

적용 L-필터의 수렴성 해석

김수용[†], 배성호^{**}

요 약

본 논문에서는 순환최소순위(RLR) L-필터의 수렴성을 해석하였다. RLR L-필터는 순서통계필터로서 입력의 크기순서에 따른 가중치를 필터계수로 한다. 또한 RLR L-필터는 비선형 적응 필터로서 필터계수의 갱신을 위하여 RLR 알고리즘을 이용한다. RLR 알고리즘은 로버스트 통계학의 순위추정에 기초한 비선형 적응 알고리즘이다. 본 논문에서는 가변적인 스텝 크기를 적용하여 평균 및 평균제곱의 견지에서 수렴성을 해석하였다. RLR L-필터는 잡음의 분포함수가 두꺼운 꼬리 분포인 임펄스 잡음에 가까울수록 메디안 필터의 형태로 적용하며 가우시안 잡음의 경우 평균 필터의 형태로 적용한다.

Convergence Analysis of Adaptive L-Filter

Soo-Yong Kim[†], Sung-Ho Bae^{**}

ABSTRACT

In this paper we analyze the convergence behavior of the recursive least rank (RLR) L-filter. The RLR L-filter is an order statistics filter, filter coefficients of which are the weights according to the order of magnitude of inputs. And RLR L-filter is a non-linear adaptive filter, that uses RLR algorithm for coefficient updating. The RLR algorithm is a non-linear adaptive algorithm based on rank estimates in Robust statistics. The mean and mean-squared convergence behavior of the RLR L-filter is examined with variable step-sizes. The RLR L-filter adapts the median filter type to the heavy-tailed distribution function of impulse noise, and adapts the average filter type to Gaussian noises.

Key words: L-filter(L-필터), Adaptive Filter(적용 필터), Convergence Analysis(수렴성 해석)

1. 서 론

시스템 인식(identification), 채널 등화(equalization), 반향 제거(echo cancelation), 잡음 제거 등의 여러 분야에서 잡음의 통계적 특성을 알 수 없거나 잡음의 통계적 특성이 시간적으로 변화하는 경우 적응 필터의 적용은 불가피하다 할 수 있다. 이러한 적응필터들은 유한 임펄스 응답(FIR)의 형태를 갖는 선형 필터로서 전송 채널이 선형적이고 잡음이 가산성 가우시안 잡음일 경우 우수한 성능을 발휘하나 전송 채널

이 비선형인 경우, 특히 잡음이 임펄스형인 경우 이의 적용은 메디안 필터와 같은 비선형 고정 필터에 비해 불리하다고 할 수 있다. 또한 영상신호와 같은 비정체(non-stationary)환경에서 선형필터는 물체의 경계부분을 왜곡시켜 상을 흐리게 하는 단점을 지니고 있다. 이러한 선형 필터의 한계점을 극복하기 위하여 많은 비선형 적응 필터들이 제안되었다[1-3].

비선형 필터들 중 가장 널리 사용되고 있는 것이 순서 통계학(order statistics)[2]의 L-추정자(estimator)에 기초를 두고있는 L-필터[3]이며 이의 출력은 입

※ 교신저자(Corresponding Author): 배성호, 주소: 부산광역시 남구 신선로 179(608-711), 전화: 051)629-1212, FAX: 051)629-1212, E-mail: baesh@tu.ac.kr
접수일: 2009년 4월 27일, 수정일: 2009년 6월 16일

완료일: 2009년 6월 29일
[†] 정희원, 창신대학 항공메카트로닉스과 부교수 (E-mail: sykim@csc.ac.kr)
^{**} 정희원, 동명대학교 의용공학과 부교수

력들을 크기순으로 정렬한 순서통계량의 선형 조합으로 정의된다. L-필터는 각 순서통계량의 선형 조합 계수들을 모두 일정한 값으로 정함으로써 이동 평균 필터와 같은 선형 필터의 특성을 나타내며 중간 값의 계수를 1로 정하고 이를 제외한 다른 순서 통계량의 계수를 모두 0으로 정함으로써 널리 알려진 메디안 필터와 같은 동작을 한다. 평균자승오차(mean of squared error)의 측면에서 각 종류의 잡음에 대한 최적의 L-필터계수를 Bovik[3]이 제시하였다. 그러나 이러한 최적 필터는 잡음의 통계적 특성을 알 수 있는 경우에 유용하다.

L-필터의 이러한 다양성으로 인해 통계적 특성을 알 수 없는 잡음이거나 또는 통계적 특성이 시간적으로 변화하는 잡음에 대해 최적의 필터계수를 자기 스스로 설계되어 가는 비선형 적응 필터의 기본구조로서 L-필터를 많이 사용하며 여기에 LMS[4], RLS[5] 등과 같은 선형 적응 알고리즘을 채택한 많은 비선형 적응 필터들이 제안되었다[6-9]. 이러한 선형 적응 알고리즘들은 평균이 0인 가산성 백색 잡음들이 원신호에 더해진 경우에 대하여 필터 출력과 원신호의 평균자승오차나 자승오차합(sum of squared error)을 최소로 하는 평균자승추정(MSE estimate)이나 최소자승추정(least square estimate)을 기초로 하여 유도되었다. 그러므로 잡음의 평균이 0이 아닌 경우이거나 잡음이 임펄스형인 경우에 잘 동작하지 못한다는 단점이 있다.

고정적 스텝 크기를 가진 선형 FIR 필터에 관한 수렴성의 해석[10]이 시도된 바 있으나, 본 논문에서는 기존의 적응 알고리즘들에서 사용한 추정방법과는 달리 로버스트 통계학의 순위추정(rank estimates)을 기초로 하여 최대하강법(steepest descent method)을 이용하여 기 제안된 비선형 적응 필터인 RLR L-필터[11]에 관하여 가변 스텝 크기를 적용하여 평균 및 평균제곱의 견지에서 이의 수렴성에 관한 해석을 시도하였다.

2. 기 제안된 적응 RLR L-필터

최적의 계수벡터를 구하기 위한 방법으로 많이 사용되는 비용함수로는 평균자승오차, 자승 오차합, 절대값 오차합 등이 있으나 기 제안된 적응 RLR L-필터[11]는 순위추정에 의해 최적의 계수벡터 W 를 구

하기 위하여 비용함수로서 식 (1)과 같은 Jaeckel[12]이 제안한 오차분산측정(dispersion measures of residuals) D 를 도입한다.

$$D(E) = \sum_{i=1}^N a(R_i) e(i) \tag{1}$$

$$= \sum_{i=1}^N a(R_i) [d(i) - X^T(i) W(i)] = D(W)$$

$$E = [e(1), e(2), \dots, e(N)]^T \tag{2}$$

여기서 N 은 전체 데이터의 개수이며 E 는 오차벡터이다. R_i 는 $e(1), e(2), \dots, e(N)$ 의 오름차순정렬 중 $e(i)$ 의 순위이며, $a(\cdot)$ 는 점수함수(score function)로서 Wilcoxon 점수함수 $a(z) = \Phi(z/(N+1))$, $\Phi(v) = \sqrt{12}(v-0.5)$ 를 사용한다. Jaeckel의 오차분산측정 $D(W)$ 는 음(negative)이 아니며 연속이고 하향볼록(lower convex)함수이므로 비용함수의 특성을 만족한다[12].

계수벡터 W 의 함수로서 $D(W)$ 는 음이 아닌 연속의 하향 볼록 함수로 최소값이 존재하며 Jaeckel의 순위 추정치는 $D(W)$ 를 최소화하는 값이다. 또한 오차의 함수 측면에서 $D(E)$ 는 기함수이고 오차의 평균 값에 영향을 받지 않는 위치불변(location invariant)한 특성을 지니며 오차에 대한 일차함수의 특성을 가지므로 오차에 대한 이차함수의 특성을 가지는 오차자승합이나 평균오차자승에 비해 다른 오차들의 통계적 특성과 거리가 먼 이상점(outlier)에 영향을 적게 받는 강인한(robust)특성을 갖는다.

식 (1)의 최소 값을 구하기 위한 경사도(gradient) 벡터 $S(W)$ 는 다음과 같이 $D(W)$ 의 편미분의 음이며 회귀 순위통계량(regression rank statistic)을 의미한다.

$$- \frac{\partial D(W)}{\partial W} \equiv S(W) \doteq 0 \tag{3}$$

식 (3)은 비선형 방정식으로서 최소자승법의 정규 방정식과 유사하며 회귀 순위통계량의 이산적인 특성으로 인해 0으로 근사화된다.

식 (3)은 비선형 방정식이기 때문에 이를 직접적인 방법으로 해를 구하는 것은 매우 어려우며, 또한 이를 적응 알고리즘으로 구현하기 위해서는 매 시간마다 필터계수 W 를 갱신하는 규칙을 적용하여야 한다. 따라서 적응 RLR L-필터에서는 처리하는 값을 중심으로 $T=2P+1$ 개 크기의 오차창(error window)

을 설정하고, 이들 오차 창내의 순시(instantaneous) 신호들로부터 에러벡터를 구한 후 최대하강법으로 에러벡터의 오차분산측정이 최소화가 되도록 $W(n)$ 을 구하는 방법이 제안되었다. 즉 시간 n 에서의 에러 벡터 $E(n)$ 은 다음과 같이 정의된다.

$$E(n) \equiv [e_{-P}(n) \cdots e_{-1}(n) e_0(n) e_1(n) \cdots e_P(n)]^T, \quad (4)$$

$$e_i(n) = d(n+i) - W^T(n) X(n+i),$$

$$W(n) = [w_1(n) w_2(n) \cdots w_M(n)]^T \quad (5)$$

여기서 M 은 L -필터의 크기로 홀수의 정수이며 $M=2L+1$ 로 나타난다. $X(n)$ 은 입력 $\{x(n-L), x(n-L+1), \dots, x(n-1), x(n), x(n+1), \dots, x(n+L-1), x(n+L)\}$ 를 오름차순으로 정렬한 순서통계량 $x_{\langle 1 \rangle}(n) < x_{\langle 2 \rangle}(n) < \dots < x_{\langle M \rangle}(n)$ 을 구성요소로 하는 $M \times 1$ 입력벡터이며 R_i 는 $e_{-P}(n), \dots, e_0(n), \dots, e_P(n)$ 의 오름차순정렬 중 $e_i(n)$ 의 순위이다. 순시 에러벡터의 순시 분산측정은 식 (6)과 같이 구해진다.

$$D(n) = \sum_{i=-P}^P a(R_i) e_i(n) \quad (6)$$

식 (6)을 식 (3)에 적용할 경우 $D(W)$ 가 $W(n)$ 에 대하여 미분 가능하므로 순시 경사도 벡터는 다음과 같이 된다.

$$S(n) = -\frac{\partial D(n)}{\partial W(n)} = \left[-\frac{\partial D}{\partial w_1(n)} - \frac{\partial D}{\partial w_2(n)} \cdots - \frac{\partial D}{\partial w_M(n)} \right]$$

$$= \sum_{i=-P}^P a(R_i) X(n+i) \quad (7)$$

$$= \begin{bmatrix} \sum_{i=-P}^P a(R_i) x_{\langle 1 \rangle}(n+i) \\ \sum_{i=-P}^P a(R_i) x_{\langle 2 \rangle}(n+i) \\ \vdots \\ \sum_{i=0}^{P-1} a(R_i) x_{\langle M \rangle}(n+i) \end{bmatrix}$$

식 (7)을 최대하강법에 적용하면 다음과 같이 L -필터계수를 갱신하는 순환 식을 구할 수 있다.

$$W(n+1) = W(n) + u(n) S(n) \quad (8)$$

여기서 $u(n)$ 은 수렴비로서 이것은 상수 또는 변수로 설정되며 본 논문에서는 가변적인 스텝크기를 나타낸다. 기 제안된 적응 RLR L -필터[11]는 순위추정을 사용하기 때문에, 신호나 잡음에 보다 강인한 성질을 가지나, L -필터 및 순위추정에 내재한 비선형성의 수학적 해석에 대한 어려움으로 인해 수렴성

해석을 제시하지 못했고 실험에 의해 수렴 특성을 나타내고 수렴 후 오차를 구하였다. 본 논문에서는 비선형성의 극복을 위해 선형 근사화를 도입하여 평균 및 평균제곱의 견지에서 수렴성에 관한 해석을 제시하였다.

3. 적응 RLR L -필터의 수렴성 해석 및 수렴비

적응 RLR L -필터의 수렴성 해석을 위하여 평균 및 평균자승의 견지에서 수렴성을 검토한다. 식 (8)의 계속적인 반복으로 최적의 L -필터계수와 $W(n)$ 의 차이가 평균적으로 0이 됨을 증명하고 이 수렴의 조건을 구한다. 또한 평균자승오차가 발산하지 않고 일정한 범위 내로 수렴함을 증명하며 이 수렴의 조건을 구한다. 이러한 수렴조건으로부터 가변적인 스텝크기인 수렴비를 제시한다.

3.1 평균에 관한 수렴조건

먼저 $M \times M$ 차의 시간평균 공분산(Time-averaged Covariance) 행렬을 식 (9)와 같이 정의한다.

$$\Gamma(n) = A^T(n) A(n) \quad (9)$$

$$A(n) = [X(n-L) \cdots X(n) \cdots X(n+L)]^T.$$

여기서 필터의 크기는 홀수 정수로 $M=2L+1$ 이다. 식 (7)로 구한 순시 경사도벡터는 순위통계량(rank statistic)으로서 Jureckova[13]에 의해서 다음과 같이 선형 식으로 근사화 된다.

$$S(n) \approx S_o(n) - r \Gamma(n) \epsilon(n) \quad (10)$$

$$r = \sqrt{12} \int_{-\infty}^{+\infty} f^2(\delta) d\delta$$

$$S_o(n) = \sum_{i=-P}^P a[R_o(n+i)] X(n+i)$$

$$\epsilon(n) = W(n) - W_o$$

여기서 $f(\delta)$ 는 잡음의 확률밀도함수이며 $R_o(n)$ 은 잡음 $\delta(n-P), \dots, \delta(n), \dots, \delta(n+P)$ 의 오름차순정렬 중 $\delta(n)$ 의 순위이다. $W_o = [w_1^*, w_2^*, \dots, w_M^*]^T$ 는 오차분산측정을 최소로 하는 최적의 계수벡터이며 반복을 계속하면 $W(n)$ 이 최적의 값으로 수렴함을 증명하고자 한다. $S_o(n)$ 은 asymptotic normality와 Wilcoxon

점수함수의 특성에 따라 $S_o(n)$ 벡터의 요소들은 통계적 평균이 0이고 일정한 크기의 분산을 갖는 limitted Gaussian 분포를 따른다[14].

식 (8)과 (10)에서 다음과 같은 차분 방정식을 얻을 수 있다.

$$\epsilon(n+1) = [I - u(n) r \Gamma(n)]\epsilon(n) + u(n) S_o(n) \quad (11)$$

여기서 I 는 단위(Identity)행렬이며, $\Gamma(n)$ 은 대칭행렬이므로 unitary similarity transform에 의해 아래와 같은 대각행렬 $\Lambda(n)$ 로 변환한다.

$$\Lambda = Q^T \Gamma Q, \quad \Gamma = Q \Lambda Q^T$$

$$Q = [q_1, q_2, \dots, q_M], \quad (12)$$

$$q_i^H q_j = \begin{cases} 1, & i=j \\ 0, & i \neq j \end{cases}$$

$$\Lambda = \text{Diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_M)$$

여기서는 식 표기의 편의상 n 을 생략하였으며 λ_i, q_i 는 $\Gamma(n)$ 의 i 번째 고유치 및 고유벡터를 나타낸다. $M \times M$ 행렬 Q 는 $Q^{-1} = Q^T$ 인 unitary 행렬이므로 식 (11)과 (12)로 부터 식 (13)과 같은 차분 방정식을 얻을 수 있다.

$$Q^T \epsilon(n+1) = [I - u(n) r \Lambda(n)] Q^T \epsilon(n) + u(n) Q^T S_o(n) \quad (13)$$

따라서 $|1 - u(n) r \lambda_i| < 1$ 이면, 즉

$$0 < u(i) < \frac{2}{r \lambda_{\max}(i)}, \quad i = 0, 1, \dots, n-1 \quad (14)$$

이면

$$\lim_{n \rightarrow \infty} E[Q^T \epsilon(n)] = Q^T E[S_o(n)] = 0 \quad (15)$$

이 되고 $S_o(n)$ 벡터의 요소들은 통계적 평균이 0이므로 평균적인 의미에서 벡터 $Q^T \epsilon(n)$ 의 모든 요소들을 0으로 수렴하므로 $W(n)$ 은 W_o 로 수렴한다. 여기서 $\lambda_{\max}(i)$ 은 $\Gamma(i)$ 의 최대 고유치이다.

3.2 평균자승에 관한 수렴조건

평균자승에 관한 수렴조건을 구하기 위하여 다음과 같은 행렬을 정의한다.

$$K(n) = E[\epsilon(n)\epsilon(n)^T]. \quad (16)$$

식 (16)에서 다음과 같은 차분 방정식을 구할 수 있다.

$$K(n+1) = \Omega(n) K(n) \Omega(n) + u^2(n) C(n) \quad (17)$$

$$\Omega(n) = I - u(n) r \Gamma(n)$$

$$C(n) = E[S_o(n) S_o^T(n)].$$

식 (17)의 $u(n)$ 이 식 (14)를 만족할 경우 $K(n)$ 의 수렴치는 다음과 같이 된다.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} K(n) = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n u^2(n-i) P(i) C(n) Q(i)$$

$$P(i) = \prod_{j=1}^i \Omega(n-j) \quad (18)$$

$$Q(i) = \prod_{j=1}^i \Omega(n-i+j-1)$$

만약 $u(n)$ 이 식 (14)와 식 (19)을 만족한다면

$$\sum_{i=1}^n \frac{u(n) r \lambda_i(n)}{2 - u(n) r \lambda_i(n)} < 1, \quad i=0, 1, \dots, n-1. \quad (19)$$

정상상태에서의 MSE는 식 (20)과 같이 구할 수 있다.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} E[e^2(n)] = E[\delta^2(n)] + \lim_{n \rightarrow \infty} TR[X(n) X^T(n) K(n)] \quad (20)$$

여기서 $TR[\cdot]$ 은 행렬의 대각합(trace)이다.

식 (20)의 오른쪽 식의 첫번째 항은 잡음의 분산을 나타내며 두번째 항은 과잉(excess) MSE를 나타낸다. $S_o(n)$ 벡터의 요소들이 일정한 크기의 분산을 가지므로 과잉 MSE는 발산하지 않고 입력의 전력(power)에 비례하는 일정한 값으로 수렴함을 알 수 있다.

3.3 가변적인 수렴비 결정

식 (10)과 (14) 및 (19)의 파라미터 r 은 잡음의 확률밀도함수가 평균이 0인 가우시안과 같이 대칭함수일 경우 그의 역수 $\frac{1}{r}$ 이 분산에 해당되는 값이다. 그러나 잡음의 확률밀도함수를 알 수 없는 경우 확률밀도함수 $f(\delta)$ 추정에 기반을 둔 방법에 의해 확률밀도함수가 대칭함수라는 가정없이 r 의 일치추정량(consistent estimator) $\hat{r}(n)$ 을 다음과 같이 추정할 수 있다.

$$\hat{r}(n) = \frac{\sqrt{12}}{T\Delta} + \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{T(T-1)\Delta}} \sum_{i=-P_j}^{P-2} \sum_{j=i}^{P-1} h \left(\sqrt{T} \frac{e_i(n) - e_j(n)}{\Delta} \right)$$

$$\text{If } -0.5 < v \leq 0.5, \text{ then } h(v) = 1, \text{ else } h(v) = 0. \quad (21)$$

여기서 사분위범위(inter-quartile range) $\Delta=4.11$ ($e_{\langle 0.75T \rangle}(n) - e_{\langle 0.25T \rangle}(n)$)로 정의되며 T는 창 크기로 $2P+1$ 이다. $e_{\langle 0.75T \rangle}(n)$ 와 $e_{\langle 0.25T \rangle}(n)$ 는 $e_{-P}(n), \dots, e_0(n), \dots, e_P(n)$ 의 순서통계량 $e_{\langle 1 \rangle}(n) \leq e_{\langle 2 \rangle}(n) \leq \dots \leq e_{\langle T \rangle}(n)$ 중 25%와 75% 순위의 샘플에 해당한다[15].

따라서 수렴조건 식 (14)와 식 (19)로부터 L-필터가 발산하지 않고 수렴하는 가변적인 스텝크기인 수렴비 $u(n)$ 을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$u(n) = \frac{2}{3 \times \hat{r}(n) \sum_{i=1}^M \lambda_i(n)} = \frac{u_0}{\hat{r}(n) TR[\Gamma(n)]} \quad (22)$$

$$0 < u_0 \leq \frac{2}{3}$$

여기서 수렴비의 수렴상수 u_0 를 큰 값으로 사용하면 수렴속도는 빠르나 정상상태에서의 오차가 커지고 작은 값으로 사용하면 오차는 작아지나 수렴속도가 느려진다.

4. 실험

RLR L-필터의 성능을 평가하기 위하여 최대값 5의 정현파 원신호에 표 1에서 나타내고 있는 여러 종류의 잡음이 더해진 관측신호를 입력신호로 정규화된 LMS L-필터와 RLR-L 필터를 사용하여 처리한 결과를 표 2와 그림 1과 그림 2에서 파형으로 나타내었다. 그림 1은 임펄스잡음의 경우에 대하여 결과 파형을 나타내고 있으며, 그림 2는 가우시안잡음의 경우에 대하여 결과 파형을 나타내고 있다. 이 파형들 중 (a)는 원신호, (b)는 잡음이 더해진 관측신호, (c)는 LMS 필터의 완전히 적응한 후 정상상태의 출력, (d)는 RLR L-필터의 완전히 적응한 후 정상상태의 출력을 나타내고 있다. 그림에서 알 수 있듯이 임펄스 잡음의 경우에는 RLR L-필터가 LMS L-필터보다 우수한 성능을 나타내었으나, 가우시안 잡음에 대해서는 LMS L-필터나 RLR L-필터가 큰 성능 차이를 나타내지 않았다. 표 2는 LMS 필터와 RLR L-필터의 정상상태 출력의 신호대잡음(S/N)비를 각각 100회 실험하여 평균한 값을 나타내었다. 필터의 크기 M은 5로 하였고 RLR L-필터의 오차창의 크기 T는 11로 하였다. 두 필터 모두 초기상태의 계수들은 모두 0으로 하였다. RLR L-필터가 완전히 적응한 후 인 정상상태의 필터 계수들을 살펴보면 Bovik[3]

표 1. 실험에 사용된 여러 가지 잡음의 통계적 특성

잡음	통계적 특성
유니폼 잡음	분산 2.0, 평균 0.0
가우시안 잡음	분산 1.0, 평균 0.0
라플라시안 잡음	분산 1.0, 평균 0.0
임펄스 잡음	최소 값 -5, 최대 값 +5, 원신호 샘플 개수의 10%
혼합 잡음	위의 가우시안 잡음과 임펄스 잡음의 혼합

표 2. 입력신호와 출력신호의 S/N 비

원신호	잡음	S/N 비 [dB]		
		입력	출력	
			LMS L-필터	RLR L-필터
정현파	유니폼	82.1	96.2	94.3
	가우시안	88.6	105.3	104.2
	라플라시안	89.6	103.4	106.8
	혼합	76.6	92.3	96.6
	임펄스	80.2	99.8	112.2

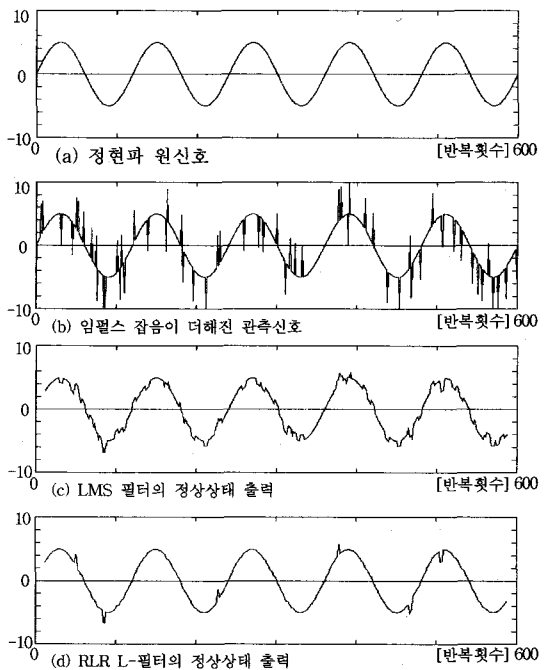


그림 1. 정현파 원신호에 임펄스 잡음이 더해진 관측신호의 처리결과

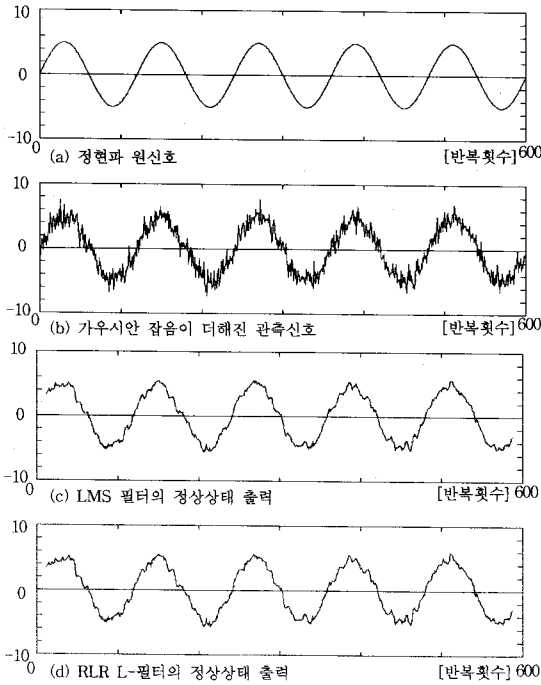


그림 2. 정현파 원신호에 가우시안 잡음이 더해진 관측신호의 처리결과

이 제시한 최적의 L-필터계수의 형태가 되었다. 표 2의 결과에서 알 수 있듯이 잡음의 분포함수가 두꺼운 꼬리 분포일 경우, 즉 임펄스형에 가까울수록 RLR L-필터는 LMS L-필터에 비하여 더욱 우수한 성능을 나타냄을 알 수 있다. 이는 임펄스형 잡음일수록 이상점이 많아 선형 적응 알고리즘의 경우 적응에 혼란을 초래하지만 오차 자체보다는 오차의 순위를 사용하는 순위추정의 경우 이러한 이상점의 영향 없이 잘 적응하기 때문이다. 그러나 유니폼 잡음과 가우시안 잡음과 같이 잡음이 고르게 분포되어있는 경우 오차의 순위를 사용하는 RLR L-필터보다는 오차 자체를 사용하는 LMS L-필터가 우수함을 알 수 있다. 실제 영상에 대하여 가우시안과 임펄스 잡음을 혼합한 경우에도, RLR-L 필터가 LMS L-필터보다 우수한 성능을 나타내었다[11].

수렴속도의 비교를 위하여 임펄스 잡음에 대한 최적의 필터인 메디안 필터계수 W_0 와 적응 L-필터와의 차이 $\varepsilon(n)$ 에 대한 비교 측정치인 식 (23)의 정규화된 평균오차놈(MEN: normalized mean of error norm)을 이용한다.

$$E[\varepsilon^T(n)\varepsilon(n)]/(W_0^T W_0) \tag{23}$$

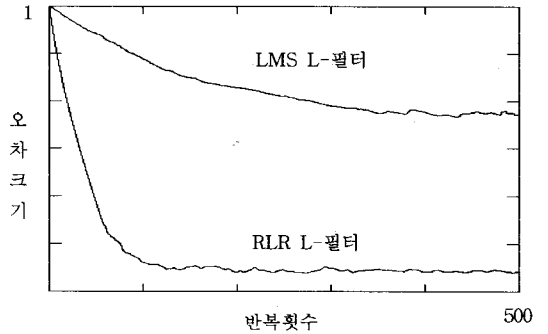


그림 3. LMS L-필터와 RLR-L 필터의 MEN 비교

1000번 시뮬레이션의 앙상블(ensemble)을 평균하여 LMS L-필터와 RLR-L 필터의 MEN을 근사화하였으며, 그 결과를 그림 3에 나타내었다.

그림 3에서 볼 수 있듯이 LMS L-필터의 경우 임펄스 잡음과 같은 극심한 외란의 영향을 심하게 받아 과도상태(transient state)가 길며 필터계수 갱신을 수백회 반복하여 정상상태에 도달하였더라도 오차가 큰 현상이 발생한다. 반면에, RLR L-필터는 외란에 강인한 특성으로 인해 임펄스 잡음의 존재 유무에 큰 영향 없이 필터계수 갱신을 수십회 반복 이내에 정상상태로 빠르게 수렴하게 되는 성능을 발휘한다.

5. 결론

본 논문에서는 기 제안된 적용 RLR L-필터의 수렴성에 관하여 증명하였으며 이에 따른 적절한 가변적인 수렴비를 제시하였다. RLR 알고리즘은 Robust 통계학의 순위추정을 이용한 것으로 오차의 평균자승을 사용하는 기존의 알고리즘들과는 달리 오차의 순위를 추정에 사용하므로 다른 오차들과 동떨어진 분포를 한 이상점에 영향을 덜 받는 강인한 특성을 지니고 있다. 이러한 강인성으로 인하여 여러 가지 잡음 하에서 우수한 성능을 발휘하며 특히 임펄스형의 잡음 및 급격히 변화하는 비정체 신호에 대하여 매우 우수한 성능을 발휘하였다. 따라서 시간적으로 급격히 변화하는 상황에서 잡음특성을 모를 경우 매우 유용하다.

그러나 가우시안 잡음에 대해서는 순위추정의 비선형적인 특성상 정확도가 다소 저하되는 경우가 있으며 순위를 결정하기 위한 정렬 알고리즘의 추가로 인해 LMS 알고리즘에 비해서 연산량이 많다는 단점

을 지니고 있다. 그러므로, 향후 연구에서는 분류속도의 개선을 위한 방법의 연구가 계속적으로 진행되어야 할 것이다.

참 고 문 헌

- [1] I. Pitas and A. N. Venetsanopoulos, *Nonlinear Digital Filters: Principles and applications*, Dordrecht, Holland: Kluwer, 1990.
- [2] H. A. David, *Order Statistics*, John Wiley & Sons, 1981.
- [3] A. C. Bovik, T. S. Huang, and D. C. Munson, Jr., "A generalization of median filtering using linear combinations of order statistics," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, Vol. ASSP-31, No.6, pp. 1342-1349, Dec. 1983.
- [4] B. Widrow and S. D. Stearns, *Adaptive Signal Processing*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1985.
- [5] S. Haykin, *Adaptive filter theory: Second Edition*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, Inc, 1991.
- [6] F. Palmieri and C. G. Boncelet, Jr., "A class of adaptive nonlinear filters," in *Proc. IEEE Int. Conf. Acoust., Speech, Signal Processing*, New York, 1988, pp. 1483-1486.
- [7] S. Roy, "On L-filter design using the gradient search algorithm," in *Proc. SPIE Nonlinear Image Processing II*, Vol.1451, 1991, pp. 254-256.
- [8] P. M. Clarkson and G. A. Williamson, "Constrained adaptive order statistic filter for minimum variance signal estimation," in *Proc. IEEE Int. Conf. Acoust., Speech, Signal Processing*, Vol. IV, San Francisco, CA, 1992, pp. 253-256.
- [9] G. A. Williamson and P. M. Clarkson, "On signal recovery with adaptive order statistic filters," *IEEE Trans. Signal Processing*, Vol.40, No.10, pp. 2622-2626, Oct. 1992.
- [10] 주도완, "RLR 적응 알고리즘의 수렴성 해석," *경북대학교 석사학위논문*, June 1999.
- [11] 김수용, 배성호, "영상의 잡음 감소를 위한 적응 RLR L-필터," *멀티미디어학회논문지*, 제12권 1호, pp. 26-30, Jan. 2009.
- [12] L. A. Jaeckel, "Estimating regression coefficients by minimizing the dispersion of the residuals," *The annals of Mathematical Statistics*, 1972, Vol.43, No.5, pp.1449-1458.
- [13] J. Jureckova, "Nonparameteric estimate of regression coefficients," *The annals of Mathematical Statistics*, 1971, Vol.42, No.4, pp. 1328-1338.
- [14] J. Hajek and Z. Sidak, *Theory of rank tests*, Academic Press, New York, 1967.
- [15] T. P. Hettmansperger, *Statistical inference based on ranks*, John Wiley & Sons, Inc, 1984.



김 수 용

1989년 2월 경북대학교 전자공학과 학사
 1993년 2월 경북대학교 전자공학과 석사
 1995년 2월 경북대학교 전자공학과 박사수료
 1995년 3월~1997년 2월 경북대학교 조교

1997년 3월~현재 창신대학 항공메카트로닉스과 부교수
 관심분야 : 적응신호처리, 영상처리, 컴퓨터비전



배 성 호

1991년 2월 경북대학교 전자공학과 학사
 1993년 2월 경북대학교 전자공학과 석사
 1997년 8월 경북대학교 전자공학과 박사
 1998년 8월~1999년 8월 삼성전자 책임연구원

1999년 9월~현재 동명대학교 의용공학과 부교수
 관심분야 : 영상처리, 신호처리, 컴퓨터비전