도인 것으로 밝혀져 있다. 열복사에 의한 열전달의 효과는 다음 식에 의해 구할 수 있다.

$$h_r = \sigma \epsilon (T^2 + T_f^2)(T + T_f) \quad (18)$$

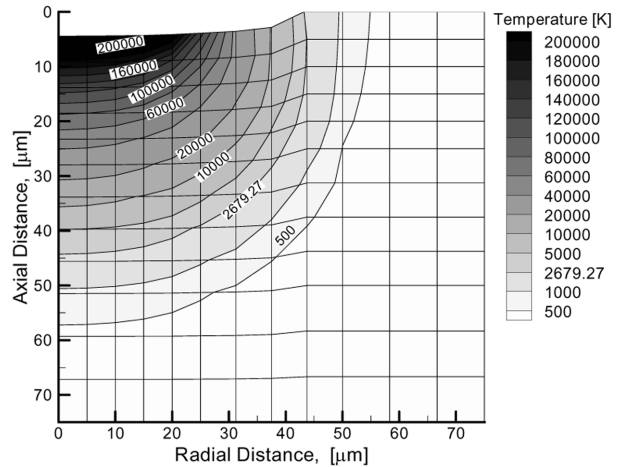
여기서  $\sigma$ 는 볼츠만 상수(Boltzmann's constant)이고  $\epsilon$ 는 복사효율(emissivity)이다.  $T_f$ 는 방전유의 온도이고  $T$ 는 피삭체의 표면온도인데 그 값을 알면 위의 식으로부터 복사 열전달계수를 구할 수 있다. 그렇지만 표면온도를 정확히 알 수 없으므로 알루미늄/탄화티타늄 용접의 평균값을 적용하였고, 이로부터 구한 복사열전달계수( $h_r$ )의 값은 234.56 cal/m<sup>2</sup>·s·K가 되고 열전달계수는 이의 10배인 약 2345.6 cal/m<sup>2</sup>·s·K가 된다. 계산에 사용된 방전 열속은 Wang 등[15]이 알루미늄-탄화 티타늄 복합체에 대한 방전가공 실험에서 측정 한 전압 51.3 V와 전류 7 A에 대응하는 값을 적용하였다. 이것은 약 4.371×10<sup>10</sup> cal/m<sup>2</sup>·s·K의 방전 열속이 반경 25×10<sup>-6</sup> m인 원의

**Table 1. Values of thermal conductivities selected for computation with removal efficiency of 10%**

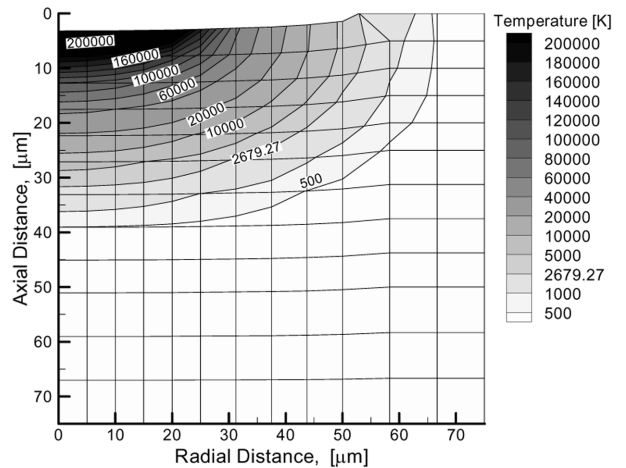
	$k_r$ [cal/m·s·K]	$k_z$ [cal/m·s·K]
Case-1	1	1
Case-2	1	2
Case-3	1	3
Case-4	2	1
Case-5	3	1



(a)



(b)



(c)

**Fig. 4. Temperature distributions after 130 μs in the electro-discharge machined workpiece for the cases of (a)  $k_r=1$  cal/m·s·K,  $k_z=1$  cal/m·s·K (Case-1), (b)  $k_r=1$  cal/m·s·K,  $k_z=2$  cal/m·s·K (Case-2), (c)  $k_r=2$  cal/m·s·K,  $k_z=1$  cal/m·s·K (Case-4).**

면적을 통해 공급되는 것과 같다. 방전가공 공정에서 방전이 진행되는 시간은 방전유도시간, 방전시간 및 휴지시간으로 이루어지는데, 여기서 실제로 가공이 이루어지는 시간은 방전시간이므로, 방

전시간 130  $\mu\text{s}$ 를 0.1  $\mu\text{s}$ 의 아주 작은 시간 차분( $\Delta t$ ) 단위로 나누어 계산하였다.

Fig. 4는 등방성 열전도 조건인 Case-1, 이방성 열전도 조건인 Case-2와 Case-4 대하여 방전이 끝나는 시점인 130  $\mu\text{s}$ 에서의 온도 분포를 나타낸 것이다. 여기서 Ahn 등[8] 및 Ahn과 Chung[9]이 제시한 혼합법칙(mixing rule)에 의해 계산된 알루미늄( $\text{Al}_2\text{O}_3$ )의 용점과 탄화 티타늄(TiC) 용점의 평균값인 2679.27 K를 용점등온선의 기준으로 삼는다면, Case-1의 경우 약 32  $\mu\text{m}$  깊이와 약 46  $\mu\text{m}$  반경의 홈이 생긴다고 예측할 수 있고, Case-2의 경우 약 44  $\mu\text{m}$  깊이와 약 44  $\mu\text{m}$  반경의 홈이 생긴다고 예측할 수 있으며, Case-4의 경우 약 31  $\mu\text{m}$  깊이와 약 54  $\mu\text{m}$  반경의 홈이 생긴다고 예측할 수 있다. 그러나 증발잠열과 용융된 피삭재의 재유착이 미치는 영향을 고려하지 않았으므로 실제 온도는 이보다 훨씬 낮게 나타날 것이고, 따라서 홈의 크기도 이보다 작을 것으로 예측된다.

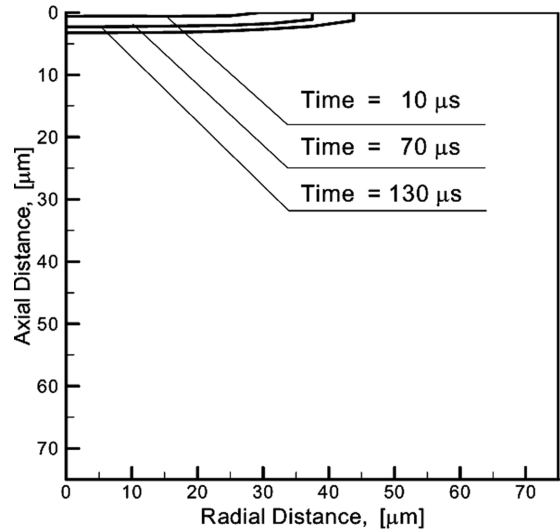
또한 용융되어 실제로 홈이 파이는 깊이를 구하기 위해서는 용점등온선의 정확한 위치가 계산되어야 하는데, 용점등온선의 전진 속도에 영향을 미치는 중요한 요인 중의 하나가 용융잠열이므로 이를 고려해야 한다. 이와 같은 문제를 해결하기 위하여 본 연구에서는 열용량에 알루미늄의 용융잠열( $\lambda_m$ )인 277.56 kcal/kg에 해당하는 만큼의 열량을 추가하여 적용함으로써 용점등온선이 항상 보정된 위치를 나타내게 하였다. 증발 잠열에 의한 영향과 피삭재가 녹았다가 다시 착상되는 등의 영향은 다음과 같이 피삭재의 제거효율을 도입하여 실제 제거층 깊이( $d_c$ )를 추산함으로써 적용되도록 하였다. 즉,

$$d_c = \eta z_m \quad (19)$$

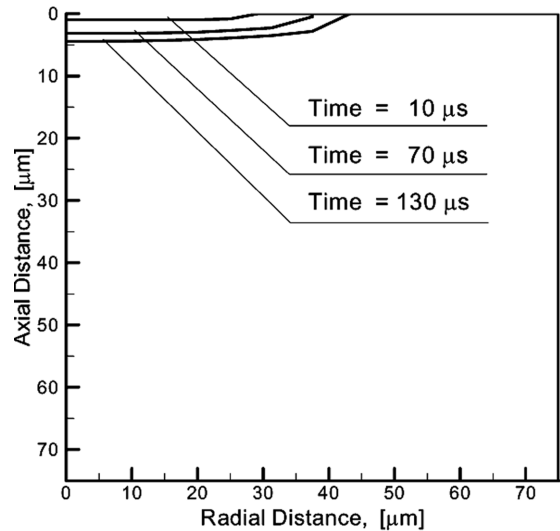
이다. 여기서  $\eta$ 는 피삭재의 제거효율이고,  $z_m$ 은 용점등온선에 의해 생성되는 용융층의 깊이를 나타낸다. Snoeys와 Van Dyck[2] 및 Madhu 등[6]의 문헌에서와 같이 피삭재의 제거 효율을 10%로 가정하여 공정 매개변수의 범위에 대하여 복합재료의 손상층의 깊이를 계산하였다. 그 결과 Fig. 4에서 볼 수 있는 바와 같이 축 방향의 열전도도와 반경 방향의 열전도도가 같은 등방성을 갖는 Case-1에서는 깊이 약 2.9  $\mu\text{m}$ , 반경 약 45  $\mu\text{m}$ 의 홈이 형성되고, 축 방향의 열전도도가 반경 방향의 열전도도의 2배인 Case-2에서는 깊이 약 4.3  $\mu\text{m}$ , 반경 약 43  $\mu\text{m}$ 의 홈이 형성되며, 반경 방향의 열전도도가 축 방향의 열전도도의 2배인 Case-4에서는 깊이 약 2.8  $\mu\text{m}$ , 반경 약 52  $\mu\text{m}$ 의 홈이 형성됨을 알 수 있다.

방전이 진행됨에 따른 분화구의 모양을 관찰하기 위해 방전이 시작된 후 10  $\mu\text{s}$ , 70  $\mu\text{s}$ 와 130  $\mu\text{s}$ 의 시간이 경과한 때의 분화구의 모양을 Fig. 5에 도시하였다. 축 방향으로의 열전도도가 증가함에 따라 분화구의 깊이가 증가하고 반경은 감소하며, 반경방향의 열전도도가 증가함에 따라 분화구의 반경이 증가하고 깊이는 감소한다.

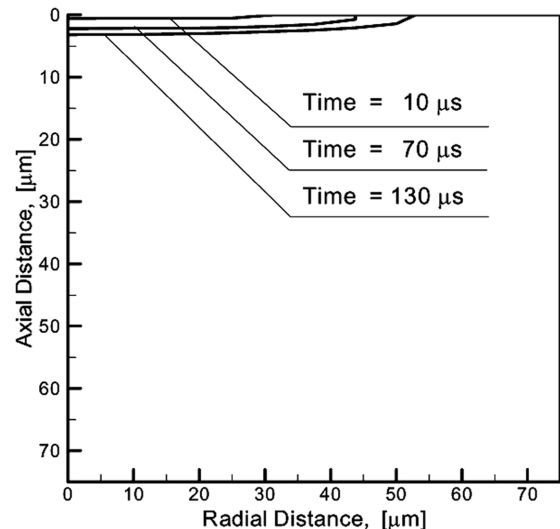
Fig. 6과 Fig. 7은 방전이 끝나는 시점인 130  $\mu\text{s}$ 에서 전열 이방성 계수(thermal anisotropic factor;  $k_r/k_z$  or  $k_z/k_r$ )에 대한 피삭재에 형성된 홈의 깊이와 반경을 나타낸 것이다. 축 방향의 열전도도가 반경 방향의 열전도도의 2배와 3배인 이방성을 갖는 경우에는 방전후의 깊이는 증가하나, 반경은 약간 감소한다. 또한, 반경 방향의 열전도도가 축 방향의 열전도도의 2배와 3배인 이방성을 갖는 경우 방전후의 반경은 증가하나 깊이는 약간 감소한다. 이것은 동일 열원이 피삭재에 도입되었을 때 열전도도가 큰 방향으로 열전달이 증가하고 상대적으로 작은 열전도도를 갖는 방향으로의 열전달이 감소하기 때문이다. 따라서 축 방향의 열전도도가 반경 방향의 열전



(a)  $k_r = 1 \text{ cal/ms}\cdot\text{K}$ ,  $k_z = 1 \text{ cal/ms}\cdot\text{K}$



(b)  $k_r = 1 \text{ cal/ms}\cdot\text{K}$ ,  $k_z = 2 \text{ cal/ms}\cdot\text{K}$



(c)  $k_r = 2 \text{ cal/ms}\cdot\text{K}$ ,  $k_z = 1 \text{ cal/ms}\cdot\text{K}$

Fig. 5. Crater shape in a workpiece electro-discharge machined at 10  $\mu\text{s}$ , 70  $\mu\text{s}$  and 130  $\mu\text{s}$ .

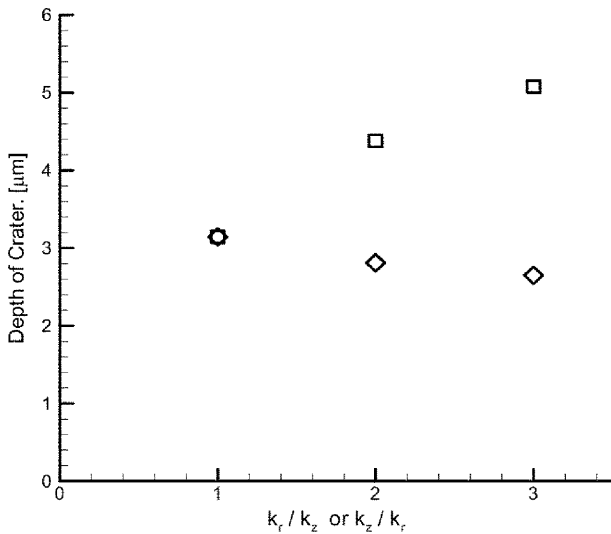


Fig. 6. The depths of the craters developed with different thermal anisotropic factors ( $\tau_{on}=130 \mu\text{s}$ ,  $DF=0.45$ ). ◇  $k_r/k_z$ , □  $k_z/k_r$ .

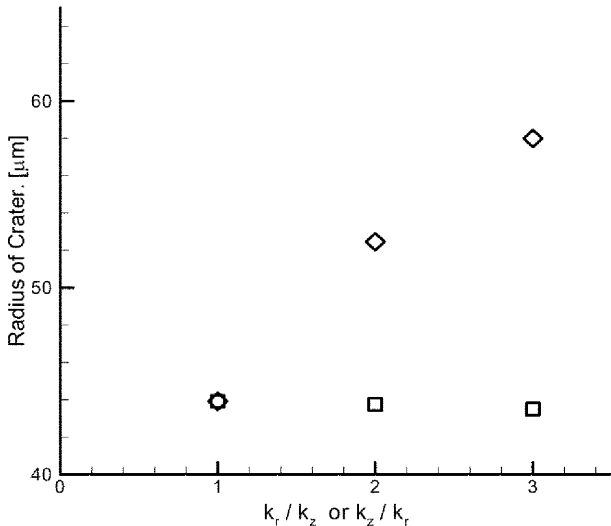


Fig. 7. The radii of the craters developed with different thermal anisotropic factors ( $\tau_{on}=130 \mu\text{s}$ ,  $DF=0.45$ ). ◇  $k_r/k_z$ , □  $k_z/k_r$ .

도도보다 큰 이방성을 갖는 경우에는 방전흔의 성장이 깊이 방향으로 빠르게 진행되기 때문에 가공 진행면의 표면이 거칠어질 것으로 예상되고, 반경 방향의 열전도도가 축 방향의 열전도도보다 큰 이방성을 갖는 경우에는 방전흔의 성장이 반경 방향으로 빠르게 진행되기 때문에 가공 측면의 표면이 거칠어질 것으로 예상된다. 이와 같은 경우들 각각에 대한 공작물제거 속도를 계산하여 Fig. 8에 나타내었다. 공작물 제거 속도는 전열 이방성 계수가 증가함에 따라 선형적으로 증가한다. 특히,  $k_r$ 이  $k_z$ 보다 큰 경우가 그 반대의 경우보다 높은 공작물 제거 속도를 나타내며, 전열 이방성 계수가 커질수록 그 차이는 증가한다.  $k_r/k_z$ 가 2일 때 공작물 제거 속도는 약 1.06 g/h 인데,  $k_z/k_r$ 이 2일 때에는 공작물 제거 속도가 약 0.99 g/h 이다. 따라서, 반경 방향의 열전도도가 축 방향의 열전도도보다 클 경우 공작물 제거 속도가 증가한다. 이것은 반경 방향의 열전도도를 크게 하여 분화구의 지름을 크게 만드는 것이 축 방향의 열전도도를 크게 하여 분화구의 깊이를 깊게 만드는 것보다 공작물 제거 속도를 향상시키는 데 유리하다는 것을 뜻한다.

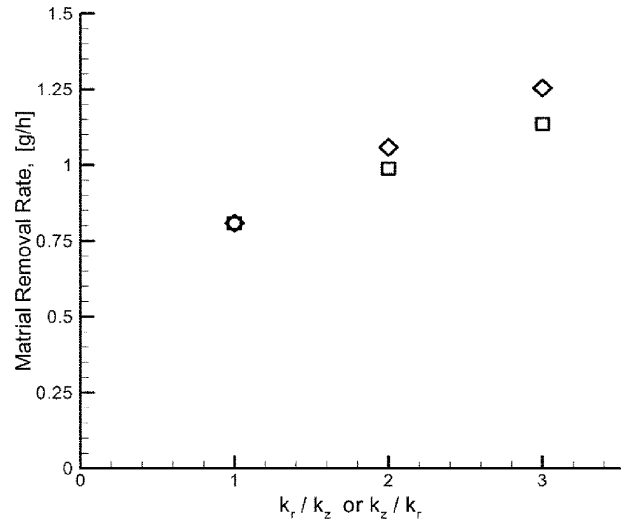


Fig. 8. Material removal rates as functions of the thermal anisotropic factors ( $\tau_{on}=130 \mu\text{s}$ ,  $DF=0.45$ ). ◇  $k_r/k_z$ , □  $k_z/k_r$ .

#### 4. 결 론

본 연구에서는 축 방향과 반경 방향에 서로 다른 전기전도성을 갖는 이방성 복합재료의 방전가공 현상에 대하여 수치 해석적 방법으로 분석하였다. 비정상상태 에너지 수치식을 세워 갤러킨(Galerkin)의 방법으로 유한요소 해석을 수행하였다. 유한요소의 체는 계산의 정확성과 경제성을 고려한  $12 \times 12$ 의 불규칙체를 선택하였다. Ahn 등[8, 9]이 제시한 알루미늄-탄화티타늄 복합재료의 물성을 기반으로 51.4 V의 전압과 7 A의 전류에서 듀티팩터가 0.45인 경우에 대하여 재료의 제거 효율을 10%라고 가정하고 축 방향과 반경 방향의 열전도도를 변화시켜 가며 해석을 수행하였다. 방전이 시작되면서 바로 용융이 일어나기 시작하여 열적손상영역이 생기고 시간이 흐름에 따라 점차적으로 전진하는 방전흔의 모양을 예측하였고 열전도도가 증가하는 방향으로 분화구가 더 잘 깎여 나감을 확인하였다. 이방성 재료의 제거 속도를 비교 분석한 결과 같은 제거 효율 조건 하에서 열전도도가 커질수록 공작물 제거 속도가 높아지는데, 축 방향의 열전도도를 고정하고 반경 방향의 열전도도를 증가시킨 경우가 그 반대의 경우보다 공작물 제거 속도가 빠르다는 것을 알 수 있었다.

#### 감 사

본 연구는 2008년도 경남대학교 학술연구조성비의 지원에 의하여 수행된 것이며 이에 감사를 포함합니다.

#### 사용기호

- $C_p$  : specific heat [cal/kg·K]
- $d_c$  : depth of the crater [ $\mu\text{m}$ ]
- $e_r$  : unit vector in r-direction
- $e_z$  : unit vector in z-direction
- $h$  : heat transfer coefficient between the workpiece and the surroundings [ $\text{cal}/\text{m}^2 \cdot \text{s} \cdot \text{K}$ ]
- $h_r$  : effective radiant heat transfer coefficient [ $\text{cal}/\text{m}^2 \cdot \text{s} \cdot \text{K}$ ]

M : coefficient matrix in the transient term of the finite element equation  
 K : stiffness matrix of the finite element equation  
 Q : heat flux due to a spark [cal/s·m<sup>2</sup>]  
 Q<sub>n</sub> : component of the heat flux of a spark in the direction normal to the boundary surface [cal/s·m<sup>2</sup>]  
 q<sub>n</sub> : thermal gradient  
 r : radial distance [μm]  
 k<sub>r</sub> : thermal conductivity of the workpiece in r-direction [cal/m·s·K]  
 k<sub>z</sub> : thermal conductivity of the workpiece in z-direction [cal/m·s·K]  
 n : inward normal vector to the boundary surface  
 n̄ : outward normal vector to the boundary surface  
 n<sub>r</sub> : radial component of the outward normal vector to the boundary surface  
 n<sub>z</sub> : axial component of the outward normal vector to the boundary surface  
 R : radius of a spark [μm]  
 t : time [s]  
 T : temperature [K]  
 T<sub>0</sub> : initial temperature [K]  
 T<sub>f</sub> : temperature of dielectric fluid [K]  
 v : bilinear shape function  
 z : axial distance [μm]  
 z<sub>m</sub> : depth of the melted layer [μm]

#### 그리이스문자

α : thermal diffusivity [m<sup>2</sup>/s]  
 ε : emissivity  
 ρ : density [kg/m<sup>3</sup>]  
 ψ<sub>j</sub><sup>e</sup> : j-th shape function of a finite element  
 σ : Boltzmann's constant  
 η : material removal efficiency  
 λ<sub>m</sub> : latent heat of melting [cal/kg]  
 Ω<sup>e</sup> : domain of a finite element  
 Γ<sup>e</sup> : face of a finite element  
 δ : depth of a crater [μm]  
 δ<sub>D</sub> : thermal penetration depth [μm]

#### 상첨자

e : finite element

#### 하첨자

D : depth  
 i, j : node number  
 c : crater

m : melt  
 r : radial direction, radiation  
 z : axial direction

#### 참고문헌

1. Dharmadhikari, S. W. and Sharma, C. S., "Determination of Material Removal in EDM using a Multiple Heat Source Model," *LX AIMTDR Conference, IIT, Kanpur*, 316-320(1980).
2. Snoeys, R. and Van Dyck, F., "Investigations of EDM Operations by Means of Thermo-Mathematical Models," *Annals of CIRP*, **20**(1), 35-36(1971).
3. Jilani, S. T. and Pandey, P. C., "Analysis and Modelling of EDM Parameters," *Precision Eng.*, **4**(4), 215-221(1982).
4. Jilani, S. T. and Pandey, P. C., "Analysis of Metal Removal in EDM: Effects of Metal Evaporation," *J. Eng. Prod.*, **6**, 123-133(1983).
5. Pandit, S. M. and Rajurkar, K. P., "A Stochastic Approach to Thermal Modeling applied to Electro-Discharge Machining," *J. Heat Transfer*, **105**, 555-562(1983).
6. Madhu, P., Jain, V. K. and Sundararajan, T., "Analysis of EDM Process: A Finite Element Approach," *Computers Eng.*, **2**, 121-127(1991).
7. Gadalla, A. M. and Cheng, Y.-M., "Machining of Zirconium Diboride and Its Composites," *Conf. Mach. Comp. Mater. II*, 17-29(1993).
8. Ahn, Y.-C., Chung, Y.-S., Wang, D.-H. and Yun, J., "Numerical Analysis of the Electro-discharge Machining Process for Alumina-Titanium Carbide Composite: I Steady State Approach," *HWA-HAK KONGHAK*, **35**(6), 850-855(1997).
9. Ahn, Y.-C. and Chung, Y.-S., "Numerical Analysis of the Electro-discharge Machining Process for Alumina-Titanium Carbide Composite: II. Unsteady State Approach," *Korean J. Chem. Eng.*, **19**(4), 694-702(2002).
10. Marafona, J. and Chousal, J. A. G., "A Finite Element Model of EDM based on the Joule Effect," *Intern. J. Machine Tools Manufacture*, **46**, 595-602(2006).
11. Salah, N. B., Ghanem, F. and Atig, K. B., "Numerical Study of Thermal Aspects of Electric Discharge Machining Process," *Intern. J. Machine Tools Manufacture*, **46**, 908-911(2006).
12. Ahn, Y.-C. and Chung, Y.-S., "Numerical Simulation of the Electro-discharge Machining Process of a Conductive Ceramic Composite," *Machining Sci. Tech.*, Submitted.
13. Reddy, J. N., *An Introduction to the Finite Element Method*, 2nd ed., McGraw-Hill, NY(1993).
14. Bromley, L. A., "Heat Transfer in Stable Film Boiling," *Chem. Eng. Prog.*, **46**(5), 221-227(1950).
15. Wang, D.-H., Woo, J.-Y., Yun, J. and Ahn, Y.-C., "Electrical Discharge Machining of TiC/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> Ceramic Composite," *J. Korean Soc. Prec. Eng.*, **14**(9), 80-89(1997).