대한수학교육학회지 <학교수학> 제 11 권 제 3 호
Journal of Korea Society of Educational Studies in Mathematics
School Mathematics Vol.11, No.3, 463-477. Sep. 2009

우리나라 초등학교 수학에서의 소수 도입에 대한 분석과 비판

강 현 영* · 박 문 환** · 박 교 식***

수학적으로 그리고 역사적으로 중요한 의미를 갖는 소수는 초등학교부터 고등학교에 이르기까지 오랜 기간 동안 다루어지고 있다. 학생들이 소수 개념을 충실히 이해하도록 지도하기 위해서는 먼저 소수의 다양한 측면을 지도 과정에서 고려할 필요가 있다. 소수의 다양한 의미 지도를 간과할 경우, 이전에 배운 수체계가 학생들의 소수 개념 이해를 제한하거나, 소수의 의미가 한 가지에 국한되어 소수의 계산이 힘들어 질뿐만 아니라 실수의 이해까지도 약화될 수 있다. 이에 따라 이 연구에서는 소수를 사용하는 다양한 상황에서의 소수의 역할과 기능에 주목하여 소수의 의미를 등분할 소수, 양 소수, 조작 소수, 비율 소수, 몫 소수, 배 소수로 구분하였고, 그것을 바탕으로 제7차 교육과정에 따른 초등학교 교과서에서 소수를 어떻게 도입하고 있는지 분석 · 비판하였다.

I. 서 론

소수는 실수를 이해하는데 핵심적인 역할을 한다(우정호, 변희현, 2005; 송근영, 방정숙, 2008). 서양수학사에 따르면 소수의 역사적 발생의 한 맥락은 네덜란드의 수학자 스테빈(Simon Stevin, 1548-1620)에 기인한다. 스테빈은 분모가 10의 거듭제곱인 분수를 간편하게 나타내기 위해, 분자만을 사용하는 표기법을 처음으로 고안했다. 비록 그가 오늘날과 같이 소수점을 사용하는 완전한 표기법을 고안했던 것은 아니지만, 그는 나름대로 소수의 각 자리를 나타내는 창의적 방식을 고안했다. 예를 들어 스테빈은 537.968을

537 9①6②8③ 또는 $53\overset{0}{7}\overset{1}{9}\overset{2}{6}\overset{3}{8}$ 또는 537, 9′6″8‴

과 같이 나타냈다(Cajory, 1917; Kline, 1972). 분모가 10의 거듭제곱인 분수끼리의 계산은 그렇지 않은 분수끼리의 계산에 비해 훨씬 더 수월하다. 스테빈은 그 차이점에 주목하여, 분모가 10의 거듭제곱인 분수를 분자만을 사용하여 간편하게 나타내었다.

스테빈이 계산의 편의를 위해 처음으로 그러한 표기법을 고안하기는 했지만, 역사적으로는 그가 처음으로 소수를 사용한 것은 아니었다. 아랍과 중국에서는 스테빈 시대보다 더 오래 전에 이미 소수를 사용했다(Mactutor, 2009, 인터넷 자료). 중국에서는 일보다 작은 단위를 만들기 위해 소수를 고안했다. 예를 들어 십이 일을 10배한 것이고, 백이 십을 10배 한 것이라면 같은 방법으로, 일은 무엇인가를 10배한 것으로 생각할 수 있다. 이때 그 무엇인가에 해당하는 것이 분(分)이다. 다시 분은 리(釐/厘)

* 경인교육대학교 강사(제1저자) (sunray-kang@nate.com)
** 춘천교육대학교 (pmhwan@cnue.ac.kr)
*** 경인교육대학교(교신저자) (pkspark@ginue.ac.kr)

의 10배이고, 리는 모(毛) 또는 호(毫)의 10배이다. 예를 들어 3분은 0.3을, 3분2리는 0.32를 나타낸다(김용운, 김용국, 1996). 중국 원나라 시대 사람인 주세걸(朱世傑)이 1299년에 출판한 《산학계몽(算學啓蒙)》에서는 소수의 각 자리를 나타내는 이름으로 분(分), 리(釐), 호(毫), 사(絲), 홀(忽), 미(微), … 등을 소개하고 있다(주세걸, 2009). 우리나라에서도 이것을 소수의 이름으로 받아들이고 있지만, 현재의 학교수학에서 소수의 이러한 이름을 소개하고 있는 것은 아니다.

우리나라 초등학교 수학에서는 소수를 스테빈의 방식으로 도입한다. 즉, 소수를 '1보다 작은 수'라는 맥락이 아니라 '분모가 10의 거듭제곱인 분수'라는 맥락에서 도입한다. 그래서 2006년에 개정한 초등학교 수학과 교육과정(교육과학기술부, 2006, p.15, 이하 간단히 개정 교육과정)에서도 명확히, "분모가 10인 진분수를 통하여 소수를 이해한다."고 되어 있다. 이러한 의미에서 스테빈의 소수는 decimal fraction이다. 그것은 말 그대로 십진분수 즉, 분모가 10씩 커지는 분수이다. '1보다 작은 수'라는 맥락은 스테빈 시대보다 더 오래 전의 중국에서 통용되던 맥락이지만, 오늘날 우리나라 초등학교 수학에서 이 중국식 맥락의 흔적은 단지 '소수(小數)'라는 용어에만 남아 있을 뿐이다. 중국에서는 소수라는 용어를 오랫동안 사용해 왔기에, 서양 소수인 decimal fraction을 '십진분수'로 번역하는 대신 '소수'를 그대로 사용했던 것으로 보인다(박교식, 2008).

초등학교에서는 학생들이 그 다양한 상황에서 사용하는 소수를 이해할 수 있게 하고, 또 다양한 상황에서 적절하게 사용할 수 있게 하기 위해 소수를 지도한다. 초등학교 수학에서의 소수 도입과 관련하여 2006년에 개정한 교육과정 해설서(교육과학기술부, 2008, p.87, 이하 간단히 개정 해설서)에서는 "실생활에서 소수가 사용되는 상황을 통하여 소수의 의미를 이해하게 한다."고 해설하고 있지만, 실제로는 소수의 의미에 대해 아무런 언급도 하지 않고 있다.

수학적으로 그리고 역사적으로 중요한 의미를 갖는 소수는 초등학교부터 고등학교에 이르기까지 오랜 기간 동안 다루어지지만, 많은 교육적 노력에도 불구하고 학생들의 소수 개념의 이해도가 낮다. Hiebert(1992), Resnick 등(1989), Drexel(1997)에 의하면 학생들은 소수를 개념적으로 이해하지 못하고 선수학습인 범자연수(즉, 0과 자연수)와 분수 지식을 과대 일반화한다. 소수 개념에 대한 그릇된 이해는 소수의 계산에서 일어나는 오류의 원인이 되기도 하다(Brousseau,1997; Stacey et al, 2001: 변희현, 2005; 양성윤, 2006). 소수와 관련해서 적지 않은 연구가 있었지만, 주로 소수와 선수 지식과의 관계, 소수 계산에서의 오류 및 소수 계산 지도, 소수 지도에서의 구체물 사용과 관련한 것이다. 소수 개념을 이해하도록 지도하기 위해서는 먼저 소수 개념의 다양한 측면을 밝힌 후, 지도 과정에서 그것을 어떻게 고려해야 하는지의 문제를 취급해야 한다. 소수의 다양한 의미 지도를 간과될 경우, 이전에 배운 수체계가 학생들의 소수 개념 이해를 제한되거나(Hiebert, 1992; Resnick 등, 1989; 변희현, 2005), 소수의 의미가 한 가지로 국한되어 소수의 계산이 힘들어 질뿐만 아니라 실수의 이해까지도 약화될 수 있다(변희현, 2005). 이에 따라 이 연구에서는 다양한 상황에서 사용하는 소수의 의미에 초점을 맞추어, 그것을 바탕으로 초등학교 교과서에서 소수를 사용하는 다양한 상황을 분석한 다음, 초등학교 수학에서의 소수 도입에 관해 고찰한다.

II. 소수의 의미

소수의 사전적 의미는 '0보다 크고 1보다 작은 실수'이다. 이것은 옛 중국의 방식에서 비롯된 의미이지만, 현재 소수라고 할 때 그것이 항상 0보다 크고 1보다 작은 것은 아니다. 그래서 학교수학에서는 소수를 더 이상 그런 의미로 도입해서 지도하지는 않는다. 1을 기준으로 1보다 큰 소수를 대소수(帶小數)라고 하지만, 초등학교 수학에서는 이 용어를 사용하지 않는다. 개정 해설서에서는 대소수 대신에 '혼소수(混小數)'라는 용어를 사용하지만, 혼소수를 정식 용어로 보기는 어렵다. 그러나 소수의 사전적 의미가 완전히 사라진 것은 아니어서, 대소수를 '정수부'와 '소수부(小數部)'로 구분할 때의 소수부는 0보다 크고 1보다 작은 부분을 의미한다.

스테빈의 방식이든 옛 중국의 방식이든 결과적으로 소수는 수학적으로는 자연수에 적용하던 십진법을 1보다 작고 0보다 큰 수에 확장해서 적용한 기호 체계이다. 그래서 자연수에서와 마찬가지로 왼쪽으로 한 자리씩 이동하면 10배씩 커지고 오른쪽으로 한 자리씩 이동하면 1/10배씩 작아진다. 또, 10개의 숫자 0, 1, 2, …, 9를 사용해서 모든 실수를 유일하게 표현하는 것이 가능하다(우정호, 변희현, 2005). 이와 같이 십진법의 확장이라는 입장에서 소수의 의미를 찾는 것도 가능하다. 그러나 오늘날 소수는 수학적 정의에만 머물러 있는 것이 아니라, 실제로는 다양한 상황에서 사용된다는 점에서, 이 연구에서는 후자의 관점에서 소수의 의미를 찾는다. 이러한 목적을 위해서는 스테빈의 방식이 도움이 된다. 즉, 소수를 분모가 10의 거듭제곱인 분수로 간주하면 소수 역시 분수가 가진 의미를 그대로 가진다고 할 수 있다. 개정 해설서에서 소수의 의미를 제시하고 있지는 않지만, 분수의 의미에 대해서는(교육과학기술부, 2008, p.115) "분수에는 일반적으로 등분할의 분수, 양으로서의 분수, 연산자로서의 분수, 비율로서의 분수, 몫으로서의 분수 등 여러 가지 의미가 있다."고 언급하고 있다. 분수의 이러한 의미는 분수를 사용하는 상황에서 분수가 하는 역할이나 기능에 주목한 분류이다. 따라서 소수를 스테빈의 방식에 따라 도입하면 소수를 사용하는 상황에서 소수가 하는 역할이나 기능에 주목하여 소수의 다양한 의미를 생각할 수 있다. 片桐重男(1995, 2001)과 이용률(1999)이 바로 이러한 방식을 따르고 있다. 여기서는 이들의 주장과 개정 해설서에서 제시하는 분수의 의미를 참고하여 소수를 그 의미에 따라 각각 등분할 소수, 양 소수, 조작 소수, 비율 소수, 몫 소수, 배 소수로 구분한다.

스테빈의 방식을 따른다면 가장 먼저 '등분할 소수'를 생각할 수 있다. 등분할(等分割)에서 분할은 '나누어 쪼갬'을 의미한다. 즉, 등분할은 똑같이 나누어 쪼갠다는 것을 의미한다. 사실 등분할 대신 '등분(等分)'이라고 할 수도 있다. 등분은 '분량을 똑같이 나눔 또는 그 분량'을 의미한다. 등분은 '똑같이 나누는 행위' 또는 '똑같이 나누어진 분량'을 나타낸다. 사전적으로 등분할은 '똑같이 나누어 쪼개는 행위'만을 의미한다. 그래서 등분할 소수라고 할 때, 그것은 소수가 어떤 전체를 똑같이 나누어 쪼개는 행위를 나타낸다고 생각하기 쉽다. 그러나 등분할 소수는 소수의 그러한 행위에 초점을 맞춘 소수가 아니라, 등분할 분수의 의미가 그런 것처럼, 실제로는 '똑같이 나누어 쪼개진 분량' 몇 개를 나타낸다. 즉, 1에 해당하는 어떤 전체(whole)를 10등분, 100등분, 1000등분, …… 한 것 몇 개분의 크기를 나타내기 위해 소수를 사용할 수 있다(片桐重男, 1995, 2001). 이러한 용도로 사용하는 소수를 간단히 등분할

소수라고 하기로 한다. 등분할 소수를 간단히 '분할 소수'(片桐重男, 1995, 2001)라고 할 수도 있다. 예를 들어 등분할 소수로서의 0.3은 1에 해당하는 어떤 전체를 10등분한 것 3개분의 크기를 의미하고, 2.34는 1에 해당하는 어떤 전체 2개와 그 하나를 100등분한 것 34개분의 크기를 의미한다. Resnick 등(1989)에 의하면, 예를 들어 등분할 분수 3/10에는 어떤 전체를 10등분한 것 중의 3개라는 것이 명시적으로 드러나 있지만, 등분할 소수 0.3에는 어떤 전체를 10등분했다는 것이 명시적으로 드러나 있지 않다. 소수 0.3에서 어떤 전체를 10등분했다는 것은 소수점 이후의 숫자가 3 한 개뿐라는 사실에 암묵적으로 제시되어 있다. 등분할 소수 0.32는 등분할 분수 32/100의 다른 표현이므로, 그것은 어떤 전체를 100등분한 것 중의 32개를 의미하지만, 어떤 전체를 100등분했다는 것은 소수점 이후의 숫자가 3과 2의 두 개라는 사실에 암묵적으로 제시되어 있다. 그래서 등분할 소수 0.32가 어떤 전체를 10등분한 것 중의 3개와 그 어떤 전체를 100등분한 것 중의 2개의 합을 의미한다는 것을 즉각적으로 알기는 어렵다 (Hiebert, 1992). 이용률(1999)은 등분할 분수를 취급하고 있지만, 그것에서 비롯되는 등분할 소수를 취급하고 있지는 않다. 등분할 소수와 등분할 분수를 호환의 관점에서 대우할 수는 없다. 등분할 소수에서는 등분할이라는 행위를 10의 거듭제곱에 국한하기 때문이다. 이런 점에서 보면 등분할 소수와 등분할 분수 사이에는 차이점이 있다. 등분할 소수에서 소수의 의미를 더 세분하는 경우에도 이러한 제한이 있다.

등분할 소수에서 소수의 의미를 더 세분해서 분리하는 것이 가능하다. 그 중 하나는 양(量)의 측정값을 나타내기 위해 소수를 사용할 때의 의미이다(片桐重男, 1995, 2001; 이용률, 1999). 이러한 용도로 사용하는 소수를 간단히 '양 소수'라고 하기로 한다. 즉, 양을 나타내는 단위를 붙여 표시하는 명수(名數)로서의 소수가 양 소수이다. 예를 들어 0.3 cm는 1 cm를 10등분한 것 중의 3개의 크기를, 0.32 cm는 1 cm를 100등분한 것 중의 32개의 크기를 나타낸다. 물론 0.3 cm와 0.32 cm를 얻는 과정은 등분할 소수를 바탕으로 하고 있지만(片桐重男, 2001), 0.3 cm와 0.32 cm에서의 0.3과 0.32는 모두 등분할 소수가 아니다. 0.3 cm와 0.32 cm는 각각 고유의 절대 크기를 나타내기 때문이다. 서양 수학사에 의하면, 그리스 시대 이후에 이산량을 다루는 산술과 연속량을 다루는 기하 영역이 분리되었으나, 스테빈에 이르러서는 이산량과 연속량 모두를 수로 다룰 수 있게 된다. 이 과정에서 소수가 연속량을 다룰 수 있는 수단으로 결정적인 역할을 하게 되었다. 특히 스테빈은 측정 활동 속에서 단위의 가분성을 확보하여 단위가 전체와의 관련 하에서 상대적으로 결정되는 것으로 보았다(Moreno-Armella & Waldegg, 2000). 옛 중국의 소수 발명 맥락도 이와 다르지 않다. 단위의 연속적인 10등분을 통한 측정 상황은 단위보다 작은 양의 측정을 위해 단위를 세분하는 활동을 전제로 한다. 이용률(1999)은 등분할 소수를 양 소수에 포함시키고 있는 것으로 보인다.

소수 0.1을 단위로 하여 그것을 3배한 것의 크기가 0.3이고, 또 소수 0.01을 단위로 하여 그것을 32배한 것의 크기가 0.32라고 볼 수 있다 (片桐重男, 1995, 2001; 이용률, 1999). 이때의 0.3과 0.32를 '배 소수'라고 하기로 한다. 즉, 어떤 소수가 소수 0.1, 0.01, 0.001, …… 을 단위로 하여 그것의 몇 배의 크기로 표현될 때, 그 어떤 소수가 배 소수이다. 이렇게 보면 배 소수 0.3과 0.32는 각각 $0.3=0.1\times3$이고, $0.32=0.01\times32$이다. 배 소수 역시 배 분수에서 비롯된 의미이지만, 개정 해설서에서는 배 분수에 대한 언

급이 없다. 이용률(1999)은 예를 들어 0.32는 0.1의 3배와 0.01의 2배의 합을 나타내는 바, 그 의미를 배 소수의 의미와 다른 것으로 거론하고 있다. 반면에 片桐重男은 1995년에 간행한 저서에서는 배 소수의 의미를 설명하면서 예를 들어 0.32는 0.1의 3배와 0.01의 2배의 크기를 나타낸다고 하고 있지만, 2001년에 간행한 저서에서는 그런 예를 제시하지 않았다. 만약 0.32가 0.1의 3배와 0.01의 2배의 크기를 나타낸다는 것을 소수의 한 의미로 받아들인다면, 분수 32/100가 1/10의 3배와 1/100의 2배의 크기를 나타낸다는 것도 받아들여야 할 것이다. 그러나 片桐重男(1995)과 이용률(1999)은 분수의 그러한 의미를 언급하고 있지 않다. 따라서 스테빈의 방식을 따른다면, 片桐重男(1995)과 이용률(1999)이 언급한 이 의미는 다소 부적절하다고 할 수 있다. 그래서 片桐重男은 2001년에 간행한 저서에서는 그런 예를 제시하지 않은 것인지도 모른다.

몫을 나타내기 위해 소수를 사용할 수 있다(片桐重男, 1995, 2001; 이용률, 1999). 이러한 용도로 사용하는 소수를 간단히 '몫 소수'라고 하기로 한다. 예를 들어 몫 소수 0.3과 0.32는 각각 23÷10과 32÷100을 의미한다. 몫 소수는 정수 몫과 나머지를 한꺼번에 나타낸 것이라 할 수 있다. 예를 들어 23÷10에서 몫이 2이고 나머지가 3인데, 소수 2.3을 사용하면 그 결과를 한꺼번에 나타낼 수 있다. 실제의 상황에서는 이와 같이 몫을 나타내기 위해 소수를 사용하는 것이 자연스러운 경우가 있다. 예를 들어 "23개의 사과를 10명에게 나누어 주는 경우 1인당 몇 개꼴인가?"와 같은 문제에서는 '1인당 2.3개꼴'이라고 답하는 것이 자연스럽다.

비율을 나타내기 위해 소수를 사용할 수 있다(片桐重男, 1995; 이용률, 1999). 이러한 용도로 사용하는 소수를 간단히 '비율 소수'라고 하기로 한다. 비율 소수는 동일한 종류의 양인 전체를 비교량으로 하고 단위를 기준량으로 하여, 단위에 대한 전체의 비의 값을 소수로 나타낸 것이다. 예를 들어 비율 소수 0.3은 기준량 10에 대한 비교량 3의 비율을, 0.32는 기준량 100에 대한 비교량 32의 비율을 나타낸다. 이때 기준량 10에 대한 비교량 3의 비율을 3할이라고 하는 바, 3할을 0.3으로 표기한다. 또, 100에 대한 32의 비율을 3할2푼이라고 하는 바, 3할2푼을 0.32로 표기한다. 푼은 분(分)의 변음이다. 할, 푼, 리 등을 사용하여 한 양에 대한 다른 한 양의 비율을 나타내는 것을 보합(步合)이라고 한다. 보합에서는 0.1을 1할, 0.01을 1푼, 0.001을 1리, …… 라고 한다. 그런데 옛 중국에서 비롯한 소수의 이름을 사용하면 0.3과 0.32는 각각 3분과 3분2리라고 읽어야 하지만, 보합에서 '할(割)'이라는 단위를 사용하면서 현재와 같은 용법이 굳어지게 되었다. 그러나 이러한 용법은 소수의 이름이 할, 푼, 리, …… 인 것처럼 오도할 수 있다. 비율은 비의 값을 나타낸 것이므로 비율 소수 대신에 '비 소수'라고 할 수도 있다. 한편, 片桐重男(2001)에서는 예를 들어 어떤 크기가 다른 어떤 크기의 0.3개분에 해당할 때 '0.3배'라는 표현을 사용하는 경우 이 0.3을 비율소수로 보고 있는데, 이러한 주장을 片桐重男(1995)에서는 찾아볼 수 없다. 片桐重男(2001)은 '소수배(小數倍)'라는 표현이 바로 비율 분수를 나타낸다고 보고 있다. 어떤 크기가 다른 어떤 크기의 0.3개분에 해당할 때, 후자는 기준량이 되고, 전자는 비교량이 되어 0.3배는 결국 기준량을 1로 볼 때의 비율을 나타내고 있기에, 0.3배를 비율소수로 보고 있는 것이다. 片桐重男(2001)의 이러한 주장은 '소수배'를 결과로 해석한 때문이다. 앞에서 이미 등분할을 결과와 과정의 두 측면에서 해석했던 것처럼, 소수배 역시 결과와 과정의

두 측면에서 해석하는 것이 가능하다. 片桐重男(2001)은 소수배를 결과 측면에서 해석하여 비율 소수로 본 것이고, Brousseau(1997), 김용태, 임해경, 안병곤, 신봉숙(2001), 변희현(2005)은 그것을 과정 측면에서 해석하여 뒤에서 언급할 조작 소수로 본 것이다.

등분할 소수에서 분리해 낼 수 있는 다른 한 의미는 1을 나타내는 어떤 전체를 똑같이 나누어 쪼개는 행위 즉, 조작(操作)이다(片桐重男, 1995, 2001; 이용률, 1999). 이러한 용도로 사용하는 소수를 간단히 '조작 소수'라고 하기로 한다. 등분할 소수는 등분할한 결과를 나타내는 반면, 조작 소수는 등분할하는 과정을 나타낸다. 예를 들어 조작 소수 0.3은 1에 해당하는 어떤 전체를 10등분하여 그것을 3개 모으는 조작을, 0.32는 1에 해당하는 어떤 전체를 100등분하여 그것을 32개 모으는 조작을 의미한다. 조작의 사전적 의미는 '기계 따위를 일정한 방식에 따라 다루어 움직임'이지만, 조작 소수에서의 조작은 실수 A에 소수 B를 사용하여 조작을 해서 실수 C를 얻는다는 의미이다. 이때 소수 B는 조작의 주체가 된다. 소수 B를 사용하여 실수 A를 조작한다는 것은 실수 A에 소수 B가 작용해서 어떤 결과 C를 얻는다는 의미이다. 그런 의미에서 소수 B는 수학적으로 작용소(作用素, operator)가 될 수 있다. 예를 들어 소수 0.3은 10을 3에, 0.32는 100을 32에 대응시키는 작용소이다. 이때 이 대응은 '곱하기'라는 작용(즉, 연산)을 수반한다. 그래서 이 관계를 수식으로 나타내면 각각 $10\times0.3=3$, $100\times0.32=32$가 된다. 일반적으로는 실수 x, y에 대해 각각 $x\times0.3=y$, $x\times0.32=y$와 같이 나타낼 수 있다. 일상적으로는 0.3배, 0.32배라는 표현이 각각 소수 0.3과 0.32의 작용소로서의 역할을 좀 더 분명하게 나타낸다. 이렇게 보면 소수는 사실상 곱하기라는 작용을 내포하고 있고, 그런 점에서 조작 소수를 '작용소 소수'라 고 할 수 있다. 작용소 소수에는 선형성의 개념이 내재한다(Brousseau, 1997; 김용태, 임해경, 안병곤, 신봉숙, 2001; 변희현, 2005). 그러나 조작 소수가 곱하기를 제외한 다른 작용을 내포하고 있지는 않다. 한편 operator를 연산자(演算子)라고 번역하기도 하므로, 작용소 소수를 '연산자 소수'라고 할 수도 있다. 실제로 개정 해설서(교육과학기술부, 2008, p.115)에서 '연산자로서의 분수'라는 표현을 사용하고 있고, 따라서 그 의미의 소수에 그 표현을 전용하면 '연산자로서의 소수'가 되고, 이것을 간단히 하면 연산자 소수가 된다. 그러나 작용소 소수나 연산자 소수라는 용어는 지나치게 현학적이다.

III. 초등학교 교과서에서의 소수 도입에 관한 분석

II 장에서 소수를 그 사용 맥락에 따라 등분할 소수, 양 소수, 배 소수, 몫 소수, 비율 소수, 조작 소수의 여섯 가지로 구분하였다. 여기서는 이 여섯 가지 의미를 가진 소수를 제7차 교육과정에 따른 현재의 초등학교 교과서에서 어떻게 도입하고 있는지 분석한다. 제7차 교육과정에서는 <3-나> 단계에서 처음으로 소수 한 자리 수를 도입한다. 이때 도입되는 소수는 등분할 소수에 해당하며, 그것은 등분할 분수를 바탕으로 한다. 이를 구현하기 위해 <3-나> 교과서에서는 먼저 크기 1인 테이프를 10등분하고 자른 테이프의 길이를 분수로 나타내는 활동에서 시작한다. 이 활동은 소수가 연속량을 등분할하는 분수에 그 뿌리를 두고 있다는 것을 분명히 드러낸다. 그 다음에 "전체를 똑같이 10으로 나눈 것 중의 하나는 1/10입니다. 분수 1/10을 0.1이라 쓰고, 영점 일이라고 읽습니다.

1/10 = 0.1 0.1에서 '.'을 소수점이라고 합니다. 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, ……와 같은 수를 소수라고 합니다."(교육인적자원부, 2001a, p.80)와 같이 소수를 정의한다. 이 정의로부터 소수는 분모가 10의 거듭제곱꼴인 분수(즉, 십진분수)의 다른 표현이며, 처음으로 도입하는 소수는 등분할 소수라는 것은 명확하다. 또, 이 정의에 따르면 분수 1/10, 2/10, 3/10, 4/10, ……가 차례로 각각 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, ……라는 것을 알 수 있다. 이것은 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, ……가 각각 전체를 똑같이 10으로 나눈 것 중의 한 개, 두 개, 세 개, 네 개, ……라는 것을 의미한다. 이때 아직까지는 $0.2=0.1+0.1$ 또는 $0.2=0.1\times2$라는 것을 아는 것이 아니다. 아직 소수끼리의 덧셈과 소수와 자연수의 곱셈을 취급하기 전이기 때문에, 그냥 전체를 똑같이 10으로 나눈 것 중의 하나 즉, 0.1이 2개 있기에 0.2인 것이다.

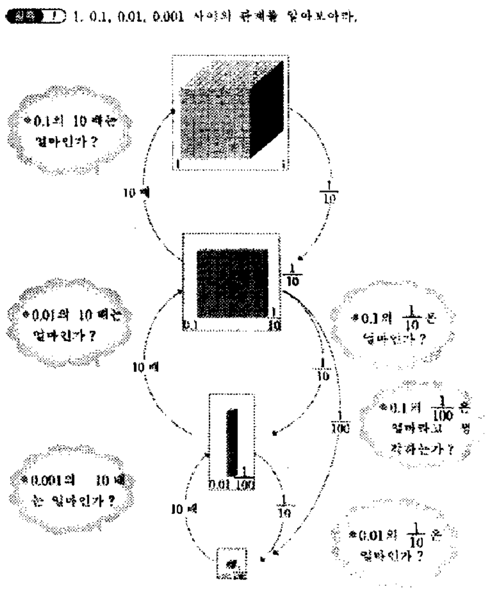
소수 두 자리 수도 등분할 소수로 도입할 수 있다. 이를 위해서는 먼저 전체를 똑같이 100으로 나눈 것 중의 한 개는 1/100이고, 그것을 0.01로 쓰며, 영점 영일이라고 읽는다는 것을 정의한다. 그런 다음 예를 들어 0.35는 전체를 똑같이 100으로 나눈 것 중의 서른다섯 개를 의미하므로, 0.35는 0.01이 35개 있는 것이다. 이때 아직까지는 $0.35=0.01+0.01+\cdots+0.01$(즉, 0.01이 35개) 또는 $0.35=0.01\times35$라는 것을 아는 것이 아니다. 아직 소수 두 자리 수끼리의 덧셈과 소수 두 자리 수와 자연수의 곱셈을 취급하기 전이기 때문에, 그냥 전체를 똑같이 100으로 나눈 것 중의 하나 즉, 0.01이 35개 있기에 0.35인 것이다.

<3-나> 교과서(교육인적자원부, 2001a, p.80)에서는 소수를 등분할 소수로 정의한 후, 곧 이어 소수에 단위를 붙여 양의 측정값을 나타내기 위해 사용한다. 예를 들어 1 mm가 몇 cm인지 알아보는 활동에서, 1 mm는 분수로 1/10 cm이고, 또 1 mm는 소수로 0.1 cm라는 것을 알게 한다. 이런 맥락에서 사용하는 소수가 양 소수이며, 그것의 사용 방법은 양 분수와 같다. <3-나> 교과서의 이러한 맥락은 등분할 소수로부터 파생되는 양 소수를 보여준다. 양 소수가 등분할 소수로부터 파생되기도 하지만, 그렇지 않은 경우도 있다. 예를 들어 등분할 소수의 관점에서 0.3 cm는 0.1 cm가 3개 있는 것으로 받아들일 수 있지만, 0.3 cm를 0.1 cm의 3배로 받아들일 때의 0.3은 등분할 소수로부터 파생된 것이 아니다. 양 소수를 사용하여 대소수를 도입하는 것이 등분할 소수를 이용하여 대소수를 도입하는 것보다 자연스럽다. 그래서 <3-나> 교과서(교육인적자원부, 2001a, p.82)에서도 양 소수를 사용하는 맥락에서 대소수를 취급하고 있다. 예를 들어 4 cm와 3 mm를 합쳐 몇 cm라고 할 수 있는지를 알아보는 활동을 통해 대소수 4.3을 도입하고 있다. 이때 "4와 0.3만큼을 4.3이라 쓰고, 사점 삼이라고 읽습니다."와 같이 대소수를 정의한다. <4-나> 교과서에서 양 소수로 소수 두 자리 수를 도입할 때는 cm와 m를 사용한다(교육인적자원부, 2001b, p.82). 예를 들어 35 cm를 0.35 m로 나타낼 수 있다. 이때 0.35 m는 1 m를 100등분한 것 중 서른다섯 개를 의미한다. 이것은 또한 1 m를 100등분한 것 중의 하나인 0.01 cm가 서른다섯 개 있는 것을 의미한다.

등분할 소수와 양 소수에 이어 배 소수가 <4-나> 교과서에 등장한다. 예를 들어 0.2를 0.1의 2배, 0.3을 0.1의 3배, 0.4를 0.1의 4배, ……로 취급할 때, 이때의 소수 0.2, 0.3, 0.4, ……는 등분할 소수가 아니다. 그것은 등분할 소수에서 파생된 배 소수이다. [그림 III-1]에서 배 소수의 모습을 찾을 수 있다.[1] 여기서 0.01의 10

1) 십진블록이 오히려 이러한 점에서 소수를 이해하는데 어려움을 준다는 주장도 있다. 그것이 자연수의 십

배는 0.1이라고 할 때의 0.1, 0.001의 10배는 0.01이라고 할 때의 0.01이 배 소수이다. 그것은 등분할해서 얻은 소수가 아니라, 각각 '10배'하여 얻은 소수이기 때문이다. 이때 0.01×10을 계산해서, 그리고 0.001×10을 계산해서 각각 배 소수 0.1, 0.01을 얻은 것이 아니다. 소수와 자연수의 곱셈은 <5-나>에서 비로소 취급하기 때문이다. 따라서 여기서는 0.01의 10배, 0.001의 10배는 각각 0.01이 10개, 0.001이 10개 있는 것을 의미한다. 0.01과 0.001의 정의에 따르면, 0.01의 10배, 0.001의 10배는 각각 0.10, 0.010이다. 하지만, [그림 III-1]에 의하면, 0.01의 10배, 0.001의 10배는 각각 0.1, 0.01이다. [그림 III-1]에서 0.1, 0.01, 0.001의 모델은 각각 낱개 모형 100개로 이루어진 판, 10개로 이루어진 막대, 1개로 이루어진 정육면체이다. 그래서 0.01의 10배는 0.10이 아닌 0.1이, 0.001의 10배는 0.010이 아닌 0.01이 된다. 따라서 0.1=0.10, 0.010=0.01이라는 것을 설명해야 하지만, 여기서는 그런 설명을 찾을 수 없다.



[그림 III-1]. 배 소수 (출처: <4-나>, p.22)

초등학교 교과서에서는 (소수)÷(자연수), (자연수)÷(자연수), (소수)÷(소수)의 결과를 소수를 사용하여 나타내게 하고 있다. 예를 들어 <5-나> 교과서(교육인적자원부, 2001d, pp.49-50)에서는 실생활 맥락에서 (소수)÷(자연수)를 도입하고, 그 결과를 소수로 나타내게 하고 있다. 이런 맥락에서 사용하는 소수가 몫 소수이다. 그것의 사용 방법은 몫 분수와 같다. 예를 들어 2.4÷2가 1.2와 같다는 것을 알게 한 뒤, 이어서 소수를 분수로 바꾸어, (소수)÷(자연수)를 계산한 후, 그 결과인 분수를 다시 소수로 바꾸어 (소수)÷(자연수)의 결과를 소수로 나타내는 원리를 설명하고, 이어 형식적인 알고리즘을 도입하고 있다.

초등학교 교과서에서는 비율을 나타내기 위해 소수를 사용하게 하고 있지만, 片桐重男(2001)과 같이 소수배를 결과 측면에서 해석하여 비율 소수로 보는 경우는 찾을 수 없다. <6-가> 교과서(교육인적자원부, 2001e, p.85)에서는 실생활 맥락에서 먼저 비율을 분수로 나타낸 다음, 그것을 다시 소수로 나타내게 하고 있다. 이런 맥락에서 사용하는 소수가 비율 소수이다. 그것의 사용 방법은 비율 분수와 같다. 비율 소수의 의미는 <6-가> 교과서에서 소수가 보합을 나타낸다는 것을 명시적으로 정의할 때(교육인적자원부, 2001e, p.89) 잘 드러난다.

초등학교 교과서에서는 사실상 조작 소수를 보기 어렵다. 조작 소수를 볼 수 있는 구체적인 예는 소수배이지만, 현재의 교과서에서는 소수배를 사용한 예를 찾기 어렵다. <5-나> 교과서(교육인적자원부, 2001d, p.6)에서 실생활 맥락에서 (자연수)×(소수)를 도입하고 있지만, 이때의 소수는 소수배를 나타내기 위한 것이 아니다.

진기수법을 배울 때 사용한 모델과 동일하기 때문이다(Stacey, et. al., 2001).

그것은 직사각형의 세로의 길이를 나타내기 위한 양 소수이다. 이와 같이 직사각형의 넓이를 구하는 맥락에서, 예를 들어 2×0.5가 1과 같다는 것을 알게 한 뒤, 이어서 소수를 분수로 바꾸어, (자연수)×(분수)를 계산한 후, 그 결과인 분수를 다시 소수로 바꾸어 (자연수)×(소수)의 결과를 소수로 나타내는 원리를 설명하고, 이어 형식적인 알고리즘을 도입하고 있다. 그러나 이 과정에서 조작 소수를 사용하고 있는 것은 아니다(교육인적자원부, 2001d, p.7).

IV. 현재의 소수 도입 방식에 관한 비판

현재의 <3-나> 교과서에서 소수의 도입은 크기가 1인 테이프를 10등분하여 분수로 나타내는 것으로부터 출발한다. 즉, 연속량을 등분할하는 분수에서 출발한다. 등분할 분수의 도입에서는 먼저 연속량을 등분할하는 맥락으로 도입하고, 이후에 이산량을 등분할하는 맥락으로 도입하지만, 등분할 소수의 도입은 그렇지 않다. 이산량을 등분할하는 맥락으로 등분할 소수를 도입하는 것도 가능하지만, 교과서에서는 그런 맥락을 찾기 어렵다. 또, 분수를 등분할로 도입할 경우에는 연속량을 2등분, 3등분, 4등분, ……하는 등분할을 사용하지만, 등분할 소수의 도입에서는 연속량을 10등분하는 등분할만을 사용할 수 있다. 이때 '1/10=0.1'에서 소수가 십진분수의 다른 표현이라는 것을 알 수 있다.[2)]

<3-나> 단계에서는 아직 가분수나 대분수를 학습하지 않기 때문에, 십진분수를 바탕으로 대소수를 도입할 수는 없다. 또, 아직 (자연수)+(소수)를 학습하지 않기 때문에, 대소수 4.3의 경우에 "4와 0.3만큼을 4.3이라 쓰고, 사점삼이라고 읽습니다."와 같이 정의한다(교육인적자원부, 2001a, p.86). 소수 한 자리 수의 대소에서도 십진분수에 의존하지 않는다. 예를 들어 0.9와 0.7의 크기를 비교할 때 십진분수를 이용해서 0.9=9/10, 0.7=7/10이고, 9/10이 7/10보다 크므로 결국 0.9>0.7이라고 할 수 있고, 이것으로부터 소수 첫째 자리 수를 비교해서 9>7이면 0.9>0.7이라는 것을 알게 할 수 있다. 교과서에서는 그렇게 하기보다는 0.9는 0.1이 9개, 0.7은 0.1이 7개이므로 0.9>0.7이고, 이것으로부터 소수 첫째 자리 수를 비교해서 9>7이면 0.9>0.7이라는 것을 알게 하고 있다. 즉, 여기서는 최소단위 1/10을 가정하고 그 개수를 구하여 마치 자연수처럼 소수의 대소 관계를 다루고 있다. 이와 같은 방식은 자연수와 소수의 통합을 강화한다. 그런 강화를 통해 소수를 소수점이 있는 자연수로 생각하게 되어, 자연수가 오히려 소수 개념을 형성하는데 장애가 될 수 있다(Resnick 등, 1989; 변희현, 2005). 예를 들어 1.25와 1.26사이의 수를 생각하는데 어려움을 겪을 수 있다. 또, 곱셈에 의해 수가 작아지고 나눗셈에 의해 수가 커질 수 있음을 이해하지 못하고 0.32=0.320와 같은 소수의 이중표기를 받아들이는 것도 어려워진다(Brousseau, 1997; 홍진곤, 1999).

<3-나> 교과서에서는 대소수를 정의할 때 기호 +를 사용하지 않았지만, <4-나> 교과서(교육인적자원부, 2004, p.22)에서는 기호 +를 사용하고 있다. 예를 들어 28/100=0.28로 약속하고, 그

2) 교과서의 소수 정의에서 "0.1, 0.2, 0.3, 0.4, ……와 같은 수를 소수라고 합니다."라는 표현은 "0.1, 0.2, 0.3, …, 0.9와 같은 수를 소수라고 합니다."로 수정하는 것이 더 낫다. 교과서의 정의는 0.4 이후에 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9로 끝난다는 것을 분명하게 드러내고 있지 못하다. 즉, 교과서의 정의는 0.9 이후에도 무엇인가 더 있는 것처럼 보여질 수 있다.

것을 바탕으로

$$4\frac{28}{100} \overset{①}{=} 4+\frac{28}{100} \overset{②}{=} 4+0.28 \overset{③}{=} 4.28$$

이라 하고 있다. 이때는 이미 대분수를 배운 후이므로 ①이 가능하다. ①은 대분수를 (자연수)+(진분수)로 분해하는 것을 의미하는 동시에, (자연수)+(진분수)를 대분수로 나타내는 것을 의미하기도 한다. 28/100의 정의로부터 ②도 가능하다. ②는 분모가 100인 진분수를 소수로 고치는 것을 의미하는 동시에, 소수 0.28을 분모가 100인 분수로 고치는 것을 의미한다. 그런데 ③도 가능한가? <4-나> 교과서에서는 ③이 가능한 이유를 찾을 수 없다. 그런 점에서 ③은 비약이다. ③은 (자연수)+(소수 두 자리 수)를 대소수로 나타내는 것을 의미하는 동시에, 대소수를 (자연수)+(소수 두 자리 수)로 분해하는 것을 의미하지만, 사실상 학생들은 이때까지는 (자연수)+(소수 두 자리 수)를 배우지 않았다. 그래서 학생들이 할 수 있는 것은 ①에서 유추하여 ③을 단지 정의처럼 받아들이는 것이다. ③이 가능하도록 '4+0.28'은 '4와 0.28'이고, '4와 0.28'은 <3-나> 교과서의 방식을 따라 4.28로 쓸 수 있고, 따라서 4+0.28=4.28이라고 할 수 있지만, 교과서에서는 그렇게 하고 있지 않다.

<4-나> 교과서(교육인적자원부, 2004, p.22)에서는 4.28=4+0.2+0.08로 분해하고 있으나, 여기에도 비약이 있다. 이 식에서 등호의 의미를 둘로 분할하여 좌변을 우변으로 전개하는 것과 우변을 좌변으로 계산하는 것으로 나눌 수 있다. 전개라는 의미에서 볼 때 위의 ③에서 4.28=4+0.28이 가능하다고 해도, 0.28=0.2+0.08은 아직 가능하지 않다. 그것을 배운 적이 없기 때문이다. 그래서 4.28=4+0.2+0.08로 전개할 수 있기 위해서는 먼저 0.28=0.2+0.08의 전개가 선행되어야 하지만, <4-나> 교과서에서는 그것을 찾을 수 없다. 십진분수를 이용하면

$$0.28=\frac{28}{100}=\frac{20+8}{100}=\frac{20}{100}+\frac{8}{100}=\frac{2}{10}+\frac{8}{100}$$
$$=0.2+0.08$$

이 가능하지만, 아직 약분을 배우기 전이므로, <4-나> 단계에서 십진분수를 이용할 수 없다. 0.28=0.2+0.08의 전개를 정의로 간주하는 것도 가능하지만, <4-나> 교과서에서는 이런 과정도 밟고 있지 않다. 0.28을 '0.1이 2개와 0.01이 8개의 합'으로 간주하는 것도 가능하지만, 그것을 기호 +를 사용하여 나타낸 적이 아직 없다. 한편, 계산이라는 의미에서 볼 때 학생들은 아직까지는 (자연수)+(소수 한 자리 수)+(소수 두 자리 수)의 계산이 가능하지 않다.

크기가 같은 소수의 도입에서도 십진소수에 의존하지 않는다. 예를 들어 0.2=0.20이라는 것을 설명하기 위해 <4-나> 교과서(교육인적자원부, 2004, p.26)에서는 한 수직선에서 0.2와 0.20의 위치를 각각 나타내게 한 후, 위치 비교를 통해 두 수가 같은 수라는 것을 알게 하고, 그래서 0.20에서 끝자리 숫자 0을 생략할 수 있게 하고 있다. 교과서의 이런 장면과는 달리 <4-나> 교사용 지도서(교육인적자원부, 2004, p.101)에서는 크기가 같은 십진분수를 이용하여 설명하고 있다. 그러나 크기가 같은 분수는 <5-가> 단계에서 취급하기 때문에 <4-나> 단계에서는 그 방법을 이용할 수 없다. 0.28을 '0.1이 2개와 0.01이 8개의 합'으로 간주하는 것을 받아들인다면 0.20은 '0.1이 2개와 0.01이 0개의 합'이므로 결국 '0.1이 2개' 즉, 0.2와 같다고 할 수 있지만, 교과서에서 이러한 접근을 하고 있지는 않다.

양 소수의 지나친 사용은 암묵적으로 소수는 측정 결과의 표현이며, 단위의 위치를 나타내는 소수점을 가진 자연수라는 심상을 강화한다. 더 나아가 소수를 단위를 수반한 양의 표현으로 간주하면서 적절한 단위가 수반되지 않는 소수는 의미가 없는 것으로 인식하게 할 수

있다. 예를 들어 3.25 g이나 3.25 cm는 의미를 갖지만 3.25는 의미가 없다고 생각하게 할 수 있다(Brousseau, 1997; 홍진곤, 1999; 변희현, 2005). 하지만 소수를 측정의 결과로 볼 때 장점도 있다. 연속량의 측정값은 정수, 분수, 소수로 표현가능하지만 일반적으로 실제적인 측정에 대응하는 수는 소수이기 때문이다. 변희현(2005)에 따르면, 단위를 세분하는 크기는 분수의 경우에는 임의적이지만, 소수의 경우에는 지정된 크기, 예를 들어 1/10, 1/100 등으로 단위를 세분한다. 또, 분수의 경우에는 위치기수법을 사용하지 않지만 소수의 경우에는 위치기수법을 사용한다.

측정 결과 나타나는 수치는 측정되는 크기를 구성하는 단위의 회수로 단위에 대한 전체의 관계로 파악할 수 있다. 이렇게 해서 예를 들어 0.3은 0.1의 3배, 0.34는 0.1의 3배와 0.01의 4배의 합으로 보는 것을 자연스럽게 도입할 수 있다. 주어진 단위와 그 세분단위로 전체 양을 구성해 가는 측정 과정은 단위와 전체 사이의 관계에 주목하게 한다. 예를 들어 4.28 m는 1 m를 단위로 할 때 4개의 1-단위, 2개의 1/10-단위, 8개의 1/100-단위로 이루어진 크기를 뜻한다. 따라서 단위를 뺀 소수 4.28은 단위와 측정하는 양 사이의 비로 파악할 수 있다(변희현, 2005). 이렇게 소수를

$$4.28=4\times1+2\times\frac{1}{10}+8\times\frac{1}{100}=4\times1+2\times0.1+8\times0.01$$

과 같이 기수법적인 관점에서 다루게 되면 소수를 더하는 것은 각 자릿값을 공통단위로 하여 자리별로 덧셈을 하는 과정으로 이해할 수 있다. 이 경우 덧셈의 기초가 되는 공통단위는 수 표현에 내재된 자릿값으로 생각할 수 있게 되어, 소수점 이하의 자리수가 다른 두 소수의 덧셈의 경우 굳이 뒷자리에 0을 첨가하여 자리수를 같게 할 필요 없이 쉽게 덧셈을 할 수 있다. 그러나 교과서에서 이런 접근을 하고 있는 것은 아니다.

V. 결 론

소수는 분수뿐만 아니라 모든 실수의 십진법화를 가능하게 하며, 이산량 및 연속량을 수로 나타내고 수에 연속성을 부여하여 수와 크기를 동일시하게 한다. 초등학교에서부터 고등학교에 이르기까지 오랜 기간 동안 학교수학에서 소수를 다루고 있으나 학생들의 소수에 대한 이해도는 낮은 편이다. 소수 개념을 충실히 이해하도록 지도하기 위해서는 소수의 다양한 측면을 지도 과정에서 고려해야 할 필요가 있다. 이 연구에서는 소수의 역할과 기능에 주목하여 소수를 등분할 소수, 양 소수, 조작 소수, 비율 소수, 몫 소수, 배 소수로 구분하였다. 이러한 의미는 서로 분리되어 있기보다는 복합적으로 연결되어 있으므로 소수를 지도할 때도 이러한 의미가 서로 연결될 수 있게 지도해야 한다.

제7차 교육과정에 따른 초등학교 교과서에서 주로 분수 형태로 나타낸 다음 소수로 표현하는 과정을 강조할 뿐, 소수의 의미를 본질적으로 다루고 있지는 않다. 최소 단위를 가정하고 그 개수와 관련하여 자연수처럼 소수를 다루게 하여 오히려 자연수가 소수 개념 형성에 장애가 되기도 한다. 소수의 여러 의미가 다루어지지 못하고 한 가지 의미의 지나친 사용은 소수 개념의 이해에 장애가 되기도 한다. 이러한 논의를 종합하여 소수지도에 대한 몇 가지 제언을 하고자 한다.

첫째, 소수를 다양한 상황에서 사용할 수 있다는 것을 보이기 위해서는 등분할 분수를 도입하는 것과 같이 등분할 소수의 도입과 관련하여 이산량의 등분할 맥락을 추가적으로 사용

하는 것이 필요하다.

둘째, 크기가 같은 소수, 소수와 십진분수 사이의 동치관계는 연속량의 측정에서 중요한 역할을 하므로 구체적인 조작 활동을 통하여 이해하게 할 필요가 있다. 초등학교 교과서에서는 소수를 십진법 체계의 확장으로 보고 자연수 지도에 사용하였던 수모형을 사용한다. 특히 자연수 천에 해당하는 모형을 단위로 사용하여 소수의 자릿값 관계를 지도하고 있다. 이때 소수의 조밀성이나 연속적인 양에 바탕을 두어 자릿값을 이해하는 것이 어려울 수 있다. 십진블록을 구성하는 조각 사이의 관계를 기술하기 위한 새로운 방식을 이해해야 하기 때문이다. 십진블록은 소수의 자릿값 사이의 관계를 설명하기 위한 도구이지만 부피에 기초한 모델이므로, 학생들의 자연스런 접근이 어렵다(Stacey et al, 2001). 그래서 그 대안적 모델로 Linear Arithmetic Block(Stacey et al, 2001)이나 반구체적인 모델로 자릿값 판 모델(양성윤, 2006, p.10)을 제시하기도 한다(양성윤, 2006; Stacey et al, 2001; 변희현, 2005).

셋째, 측정 결과를 일상적 언어로 표현하고 도표와 등식 등으로 바꾸어 표현하게 한다. 이와 같이 소수를 여러 가지로 표현하게 하면, 단위와 전체 사이의 관계에 주목하게 된다(변희현, 2005). 예를 들어, 2.73m는 1m를 단위로 하여 2개의 1-단위, 7개의 1/10-단위, 3개의 1/100-단위로 이루어진 크기를 의미하는 것으로서, 단위를 뺀 소수 2.73을 단위와 측정하는 양 사이의 비로 파악할 수 있다. 이러한 활동은 기계적이고 자동적인 단위 세분에 의한 크기의 측정을 효과적으로 다룰 수 있는 십진법으로, 소수 개념과 단위와 측정하는 양 사이의 관계에 주목하게 한다. 또 기수법적 관점에서 소수를 다루게 되어 소수 계산을 이해하는데 도움이 된다.

넷째, 소수와 분수, 소수와 범자연수의 표기 체계에 대한 유사점과 상이점을 인식시키는 설명이나 연습이 부족하므로, 표기 체계의 유사점과 차이점을 숙지시킬 필요가 있다. 수의 표기상의 차이에는 중요한 개념상의 차이가 내재되어 있다. 1보다 작은 양에 대하여 10등분의 과정을 계속하면 새로운 자리가 생기고 그 자릿값들은 1/10, 1/100 등이 된다는 재개념화를 통해 자리수를 읽는 방향에 따라 자릿값이 커지거나 등분되는 것으로 파악할 수 있는 표기 체계를 갖는다(Hiebert, 1992, pp.287-288). Drexel (1997)은 소수와 분수를 연결하여 지도해야 함을 강조하면서 학생들의 분수에 관한 이해 수준에 맞도록 십진블록을 이용하는 활동을 통한 지도 계획을 수립하기도 한다.

다섯째, 소수 끝자리의 있는 0의 의미 이해를 위해, 그것이 생략가능하다는 것만이 아니라 비율 소수의 의미에서 보면 기준량이 다르다는 것도 알게 할 필요가 있다. 측정값에서 단위를 단순히 바꾸는 활동만을 하는 것이 아니라 기준량에 따라 다양하게 설명하고 표현하게 한다. 이 과정에서 기준량에 따른 소수의 표현의 의미를 익힐 수 있다.

참고문헌

교육과학기술부(2006). **2006개정 수학과 교육과정**. 서울: 대한교과서 주식회사.

교육과학기술부(2008). **초등학교 교육과정 해설(IV)**. 서울: 대한교과서 주식회사.

교육인적자원부(2001a). **수학 3-나**. 대한교과서 주식회사.

교육인적자원부(2001b, 2004). **수학 4-나**. 대한교과서주식회사.

교육인적자원부(2001c). **수학 5-가**. 대한교과서

주식회사.

교육인적자원부(2001d). **수학 5-나.** 대한교과서 주식회사.

교육인적자원부(2001e). **수학 6-가.** 대한교과서 주식회사.

교육인적자원부(2004). **수학 4-나 교사용 지도서.** 서울: 대한교과서 주식회사.

김용운 · 김용국(1996). **중국수학사.** 서울: 민음사.

김용태 · 임해경 · 안병곤 · 신봉숙(2001). 소수 개념 지도에 관한 연구, **수학교육학연구 11**(1). pp.223-238.

박교식(2008). **수학용어 다시보기(초 · 중).** 서울: 수학사랑.

변희현(2005). **소수 개념의 교수학적 분석.** 서울대학교 대학원 박사학위 논문.

송근영 · 방정숙(2008). 소수연산에 관한 예비초등교사의 교수내용지식 분석. **한국초등수학교육학회지** 12(1), pp.1-25.

양성윤(2006). **소수의 덧셈, 뺄셈 오류 유형의 진단과 교정지도,** 경인교육대학교 교육대학원석사학위 논문.

우정호 · 변희현(2005). 소수 개념의 교수학적 분석. **수학교육학연구** 15(3), pp.289-313.

이용률(1999). **지도내용의 핵심과제 99.** 서울: 경문사.

주세걸(2009). **산학계몽(상).** 허민(역). 서울: 소명출판.

홍진곤(1999). 교수학적 상황론에 기초한 소수 지도상황 분석, **학교수학 1**(2). pp.417-431.

Basso, M, Bonotto, C, & Sorzio, P(1998). Children's understanding of the decimal numbers through the use of the Ruler. *Proceedings of the Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education 22nd.* vol. 2. pp.72-79.

Brousseau, G. (1997), *Theory of didactical situation studies in mathematics.* Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Cajory, F. (1917). *A history of elementary mathematics with hints on methods of teaching.* New York: The Macmillan Company.

Drexel, R. E. (1997). Connecting common and decimal fraction concepts: a common fraction perspective. Doctoral Dissertation, University of Wisconsin-Madision.

Hiebert, J. (1992), Mathematical, cognitive, and instructional analyses of decimal fractions. pp.283-322. In G. Leinhardt et. al. (ed), *Analysis of arithmetic for mathematics teaching,* Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.

Kline, M. (1972). *Mathematical thought from ancient to modern times.* (vol.1) New York: Oxford University Press.

Moreno-Armella, L. E. & Waldegg, G. C. (2000). An epistemological history of number and variation. pp.183-190, In Katz, V. J (ed), *Using history to teach mathematics: an international perspective.* Washington: Mathematical Association of America.

Resnick, L. B, Nesher, P, Leonard F, Magone, M, Omanson, S., & Peled, I(1989). Conceptual bases of arithmetic errors: The case of decimal fractions. *Educational Studies in Mathematics,* vol 20, pp.8-27.

Stacey, K, Helme, S, Archer, S., & Condon, C. (2001). The effect of epistemic fidelity and accessibility on teaching with physical materials: A comparison of two mdels for teaching decimal numeration, *Educational Studies in Mathematics*. vol 47, pp.199-221.

片桐重男(1995). 數學的な考え方お育てる數の指導. 東京: 明治圖書.

片桐重男(2001). 算數科の指導內容の體系. 東京: 東洋館出版社.

인터넷 자료

Mactutor(2009).http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Biographies/Stevin.html

Analysis and Critique of the Introduction of Decimal Fraction in Korean Elementary Mathematics

Kang, Hyun Young (Lecturer of Gyeongin National University of Education)
Park, Moon Hwan (Chuncheon National University of Education)
Park, Kyo Sik (Gyeongin National University of Education)

Decimal Fraction with a significant meaning is being treated for long periods, from elementary school to high school. It is necessary to consider in a course of guidance about various aspects of decimal Fraction first of all in order that student understand well about the concept of it. If you overlook guidance of various means of decimal Fraction, Previously learned number system is limited understand of Decimal Fraction concept or meaning of Decimal Fraction limited to the one is difficult to calculate the Decimal Fraction, even can weaken understand of Real Number. Accordingly, in this study, we would like to separate meanings of the Decimal Fraction, focusing on the role and function of the Decimal Fraction in various situations used the Decimal Fraction. Based on this, we analyzed and criticized how to introduce the Decimal Fraction in elementary school textbooks according to the 7th curriculum.

* key words ; meaning of decimal number(소수의 의미)

논문접수 : 2009. 8. 1
논문수정 : 2009. 9. 3
심사완료 : 2009. 9. 11