韓國數學敎育學會誌 시리즈 E
<數學敎育 論文集>
제 23집 제 3호, 2009. 9. 923-951

J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. E:
Communications of Mathematical Education
Vol. 23, No. 3, Sep. 2009. 923-951

중학교 지필 평가 분석[1)]
-이차방정식과 이차함수를 중심으로-

강 병 련 (충남대학교)
김 병 주 (충남대학교)

중학교 수학 평가에서 지필평가가 차지하는 비율은 대부분의 학교에서 80% 이상이나, 지필평가의 분석은 거의 이루어지지 않고 있다. 이 논문에서는 중학교에서 실시한 이차방정식과 이차함수 영역에 대한 지필고사 문제들을 우리나라 교육과정의 수학교과 총괄목표 및 각 단원의 평가목표에 따라 분석한다.

Ⅰ. 서 론

1. 연구의 필요성

교과부(2007)의 교육과정해설에 따르면 수학과는 수학적 개념, 원리, 법칙을 이해하고 논리적으로 사고하며, 여러 가지 현상을 수학적으로 관찰하고 해석하는 능력을 기르고, 여러 가지 문제를 수학적인 방법을 사용하여 합리적으로 해결하는 능력과 태도를 기르는 교과이다.

수학적 개념의 깊이 있는 이해와 활용, 합리적인 문제 해결 능력과 태도는 모든 교과를 성공적으로 학습하는 데 필수적일 뿐만 아니라 개인의 전문적인 능력을 향상시키고 민주 시민으로서 합리적 의사 결정 방법을 습득하는 데에도 필요하다. 또한 수학적 지식과 사고 방법은 오랜 역사를 통해 인간 문명 발전의 지적인 동력의 역할을 해왔으며, 미래의 지식 기반 정보화 사회를 살아가는 데 필수적이다.

따라서 수학교과는 학교수학의 국민공통과정에서도 큰 비중을 차지하고 선택교과에서도 적지 않은 비중을 차지하고 있으며, 학교현장에서 적절하게 운영되도록 하기 위하여 교육당국은 대책을 쏟아내고 있다.

교실, 학교와 교육체제 안에서 수학교육을 개선시키기 위해 NCTM(미국 수학교사 협의회)은 학교수학을 위한 원리와 규준(Principles and Standards for School Mathematics)에서 교육자들을 안내하는 비전을 원리와 규준에 조명하고 있다. 여기서 학교수학을 위한 6개의 원리로 기회균등, 교육과정,

---

1) 이 논문은 2008년도 충남대학교 학술연구비의 지원에 의하여 연구되었음
* ZDM 분류 : B53
* MSC2000 분류 : 97C40
* 주제어 : 중학교 수학과 교육과정, 수학과 총괄목표, 평가목표, 지필평가, 이차방정식, 이차함수

교수, 학습, 평가, 공학의 6가지를 제시하였다. NCTM(2000, 2장)은 중요한 수학으로 구성된 교육과정에 의해 교수와 학습이 이루어져야 하며, 평가는 중요한 수학을 뒷받침해야 하고, 교사와 학생 모두에게 유용한 정보를 제공해야 하며, 기회균등과 공학은 교수와 학습의 수월성을 극대화하고 학생들의 학습을 향상시키기 위해 적절히 사용되어야 한다고 기술하고 있다.

실제 교육현장에서는 교육과정에 의해 교수와 학습의 과정이 이루어지며, 학생들의 성취도를 확인하기 위하여 평가가 이루어지고 있으며, 따라서 교육과정, 교수학습이론, 평가들은 수학교육의 주요 연구 주제가 된다.

교과부(2007)에 따르면 수학과의 교수 · 학습법은 학생이 구체적인 경험에 근거하여 여러 가지 현상을 수학적으로 해석하고 조직하는 활동, 구체적인 사실에서 추상화 단계로 점진적으로 나아가는 과정, 직관이나 구체적인 조작 활동에 바탕을 둔 통찰 등의 수학적 경험을 통하여 형식이나 관계를 발견하고, 수학적 개념, 원리, 법칙 등을 이해할 수 있도록 한다. 또한 수학적 문제를 해결하는 과정에서 문제를 명확히 이해하고 합리적인 해결 계획을 세워 실행하며, 반성을 통하여 풀이 과정을 점검하고 다양하게 활용하는 태도를 기르도록 한다. 수학적 지식과 기능을 활용하여 실생활의 여러 가지 문제를 해결해 봄으로써 수학의 필요성과 유용성을 인식하고, 수학 학습의 즐거움을 경험함으로써 수학에 대한 긍정적인 태도를 갖도록 하는 것이다.

우리나라 제7차 교육과정(교과부, 1999) 또한, 학생 개개인의 전인적인 성장과 수학 학습을 돕고, 교사 자신의 수업 방법을 개선하기 위한 것이라고 평가 목적을 명시함으로써, 상대평가를 통해 학생들을 일렬로 줄 세우는 선발적인 목적보다는 평가가 일련의 수학 교수 학습 과정의 중요한 부분으로써 시행되고, 그 결과가 차후 연계되는 수학 학습의 개선적 지도를 위한 자료로 활용될 수 있어야 함을 지적하고 있다. 그럼에도 불구하고, 실제 학교현장에서는 평가의 방법이 교사와 학생들의 교수학습방법을 결정하고 있다.

최택영 • 송병국(2001)에 의하면 1990년대 석사 학위 전체 논문 중 평가에 관한 연구는 2.3%에 불과한 것으로 조사되어, 수학교육의 다른 분야에 비해 평가에 대한 연구가 매운 미흡하다는 것을 알 수 있다. 더구나 이미 수행된 연구조차도 수행평가 과제 개발(박미숙 1999, 유현주 2002), 평가 기준 개발(이종연 2002, 최승현 외 2002), 평가 문항의 개발 및 활용 가능성(장경윤 외 1 998) 등 수행평가 문항 개발이나 적용에 관한 연구가 주류를 이루고 있으며, 평가의 파지 유형에 관한 연구(김민주·강윤수 2007)는 있으나 학교에서 가장 큰 비중을 차지하는 지필평가에 대한 연구는 미흡함을 알 수 있다.

평가 유형에는 진단평가, 형성평가, 지필평가, 수행평가 등 여러 가지가 있다. 이 중 학교 현장에서는 설문지<부록1> 조사결과 지필평가 90%, 수행평가 10% 또는 지필평가 80%, 수행평가 20%를 학교성적에 반영하는 학교가 90% 이상이었다. 이처럼 지필평가는 학교에서 가장 큰 비중을 차지하고 있으며, 내신 점수가 중요해지면서 평가의 목적과는 달리 평가문제의 종류가 학생들의 학습 방향을 결정하기도 한다. 하지만 교육 현장에서 가장 많이 사용하는 지필평가에 대한 논문은 2000-2009년간

한국수학교육학회(KSME)를 포함하여 국내학회지(KISS, DBPIA)를 검색하였으나 존재하지 않았다. 이는 지필평가에 대한 논의가 필요함을 말해 주고 있다.

참고로, NCTM(2000)에 따르면, 250 개의 연구결과를 분석한 결과 형성평가에 주의를 기울인 교실에서는 -학습능력이 떨어지는 학생들을 포함하여- 학습이 일반적으로 향상되었다는 결론이 나왔음을 지적하고 있으나, 설문결과에 따르면 우리나라에서는 형성평가가 전체평가에서 차지하는 비중은 미비한 것으로 나타났다.

이 논문에서는 우리나라 교육과정의 수학교과 총괄목표와 각 단원의 평가목표에 따라 중학교 3학년의 이차방정식과 이차함수 영역에 대한 지필평가 문제들을 분석하려고 한다.

2. 이론적 배경

우리나라 학교수학 교육과정에서 제시한 목표에 맞게 평가가 실시되고 있는지를 알기 위하여 중등과정을 중심으로 우리나라 교육과정의 수학교과 총괄목표 및 평가 목표를 살펴본다.

우리나라 교육과정에서(교과부 2007) 수학교과의 총괄 목표는 수학적 지식과 기능을 습득하고 수학적으로 사고하고 의사소통하는 능력을 길러 여러 가지 현상과 문제를 수학적으로 고찰하고 합리적으로 해결하는 능력을 기르며 수학에 대한 긍정적 태도를 기르는 것이다. 이를 위해 중학교과정에서는 다음과 같은 목표를 정하였다.

가. 사회 현상이나 자연 현상을 수학적으로 관찰, 분석, 조직하는 경험을 통하여 수학의 기본적인 개념, 원리, 법칙과 이들 사이의 관계를 이해하는 능력을 기른다.

나. 수학적으로 사고하고 의사소통하는 능력을 길러, 사회 현상이나 자연 현상의 문제를 합리적으로 해결하는 능력을 기른다.

다. 수학에 대한 관심과 흥미를 지속적으로 가지고, 수학의 가치를 이해하며, 수학에 대한 긍정적 태도를 기른다.

우리나라 교육과정의(교과부 2007) 수학교과 평가목표는 다음과 같다.

가. 수학 학습의 평가는 학생의 인지적 영역과 정의적 영역에 대한 유용한 정보를 제공하여 학생 개개인의 수학 학습과 전인적인 성장을 돕고 교사의 교수 활동과 수업 방법을 개선하는 데 활용한다.

나. 수학 학습의 평가에서는 학생의 인지 발달 수준을 고려하고, 교육과정에 제시된 내용의 수준과 범위를 준수한다.

다. 수학 학습의 평가는 수업의 전개 과정에 따라 진단평가, 형성평가, 지필평가 등의 적절한 평가 방식을 택하여 실시하되, 지속적인 평가를 통하여 다양한 정보를 수집하고 수업에 활용한다.

라. 수학 학습의 평가에서는 획일적인 방법을 지양하고 지필평가, 관찰, 면담, 자기평가 등의 다양한 평가 방법을 통해 수학 교수•학습을 향상시킬 수 있게 한다.

마. 인지적 영역에 대한 평가에서는 학생의 수학적 사고력 신장을 위하여 결과뿐만 아니라 과정도

중시하여 평가해야 한다.

바. 정의적 영역에 대한 평가에서는 학생의 수학에 대한 긍정적 태도를 신장시키기 위하여 학생의 수학에 대한 바람직한 가치관이나 수학 학습에 대한 관심, 흥미, 자신감 등의 정도를 파악한다.

사. 수학 학습의 평가에서는 평가하는 학습 내용에 따라 학생에게 계산기, 컴퓨터와 같은 공학적 도구와 다양한 교구를 이용할 수 있는 기회를 제공할 수 있다.

즉, 평가의 목적은 각 학생이 어려워하는 부분을 확인하고, 수업 계획에 대한 자료를 수집하고, 평점을 매기고, 프로그램의 질을 평가하는 것이라고 할 수 있다.

NCTM에서도 '학교수학을 위한 평가규준(NCTM 1995)'에서 이러한 목적에 부합하는 평가가 되기 위해서는, 평가가 단지 학생들의 고정된 지식과 고립된 기술의 평가에서 학생들의 수학적 힘의 평가로, 다른 학생들과의 성적 비교에서 학생들의 성취를 주어진 평가준거와 비교하는 것으로, 교사와 무관한 평가 체계에서 교사를 도와주고 그들의 정보를 바탕으로 하는 판단에 신뢰를 주는 평가로, 평가의 과정이 비밀스럽고, 배타적이고 고정된 것에서 공개적이고, 참여적, 역동적으로, 학생들의 수학적 지식을 보여주는 한 가지 방법에서 풍부한 수학적 힘을 보여줄 수 있는 다양한 기회제공의 평가로, 평가 자체의 발전에서만이 아니고 무엇을 평가하고 어떻게 평가 할 것인가의 공유된 시각을 개발하는 것으로, 학생들이 배운 것을 거르고 선택하는 평가에서 모든 학생들의 잠재적인 능력을 수립할 수 있는 기회가 나타나는 평가로, 교육과정과 수업에서 분리된 평가에서 통합된 평가로, 제한된 추론과 하나의 자료를 기초로 하는 평가에서 다양한 자료를 가지고 추론하는 평가로, 평가의 대상으로 학생을 보는 것이 아니라 평가 과정에 활동적으로 참여하는 학생으로서의 관찰, 평가를 산발적이고 결정적인 것으로 간주하는 것이 아니라 연속적이고 재귀적으로 보는 것으로, 학습과정에서 평가결과 몇 개만 여기는 것이 아니라 수학 학습 전반을 평가 결과에 책임 있는 것으로 여기는 것으로 변화되어야 할 것을 제시하고 있다. (고상숙 · 이석현(2004) 재인용)

3. 연구내용 및 방법

본 연구는 대전지역 중학교 3학년 1학기 기말고사 시험지를 이용하여 지필평가를 분석함으로써 학교 수학에서 평가가 어떻게 이루어지고 있는지 교육과정 목표에 맞게 실시되고 있는지를 살펴본다. 중학교 3학년 1학기 기말고사 시험 범위는 이차방정식과 이차함수가 주를 이루며, 이 부분은 고등학교 수학에서도 상당히 많은 부분을 차지하는 영역이다.

본 연구를 위해 2004년부터 2008년 사이의 대전지역 중학교 3학년 1학기 기말고사 시험지 87매를 학생, 학교, 혹은 관련 홈페이지에서 수집하였다. 또한 학교현장의 수학교사들의 지필평가에 대한 생각을 설문지를 통해 조사하였다.

수집한 지필 시험지는 먼저 동일학교에서 시험문제에 년도에 따른 변화가 있는지를 분석하기 위하여 6 개 학교를 선택하여 각 학교 당 2년간의 지필고사의 문제를 비교 분석하였다. 특히 이 분석

에서는 교과서의 단원 학습 목표에 따라 문제들을 분류하여 분석하였다.

Ⅱ장의 '2-나'에서는 최근 3년간의 지필고사지 중 엑셀의 임의선택프로그램으로 23 개의 시험지를 선택하여 교육과정에 제시된 수준과 범위, 문제유형과 배점, 시험범위, 또 단원지도상의 유의점에 따른 분류에 중점을 두어 분석하였다. 분석 후 미비한 점을 보완하기 위하여 대전지역 26개 학교 중학교 3학년 수학교사 26명에게 <부록1>의 설문조사를 하였으며 설문결과도 함께 제시하였다.

Ⅱ. 지필평가 분석

1. 문자와 식과 함수 영역의 지도 의의

중학교와 고등학교 수학과 교육내용은 '수와 연산', '문자와 식', '함수', '확률과 통계', '기하'의 5개 영역이며, 중3과정의 이차방정식과 이차함수는 '문자와 식'과 '함수'의 영역에 속한다. 교과부(2007)의 수학과 교육과정으로부터 이 두 영역의 지도의의를 살펴보자.

'문자와 식'의 지도의 의의를 살펴보면 문자는 주어진 문제 상황을 수학적으로 명확하고 간결하게 표현하도록 해 주어 수학적 의사소통을 원활히 할 수 있도록 도와준다. 수학에서 문자를 사용하는 식의 취급은 중등 수학의 기초로 매우 중요하다. 문자와 식 영역의 학습을 통하여 학생들은 문제 상황을 수학적으로 표현할 수 있고 필요한 경우에 일반화된 식으로 나타낼 수도 있다. 특히 식의 전개와 인수분해는 수학의 다른 영역의 학습에서도 유용하게 이용된다. 문제를 이해하고 답을 구하는 문제에서, 문자를 사용하여 미지수를 나타내면 문제의 뜻에 맞는 식을 세울 수 있다. 식에 세워지면 대부분의 경우 그 다음부터는 형식적인 계산이 가능하게 되고, 계산 과정에 착오만 없다면 답을 정확하게 이끌어낼 수 있게 된다. 따라서 식 세우기는 강력한 문제해결 전략이 될 수 있다. 식을 세운다는 것은 주로 방정식이나 부등식을 세우는 것을 말하는데, 방정식과 부등식은 여러 가지 문제해결에 중요한 도구가 될 수 있다.

'함수'의 지도의 의의를 살펴보면 자연 현상에서 관찰할 수 있는 여러 가지 규칙 중에는 한 값이 변하면 다른 값도 일정한 규칙에 따라 변하는 것들이 많이 있다. 이러한 규칙을 관찰하고 표현하는 활동은 이 영역의 가장 기초적인 학습 활동이라고 할 수 있다. 변하는 두 대상 사이에서 얻은 규칙성은 함수 개념의 이해에 기초가 된다. 함수 개념의 학습을 위해서는 수학의 여러 주제들을 연결 짓는 통합적 아이디어가 필요하다. 함수는 교육과정 전체의 공통된 주제일 뿐만 아니라, 현대 수학 전체를 조직하는 도구이다. 실생활이나 자연 현상에서 흔하게 찾아볼 수 있는 투입과 산출 관계에 대한 수학적 표현은 함수의 전형적인 모습이다. 동적인 변화 현상을 함수로 이해하고 표현할 수 있는 능력은 현대 사회의 경제현상 및 기술 공학적인 문제 등을 수학적인 언어로 의사소통할 수 있게 해준다. 이러한 의사소통능력은 표, 그래프, 식으로 표현되는 함수의 학습에서 큰 의의를 갖는다. 함수에 대한 학습은 두 변량 사이의 변화표를 만들어 그 그래프를 그려보거나, 주어진 함수의 성질과 그

그래프의 특징을 조사하는 등과 같은 수학적 지식의 습득에 국한할 것이 아니라, 실생활을 활용하여 함수 개념의 효용성을 알게 하는 것이 필요하다.

본 연구에서는 '문자와 식', '함수' 영역의 지도의의를 바탕으로 하여 이차방정식과 이차함수 단원을 통해 교육평가가 어떻게 실시되고 있는지 분석하고 앞으로의 평가방향을 말하려 한다. 강옥기 외 (20002)를 포함한 참고문헌의 7 개의 제7차 교육과정의 교과서에 나타난 이차방정식과 이차함수의 공통적인 학습목표를 살펴보면 <표 1>과 같다.

<표 1> 제7차 교과서로 본 학습목표

출판사	이차방정식	이차함수
• 중앙교육진흥연구소 (강행고 외, 2002) • 도서출판 디딤돌 (이준열 외, 2002) • 천재교육 (최용준, 2002) • 교학사 (박두인 외, 2002) • 두산 (강옥기외, 2002) • 금성출판 (조태근 외, 2002) • 대한교과서 (박윤범 외, 2002)	• 이차방정식과 그 해의 뜻을 안다. • 이차방정식을 풀 수 있다. ① 인수분해를 이용하여 이차방정식을 풀 수 있다. ② 제곱근을 이용하여 이차방정식을 풀 수 있다. ③ 완전제곱식을 이용하여 이차방정식을 풀 수 있다. ④ 근의 공식을 이용하여 이차방정식을 풀 수 있다. • 이차방정식을 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.	• 이차함수의 뜻을 안다. • 이차함수 $y=ax^2$의 그래프를 그릴 수 있고, 그 그래프의 성질을 이해한다. • 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$와 $y=ax^2+bx+c$의 그래프를 그릴 수 있다. • 이차함수의 최댓값과 최솟값을 안다. • (심화) 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프를 보고 a,b,c부호를 알 수 있다.

2. 지필평가 문제 분석

가. 6개 동일학교 지필평가 분석

이 절에서는 동일학교에서 년도에 따른 시험문제에 변화가 있는지를 분석하기 위하여 6 개 학교의 2년간의 지필고사의 문제들을 교과서의 학습목표와 교과서와 비슷한 문제들을 중심으로 비교 분석하였다. 문제의 직접적인 질문 양식에 대한 논의는 2-나에서 다룬다.

(1) 제 7차 교육과정 검인 교과서에 정해놓은 학습목표에 따른 분류

제7차 교육과정의 교과서에 정해놓은 <표 1>의 학습목표에 따라 이차방정식과 이차함수 문제를 분류해보면 <표 2>와 <표 3>과 같다.

<표 2> 교과서 학습목표에 따른 이차방정식 문제 분류

학습목표 / 학교년도	이차방정식과 그 해의 뜻	여러 가지 방법으로 이차방정식을 풀 수 있다.			이차방정식 활용	계
		인수분해	완전제곱식	근의 공식		
A2006	2	4	4	2	4	16
A2007	6	2	2	2	2	14
B2006	2	1	1	2	2	8
B2007	1	2	4	4	1	12
C2007	5	4	1	1	2	13
C2008	3	1	2	3	2	11
D2006	3	4	2	1	2	12
D2007	3		5	1	1	10
E2006	4	1	4			9
E2007	4	3	3	1	1	12
F2007	3	3	4	2	1	13
F2008	2	4	2	2	1	11
총 합	40 26%	32 21%	36 23%	24 15%	23 15%	155 100%

<표 3> 교과서 학습목표에 따른 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 문제수

학습목표 / 학교년도	이차함수 뜻	그래프와 성질	최댓값과 최솟값	그래프를 보고 a,b,c부호 알기	계
A2006	2	4			6
A2007	1	2			3
B2006	1	5			6
B2007	1	5			6
C2007	1	6	1		8
C2008	1	5			6
D2006	1	11			12
D2007	1	11			12
E2006		8	1	2	11
E2007		5			5
F2007	1	3			4
F2008	2	6			8
총 합	12 14%	71 82%	2 2%	2 2%	87 100%

<표 2>를 보면 이차방정식 영역에서는 이차방정식을 풀 수 있는가를 묻는 문제가 이차방정식에 관한 전체 문제의 59%로 가장 많이 출제됨을 알 수 있다. 구체적으로 이차방정식을 구별하는 문제, 주어진 해를 갖는 이차방정식 찾기, 중근의 이해, 인수분해, 완전제곱식, 근의 공식을 이용한 이차방정식 풀이의 문제는 모두 출제 되었다. 이는 방정식의 학습목표가 해를 구하는데 있기 때문으로 생각된다. 그러나 바로 해를 구하라는 등의 기본적인 문제는 거의 없었음은 주목할 만한 점이다.

<표 3>은 이차함수 영역으로 이차함수 그래프와 성질을 묻는 문제가 전체의 82%를 차지하고 있다. 그래프는 함수를 표현하는데 널리 사용하는 방법으로 증가, 감소, 최대, 최소 등을 설명할 수 있는 시각적 이미지를 의미한다. 이런 이유로 이차함수 그래프와 성질을 묻는 문제가 많이 출제되어 있다. 하지만 이에 비해 '이차함수의 최댓값과 최솟값', 심화과정의 '$y = ax^2 + bx + c$그래프를 보고 a,b,c부호 알기'에 대한 문제 비율이 현저히 낮게 출제 되었다. 이는 교사들의 설문 결과 진도상의 문제로 2학기 중간고사에서 평가하고 있음을 알 수 있었다. 이런 경우에는 2학기 기말고사 시험범위에 삼각비 단원이 제외되는 경우가 많아 행정의 편의보다는 학생들의 입장에서 학사일정을 정해야 할 필요가 있다. <표 3>으로부터 같은 학교에서도 연도에 따라 기말고사 시험 범위가 다를 수 있음을 보여주고 있어 이 부분에 대한 개선이 필요함을 알 수 있다.

이차방정식의 활용문제는, A2006을 제외한 대부분의 경우, 1 문제 또는 2 문제가 출제되었다. 대부분의 활용문제는 교과서의 유형과 아주 유사하였다.

한편, 이차방정식, 혹은 이차함수를 포함하여 활용부분이 다른 단원에 비해 출제빈도가 낮은 이유

에 대한 교사들의 생각을 정리하면 다음과 같다. 이 문항은 복수 응답 가능하였고 일부 교사는 이차함수의 활용[2]을, 일부는 이차방정식의 활용을, 일부는 모든 활용 문제에 대하여 답을 하였음을 참고하기 바란다. 이차함수활용의 경우는 진도상의 문제로 2학기에 출제한다는 응답은 7명(23%)이었다. 학교수학을 위해 많은 연구를 기울이는 곳에서는 '학생들의 수준에 맞는 의미 있는 활용문제를 만들기가 어려워서'라는 응답에 주의를 기울일 필요가 있다. 한 교사는 자신의 학교에서는 활용문제를 많이 내지만 문제 만들기의 어려운 점을 인정하면서 교사들이 더 노력해야 할 부분이라고 적고 있어 우리 교사들이 많이 노력하고 있음을 알 수 있었다.

<표 4> 이차방정식, 이차함수 활용 문제가 지필평가에 적은 이유

① 학생들이 어려워하여 난이도 조절을 위하여	11명
② 활용문제 풀이 시간이 많이 걸려서	4명
③ 학생들의 수준에 맞는 의미 있는 활용문제를 만들기가 어려워서	5명
④ 교과서에 문제가 적음	4명
⑤ 실생활과 관련된 문제를 활용으로 출제하기 힘듦	5명
⑥ 활용문제 고르게 출제함	5명

특히 <표 4>로부터 교사들이 활용문제를 적게 내게 되는 가장 큰 이유는 학생들이 어려워하여 난이도와 문제수의 조절이라고 답하였다. 그러나 이 부분은 2-나에서 지적한 다른 기본적인 문제들의 질문방식이 개선된다면 난이도나 문제 풀이 시간의 문제는 개선될 여지가 있음을 알 수 있다.

학교별 지필고사 문제들을 분석한 결과 동일학교 2년간 시험지에서 같은 문제는 출제되지 않았을 뿐만 아니라, 이 절에서 분석한 12 개 시험지에서는 동일 문제는 발견되지 않았다. 또한 다음에 살펴볼 23학교의 지필고사 분석에서도 동일 문제가 출제되지 않았다. 이는 수학문제의 다양성을 말해주고 있다. 특히 동일학교 2년간 시험지에서 같은 문제가 출제되지 않았다는 사실은 수학문제가 다양하기도 하지만 같은 교과서를 사용한다는 점을 고려한다면 시험문제 출제 시 교사들 간의 의사소통이 잘되고 있음을 의미한다고 볼 수 있다.

(2) 교과서와 지필평가 문제 비교

이 6 개 학교의 문제를 중심으로 교과서의 문제와 비슷한 유형의 문제를 살펴본다.

이차방정식, 혹은 이차함수를 구별하는 문제는 모든 교과서(양승갑외, 조태근외, 최용준, 강행고외, 강옥기외)의 각 단원의 첫 문제의 형태로 한 종류 이상 출제되었다. 교과서와 같은 이차함수의 폭을 비교하는 문제도 대부분 출제되었다. 근을 구하는 문제가 가장 많이 출제되었지만, 대입하여 근을 확인하는 문제 외에, 교과서에서 가장 많이 학습하는 이차방정식을 주고 근을 직접 구하는 문제는 12 개 시험지 중 2 개에서 주관식으로 출제되었는데 바람직한 시도로 본다. 그러나 이 두 개 외에는

2) 이차함수의 활용은 중학교에서는 다루지 않도록 되어 있음

<문제 4>의 형태 등으로 출제되었으며, 직접 해를 묻는 문제는 없었다.

6개의 학교에서 사용하는 교과서의 2/3에는 이차방정식의 근을 하나 주고 계수와 나머지 근을 구하는 문제로 근의 개념을 아는지를 묻는 문제를 포함한다. 예를 들면, "이차방정식 $x^2-ax+2a=0$의 한 근이 1일 때, 다음을 각각 구하여라. (1) a의 값 (2) 다른 한 근 (D와 F중 교재 p90)." 정확히 6 개의 시험지에서 같은 난이도의 문제가 나왔으며, 두 군데에서는 약간 질문 형식을 변형하여 출제하였다. 그 외 모든 교과서에 나와 일 때문제 중 가장 많이 출제된 것은 물 로켓, 혹은 야구공의 높이를 나타내는 이차식을 주고 땅에 떨어지는 시간을 구하는 문제였다. 다른 이차방정식의 활용 문제는 소금물에 관한 농도 문제 하나뿐이었다. 모든 교재에서는 사각형의 변형이나 입체의 체적을 응용한 활용 문제가 있었으나, 이 6 개교의 2년간 문제에는 없었다.

D중학교에서는 이 문제와 중근의 개념을 아는가를 이용하여 이차방정식의 계수를 구하는 문제를 정확히 교과서와 같은 유형으로 각각 한 문제씩 2 년간 출제하였으며, 가장 교과서에 충실한 학교였다. 유일하게 D2006에만 골인 된 축구공의 포물선 궤적을 주고서 식을 구하는 문제가 있었다. 그 외에도 난이도는 높지 않으나 흥미로운 문제들이 있었다.

F중학교에서도 D중학교와 같은 교과서를 사용하나, 위에 소개한 것과 같은 유형의 문제는 없었다. 참고로 중근의 개념을 이용하여 이차방정식의 계수를 구하는 문제를 교과서와 두 학교의 문제를 각각 소개하면, "(교과서 p.90) x에 관한 이차방정식 $x^2-6x+2a+4=0$이 중근을 가질 때, a의 값을 구하여라 (p90)"; "(D중 2007 5번) x에 관한 이차방정식 $x^2-6x-2a+3=0$이 중근을 가질 때, a의 값은?"; "(F중 2008 7번) $x^2+4x+k^2+10k+25=0$이 중근을 갖도록 하는 모든 k의 값의 합은?"이다. 후자의 경우는 k가 만족하는 식이 일차식이 아닌 이차식이 되는 경우로 교과서와 같은 유형이라고 학생들은 느낄 수 없는 문제이다.

다른 교과서에 비해 최용준(2002)에는 활용문제가 많은 편이고, 이차방정식의 이해를 묻는 응용문제가 없었음에도 불구하고, 시험문제에서는 교과서의 특성이 나타나지 않았다.

교과서에서 배운 문제와 유사한 시험문제를 출제하게 되면 학생들이 당황하지 않고 문제를 풀 수 있으며, 수업시간에 집중할 수 있는 계기가 될 수 있다고 본다.

나. 23개 학교 지필평가 분석

본 연구를 위하여 수집한 2006년부터 2008년 사이의 대전 지역 중학교의 3학년 2학기 기말고사 문제지를 엑셀의 임의선택프로그램으로 유성구 5학교, 서구 5학교, 동구 3학교, 중구 5학교, 대덕구 5학교 등 23 개 문제지를 선택하였다. 2-가에서 분석한 12 개 시험지 중 5 개가 여기에 포함되었다. 총 535개 문제를 교육과정에 제시된 평가의 세부 내용, 문제유형과 배점, 시험범위, 또 단원지도상의 유의점에 따른 분류에 따라 분석하였다.

(1) 제7차 교육과정에 제시된 수준과 범위에서 수학교육의 목표에 따른 분류

제 7차 교육과정(교육부 1999)에 따르면 평가의 세부 내용은 교육과정에 제시된 수준과 범위에서 다음과 같이 수학 교육의 목표에 부합하는 내용을 포함시켜야 한다고 하였다. ① 수학의 기초적인 개념, 원리, 법칙, 기능 등에 의미 있는 습득, 숙달정도를 평가; ② 자연이나 생활 속에서 실재적으로 접하게 되는 현상이나 사태를 수학적으로 접근, 조직 해결하는 문제 해결에 대한 평가; ③ 수학 내용과 관련된 문제 상황에서 스스로 발견, 탐구, 유추할 수 있는 추론능력과 수학적 사고력, 창의성의 발휘 정도에 대한 평가; ④ 수학 학습에 대한 바람직한 가치관이나 관심, 흥미 등에 대한 평가; ⑤ 자신의 생각이나 아이디어를 수학적으로 표현하고 서로 의사교환을 할 수 있는 능력에 대한 평가.

<표 5>에는 23 개교 시험지의 535개 문제(<표 8> 참조)중 순수 인수분해 10 문제을 제외한 525개 문제를 위의 범위에 따라 분류하였다, 문제의 분류는 주관에 따라 다소 차이가 있을 수 있으며 여기에서는 가능한 모든 문제를 위의 다섯 가지에 기준으로 나누고자 하였다. 따라서 여기에서는 9-가 지도상의 유의점을 벗어나거나, 교과서에서 제시한 기술적 수준을 벗어나는 지의 분석은 하지 않았다.

<표 5>의 설문결과는 <부록1>의 교사 설문지 3번의 지필평가 문제에 고려하는 정도를 '고려하지 않는다' 0점, '약간 고려함' 1점, '고려함' 2점, '충분히 고려함'은 3점으로 한 평균값이다.

<표 5> 제7차 교육과정에 제시된 수준과 범위에 따른 분류

제7차 교육과정에 제시된 수준과 범위에 의한 평가내용	문제수	비율	설문결과
① 수학의 기초적인 개념, 원리, 법칙, 기능 등에 의미 있는 습득, 숙달정도를 평가	466개	88.9%	2.77
② 자연이나 생활 속에서 실재적으로 접하게 되는 현상이나 사태를 수학적으로 접근, 조직 해결하는 문제 해결에 대한 평가	28개	5.3%	1.62
③ 수학 내용과 관련된 문제 상황에서 스스로 발견, 탐구, 유추할 수 있는 추론능력과 수학적 사고력, 창의성의 발휘 정도에 대한 평가	30개	5.7%	2.23
④ 수학 학습에 대한 바람직한 가치관이나 관심, 흥미 등에 대한 평가	1개		1.19
⑤ 자신의 생각이나 아이디어를 수학적으로 표현하고 서로 의사교환을 할 수 있는 능력에 대한 평가	0개		1

<표 5>에서 보는 것처럼 지필평가에서 묻는 문제는 대부분 수학의 기초적인 개념, 원리, 법칙, 기능 등에 의미 있는 습득, 숙달정도를 평가하는 문제이다. 26 명의 교사가 ①을 지필평가에서 가장 중요하게 평가해야 하는 항목으로 답하였으며, 실제 설문결과에 나와 있는 고려하는 정도의 점수가 높을수록 해당 문제가 많이 출제 되고 있다. <표 5>의 ④,⑤내용은 수행평가, 관찰, 면담을 통해 평가할 수 있는 것으로 지필평가에서 찾아보기 힘들었다. 설문 (3-2)에서 26명중 21명이 지필평가에서 가장 문제를 내기 어려운 부분이라 답한 것을 비추어 당연한 결과이다. 그러나 일부 교사들은 문제를

만들지는 못하지만 출제할 수 있는 방법은 고려하고 있는 점은 긍정적으로 평가할 수 있다.

<표 6>은 설문지의 2번 질문인 학교현장에서 수행평가 어떤 방법으로 평가하고 있는지 정리한 표이다. 관찰, 면담 등이 수행평가에 포함되어 있으나, ④와 ⑤의 평가와는 거리가 있는 것으로 보여, 학생들에게 의사소통하는 능력과 긍정적인 태도를 길러 주는 데 기여할 수 있는 평가의 방법의 모색이 필요하다.

<표 6> 학교 현장에서의 수행평가 방법

① 노트검사, 책 검사, 과제물 검사	25명
② 수업태도 및 관찰	24명
③ 단원 총괄평가(서술형 평가)	15명
④ 수학적 내용(수학자, 수학사 조사)	1명

① 수학의 기초적인 개념, 원리, 법칙, 기능 등에 의미 있는 습득, 숙달정도를 평가하는 문제 분석

2-가에서 분석한 문제지를 포함한 총 30 개 시험지 중 가장 기본적인 문제인 이차 방정식을 고르는 문제를 출제한 문제지는 24 개였다. 나머지 6 개는 이차함수를 고르는 문제를 출제하였고 두 가지를 모두 출제한 문제지도 4 개였다. 그러나 이차방정식에서는 23 개 중 6 개만이, 이차함수의 경우는 6 개 중 3 개만이 변수 x에 대한 언급을 하였다. (<문제 1>와 <문제 2> 참조). 물론 x에 관한 이차방정식을 고르라는 지문이나, 그냥 이차방정식을 고르라는 지문에서 객관식 5 개 문제들은 x만의 함수뿐이었지만 평가가 수업의 연장인 점을 고려하면 x에 관한 이차방정식으로 용어의 사용을 적절히 하여야 한다. 이 문제들은 학습목표에 관련된 문제로 교과서에서 접한 유형이다.

6. 다음 방정식 중에서 이차방정식이 아닌 것은?(3점)

① $(x^2+2)^2=x^4+5$　② $2x=x^2-3$

③ $4x^2=(2x-1)^2$　④ $x^2=25$

⑤ $x(x-2)=0$

<문제 1>

19. 다음중 y가 x에 관한 이차함수인 것은?(3점)

① $y=-x+\frac{1}{2}$　② $y=2(x-3)^2+21$

③ $y=-\frac{3}{x^2}+1$　④ $y=x^2(1-x)$

⑤ $y=x(x-2)-x^2$

<문제 2>

이와 더불어 여러 가지 방법으로 이차 방정식과 이차 방정식의 근의 개념, 혹은 근을 구하는 방법을 묻는 문제들이 많이 출제 되고 있으나, <문제 3>과 같이 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 에서 근을 직접 구하는 가장 기본적인 기능은 상대적으로 적었고 그 중 2 개만 주관식이었다. 이는 객관식 문제에서 역으로 답을 대입하는 것을 피하기 위한 것으로 보이지만, 무리수가 나오는 경우는 대입도 어려우며 평가가 단절이 아닌 교실활동의 일상적인 부분이 되어야 함을 고려하면 ,학생들에게 이 단원에서 꼭 알아야 하는 것이 무엇인지를 알려 주는 것이 평가의 한 부분이어야 하고, 이런 의미에서는 이차방정식의 해를 직접 구하는 문제가 없는 것은 적절하지 않다고 본다.

근의 공식을 이용하여 해를 구하는 이차방정식 문제는 대부분 <문제 4>의 형태로 제시하는데 해가 무리수인 경우는 대입으로 답의 확인이 더 복잡하므로 <문제 3>이나 단답식 형태로 출제하는 것이 더 바람직하다고 본다. 특히 상당히 많은 문제들이 A와 B를 각각 구한 후 A+B., 혹은 AB등을 답으로 요구하고 있으며, 이 또한 개선해야할 부분이다.

5. 이차방정식 $2x^2-5x-1=0$ 의 근은? (3점)

① $\frac{5\pm\sqrt{27}}{2}$ ② $\frac{-5\pm\sqrt{27}}{2}$ ③ $\frac{5\pm\sqrt{33}}{4}$

④ $\frac{-5\pm\sqrt{33}}{4}$ ⑤ $\frac{5\pm\sqrt{27}}{4}$

$\frac{5\pm\sqrt{25+\cdots}}{4}$

<문제 3>

6. 이차방정식 $3x^2-6x+1=0$의 근이

$x=\frac{3\pm\sqrt{A}}{B}$ 일 때, $A+B$의 값은?(4점)

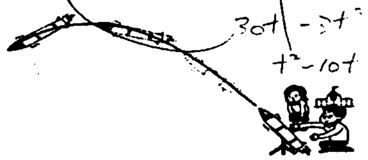
① 30 ② 27 ③ 12 ④ 9 ⑤ 6

<문제 4>

② 자연이나 생활 속에서 실제적으로 접하게 되는 현상이나 사태를 수학적으로 접근, 조직 해결하는 문제 해결에 대한 평가

7차 교육과정에서는 학생들에게 학습동기부여와 수학에 대한 흥미를 높이기 위해 실생활의 문제를 많이 다룰 것을 권고하고 있다. <문제 5>은 모든 교과서에 나오는 문제로 실생활에서 접할 수 있는 수학적 상황을 통하여 이차함수의 최댓값과 최솟값을 뜻을 알아보고 로켓의 높이가 시간에 대한 함숫값이므로 공이 가장 높게 올라갔을 때 높이가 함숫값 중 가장 큰 값을 가지며, 이때 걸린 시간을 통해 로켓이 땅에 떨어질 때 걸린 시간을 구할 수 있는지 평가하고 있다. 그러나 출제된 많은 문제들이 <문제 6>처럼 자연스럽지 않은 실생활의 문제였으며, 학생들의 수준에 맞는 의미 있는 활용문제의 제작에 지원이 필요하다고 본다.

12. 지면에서 초속 30m로 쏘아올린 물로켓의 t초 후의 높이를 hm라 하면, $h=30t-3t^2$인 관계가 성립할 때, 이 물로켓이 다시 땅에 떨어지는 것은 몇 초 후인가?(5점)



$30t-3t^2=0$

$t^2-10t=0$

① 3초 후 ② 6초 후 ③ 10초 후

④ 12초 후 ⑤ 16초 후

<문제 5>

9. 월드컵 경기에서 박지성 선수가 안정환 선수에게 축구공을 찼을 때, t초 후의 공의 높이가 $(40t-8t^2)$m라 하면 박 선수가 공을 찬 후 몇 초 뒤에 안 선수가 패스를 받을 수 있는가? (5점)

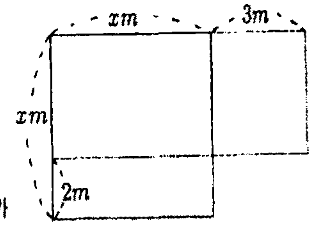
① 2초 후 ② 3초 후 ③ 4초 후 ④ 5초 후 ⑤ 8초 후

<문제 6>

③ 문제 상황에서 스스로 발견, 탐구, 유추할 수 있는 추론능력과 수학적 사고력, 창의성의 발휘 정도에 대한 평가

<문제 7>은 <표 5>의 ③수학 내용과 관련된 문제 상황에서 스스로 발견, 탐구, 유추할 수 있는 추론능력과 수학적 사고력, 창의성의 발휘 정도에 대한 평가하는 문제이다. <문제 7>은 어떤 수량적인 관계를 이차방정식으로 나타낼 수 있다면 그 관계는 보다 간결하고 명확하게 파악될 수 있으며 이처럼 '수학적 모델링'을 이용하여 문제를 해결할 수 있는지 평가하고 있다. 대부분의 교과서에서 다루고 있는 문제이나 출제는 많이 되지 않았던 유형이다.

12. 오른쪽 그림과 같이 정사각형 모양의 밭을 가로의 길이는 $3m$ 늘이고, 세로의 길이는 $2m$ 줄였더니, 그 넓이가 $36m^2$가 되었다. 이 때, 처음 밭의 한 변의 길이를 구하면?(5점)



① $-7m$ ② $4m$ ③ $6m$ ④ $7m$ ⑤ $10m$

<문제 7>

④ 수학 학습에 대한 바람직한 가치관이나 관심, 흥미 등에 대한 평가

<문제 8>은 <표 5>의 ④수학 학습에 대한 바람직한 가치관이나 관심, 흥미 등에 대한 평가하는 문제다. 황금비를 고대학자의 일화를 바탕으로 소개함으로서 학생들에게 관심과 흥미를 심어 줄 수 있다. 김남희 외(2007)에서도 지적되었듯이, 이처럼 수학사는 특정한 수학 내용이 누구에 의해 언제 어떻게 발견되었는가 하는 단편적인 사실 이외에도, 수학을 형성하고 다듬은 사회적, 문화적, 사상적 배경과 같이 다양한 관점에서 수학을 조명하기 때문에, 수학사에 대한 지식은 수학에 대한 폭넓은 이해를 가능하게 한다. 이는 수학의 역사 발생적 원리, 즉 수학발전의 종축을 따라 진화되어 온 사고의 결과를 계열화하고 학생들이 그러한 발전의 각 단계를 반복적으로 경험할 수 있도록 도움으로써 학생들의 수학 학습에 도움을 줄 수 있다. 또한 일상생활에서 접할 수 있는 도형으로부터 수학을 발견할 수 있으며 사물을 보는 가치관을 키워줄 수 있다. 교사는 수업진행에 있어 수학의 개념, 원리, 법칙 뿐 아니라 수학사를 학생들에게 소개함으로써 수학에 대한 흥미와 관심을 줄 수 있다. 물론 학

생들에게는 식을 유도해야 하므로 쉬운 문제는 아닐 수 있으나, 마지막 질문의 방법은 개선해야 할 문제이다.

다음은 황금비에 대한 내용이다. 다음 글을 읽고 물음에 답하시오.

> 고대 피타고라스 학파는 정오각형 안에 아름다움의 기본인 황금비가 있는 것을 발견하고 정오각형으로 만들어진 별을 그들의 심볼 마크로 만들어 자랑스럽게 가슴에 달고 다녔다. 황금비는 선분의 분할로 주어지는데,
> (전체의 길이):(긴 길이)=(긴 길이):(짧은길이)
> 를 만족하는 분할의 비를 말한다.

위의 내용을 이용하여, 한 변의 길이가 6인 정육각형의 가장 긴 대각선을 황금비로 분할했을 때, 분할된 길이 중 긴 길이를 $\frac{-b+12\sqrt{c}}{a}$라 할 때, $\frac{a+b-c}{a}$의 값을 구하시오. (단, a, c는 서로 소)(5점)

<문제 8>

(2) 23개 지필평가에서 문제 유형과 문제 배점 분석

다음으로 살펴 볼 내용은 지필평가에서 객관식, 주관식 출제 비율과 문제당 배점에 대한 표이다. <표 7>를 살펴보면 객관식과주관식 혼합형보다는 객관식만으로 문제를 출제한 학교가 61%로 더 많다.

<표 7> 23개 학교 지필평가 유형

문제지 유형	유성구	서구	동구	중구	대덕구	총합
객관식	3학교	3학교	3학교	3학교	2학교	14(61%)
객관+주관식	2학교	2학교		2학교	3학교	9(39%)

객관식 문제의 장점을 살펴보면 채점의 객관성과 신뢰성이 높아 그 결과를 의미 있게 통계적으로 처리, 해석할 수 있고, 일정한 시간에 여러 내용을 다루는 문제를 제작할 수 있다. 하지만 사고의 고정화로 5지선다형 문제는 5지선다형 사고를 유발시키며, 창의적으로 문제를 풀기보다는 보기를 주어진 조건에 대입하여 문제를 해결하게 되어 학생들에게 풀이과정 없이 답을 고르게 하는 추측행동을 길러줄 수 있는 가능성을 가지고 있는 것은 단점이다(김두정 2007). 그러나 이런 점을 없애기 위해 <문제 4>나 <문제 9>처럼 문제의 본질을 흐리는 답의 요구는 적절하지 않다고 본다. 이런 식의 객관식 문제는 a와 b를 각각 답안지의 OMR 카드에 표시하게 하거나, 객관성과 신뢰성을 해치지 않는 단답형의 문제로 만드는 것이 더 적절하다고 본다. <문제 9>는 이차방정식의 풀이와 인수분해 능력을 동시에 묻고자 한 문제가 아니라면, 답을 묻는 방식을 개선해야 할 것으로 보인다. <문제 10>은 인수분해를 이용하여 -근의 공식 이용도 가능- 이차방정식의 해를 구하는 주관식 문제이다.

11. 이차방정식 $x^2-5x+3=0$의 해를 $x=\frac{a\pm\sqrt{b}}{2}$라고 할 때, a^2+b^2-2ab의 값은? [4점]

① 16 ② 25 ③ 36 ④ 64 ⑤ 144

<문제 9>

[주관식 1] 다음 이차방정식 $3x^2+4x-2=0$ 의 해를 구하시오. (5점)

<문제 10>

조사한 지필고사지의 대부분의 주관식 문제는 단답식 문제였다. <문제 13>-<문제 14>를 참조하기 바란다. 따라서 주관식 문제의 장점인 표현력, 사고력, 문제해결력 같은 일반적 교육목표와 개념, 원리적용 같은 구체적 학습목표를 평가할 수 있으며, 학생들이 개념을 활용하고, 정의를 내리고, 원리를 찾아보고, 원리를 적용해 보는 학습활동을 경험할 수 있는 문제는 거의 전무하였다.

23개 학교 지필평가의 문제수와 배점을 <표 8>에 정리하였다. 현재 중학교에서 시험시간은 45분을 주고 있는데, 25개, 혹은 26개 문제를 출제한 학교가 있다. <표 5>에서 살펴보았지만 다수 문제가 수학의 기초적인 개념, 원리, 법칙, 기능 등에 의미 있는 습득, 숙달정도를 평가하는 문제로 이루어졌지만 문제지를 배분하고 기타 상황에 드는 시간을 생각해 볼 때 45분 내에 25문제 이상을 푸는 것은 수학 과목에서는 어려워 보인다.

<표 8>에서 살펴볼 수 있는 내용은 배점에 관련된 내용이다. 많은 학교에서 3점, 4점, 5점을 제시하고 있지만 소수점을 세분화하여 배점을 주고 있는 학교도 있다. 이는 학생들 성적을 줄 세우는데 목적으로 시험을 보는 인상을 주며, 학생에게 미치는 심리적인 영향을 교육적인 입장에서 출제자는 생각해봐야 한다.

<표 8> 23개 학교 지필평가 문제수, 배점

학교	객관	주관	문제수	배점	학교	객관	주관	문제수	배점
유성A	21	2	23	4,4.5,5	동구C	22	0	22	4점,4.5점,5점
유성B	23	0	23	4,5	중구A	17	6	23	3점,4점,5점,6점,8점
유성C	25	0	25	4,5	중구B	22	0	22	3점,4점,5점,6점
유성D	23	0	23	3.5,4점,4.5점	중구C	25	0	25	3점,4점,5점
유성E	20	4	24	3점,4.5점, 부분점수	중구D	25	0	25	3점,4점,5점
서구A	24	0	24	3점,4점,5점	중구E	19	3	22	4점,5점
서구B	18	8	26	3점,3.5점,4점,4.2점,4.3점,4.7점,4.8점	대덕A	23	0	23	4점,4.2점,4.3점,4.7점,5점
서구C	23	0	23	3점,4점,5점	대덕B	20	6	26	3점,4점,4.5점
서구D	20	0	20	4.5점,5점	대덕C	20	2	22	4점,5점
서구E	17	5	22	4점,4.5점,5점	대덕D	19	2	21	4점,5점
동구A	23	0	23	3점,4점,5점	대덕E	25	0	25	3.5점,4점,4.5점
동구B	23	0	23	3.3,3.4,3.6,4.4.1,4.3,4.4,4.5,4.6,4.7,4.8,4.9,5,5.1	평균	21.55	1.73	23.27	

다음 <문제 11>과 <문제 12>는 다른 문제들에 비하여 배점이 유난히 높은 문제들이다. 배점이 높게 되면 한 문제에 따라 점수 차가 커지므로 학생들은 자신의 점수를 보고 수학에 대한 자신감을 잃게 될 수도 있다.

1. 다음 중 x에 관한 이차방정식인 것을 모두 고르면?(6점)

① $(x+1)^2=2x^2+2x+1$ ② $x^2+3x-7=x^2+7x+3$

③ $x^2-7x=5$ ④ $x(x+1)^2=x^2+x+1$

⑤ $x^2-1=x^3+5$

<문제 11>

주6] 다음 식의 값 인수분해를 이용하여 n으로 나타내어라.
(단, $1+3+\cdots+(2n-1)=n^2$) (8점)

$$\boxed{1^2-3^2+5^2-7^2+\cdots+(4n-3)^2-(4n-1)^2}$$

<문제 12>

<문제 13>과 <문제 14>는 주관식 문제로 부분점수를 주고 있다. <문제 13>은 이차방정식의 근의 공식을 유도하는 과정을 이해하는지 평가하는 문제이며, <문제 14>는 이차함수 그래프의 성질을 알고 있는지 평가하고 있다. 이처럼 부분점수를 주게 되면 학생들은 문제를 풀 때 부분적으로 기억이 나지 않아도 유추, 추론을 통해 다음부분을 채워나갈 수 있다. 이는 실수로 틀렸을 때의 배점 부담감을 줄일 수 있는 방법 중 하나이다.

주관식2) 이차방정식 $ax^2+bx+c=0\,(a\neq 0)$의 근의 공식을 유도하여라. (6점-각각 1점)

풀이) $ax^2+bx+c=0$

$\Rightarrow x^2+\frac{b}{a}x+($ 1번 $\frac{c}{a}$ $)=0$

$\Rightarrow x^2+\frac{b}{a}x=$ (2번)

$\Rightarrow x^2+\frac{b}{a}x+($ 3번 $)=-\frac{c}{a}+($ 3번 $)$

$\Rightarrow (x+$ 4번 $)^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$

$\Rightarrow x+\frac{b}{2a}=\pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{(5번)}$

$\Rightarrow x=\frac{(6번)\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

<문제 13>

주관식4) 이차함수 $y=x^2$ 그래프의 특징중 x값이 증가할 때, y값의 변화를 쓰세요(4점)

(1) $x>0$일때, y값의 변화는 (2점)

(2) $x<0$일때, y값의 변화는 (2점)

<문제 14>

<주관식 문제>

※ 다음 5개의 주관식 문제는 각각 2 문제 중에서 (1) 또는 (2)를 골라서 푸시오.
(둘 다 푼 경우는 점수 배점이 높은 문제의 점수를 받게 됩니다.)

주1. (1) $x^2+5x-3=0$ 일 때, $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)$의 값은? (5점)

(2) $x=3+\sqrt{5}$ 일 때, x^2-6x+9 의 값은? (3점)

<문제 15>

<문제 15>는 주관식 문제에 배점을 다르게 배정하여 상위권, 중위권, 하위권 학생들이 문제를 선택하여 기회균등과 변별력을 주고 있다. <문제 13-15>의 세 문제는 지필평가에서 주관식 배점을 어떻게 배분해야 하는지 보여주는 유형들로, 7차 수정 교육과정의 수준별 평가에서 출제 빈도가 더 높아지는 문제들이므로, 평가의 목표 및 수월성, 학생들의 심리적 부담 등을 고려하여 분석이 더 필요한 부분이다.

(3) 23 개 3학년 1학기 기말 지필평가지의 시험범위 조사

다음으로 살펴 볼 내용은 학교에서 실시한 3학년 1학기 학기말 지필평가의 시험범위이다.

<표 9> 23개 학교 시험범위

시험범위	
인수분해, 이차방정식, 이차함수	6학교(26%)
이차방정식, 이차함수	17학교(74%)

중학교 9-가 단원은 1.무리수와 실수, 2.식의계산, 3.이차방정식, 4.이차함수로 이루어졌다. 학교에서 학생들은 3학년 1학기동안 9-가 단원의 모든 과정을 배워야한다. 평가는 배운 지식을 얼마나 이해하고 활용할 수 있는지 확인할 수 있는 도구이다. <표 9>를 보면 인수분해, 이차방정식, 이차함수를 시험범위로 하고 있는 학교가 전체의 26%를 차지한다. 이들 학교 시험지를 살펴보면 중간고사 때 평가해야 할 인수분해를 기말고사에서 속하게 되어 이차함수의 최댓값, 최솟값, 활용에 관한 내용을 평가하지 않고 있다. 본 연구 11페이지의 <표 4>를 참고하면 시험범위는 학교 선생님의 자율에 의해 정해지지만 학교에서 평가를 하지 않으면 학생들은 그 부분을 중요하게 생각하지 않는다. 평가하지 않는 부분은 2학기에 하겠지만 2학기 중간, 기말고사 범위 문제로 이어져 악순환이 되므로 시험범위에 대한 논의가 필요하다. 이는 학교 행정문제로 정규수업시간을 수업하지 못하거나 여름방학

시기를 맞추기 위해 시험기간을 정하기 때문이다. 이 문제를 해결하기 위해 교과부, 학교 측에서는 단원 분류, 학습목표를 현재 교육실정에 맞게 조정해야한다. 이는 수학적 개념의 성장은 어떤 기초적인 내용을 기반으로 하여 그 기반위에 다른 내용을 더 첨가함으로써 기초적인 내용과 새로운 내용을 일관성 있게 이어나가면서 이루어지는 수학의 계통성에 문제가 생길 수 있다. 10-나에서 이차함수 최댓값, 최솟값 단원을 배울 때 9-가에서 배운 내용을 상기하기 어려울 수 있다. 또 다른 예로 '10-나'서 삼각함수 부분이 2학기에 배우고 기말고사에 평가해야하는데 많은 학교에서 범위가 많은 관계로 평가에서 제외하는 경우가 있다. 그래서 학생들은 삼각함수를 시험문제에서 접하게 되면 당황하고 포기하고 만다. 그러므로 학교에서는 단원별 지도계획을 바탕으로 모든 단원을 평가할 수 있도록 지도계획안을 만들어야 한다.

(4) 23 개 지필평가지의 단원지도상의 유의점에 따른 분석

다음으로 살펴 볼 내용은 단원지도상의 유의점에 따라 시험문제를 제시하고 분석하려고 한다. 이차방정식과 이차함수의 단원지도상의 유의점은 다음과 같다.

(가) 이차방정식

① 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$에서 $a \neq 0$임에 유의한다.

② 이차방정식을 만족하는 x의 값이 두 개일 때, x의 값 사이에 '또는'을 써서 나타냄에 유의한다.

③ 이차방정식을 만족하는 미지수 x에 대한 특별한 언급이 없을 경우 미지수 x는 실수 전체의 집합에서 생각한다.

④ '$ab=0$'은 '$a=0$ 또는 $b=0$'과 같은 뜻이고, 이것은 인수분해에 의한 이차방정식의 풀이에 이용되는 원리임을 이해하게 한다.

⑤ 인수분해를 이용한 이차방정식의 풀이는 인수분해공식을 이용하는 정도의 소재를 택하여 다룬다. 또, 이차방정식에서 근과 계수와의 관계에 관련되는 문제는 다루지 않는다.

⑥ 중근은 실제로는 근이 하나이지만 중복되어 있는 근임에 유의하여 지도한다.

⑦ 이차방정식은 실수해를 가지는 경우만 다룬다.

⑧ (완전제곱식)=(음수)가 되지 않게 유의한다.

(나) 이차방정식의 활용

① 근의 공식을 이용할 때, 이차방정식을

$ax^2+bx+c=0$의 꼴로 나타내어야 함에 유의한다.

② 문제 해결의 단계를 충분히 고려하여 사고하고 풀도록 한다.

③ 이차방정식을 이용하는 문제 중에서 방정식의 해 중 그 문제의 답이 되지 않는 것도 있음을 알게 유의하여 지도한다.

(다) 이차함수와 그래프

① 구체적인 이차함수의 예를 들어 이차함수의 뜻을 이해시키고, 그 정의역과 치역을 알게 한다.

② 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$에서 계수 a, b, c를 가급적 간단한 수로 택하여 간편하게 처리될 수 있도록 한다.

③ 그래프 자체의 대칭에 대하여 알아보는 것은 좋으나 그래프의 대칭이동은 다루지 않는다.

④ 주어진 이차함수의 식만으로도 그 그래프가 대략 어떤 모양인지 짐작할 수 있도록 지도한다.

⑤ 그래프를 자주 그려 봄으로써 비슷한 형태의 식을 가지는 이차함수의 그래프의 특징을 알 수 있도록 지도한다.

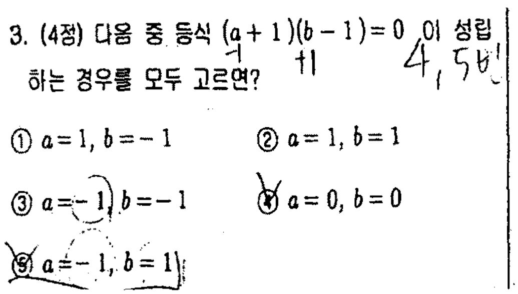
(라) 이차함수 그래프의 성질

① 이차함수와 이차방정식과의 관계를 다루지 않는다.

② 이차함수의 최댓값, 최솟값을 구할 때에는 $y = ax^2 + bx + c$에서 x의 값은 수 전체로 하고, 제한된 범위에서는 다루지 않는다.

③ 이차함수의 활용 내용은 다루지 않는다.

이차방정식의 아닌 경우로 유의점의 (가)④의 이해를 묻는 좋은 문제가 있었으며 아래에 소개한다.


3. (4점) 다음 중 등식 $(a+1)(b-1)=0$ 이 성립하는 경우를 모두 고르면? -1 +1 4, 5

① $a=1,\ b=-1$ ② $a=1,\ b=1$

③ $a=-1,\ b=-1$ ④ $a=0,\ b=0$

⑤ $a=-1,\ b=1$

<문제 16>

<문제 17>은 <표 10>가⑤에 해당하는 유형으로 본 연구를 조사하면서 <문제 17>처럼 근과 계수의 관계를 이용하면 상대적으로 쉽게 풀 수 있는 문제들이 다수 있었다. <문제 17> 학생의 풀이 방법을 보면 근과 계수의 관계를 이용하여 문제를 풀고 있다. 이 학생의 풀이에서는 두 근이 양수임을 확인하는 절차가 없다. 만약 두 근 중 음수해가 존재한다면 이 문제 풀이는 오류를 발견하게 된다. 예를들면 주어진 문제의 이차방정식을 $x^2 - 3x + 3 = 0$로 바꾸면 학생의 풀이과정으로 풀 수 없다. 이 문제를 근과 계수 관계를 이용하지 않고 근의 공식을 이용하게 되면 이중근호를 풀어야하는 상황이 된다. 근과 계수와의 활용 문제와 이중근호는 '10-나'에서 배우는 내용으로 중학교 3학년이 이 문제를 해결하는 방법이라 할 수 없다. <문제 17> 학생의 풀이 과정이 주어지지 않는 경우 학생들이 문제를 어떻게 푸는가를 알 수 없어 '10-가'의 선행학습자가 유리하게 된다. 수업시간에 자연스럽게 근과 계수와의 관계를 설명할 수 있지만 평가는 선행학습자의 속도에 맞추지 말고 '9-가'에서 요구하는 수준으로 하여야 한다. 이런 경우가 자주 일어난다면 학생들은 개념을 충분히 이해하기 전에 문제풀이에만 집중하게 된다.

10 이차방정식 $x^2-3x+1=0$의 두 근을 α, β라 할 때, $\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta}$의 값은? [5점] 2

① $2\sqrt{3}$ ② $\sqrt{5}$ ③ $\pm\sqrt{5}$

④ $\sqrt{7}$ ⑤ $\pm\sqrt{7}$

$\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta}=(\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta})^2$

$\alpha+2\sqrt{\alpha\beta}+\beta$

$\alpha+\beta+2\sqrt{\alpha\beta}$

$3+2\times1$

<문제 17>

모든 평가지에는 가⑥의 중근의 이해를 묻는 문제가 있었다. 이차방정식은 실수해를 가지는 경우만 다루므로(가⑦), 판별식을 강조하지 않고 완전제곱식이 양수인지 아닌지를 판정하는 것을 9-가에서는 강조한다. 따라서 <문제 18>은 선행학습을 하지 않은 학생에게는 한 문제인 것으로 보이나 실제적으로 학생들은 많으면 5 개의 이차방정식을 완전제곱식으로 변형해야 하므로 적절한 문제는 아니라고 본다. 한 문제 정도 완전제곱형태로 변형하는 주관식 문제를 건의한다.

16. 다음 중 실수범위에서 해가 없는 것은?(5점)

① $2x^2-4x-1=0$ ② $2x^2-2x+1=0$

③ $-x^2-2x+4=0$ ④ $4x^2-4x+1=0$

⑤ $4x^2-7x+3=0$

<문제 18>

'9-가'의 이차방정식은 미지수가 1개인 이차방정식에 관한 내용을 배운다. <문제 19>은 변수가 두 개인 2차식을 $(x-2y)$에 관하여 이차식으로 정리하여 치환을 걸쳐 인수분해를 이용하여 이차방정식을 풀어야하는 문제이다. <표 10>의 나②에 해당하는 이차방정식의 활용으로 볼 수 있다. 미지수가 2개인 이차방정식은 '10-나'에서 배워야하는 과정이다. 교과서에는 미지수가 1개인 이차방정식을 치환을 하고 인수분해를 이용하여 푸는 문제가 있으며 학생들은 이런 문제를 연습하였다. 하지만 <문제 19>를 푼 학생의 풀이 과정을 보면 미지수 2개를 어떻게 해결해야하는지 모르고 있다. 꼭 필요하여, 이와 같은 문제를 출제하는 경우는 미지수에 대한 보충 설명을 하여, 다양한 문제 풀이를 경험한 학생들뿐만 아니라, 이 문제를 처음 접하더라도, 수업시간과 교과서에 충실하게 공부하였고, 스스로 사고할 수 있는 학생들도 바른 풀이를 할 수 있어, 수학에 대한 흥미를 높이도록 하였으면 한다.

7. $x > 2y$이고, $x^2 - 4xy + 4y^2 - 2x + 4y - 15 = 0$ 일 때, $x - 2y$의 값은? (5점)

① -3
② -1
③ 3
④ 5
⑤ 10

$x^2 - 4xy = -4y^2 + 2x - 4y$

$x - 4y = \frac{-4y^2 \cdot 4y + 15}{x} + \cdots$

<문제 19>

10. 다음 중 그래프가 아래로 볼록이면서 폭이 가장 넓은 포물선은? (3.0점)

① $y = x^2$ ② $y = \frac{1}{2}x^2$ ③ $y = -2x^2$

④ $y = \frac{1}{3}x$ ⑤ $y = -\frac{1}{3}x^2$

<문제 20>

<문제 20>는 <표 10>의 다④유형으로 이차함수 그래프의 폭에 관한 문제로 이차함수 $y = ax^2$의 그래프를 모두 한 좌표평면에 나타내고 a의 값에 따라서 그래프의 모양이 어떻게 변하는지 관찰하여 비교할 수 있는지 평가하고 있다. 이는 이차함수의 폭이 a의 절댓값의 크기가 작을수록 커짐을 학생들이 알고 있는지 파악하는 것이다. 그런데 보기 ④번 일차함수와 ⑤번 이차함수 a의 값이 같아 학생들에게 일차함수도 폭이 있나하는 혼란을 주고 있다. <문제 20>의 ④번은 학생들의 실수를 유도하는 문제 유형으로 학습자가 이차함수 그래프의 폭을 알게 하는 목표에 적합하기 않다.

<문제 21>은 <표 10>의 라②의 이차함수의 최댓값, 최솟값 문제로 정의역이 실수 전체인 경우만 다룬다는 지도상의 유의점에 벗어나고 있다. 이 문제를 풀기 위해 한 문자로 정리하여 이차식에 대입하여 이차식의 최솟값을 찾을 수 있다. 하지만 최댓값을 찾기 위해서는 실수 전체가 아닌 제한된 범위에서 찾아야 답을 얻을 수 있으며 '10-가'에서 다루는 내용이다.

10. $x+y=8(x \geq 0, y \geq 0)$일 때, $x^2 - xy + 1$의 최대값과 최소값의 차를 구하면?(5점)

① 58 ② 62 ③ 68 ④ 72 ⑤ 75

<문제 21>

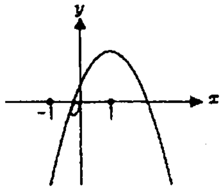
23. 주사위를 두 번 던져서 첫번째 나온 눈을 a, 두 번째 나온 눈을 b라 한다. 이 때 이차함수 $y=x^2-(a+b)x+ab+1$의 그래프가 x축과 만나지 않을 확률을 구하면? (5점)

① $\frac{1}{36}$ ② $\frac{4}{9}$ ③ $\frac{2}{9}$ ④ $\frac{11}{36}$ ⑤ $\frac{23}{36}$

<문제 22>

25. 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프가 그림과 같을 때, 다음 중 옳지 않은 것은?(4.5점)

① $ab>0$
② $ac<0$
③ $a+b+c>0$
④ $a-b+c<0$
⑤ $b^2-4ac>0$



<문제 23>

<문제 22>은 <표 10>의 라①유형으로 이차방정식과 이차함수의 관계를 이용하여 판별식이 음수가 나와야 함을 이용해야 풀 수 있다. 이는 이차함수 지도상에 벗어날 뿐 아니라 판별식을 이용하지 않고 풀기 위해서는 주사위를 두 번 던져서 나오는 경우의 수를 이차함수에 대입하여 추측해야 한다. 이 문제는 이차함수와 확률을 연관되게 문제를 제시하여 전시학습에서 배운 내용을 상기하게 한다.

<문제 23>은 $y=ax^2+bx+c$의 그래프를 보고 a,b,c의 부호를 알 수 있는가를 평가하는 문제이다. <문제 23>에서 a의 부호는 포물선이 위로, 아래로 볼록인지에 따라 결정하며, b의 부호는 이차함수를 완전제곱식으로 변형하여 꼭짓점의 x좌표의 부호에 따라 결정되며, c의 부호는 포물선과 y축과의 교점의 부호를 보고 결정할 수 있다. 이를 통해 a,b,c부호를 결정하게 되어 이를 이용하여 ab, ac의 부호, 그래프 위의 점을 이용하여 식의 부호를 평가하여 학생이 이차함수 그래프를 이해하고 있는지 파악하는 문제이다. 따라서 기본적인 a,b,c의 부호를 결정할 수 있는 학생들은 이런 평가 문제가 두 개 이상인 경우는 몰라도 하나인 경우는 이 문제의 답을 줄 수 있어야 한다. 학생들은 그들이 학습한 결과를 얻을 수 있어야 하고, 그런 경우에만 평가 목적 중의 하나인 수학에 대한 관심과 흥미를 지속적으로 가지고 수학에 대한 긍정적 태도를 가질 수 있기 때문이다. 학교 범위를 벗어난 '10-나' 단원에서 평가할 항목을 평가함으로써 우수한 학생들을 고르는 일은 지양하여야 한다고 본다.

<문제 17>, <문제 19>, <문제 21>, <문제 22>, <문제 23>과 뒤에 나오는 <문제 25>도 '9-가' 과정을 벗어나 '10-가', 혹은 '10-나' 과정을 배워야만 풀 수 있거나 '9-가'과정으로 풀기에는 시간이

걸리는 문제들이다. 우리는 왜 이런 문제를 출제하게 되었는지 생각해 봐야 한다.

교사들은 심화과정학생과 기초과정학생의 형평성을 구분하기 위해서 이런 문제를 출제하고 있다고 한다. 물론 중3과정을 충분히 이해한 학생들은 처음 접하는 경우에도 풀 수 있는 문제들이다. 그러나 제한된 시간에 20-25문제 이상을 풀어야 하는 학생들에게 생각하면서 풀 시간이 주어지지 않는다. 이런 현상으로 교육과정에서 수학과 교육 목표와 교수·학습법을 아무리 개선하려고 해도, 학생들이 빨리 풀기 위하여 기계적 반복 학습으로 되풀이하는 기계적 수학 교육을 답습하게 된다(Freudenthal, 2007). 이 문제를 해결하기 위해서는 심화과정학생에게 어려운 문제를 풀 기회를 제공할 수 있는 교육적 장치가 필요하다. 하지만 전체 학생에 대한 평가에서는 학습목표에 대해서 무엇을 알고 있으며 어떻게 생각하며 얼마나 이해하고 있는지를 평가하여 수업을 보완하여야 한다.

마지막으로, <문제 4>와 <문제 8>에서도 언급하였지만, 평가의 원칙상 <문제 24>와 <문제 25>에서처럼 의미 있는 각각의 문자의 값을 구한 후, 그 문자들의 합, 차 혹은 곱 등을 질문하는 문제들은, 학생들은 틀릴 기회를 한 번 더 추가한 것으로 인식하고 있어, 수학교과와 교사에 대한 긍정적 태도를 위해 지양해야 할 부분이다. 23 개의 문제지에서 모두 이런 유형의 문제가 출제되었으며, 23 개 문제지 총 535 문제의 16%인 88문제가 이 유형의 문제로, 각 시험지에 평균 약 4문제를 차지하였다. 여기에서는 $a+b$의 값을 묻는 경우, a와 b를 각각 구하는 것 보다 $a+b$를 구하는 것이 쉬운 문제는 제외하였다. 사실 이런 식의 문제는 수능 등의 객관식 평가에서 역으로 답을 대입해 보는 것을 방지하기 위한 궁여지책으로 만든 문제들인데, 6 개 학교는 <문제 24>와 <문제 25>와 같이 주관식 문제에서도 이와 같은 문제를 출제하고 있음은 우리 교사들이 무의식중에 이런 유형의 문제에 길들여져 있는 것으로 보인다. <문제 25>는 상당히 난이도가 높은 문제로 분류된다. 이런 문제 중, 예를 들어 a와 b를 구하는 문제일 때, 가장 많이 묻는 방법이 $a+b$인데, 23 개 시험지중 5개는 모두 $a+b$로 질문했으나, 일부 학교는 4-5개를 출제하면서 거의 다른 방법으로 질문하고 있어 학생들의 주의력 등을 오히려 평가하는 것처럼 느끼게도 하였다. 합으로만 질문한 문제지는 하나만 제외하고는 모두 대덕구의 문제지였으며, 학력이 대전시에서 가장 높은 서구의 학교들은 a와 b의 다양한 함수로 a와 b를 구했는지를 확인하고 있었다.

이차함수 $y=2(x-4)^2-1$ 의 꼭지점의 좌표가 (a,b) 일 때, ab 의 값은? (3점)

<문제 24>

20. 포물선 $y=ax^2$ 을 x축의 방향으로 p만큼,
y축의 방향으로 q만큼 평행이동 시키면 꼭지점이
직선 $y=-4x$ 위의 점 A를 지나고, y절편이
-1이 된다. 위의 조건을 만족하는 점 A가 한 개
뿐일 때, $-apq$의 값을 구하시오. (5점)

<문제 25>

교과서에서도 이런 식으로 질문하는 문제가 이차방정식과 이차함수 단원에서 강옥기(2002)에 2문제, 최용준(2002)에 1문제, 박두일(2002)에 1문제가 있었다. 다음은 박두일(2002)과 조태근(2002)에 실린 문제들이다. 그러나 실제 시험문제는 교과서의 이런 관점에는 영향을 받지 않는 것으로 나타났다.

이차방정식 $x^2+mx+n=0$의 두 근이 -1, 3일 때, $m+n$의 값을 구하라. (박두일 외 2002)

이차방정식 $2x^2-ax+b=0$의 두 근이 1 또는 2일 때, a, b의 값을 구하라. (조태근 외 2002)

이차함수에서 가장 중요한 학습내용은 이차함수의 그래프 그리기이다. 객관식 문제로 그래프의 이해를 묻는 문제는 모두 있기는 하지만 직접 그래프를 그리는 문제는 한 문제도 없었다. 설문조사에서 한 학교는 수행평가로 평가하였다고 하였으나, 지필평가에서도 그래프 그리는 문제의 출제와 채점 방법을 연구해야할 것이다.

Ⅲ. 결론 및 제언

중학교 수학과 평가에서 가장 큰 비중을 차지하는 지필평가를 '9-가'의 이차방정식과 이차함수 범위 내에서, 교육과정과 교과서에서 정한 학습목표, 제7차 교육과정에 제시된 수준과 범위에 의한 평가내용, 문제 유형과 배점, 지도상 유의점 등을 중심으로 분석하였다.

분석 결과와 이에 따른 지필평가 문제의 문제점 및 개선방향을 정리한다.

첫째, 우리나라 교육과정과 교과서에서 정한 학습목표에 따른 분석은 모든 학교에서 이차방정식은 학습목표에 따라 문제 배분이 균등하게 출제하였다. 하지만 각 학교행정상의 편의를 위하여 방학보다 훨씬 앞서 실시되는 기말고사 일정으로 상당수의 학교에서 이차함수의 최댓값과 최솟값, 그리고 심화부분이 시험범위에서 제외되었다. 이런 경우, 2학기 중간고사에서 평가하고는 있으나, 내용의 연결성이 없어 학습 효과가 떨어질 것이며, 같은 이유로 2학기 기말고사 시험범위에 삼각비 단원이 제외되는 경우가 생기게 되어, 이 부분은 평가할 기회를 갖지 못할 수 있다. 행정의 편의보다는 학생들의 입장에서 학사일정을 정하고, 구체적인 단원 지도계획안을 작성하여, 적절한 기간에 충분한 교수학습이 이루어져, 적절한 시기에 모든 단원의 평가가 이루어지도록 중간고사와 기말고사 기간을 개선할 필요가 있다.

둘째, 제7차 교육과정에 제시된 수준과 범위에서 수학교육의 목표에 따른 평가의 분석에서는 수학

의 기초적인 개념, 원리, 법칙, 기능 등의 의미 있는 습득, 숙달정도를 평가하는 문제가 전체 89%정도를 차지하고 있다. 이것은 지필평가가 갖는 가장 큰 문제점으로 학생들의 수학적 힘에 대한 정확한 정보를 제공해 주지 못한다. 수업내용은 사고력 신장을 강조한다하더라도, 평가문제가 단편적인 지식이나, 복잡하지만 기계적인 풀이 문제들이라면, 평가에만 민감한 학생들은 평가되는 내용에만 초점을 두고 단편적 지식을 암기하거나, 시험 유형의 문제들을 반복하여 학습하게 된다. 이런 문제점을 해결하기위해 자연이나 생활 속에서 실재적으로 접하게 되는 현상이나 사태를 수학적으로 접근, 조직 해결할 수 있는 문제와 수학 내용과 관련된 문제 상황에서 스스로 발견, 탐구, 유추할 수 있는 추론능력과 수학적 사고력, 창의성의 발휘 정도에 대한 평가할 수 있는 문제 비율을 높여야한다. 이와 같은 문제들을 교사들이 만들기 어렵다면, 교과서 저자들은 교사지도서에 다양한 현상의 문제들을 개발 수록할 수 있도록 노력해야 할 것이다.

셋째, 문제 유형과 배점에 따른 분석이다. 조사한 평가지의 61%가 객관식 문제만으로 구성되었다. 객관식 문제도 충분히 좋은 문제가 많고, 또 개선 가능하나, 보기를 주어진 조건에 대입하는 것을 방지하기 위하여 a와 b를 각각 구한 후 $a+b$나 a/b등 답을 내는 단계를 하나 더 넣어 문제의 초점을 흐리게 하는 질문을 하거나, 학생들이 아는 문제인데도 틀릴 수 있는 기회를 더 만드는 문제는 교사들이 학생들이 틀리도록 유도하거나, 일부러 문제를 어렵게 만드는 것으로 학생들은 인식할 수 있어, 학생들에게 수학교과와 교사들에 대한 긍정적인 태도를 갖도록 하는데 적절하지 않다. 특히 단답식 주관식 문제에까지 이런 식의 질문은 근절되어야 한다고 본다. 주관식 문제는 지시하는 범위내에서 자유로이 문제를 깊게 또는 넓게 다룰 수 있고, 표현력, 사고력, 문제해결력 같은 일반적 교육목표와 개념, 원리적용 같은 구체적 학습목표를 평가할 수 있으므로 지필평가는 객관식과 주관식의 혼합형을 지향해야 한다. 물론, 지필평가에 출제되는 주관식만으로 표현력, 사고력, 문제해결력을 신장시키는데 한계점이 있다. 따라서 수행평가, 관찰 등 다른 평가 방법을 적극 활용해야 한다. 문제에 대한 배점은 학생들에게 부담감을 줄 수 있으므로 신뢰도, 타당성에 맞게 배분해야 한다. 본 연구에서 보인 것처럼 세분화된 배점과 높은 배점은 학생들을 한줄 세우기 위한 수단으로 비출 수 있다.

넷째, 지도상 유의점으로 분류하여 분석한 내용이다. 각 문제들을 살펴보면 상당히 많은 문제들이 '9-가'에서 배울 내용을 넘어 '10-나'내용을 알아야만 풀 수 있는 문제들이다. 이는 일부학교의 경우 우수한 학생들이 많아 문제의 분별력을 주기 위한 방안일 것이다. 물론 심화학습으로 풀이가 가능한 문제들이지만, 45분 동안 20-25개 문제가 주어지는 현실을 생각하면, 이는 결국 학생들로 하여금 기계적인 반복학습에 의해 문제풀이에 빠르게 익숙해지도록 간접적으로 유인하는 것이 될 수 있으므로 유의해야한다고 본다. 본 연구에서 살펴본 지도상 유의점을 지키면서도 선행 학습단원에서 배운 내용을 혼합하여 출제하면 문제의 분별력을 줄 수 있다. 교사는 평가에서 학생들이 알고 있고, 학생들이 알아야 하는 것을 평가하여 학생들의 다음 학습에 도움이 되도록 하여야 한다.

지필평가는 현행 수학과 평가의 방법 중 가장 많이 사용하는 것으로 학생들이 학습목표를 얼마나 달성했는지 손쉽게 판단하는 방법이다. 따라서 지필평가 문제를 개발, 발전시키기 위한 다음과 같은

연구를 제안해 본다.

첫째, 정부나 교육청이 중심이 되어 지필평가에 관한 문제은행 시스템을 운영하는 것이다. 현 교사들의 학교에서 하는 업무를 고려했을 때 교사들이 단순한 풀이 문제 외에 교과 내용의 이해와 과정의 추론, 실생활과 관련된 활용 문제 등을 제작하는데 시간을 투자하기 어렵다. 정부나 교육청의 전문가나, 혹은 교과서 저자들이 실생활과 관련된 참신하고 학생들이 흥미를 가질 수 있는 내용의 문제를 만들어 문제은행 시스템에 보관하거나 교사지도서에 다양한 문제들을 수록하면 교사와 학생의 교수학습과 평가의 수월성을 높일 수 있을 것으로 본다.

둘째, 각 학교에서 실시한 지필평가를 공개하는 것이다. 지필평가를 공개함으로써 좋은 문제들과 효율적인 질문 형식과 평가 방법을 교사와 학생들이 같이 공유할 수 있어 보다 좀 더 수월하게 다양한 문제를 출제할 수 있을 것이다. 이 문제는 교과부의 정보공개원칙에 따라 곧 개선되리라 본다.

셋째, 중학교에서의 교사들이 인위적인 한줄 세우기 평가의 필요성을 느낄 수 없도록 새로운 교육적 장치와 교육 문화가 필요하다. 교사나 학생들이 모두 만족할 수 있는 학생들의 사고훈련을 강화할 수 있는 평가 방법이 필요하다. 교육과정에 맞게 열심히 공부한 학생들은 적절한 평가 점수를 받을 수 있어야 하며, 수학은 자신의 미래에 유용하며, 열심히 할 가치가 있는 교과로 인식하여야 한다. 부적절한 평가 문제로 인한 수학교과에 대한 부정적인 태도는 평가 결과가 수업 자체와 유리됨으로써 수업을 개선하기 위한 중요한 정보를 놓치게 됨을 생각해야 할 것이다.

참 고 문 헌

강옥기 · 정순영 · 이환철 (2002). 수학9-가, 서울: (주)두산

강옥기 · 정순영 · 이환철 (2002). 수학 9-가 교사용 지도서, 서울: (주)두산

박두인 · 신동선 · 강영환 · 윤재성 · 김인종 (2002). 수학9-가, 서울: (주)교학사,

강행고 · 이화영 · 박성기 · 박진석 · 이용완 · 한경연 · 이준홍 · 송미현 · 박정숙 (2002). 수학9-가, 서울: (주)중앙교육진흥연구소

고상숙 · 이석현 (2004). 함수 단원 평가 과정의 실천예시, 한국수학교육학회 시리즈 A <수학교육> **43(2)**, pp.163-175, 서울: 한국수학교육학회

교과부 (1999) 교육인적자원부 고시 제1997-5호 중학교 교육과정 해설

교과부 (2007). 교육인적자원부 고시 제 2006-75호 및 2007-79에 따른 중학교 교육과정 해설, 교육과학기술부

김남희 · 나귀수 · 박경미 · 이경화 · 정영옥 · 홍진곤 (2007). 수학교육과정과 교재연구, 서울: 경문사

김두정 편집 (2007). 교육과정 및 교육평가

김민주 · 강윤수 (2007). 중학생들의 수학과 평가 결과의 파지 유형 분석, 한국수학교육학회 시리즈 E 수학교육 논문집 **21(2)**, pp. 503-516, 서울: 한국수학교육학회.

박미숙 (1999). 중학교 2학년용 수학 수행 평가 문항 개발 및 적용에 관한 연구, 한국교원대학교 석사 학위 논문.

박윤범 · 박혜숙 · 권혁천 · 육인선 (2002). 수학9-가, 서울: (주)대한교과서.

양승갑 · 박영수 · 박원선 · 배종숙 · 성덕현 · 이성길 · 홍우철 (2002). 수학9-가, 서울: 금성출판사.

유현주 (2002). 수학적 힘의 신장을 위한 수행평가 과제개발 및 적용에 관한 연구, 학교수학 **4(3)**, pp.513-537, 서울: 대한수학교육학회.

이종연 (2002). 고등학교 수학의 정의적 영역에 대한 수행평가 기준 개발, 학교수학 **4(2)**, pp.193-204, 서울: 대한수학교육학회.

이준열 · 장훈 · 최부림 · 남호영 · 이상은 (2002). 수학9-가, 서울: (주)도서출판 디딤돌.

장경윤 · 권오남 · 최명례 (1998). 중학교 수학평가 문항의 개발 및 그 활용 가능성의 탐색, 초중고의 평가도구개발연구 pp.187-262.

조태근 · 임성모 · 정상권 · 이재학 (2002). 수학9-가, 서울: (주)금성출판.

최승현 · 황혜정 · 신항균 (2002). 수학과 성취기준과 평가 기준 및 예시 평가도구개발 연구, 학교수학 **4(3)**, pp.513-537, 서울: 대한수학교육학회.

최용준.(2002). 수학9-가, 서울: (주)천재교육.

최택영 · 송병근 (2001). 1990년대 우리나라 수학교육 연구 동향, 한국수학교육학회 시리즈 A <수학교육> **40(1)**, pp.77-92, 서울: 한국수학교육학회.

H. Freudenthal (2007). 수학교육론, 우정호 역 (2008), 서울: 경문사.

NCTM (1995). *Assessment Standards For School Mathematics.* Reston, VA: National Council. of Teachers of Mathematics.

NCTM (2000). *Principles and Standards for School Mathematics,* 학교수학을 위한 원리와 규준, 류희찬 외 5인 역(2007), 서울: 경문사.

Analysis on the term examinations of middle school

Pyung-Lyun Kang
Department of Mathematics, Chungnam National University,
Daejeon, 305-764, Korea
E-mail : plkang@cnu.ac.kr

Byung-Ju Kim
Department of Mathematics, Chungnam National University,
Daejeon, 305-764, Korea
E-mail : qudwnwwkd@naver.com

In this paper, we have analyzed the term examinations on quadratic equations and functions in middle schools based on the object of evaluations given by the ministry of education, science and technology of Korea.

* ZDM Classification : B53
* 2000 Mathematics Subject Classification : 97C40
* Key Words : curriculum of mathematics in middle school, object of evaluations, term examinations, quadratic equations, quadratic functions

<부록 1> 중학교 3학년 지필평가에 대한 설문지

학교 :

1. 중학교 3학년 수학교과 평가에서 다음 평가방법이 학생 성적에 차지하는 비율은 어떻게 되나요?
① 형성평가…………( ) ② 지필평가(중간 + 기말고사)……( )
③ 수행평가…………( )
④ 기타……………(방법: ,비율:)
2. 1번에서 수행평가는 어떤 방법으로 평가하고 있나요?
( )

3. 다음은 제7차 교육과정에 제시된 수준과 범위에 의한 평가내용입니다. 위의 단원들의 지필평가 문제에서 다음 평가 내용을 어느 정도 고려하는지 표시해 주시기 바랍니다.

제7차 교육과정에 제시된 수준과 범위에 의한 평가내용	고려하지 않음	약간 고려함	고려함	충분히 고려함
① 수학의 기초적인 개념, 원리, 법칙, 기능 등에 의미 있는 습득, 숙달정도를 평가				
② 자연이나 생활 속에서 실재적으로 접하게 되는 현상이나 사태를 수학적으로 접근, 조직 해결하는 문제 해결에 대한 평가				
③ 수학 내용과 관련된 문제 상황에서 스스로 발견, 탐구, 유추할 수 있는 추론능력과 수학적 사고력, 창의성의 발휘 정도에 대한 평가				
④ 수학 학습에 대한 바람직한 가치관이나 관심, 흥미 등에 대한 평가				
⑤ 자신의 생각이나 아이디어를 수학적으로 표현하고 서로 의사교환을 할 수 있는 능력에 대한 평가				

3-1) 3번의 평가 내용 중 지필평가에서 가장 중요하게 평가해야 하는 부분은 무엇인가요? 평가 내용 왼쪽의 번호를 적어주세요.
3-2) 3번의 평가 내용 중 지필평가에서 가장 문제를 내기 어려운 부분은 무엇인가요?
3-3) 3번의 평가 내용 중 지필평가에서 가장 많이 평가하는 부분은 무엇인가요?

4. 기존 지필평가문제의 분석에서 이차방정식(혹은 이차함수)의 활용 부분의 문제가 적은 것으로 나타났습니다. 특별한 이유가 있다고 생각하시면 의견을 주시기 바랍니다.