

건물의 높이 · 너비 측정하기 체험수학 활동을 통한 삼각함수 지도방안

김 기 원 (신라대학교)

김 미 나 (신라대학교 대학원)

본 연구에서는 제7차 수학과 교육과정 10-나 삼각함수 단원에서 구체적 조작물과 실험을 이용한 건물의 높이 · 너비를 측정하는 체험수학 활동을 통하여 학생들이 수학수업에 흥미를 갖고 수학의 필요성을 느낄 수 있는 방안을 제시하였다.

I. 서 론

수학은 모든 학문의 기초가 되는 과목이며 논리력과 창의력을 키우는 과목이라 할 수 있다. 그러나 학생들은 수학을 어려워하며 기피현상을 보이기도 하고 다른 영역보다 성취수준이 크게 떨어지기도 한다. 내용 면에서는 지나치게 엄밀하고 논리적인 것을 중시하고, 방법 면에서는 지필 수업에 치우쳐 학습의욕이나 동기를 상승시키지 못하는 것이 원인일 수도 있다. 이것은 구체적인 조작물이나 일상의 쉬운 예로 출발하는 초등의 수학이 고학년으로 갈수록 추상적이고 형식화되면서 실생활의 문제들과는 점차 분리되기 때문이다. 대부분의 수학교육의 현상은 이미 완성되어 있는 수학적 내용을 주입시키는 전통적인 수업방식으로, 형식적인 사고 위주로 진행되어 학생들은 수학에 흥미를 잃고 자신의 의견을 낼 여유나 자유로운 사고를 펼칠 기회를 가질 수가 없다.

이러한 문제점을 해결하기 위해 최근 수학교육에서는 학습자의 활동과 경험을 중요하게 여기는 체험수학 활동을 도입하고 있는데 이는 교과서에서만 보던 수학을 실생활과 연결하여 체험함으로써 학생들의 흥미와 참여를 높일 수 있다는 점에서 바람직한 일이라 할 수 있다.

논리적이고 추상적인 수학을 제대로 이해시키기 위해서는 직접적인 경험을 통한 체험학습이 요구된다. 체험학습은 수학이 어렵다는 편견을 없애고 신기하고 재미있으며 자신도 해볼만하다는 동기를 부여해 줄 수 있고 수학에 대한 흥미와 관심을 유도하여 수학 학습 태도의 긍정적인 변화를 유도하고자 하는데 목적이 있다. 따라서 본 연구는 제7차 수학과 교육과정 10-나의 삼각함수 단원에서 건물의 높이 · 너비 측정하기 체험수학 활동에 활용할 수 있는 교구를 개발하여 제시하고, 학생들이 이

* 접수일(2009년 8월 4일), 수정일(1차 8월 26일), 게재확정일(2009년 8월 31일)

* ZDM 분류 : U64

* MSC2000 분류 : 97U60

* 주제어 : 체험수학 활동, 삼각함수 지도방안

를 사용하여 체험수학 활동을 한 후 수학의 필요성과 흥미를 느끼는지 알아보는데 목적이 있다.

II. 체험수학

정희주(2007)는 체험수학을 교실 및 일상생활 속에서 또는 자연 속에서 그 소재를 찾아 실제적인 장면에서 학생들이 알고 있는 수학적 지식을 활용하여 다양한 방법으로 그 해결책을 강구하는 것을 통해 수학의 유용성을 체험해 볼 수 있는 수학적 활동이라고 하였다.

김양미(2006)는 체험학습의 강조는 ‘체험함으로써 배우는 활동’이 학생들에게 보다 흥미 있고 유익한 학습의 기회를 제공하며, 학교 밖의 현실 생활에 보다 전이력이 높은 학습을 가능하게 한다는 이론에 기초하고 있다고 하였다. 또한 최근의 수학교육은 21세기 정보화 사회에 대비하기 위하여 수학적 사고력 신장에 중점을 두고 있고, 결과보다는 사고 과정을 중시하며, 실생활과 관련 있는 다양한 문제를 체험 중심의 구체적인 조작활동을 통한 탐구학습으로 해결할 것을 강조하고 있다고 했다.

실제로 보고, 만지고, 직접 만들며 즐기는 체험활동 중심으로 수학이 전개된다면 수학 학습 내용의 이해가 쉬울 뿐만 아니라 산 경험을 통해 학생들의 흥미, 관심, 호기심을 자극하고 학습 동기를 강화시켜 줄 수 있을 것이다.

김양미(2006)에 의하면 체험수학은 우리가 교실에서 학습하고 있는 칠판을 이용한 강의식 수업을 제외한 모든 형태의 학습을 의미하는 것으로 견학, 구체적 조작물, 실험, 놀이, 컴퓨터, 계산기, 멀티미디어사용 수업, 수학일기나 수학신문, 수학문집 만들기 등을 말한다. 그 중 구체적 조작물과 실험을 통한 체험학습에 대해 다음과 같이 설명하고 있다. 구체적 조작물을 통한 학습이란 직접 물체를 만져봄으로써 수학의 내용을 알아보는 학습을 말한다. 학생들은 수학이 추상적인 세계에서 구성되는 점에서 많은 어려움을 겪고 있으나 구체적인 사물을 이용하여 직접 눈으로 보고, 손으로 조작하는 활동을 할 수 있다면 구체적인 세계와 추상적인 세계 사이의 틈을 조금이라도 메울 수 있으며, 이를 통해 학생들은 스스로 만들고 조작하면서 새로운 사실을 발견하는 과정에서 수학과 친숙해질 수도 있다. 구체적 조작물을 이용한 수업을 통해 얻을 수 있는 학습 효과는 학생들의 능동적인 참여를 유도할 수 있고, 협동학습이 가능하며, 새로운 수학 내용을 도입하는 단계에서 중요한 역할을 할 수 있다. 즉, 추상적이고 형식적인 수학내용을 조작활동을 통해 실제적 의미를 가질 수 있도록 도와 줄 수 있다. 또한, 학생들에게 수학에 대한 풍부한 해석의 기회를 제공할 수 있고, 학생들이 수학학습을 통해 갖게 되는 좌절감이나 불안감을 어느 정도 해소해 줄 수 있다. 그러나 구체적인 조작물을 활용한 수업이 효과적이기 위해서는 교사가 학생들에게 다양한 문제해결 전략과 적절한 발문을 제시해야 할 것이다. 한편 실험을 통한 수학학습은 과학 과목에서처럼 확실한 실험을 고집하지만 않는다면 수학학습상황에 적절한 실험을 도입할 수 있다. 실험실습이라는 것은 학습자가 구체적 자료를 조작하고, 수학적 실험을 직접 실행함으로써, 스스로 생각하고 의문을 제기하며 패턴을 찾는 능동적인 탐구 학습을 의미한다. 실험은 교사중심의 주입식 교육을 벗어날 수 있는 방법이지만 학생들이 실험

을 통해 받아들인 내용을 추상적이고 이론적인 내용으로 전환할 수 있도록 학습상황을 제공하는 교사의 노력이 필요할 것이다.

체험수학을 주제로 한 연구는 초·중등단계를 중심(고상숙·정인철·박만구, 2009; 김수현, 2008)으로 진행되어 왔으나 수학과 교육과정 10-나의 삼각함수 단원에서 체험수학을 이용한 연구는 Maple과 GSP와 같은 컴퓨터 프로그램을 이용한 연구(정재훈, 2007; 이혜진, 2006)가 대부분이었고 구체적 조작물과 실험을 이용한 연구는 이루어진 바가 거의 없다.

따라서 본 연구에서는 제7차 수학과 교육과정 10-나 삼각함수 단원에서 구체적 조작물과 실험을 이용하여 건물의 높이·너비를 측정하는 체험수학 활동을 통하여 학생들이 수학수업에 흥미를 갖고 수학의 필요성을 느낄 수 있는 방안을 연구하였다. 특히 건물의 너비를 측정하기 위한 ‘사이각 측정자’ 교구개발을 통해 삼각함수 단원을 보다 흥미롭게 접근 할 수 있는 방안을 연구하였다.

III. 연구내용 및 방법

1. 연구 대상 및 사전 설문지 분석

삼각함수 단원은 10-나 과정이므로 고1의 학생들에게 적용하지 않고 2009년 현재 고2 학생들에게 적용하였다. 연구 대상자들은 부산 S여고에 재학 중인 2명의 여학생들로 고등학교 1학년 2학기 기말고사 수학성적(100점 만점)에서 A학생은 78점, B학생은 82점의 성적으로 중위권의 학생들이다.

연구대상 학생들의 수학에 대한 흥미 정도를 알아보기 위해 체험수학 수업을 실시하기 전에 간단한 설문조사를 하였고 그 결과는 <표 1>과 같다.

<표 1> 사전 설문조사 문항과 답변

번호	사전 설문 조사 문항	학생 A	학생 B
1	수학은 다른 과목에 비해 흥미 있는 편이다.	그렇다.	보통이다.
2	지금 학교에서 배우는 수학의 난이도는 어떻다고 느끼고 있는가?	어렵다.	보통이다.
3	학교에서 배우는 수학이 일상생활에 필요하다고 느끼고 있다.	보통이다.	그렇지 않다.
4	수학은 정보화시대를 살아가는 데 필요한 학문이라고 생각한다.	보통이다.	그렇다.
5	수학이 재미가 없다면 (또는 재미가 있다면) 그 이유는 무엇입니까?	재밌다. 문제를 풀 때 짜증도 나지만 답이 맞으면 기분이 좋다.	수학에 관심은 있는데 학교수업은 재미가 없다. 그냥 책만 읽으시고 풀기하고 문제 풀고 고등학교 와서 지루한 거 같다.

사전설문조사 결과 학생 A는 수학에 대해 거부감은 없으나 고등학교 과정을 어렵다고 느끼는 학생이었다. 중학교 과정에서는 문제를 풀면 쉽게 답을 얻으면서 수학을 쉽게 느꼈는데 고등학교에서는 문제해결이 어려워서 수학에 대한 흥미가 점점 떨어진다고 했다. 그리고 수학이 일상생활에 필요하다고 느끼고 있다는 문항에 보통이라고 답하였다.

학생 B는 낮은 성적이 아니면서도 수학에 대한 흥미는 보통이었고, 수학에 관심은 있으나 학교수업은 재미가 없다고 하였다. 또한 일상생활에 수학이 필요하다고 느끼지 못하고 있었다.

두 학생 모두 수학에 대해 거부감이 큰 것은 아니지만, 흥미는 높지 않았다. 고등학교에 들어와 수업을 하면서 많은 문제를 푸는 수업방식에 지루함을 느끼는 모습도 보였다. 그리고 '수학이 일상생활에 필요하다고 느끼고 있다.'는 문항에 '보통이다.'라고 한 것과 '그렇지 않다.'고 답한 것은 학생들이 수학의 중요성을 알지 못하고 문제 풀이식의 수학 수업에만 익숙하기 때문인 것 같다.

2. 연구 내용 및 방법

체험수학 수업은 총 4회로 진행되었으나 본 논문에서는 4회째 활동인 건물의 높이·너비 측정하기 체험 활동에 대해서만 다루었으며, 사후 설문조사는 전체 4회에 대하여 다루었다.

첫 번째 수업은 모눈종이와 GSP를 이용하여 '사인·코사인곡선그리기' 체험수학 활동을 진행하였으며 활동이 끝난 후 학습지를 통해 학습 효과를 알아보았다.

두 번째 수업은 '바이오리듬'에 대한 활동으로 휴대폰이나 인터넷상으로 보았던 바이오리듬을 GSP를 이용하여 직접 만들어 보았다. 그리고 바이오리듬이 사인곡선의 예임을 이해하고 학습지를 통해 사인곡선에 대한 이해를 점검하였다.

세 번째 수업은 '사이클로이드 곡선 그리기'에 대한 활동으로 사이클로이드 곡선에 대해 알아보고 직접 교구를 제작하여 사이클로이드 곡선을 그려보았다. 수학사랑 전시교구에서는 '사이클로이드 작도기'를 보여주고 있으나 판매하지 않으므로 본 수업에서는 GSP를 사용하여 도안을 그리고 폼 포드지로 손쉽게 제작할 수 있는 '사이클로이드 곡선 그리기'의 교구를 제작하여 사용하였다.

네 번째 수업은 삼각함수의 응용 단계에서 '건물의 높이·너비 측정하기'에 대한 활동으로 건물의 높이를 측정하기 위하여 한국교육과정평가원의 교수학습개발센터에서 제시한 클리노미터를 제작하여 사용하였다. 건물의 너비를 구하기 위하여 제2코사인법칙을 이용하였는데, 이에 필요한 건물의 사이각을 측정하기 위해 본 연구에서는 '사이각 측정자'라는 교구를 개발하여 사용하였다. 학생들은 '사이각 측정자'를 제작하여 건물의 사이각을 측정하고, 이 활동을 통해 삼각비와 제2코사인법칙을 이용하여 건물의 높이·너비를 측정하여 문제집(홍범준 외 8인, 2007) 속의 문제를 직접 재현해볼 수 있었다.

위와 같은 체험수학 활동을 마친 뒤 사후 설문 조사를 통하여 체험수학 수업에 대한 학생들의 반응을 살펴보았다.

3. 연구의 기대효과 및 제한점

본 연구는 제7차 수학과 교육과정 10-나의 삼각함수 단원에 체험수학 활동을 이용하여 수업을 함으로써 학생들의 수학에 대한 흥미를 높일 것으로 기대한다. ‘왜 삼각함수를 배울까?’ 라는 의문에 대해서도 자연스럽게 생각하게 되고 수학이 실생활에 이용되는 학문임을 알게 되어 수학의 유용성을 느끼며, 수학이 실험과 체험을 통해 얻을 수 있는 학문이라는 것을 느낄 것으로 기대한다.

본 연구는 부산에 위치한 고등학교의 2학년 여학생 2명에게 적용하여 체험수학 수업을 진행하였고 이를 바탕으로 질적 연구를 통해 학생들의 반응을 조사하였으므로 학교의 수, 학생의 학년, 학생 수, 지역 등이 한정되어 일반화 하는 데는 한계가 있다.

IV. 건물의 높이·너비 측정하기 체험 활동 및 결과

1. 체험활동개요

이 수업은 모둠을 구성하여 학생들이 직접 장소를 정하고 측량하여 활동지와 학습지를 작성하는 방법으로 운영되었다.

학습 주제	건물 높이와 너비 측정하기 (삼각함수의 응용)
학습 목표	<ul style="list-style-type: none"> · 직접 제작한 도구로 건물 측량을 하는 체험수학을 통해 수학에 대한 흥미와 학습 효과를 높인다. · 지역사회 유적지, 문화시설 등 지역 특성을 이용하여 창의적인 활동지를 제작할 수 있다.
체험수학 활동 순서	<ol style="list-style-type: none"> ① 2명의 학생을 모듬으로 구성하고 클리노미터와 ‘사이각 측정자’를 제작한다. ② 측량할 건물을 정한 후 직접 제작한 클리노미터와 사이각 측정자를 활용하여 건물의 높이와 너비를 계산하기 위해 필요한 경사각과 사이각을 측정한다. ③ 활동지에 측정한 각과 삼각비, 제2코사인법칙을 이용하여 건물의 높이와 너비를 구하고 공지되어 있는 실제 건물의 높이, 너비와 비교하여 본다. ④ 학습지를 작성하면서 삼각함수의 응용에 대한 체험수학 활동의 학습효과를 점검한다. ⑤ 체험수학 활동으로 측정한 자료들을 가지고 직접 문제를 만들어 본다. ⑥ 사후 설문지를 작성한다.

클리노미터란 지층의 방향 또는 기울기의 각도를 재는 기구로 경사계(傾斜計) 또는 경사의, 측사기(測斜器)라고도 한다.

클리노미터 교구는 한국교육과정평가원, 교수학습개발센터, <http://classroom.re.kr/>을 참고하여 제작하도록 한다. '사이각 측정자'란 본 연구에서 개발한 교구로서 제2코사인법칙을 이용하여 두 지점의 너비를 측정하기 위해 필요한 두 지점의 사이각을 측정하는 교구를 말한다.

2. 사이각 측정자 교구 개발 및 제작

삼각함수의 응용단계에서 제2코사인법칙을 이용해 건물의 너비를 구하는 문제를 실제로 재현해 보기 위한 연구를 진행하는 과정에서 어떤 두 지점의 사이각을 측정할 수 있는 방법이 필요했다. 그 결과 어떤 두 지점의 사이각을 측정할 수 있는 '사이각 측정자'라는 교구를 개발하였고, 이를 이용해 10-나 삼각함수 응용단계에서 문제집 속의 수학 문제를 직접 재현할 수 있는 체험수학 활동을 할 수 있었다. 부산 지역의 문화시설과 유적지 등을 탐방하여 직접 제작한 도구로 측량하면서 수학뿐만 아니라 지역의 문화시설과 유적지에도 관심을 가질 수 있는 의미 있는 시간이 되었다.

사이각 측정자 제작과정은 다음과 같다.

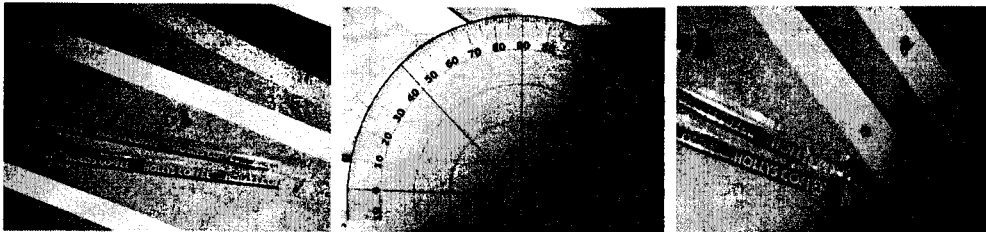
(1). 준비물 : 각도기 그림 사본 1장, 마분지, 폼 포드지(직사각형모양 4개), 연필, 빨대 2개, 테이프, 양면테이프, 볼트 1개, 너트 1개, 칼, 가위, 실

(2). 제작과정

① 폼 포드지를 가로 60cm, 세로 2.5cm 인 직사각형 모양으로 2개, 가로 40cm, 세로 2.5cm 인 직사각형 모양으로 2개 자른다. 너비의 중앙선을 양면에 표시한다.

② 각도기 그림을 마분지 위에 붙여서 잘라 놓는다. 그리고 각도기의 0° 와 90° 가 만나는 중심에 구멍을 크게 뚫어준다.

③ 가로 60cm의 폼 포드지의 오른쪽에서부터 20cm지점을 표시하여 세로너비의 중앙선과 만나는 점을 연필을 이용하여 구멍을 크게 뚫어준다. (2개 모두 한다.)



<그림 1> 제작과정①(좌), 제작과정②(가운데), 제작과정③(우)

④ 구멍을 뚫은 폼 포드지 사이에 각도기를 넣고 뚫은 구멍을 볼트, 너트로 고정한다. (각도기의 0° 선과 폼 포드지 세로너비의 중앙선이 잘 맞도록 한다, 폼 포드지의 볼트를 기준으로 긴 부분과 짧은 부분으로 나눈다.)

⑤ ④의 활동으로 만든 자의 위 폼 포드지를 a라 하고 아래 폼 포드지를 b라 하자. 구멍을 뚫지 않은 폼 포드지를 a와 b의 긴 부분에 중앙선이 일치하도록 붙인다.

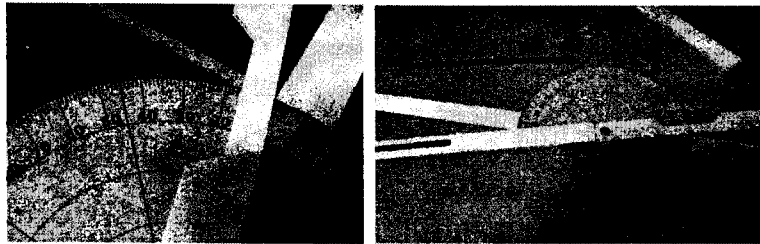
⑥ 빨대의 한쪽 부분을 십자가 모양으로 칼집을 조금 낸다. 실을 끼워 테이프로 고정하여 십자선을 만든다. (건물을 볼 때 잘 맞추기 위함이다.)

⑦ ⑤에서 완성된 폼 포드지 a의 뒷면, b의 뒷면의 긴 부분에 빨대를 고정한다. 이때, 십자선의 세로선과 폼 포드지 중앙선이 일치하도록 한다.



<그림 2> 제작과정④(좌), 제작과정⑥(가운데), 제작과정⑦(우)

⑧ 완성된 자를 움직여 보고 a의 짧은 부분의 중간에서 길이 약 6cm 정도로 중앙선을 기준으로 한 부분만 직사각형 모양으로 잘라 준다. 이렇게 하면 움직이면서 몇 도로 벌어졌는지 확인할 수 있다.



<그림 3> 제작과정⑧(좌), 완성된 사이각 측정자(우)



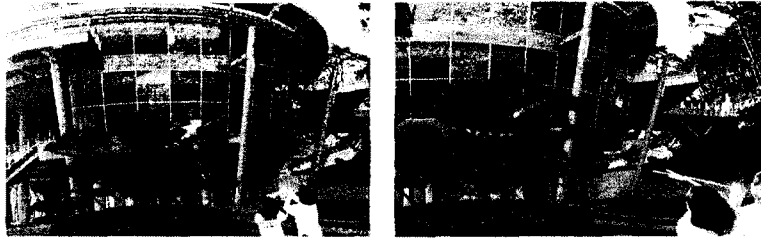
<그림 4> 완성된 사이각 측정자 (왼쪽, 가운데), 클리노미터 (오른쪽)

3. 체험수학 활동의 실제 및 분석

클리노미터와 사이각 측정자를 만들고 측정하는 활동을 하면서 학생 A는 수업하는 것이 재미있어서 좋다고 하였고 학생 B는 직접 나가서 측정하는 시간에 대해 매우 흥미 있어 하였다. 만드는 과정은 어렵지 않아 쉽게 만들 수 있었다.

학생들과 부산의 건물에 대해 살펴보았는데 우리가 측정하는 길이와 비교할 수 있는 실제 건물의 길이가 나와 있는 것이 그리 많지 않았다. 용두산 공원과 해운대를 갈 곳으로 정하고 용두산 공원의 시민의 종과 충무공 탑, 해운대의 누리마루를 측정하였고, 사이각 측정자의 정확도를 확인하기 위해 직접 줄자로 그 너비를 잴 수 있는 트럭의 너비를 측정하였다. 학생 A와 B는 어느 부분을 측정하기 위해 어느 지점에서 어떤 방법으로 측정할지 계속적인 토론을 통해 수정하고 확정하는 모습을 보였다. 그리고 측정할 지점을 정하고 경사각과 사이각을 측정한 후 줄자로 바닥 길이를 측정하였다. 이 과정에서 사이각을 측정할 때 바닥길이를 정확하게 수평거리로 측정하는 데 어려움이 있었다. 특히 누리마루에서는 잔디밭에 못 들어가게 되어있는데 수평거리를 측정하기 위해서는 잔디밭을 지나야 했다. 그래서 줄자를 던져 정확하진 않지만 되도록 수평거리를 측정하려고 노력했다. 학생들은 자신이 직접 나와서 측정을 해보니 측량사가 된 것처럼 재미있다고 했다.

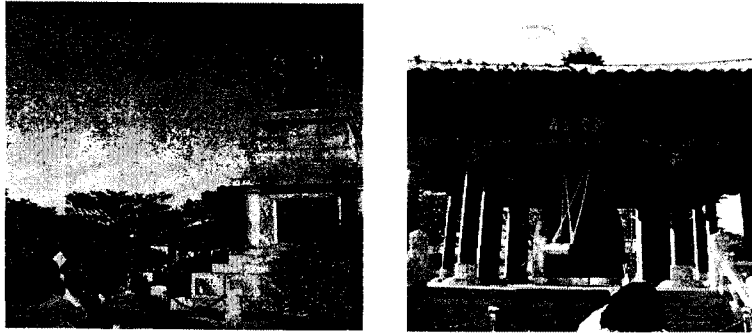
직접 측정한 것을 메모해 놓고 활동지에 그림을 그려 삼각비와 제2코사인법칙을 이용하여 높이, 너비를 계산하였다.



<그림 5> '사이각 측정자'를 이용한 해운대 누리마루의 너비 측정모습



<그림 6> '사이각 측정자'를 이용한 시민의 종(좌), 트럭(우)의 너비 측정모습

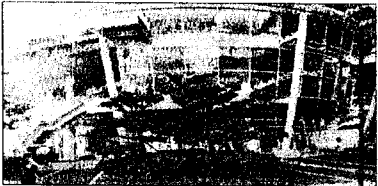


<그림 7> '클리노미터'를 이용한 충무공 탑(좌), 시민의 종(우)의 높이 측정모습

(1) 누리마루

누리마루는 정확한 너비가 나와 있지 않고, 바닥길이를 측정할 때 잔디밭에 들어갈 수 없어서 줄자를 던져서 근사값을 측정할 수밖에 없었다. 학생들이 바닥길이를 근사값으로 측정하고, 사이각 측정자로 사이각을 64° 로 측정하여 구한 누리마루의 너비는 <표 2>와 같이 31.8m였다.

<표 2> 건물 측량 활동지 문제 1과 학생 A의 답안

<p><학생 A></p>	<p>◆ 해운대의 누리마루의 너비를 측정하여 봅시다.</p>  $\begin{aligned} \overline{AB}^2 &= \overline{AC}^2 + \overline{BC}^2 - 2 \times \overline{AC} \times \overline{BC} \times \cos 64^\circ \\ &= 75^2 + 20^2 - 2 \times 75 \times 20 \times 0.4384 \\ &= 1071.24 \\ \overline{AB} &= 32.8 \end{aligned}$
---------------------	--

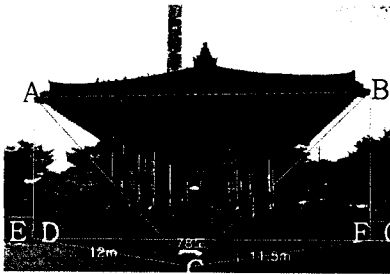
(2) 시민의 종

시민의 종의 너비 확인은 실제 공지된 시민의 종 부지가 321m^2 임을 알고 있고, 시민의 종이 정사각형 모양을 하고 있어 사이각 측정자로 너비를 측정한 후 정사각형 넓이를 측정하여 실제 공지된 시민의 종 부지와 비교 하였다.

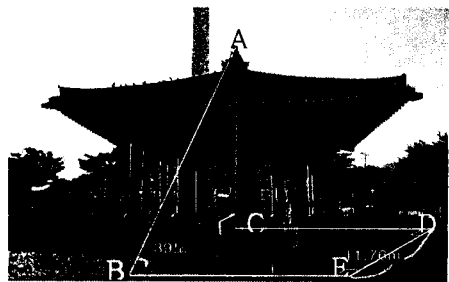
시민의 종 너비측정은 제일 먼저 사이각 측정자로 $\angle ACB$ 를 측정하고 <그림 8>처럼 지붕의 두 끝을 수직으로 내리면 \overline{AB} 와 \overline{DF} 는 같은 길이가 된다. 그리고 바닥 길이 $\overline{DC}(12\text{m})$ 와 $\overline{CF}(11.5\text{m})$ 의 길이를 측정하였다. 공지된 것은 시민의 종 부지여서 이것과 비교하기 위해 <그림 8>의 \overline{EG} 의 길이

를 알아야 하므로 \overline{DE} 와 \overline{FG} 의 길이를 직접 측정하여 \overline{AB} 의 길이에 포함해 전체 부지를 구하였다. 공지된 시민의 종 부지는 321m^2 이고 우리가 측정한 시민의 종 부지는 316.6m^2 으로 4.4m^2 의 오차가 발생했다.

시민의 종 높이는 <그림 9>에서 \overline{BC} 길이를 \overline{DE} 의 길이로 측정하였다. (바닥에 직사각형 모양의 타일로 되어있어서 B와 C를 수평으로 연장하여 \overline{BC} 와 같은 \overline{DE} 길이를 측정하였다. B지점에서 경사각을 측정하여 삼각비로 높이를 구하였다. 실제 공지된 시민의 종 높이는 11.3m이고 학생들이 측정한 값은 11.07m로 23cm의 오차가 발생했다.

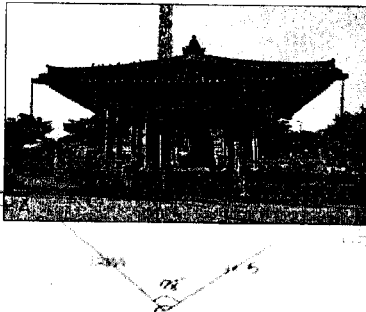


<그림 8> 시민의 종 너비 측정방법



<그림 9> 시민의 종 높이 측정방법

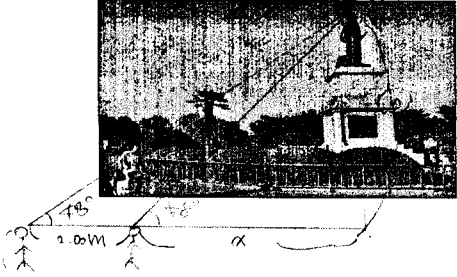
<표 3> 건물 측량 활동지 문제 2와 학생 A의 답안

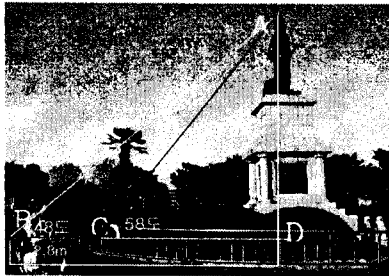
<p><학생 A></p>	<p>◆ 용두산 공원에 있는 시민의 종이 있는 종각의 가로길이를 높이를 측정하여 봅시다.</p> <div style="display: flex; align-items: center;">  <div style="margin-left: 20px;"> $\overline{AB}^2 = 12^2 + 11.3^2 - 2 \times 12 \times 11.3 \times \cos 78^\circ$ $= 144 + 127.25 - 57.3804$ $= 213.8696$ $\overline{AB} = 14.7894 \text{ m}$ $\text{부지} = \left(\frac{14.7894 + 12}{2} \right) \times 11.3 = (17.7947) \times 11.3 = 201.0811 \text{ m}^2$ <hr/> $\tan 79^\circ = 0.8098$ $\text{높이} = (11.76 \times 0.8098) + 1.09$ $= 11.07 \text{ m}$ </div> </div>
---------------------	--

(3) 충무공 동상

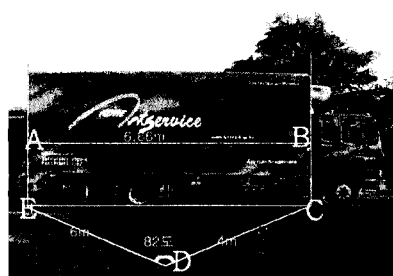
클리노미터를 사용한 충무공 동상의 높이 구하기는 줄자로 수평거리 2.8m를 측정할 수 있어 <그림 10>처럼 $\angle ABC$, $\angle ACD$ 를 측정하여 삼각비로 동상의 높이를 구하였다. 충무공 탑의 실제 높이는 12m인데 측정값은 11.76m로 24cm의 오차가 발생했다.

<표 4> 건물 측량 활동지 문제 3과 학생 B의 답안

<p><학생 B></p>	<p>◆ 용두산 공원에 있는 충무공 동상의 높이를 측정하여 봅시다.</p>  <div style="margin-top: 10px;"> $\begin{aligned} \tan 48^\circ \times (2.0 + x) &= \tan 58^\circ \times x \\ 1.1106 \times (2.0 + x) &= 1.6002 \times x \\ 2.10968 + 1.1106x &= 1.6002x \\ 2.10968 &= 0.4896x \\ \therefore x &= 6.255017... \\ &\approx 6.25 \end{aligned}$ <p>높이는 $\tan 58^\circ \times 6.25 = 10.16195 \approx 10.16$</p> <p>① + 1.16(2.0) = 11.76m</p> </div>
---------------------	---



<그림 10> 충무공 탑 높이 측정방법




<그림 11> 트리의 너비 측정방법

(4) 트릭

사이각 측정자의 정확도를 확인하기 위해 용두산 공원에 세워져 있던 트릭의 짐칸을 직접 줄자로 측정하고 사이각 측정자를 이용하여 구한 길이와 비교하였다. <그림 11>와 같이 사이각 측정자로 $\angle ADB$ 를 측정, \overline{ED} 와 \overline{CD} 의 바닥 길이를 줄자로 측정하여 제2코사인법칙을 이용하여 \overline{AB} 의 길이를 6.8m로 구했다. 직접 줄자로 측정한 값은 6.86m이고 사이각 측정자를 이용하여 구한 값과 약 0.06m의 오차가 발생하였다.

줄자로 바닥 길이를 측정하는 것이 한 번에 측정할 수 없었기에 오차를 감안하고 공지된 높이, 너비와 비교를 해보니 생각보다 적은 오차가 발생하였다. 학생들은 직접 측량하는 활동에 많은 흥미를 느꼈고, 학생 B는 문제로만 나와 있던 것을 직접 재현해보니 흥미로웠다고 했다. 학생 A는 실생활에 수학이 왜 필요한지를 확실하게 느낄 수 있는 시간이었다고 하였다. 그리고 두 학생들이 측량을 하는 과정에서 어디를 측정하고 어떤 방법으로 해결 할지 서로 토론하였다. 이는 학교의 판서수업을 하면서 볼 수 없는 학생들의 반응이었다. 또한 모둠활동이 잘 이루어졌고 적극적인 태도를 보여줬다.

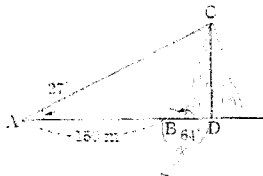
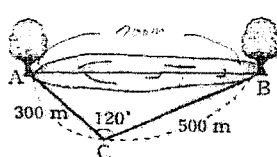
<표 5> 건물 측량 활동지 문제 4와 학생 A의 답안

<p><학생 A></p>	<p>◆ 직접 측정할 수 있는 보편의 길이를 사이각 자료 측정한 후 비교하여 봅시다.</p>  <div style="float: right; margin-top: 10px;"> <p>실제 측정한 토의 건물 높이 = 6.86m</p> $AB^2 = 6^2 + 6^2 - 2 \times 6 \times 6 \times \cos 120^\circ$ $= 52 = 6.8916$ $= 6.8916$ $AB = 6.73 \text{ m}$ $= 6.7 \text{ m}$ </div>
---------------------	--

4. 학습지 분석

체험수학의 활동으로 건물의 높이, 너비를 직접 측정해보고 난 후에 학생들은 쉽게 문제를 해결하였다. 두 학생 모두 <표 6>의 1번, 2번 문제를 보자마자 삼각비와 제2코사인법칙을 떠올리며 문제를 해결하였다.

<표 6> 건물의 높이·너비 측정하기 학습지 문항과 학생 답안

<p>1. 산의 높이를 측정하기 위하여 A지점에서 산꼭대기 C를 올려다 본 각의 크기가 27°였다. 다음에 산꼭대기 C를 향하여 수평으로 150m만큼 간 지점 B에서 산꼭대기 C를 올려다 본 각의 크기는 64°였다. \overline{CD}의 길이를 구하여라. (단, $\tan 27^\circ = 0.5$, $\tan 64^\circ = 2$로 한다.)</p>	
<p>학생 A</p>	<div style="float: left; width: 45%;"> <p>$(90^\circ - 27^\circ) = 63^\circ$</p> <p>$95 = 150 \times 2$</p> <p>$95 = 300$</p> <p>$150 = 150$</p> <p>$150 = 150$</p> <p>$\therefore \overline{CD} = 150 \times \tan 64^\circ = 300$</p> </div> <div style="float: right; width: 45%;">  </div>
<p>2. 연못의 양쪽에서 있는 두 나무 A, B 사이의 거리를 알아보기 위하여 한 지점 C에서 두 나무 사이의 거리와 각을 측정하였더니 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC} = 300\text{m}$, $\overline{BC} = 500\text{m}$, $\angle ACB = 120^\circ$가 되었다. 두 나무 A, B사이의 거리를 구하여라.</p>	
<p>학생 B</p>	<p>제2코사인 법칙</p> $\overline{AB}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{BC}^2 - 2 \times \overline{AC} \times \overline{BC} \times \cos 120^\circ$ $= 300^2 + 500^2 - 2 \times 300 \times 500 \times (-0.5)$ $= 360000 + 150000$ $= 510000 = 714^2 \therefore \overline{AB} = 714\text{m}$ <div style="float: right; width: 45%;">  </div>

3. 직접 측정해 본 자료로 자신의 문제를 만들어 보자.	
학생 A	<p>수학은 실생활에서 많이 활용되는 것을 알게 되었다.</p> <p>사실상에서 실생활에서 많이 활용되는 것을 알게 되었다. 실생활에서 많이 활용되는 것을 알게 되었다.</p> <p>수학은 실생활에서 많이 활용되는 것을 알게 되었다. 실생활에서 많이 활용되는 것을 알게 되었다.</p>

<표 6>의 3번과 같이 체험수학 활동으로 측정한 자료들을 가지고 직접 문제를 만들어 보는 시간에 학생들은 찍었던 사진을 보면서 직접 기호를 표기하여 구체적으로 문제를 만드는 모습을 보였다. 그리고 서로 만든 문제를 바꾸어 다시 풀어보기도 하는 적극적인 모습을 보였고, 친구들에게 자신이 만든 문제를 보여줘 풀게 할 것이라고도 하였다.

5. 사후 설문 조사

<표 7> 사후 설문조사 문항과 답변

번호	사후 설문 조사 문항	학생 A	학생 B
1	수학을 직접 관찰, 조작하는 것(체험수학)을 통해서 배울 수 있었다.	그렇다.	그렇다.
2	수학이 일상생활에 필요하다고 생각되었다.	매우 그렇다.	매우 그렇다.
3	체험수학을 통한 수업이 재미있다.	매우 그렇다.	매우 그렇다.
4	학교에서도 이런 체험수학을 했으면 좋겠다고 생각한다.	그렇다.	매우 그렇다.
5	체험수학을 통한 수업이 흥미는 있었지만 학교 수업에 방해된다고 (또는 도움이 된다고) 생각된다면 그 이유는 무엇인가?	두 가지 다 인거 같다. 일상생활에 필요한 수학이라는 말만 들긴 했는데 직접해보니 정말 필요하다는 걸 알게 되었다. 그리고 아무래도 시험도 쳐야 하고 하는데 이 수업들은 밖에 나가거나 컴퓨터로 따로 해야 하니 시간도 더 걸린다. 학교에서도 문제를 더 많이 푸는 시간이 많다.	도움이 된다. 지루하지 않고 재밌어 좋다. 학교에서도 했으면 좋겠다. 컴퓨터도 재밌고 밖에서 하는 것도 좋다.
6	'사인·코사인 곡선그리기' 수업	좋았다. 다른 친구들과도 함께 해보고	모눈종이에 그리는 거는

	후 느낀 점	싶다.	각도 다 표시하고 조금 귀찮았는데 그래도 그래프 그리는 게 이해가 더 잘된 거 같다. 컴퓨터로 하는 게 더 재밌었다.
7	'바이오리듬' 수업 후 느낀 점	GSP가 처음이라 어려웠지만 내가 바이오리듬을 직접 만들어 보니 재밌고 좋았다.	캠핑인 나로선 다루기가 어려웠는데 그래도 주기가 확실히 알게 된 거 같다. 바이오리듬 프로그램이랑 비교하니 더 재밌고 신기한 시간이었다.
8	'사이클로이드 곡선 그리기' 수업 후 느낀 점	만드는 작업이 조금 귀찮기는 했지만 직선위에서 원이 굴러가는 모습을 직접 재현해보니 좋았다.	선생님이 보여주신 GSP로 원을 굴리는 수업을 더 해보고 싶다. 직접 만들어서 하니 조금 자르기 힘들었다.
9	'건물 측량하기' 수업 후 느낀 점	수학을 배움으로 일상생활에 유용하다는 것을 몸소 느낄 수 있는 시간이었다. 재미있었고 특히 건축에 많이 쓰이는 것 같다. 조금 더 수학공부 많이 해야겠다. 아, 그리고 직접 측정해보고 문제를 푸니 더 기억에 남고 쉽게 해결했다.	문제지 속의 문제들을 그냥 공식을 위해 만든 건 줄 알았는데 직접 측정하면서 확인해 보니 수학 속 문제도 그냥 내는 것이 아니라 생각이 들었다. 문제집 속 문제 재현 해보는 것 같아 제일 재미있었다. 특히 사이 각 재는 것.

'수학이 일상생활에 필요하다고 느끼고 있다.'는 문항에 학생 A와 B가 각각 사전설문조사에서는 '보통이다.' 와 '그렇지 않다.'라고 답하였는데 사후설문조사에서는 두 학생 모두 '매우 그렇다.'고 답했으며, 특히 학생 A는 건물 측량하기에서 일상생활에 유용함을 몸소 느낄 수 있었다고 하였고, 학생 B는 문제지 속의 문제들이 그냥 공식을 위해 만들어 진 것이 아니라 의미가 있음을 알았다고 하여 일상생활과 연계된 체험수학활동이 학생들에게 수학의 필요성을 좀 더 확실하게 느끼게 함을 알 수 있었다.

사전설문조사에서 학생 A는 수학에 대한 흥미와 재미는 있다고 하였으나 사후설문조사에서는 좀 더 수학공부를 많이 해야겠다고 하여 체험수학활동이 수학공부에 좀 더 흥미와 동기를 불러일으킴을 알 수 있었고, 직접 측정해보고 문제를 푸니 더 기억에 남고 쉽게 해결했다고 하여 체험수학이 문제 해결에도 도움을 줌을 알 수 있었다. 학생 B는 사전설문조사에서 수학에 대한 흥미는 보통이며 관심

은 있는데 학교수업은 재미가 없고 그냥 책만 읽고 필기하고 문제 풀고 지루한 것 같다고 하였는데, 사후설문조사에서는 문제지 속의 문제를 단순히 푸는 것만이 아니라 실제로 재현하는 것이 재미있었다고 하여 문제와 연계된 체험수학활동은 학생들에게 수학이 지루한 것이 아니라 재미있는 과목으로 느끼게 함을 알 수 있었다. 두 학생 모두 체험수학을 통해 수학을 배울 수 있었으며 체험수학 수업이 매우 재미있었다고 하였고, 학교에서도 이런 체험수학을 했으면 좋겠다고 하였다. 또한 GSP와 사이각 측정자, 클리노미터를 이용한 체험수학 수업이 제일 재미있고 기억에 남는다고 하였다.

V. 결론 및 제언

본 논문은 제7차 교육과정 10-나의 삼각함수 단원에서 체험수학에 활용할 수 있는 교구 개발하여 학생들이 수학의 필요성과 흥미를 느끼게 하는데 목적이 있었다.

삼각함수의 응용단계에서 제2코사인법칙을 이용해 건물의 너비를 구하는 문제집 속의 문제를 실제로 재현해 보기 위한 연구를 진행하는 과정에서 어떤 두 지점의 사이각을 측정할 수 있는 방법이 필요했고, 그 결과 어떤 두 지점의 사이각을 측정할 수 있는 ‘사이각 측정자’라는 교구를 개발하였다.

건물의 높이와 너비를 구하기 위한 체험수학 활동에서 학생들은 클리노미터와 사이각 측정자를 직접 만들어 보고 이를 이용하여 건물의 너비와 높이를 측정하기 위해서는 건물의 어떤 길이와 어떤 각이 필요한지, 어느 지점에서 각을 측정할지 등 학생들이 계속 토론하고 수정하여 결정하면서 적극적인 수업에 참여하는 태도를 보였다.

고등학교 이전의 교육과정에서는 체험수학 활동이 많이 적용되고 있으나 고등학교에서는 그러한 연구가 많지 않은 실정에서 사전 설문 조사를 통해서 확인이 되었듯이 학생들이 학교 수업에 지루함을 느끼고 실생활과 연결된 수학의 중요성을 깨우치지 못하고 있었다. 그러나 활동에 참가하여 체험을 직접 하나하나 해보면서 학생들은 재미있다, 또 해보고 싶다는 반응을 보였고 특히 본 연구에서 개발된 교구인 ‘사이각 측정자’를 이용하는 부분에서는 학생들의 반응은 무척 좋았다. 직접 문제를 재현하는 과정에서도 많은 흥미를 느꼈다는 반응이었고, 학교에서도 이런 체험수학을 했으면 좋겠다고 하였다.

사전설문조사에 비해 사후설문조사에서는 일상생활과 연계된 체험수학활동이 학생들에게 수학의 필요성을 좀 더 확실하게 느끼게 함을 알 수 있었고, 체험수학활동 자체에 대해서도 매우 흥미 있고 재미있다는 반응을 보였지만 체험수학을 통해 수학을 배울 수 있으며 수학공부에 좀 더 흥미와 동기를 불러일으킴을 알 수 있었다. 또한 사후설문조사 뿐만 아니라 학습지와 체험활동분석에서도 체험수학활동이 문제해결에도 도움을 준다는 것을 알 수 있었고, 적극적으로 수업에 참여하도록 함을 알 수 있었다.

따라서 본 연구를 통하여 살펴본 결과 고등학교과정에서도 시간의 제약은 있지만 상황에 맞는 기자재나 방법을 이용하여 체험수학활동을 개발하고 적용한다면, 학생들이 수학의 필요성과 흥미를 느

끼고 적극적으로 수업에 참여할 것이라고 기대한다.

참 고 문 헌

- 고상수·정인철·박만구 (2009). 교구를 활용한 중학교 공간능력 향상을 위한 수업에서 학습의 효과, 한국수학교육학회지 시리즈 A <수학교육> 48(1), pp.1-20. 서울 : 한국수학교육학회.
- 김수현 (2008). 체험활동 중심의 중학교 수학과 재량활동 수업의 실제, 한국해양대 교육대학원 석사학위 논문.
- 김양미 (2006). 체험수학을 이용한 수학학습 운영에 관한 연구 : 중학교 '1.집합과 자연수'를 중심으로, 아주대 교육대학원 석사학위논문.
- 이혜진 (2006). ICT를 활용한 효율적인 함수지도에 관한 연구 : 고등학교 삼각함수 단원을 중심으로, 신라대 교육대학원 석사학위논문.
- 정재훈 (2008). 고등학교 수학의 MAPLE 활용 방안 : 이차함수, 삼각함수를 중심으로, 한남대 교육대학원 석사학위논문.
- 정희주 (2007). 체험수학을 활용한 수학 학습 동기유발에 관한 연구 : 7-나 단계를 중심으로, 신라대학교 교육대학원 석사학위 논문.
- 한국교육과정평가원. 교수학습개발센터. 클리노미터. <http://classroom.re.kr/>
- 홍범준 외 8인 (2007). 센 수학 10-나, 서울 : 좋은책신사고.

A Study on Teaching Methods of Trigonometric Functions through Experimental Mathematics measuring height and width of buildings

Kim Kiwon

Department of Mathematics Education, Silla University, Busan, Korea

Email: kwkim@silla.ac.kr

Kim Mina

Master of Mathematics Education, Silla University, Busan, Korea

Email: kippumi79@naver.com

The education of mathematics is comprised of formal thoughts so students lose interest and they don't have a chance to have a liberal mind. To solve this problem, recently, the flow of mathematic education is changing from formal mathematics to experimental mathematics, which focuses on student's activity and experience. Experimental mathematics can improve student's interest and participation.

This study is about teaching methods of trigonometric functions through experimental mathematics measuring height and width of buildings. For measuring height of buildings we use clinometer and for measuring width of buildings we developed a mathematical tool with which we can measure angle for width of buildings.

Through this activity, students obtained an interest in mathematics and they gained a positive attitude for the lesson. If we use this experimental mathematics method in high school, it's possible to reduce fears of mathematics and to increase an interest for mathematics.

* ZDM Classification : U64

* 2000 Mathematics Subject Classification : 97U60

* Key Words : experimental mathematics, teaching methods of trigonometric functions