대한수학교육학회지 <학교수학> 제 11 권 제 3 호
Journal of Korea Society of Educational Studies in Mathematics
School Mathematics Vol.11, No.3, 415-429. Sep. 2009

교과서 연립방정식 단원에 제시된 수학사의 소재 분석 및 교수학적 분석

심 상 길*

본 연구에서는 교과서 연립방정식 단원에 제시된 수학사의 내용을 살펴보고 이를 활용하기 위한 교수학적인 시사점을 분석하였다. 교과서에서 수학사는 읽을거리나 방정식을 푸는 과정에서 문제로 제공되는 경우가 대부분이다. 따라서 교사가 수업 내용을 발전시키거나 자유 탐구를 위한 측면에서 수학사를 활용하기 위해, 그 시대의 사람들은 어떻게 문제를 해결하였는지 탐구할 수 있는 발문을 제시하고 향후 소개되는 연립방정식의 풀이에 대한 기대와 필요성에 대해 생각할 수 있는 기회를 제공하여 현재 사용하고 있는 풀이 방법의 편리성과 우수성을 인식하게 할 수 있다. 또한, 수학사에 나타난 연립방정식의 다양한 풀이에 대해 토론하여 자동화된 풀이를 반복하는 단순함에서 벗어나 수학을 비판적으로 바라보고 새롭게 변화 발전시킬 수 있는 반성적인 사고를 유발할 수 있다.

I. 서 론

수학이 문명사회 건설에 결정적으로 기여해 온 주된 측면은 기계적인 기호 조작 체계로서의 알고리즘이며, 수학교육은 기호체계에 대한 의미 있는 자동조작을 가능하게 하기 위해 노력하고 있다고 말할 수 있을 것이다. 수학적 능력이 증진되려면 초보적인 과정이 자동화되어 일일이 그에 주의를 집중하지 않도록 되어야 한다. 그러나 사고의 자동화가 전적으로 좋은 것만은 아니다. 어떤 활동이 숙달되어 자동화되면 그 이유나 방법에 대해 의문이 제기되기 어렵고 통찰의 근원이 막히게 되는 문제점이 생기게 되는 것이다. 자동화되어 당연히 여기는 수학적 아이디어를 재음미하여 보다 의미 있는 수학적 사고활동이 가능하도록 해 주는 데 큰 도움을 줄 수 있는 것이 수학사이다(우정호, 1998). 특히, 중학교 2학년에 배우는 연립방정식은 단순히 가감법이나 대입법을 사용하여 기계적으로 해를 구하는 연습에 많은 시간을 투자하기 때문에 그 과정이 왜 그렇게 되는지 이유를 모른 상태로 문제를 해결하게 된다. 따라서 수학을 지식의 기억이나 기계적 계산이 대부분을 차지하는 과목으로 인식하여 수학이 갖는 유용성마저 느끼지 못하게 된다. 이 때 수학사는 학생들의 관심사를 이끌어 내고 수학 학습에 대한 긍정적인 태도를 고취시켜 나가는 데 도움이 될 수 있다(고호경, 2004).

중학교 수학 교과서 연립방정식 단원에서는 수학사를 수업에서 활용할 수 있도록 많은 수학사의 내용을 소개하고 있다. 그 내용을 살펴보면, 그리스의 수학자 유클리드가 지은 그리스 시화집에 수록된 문제와 풀이, 중국의 산학서인 구장산술(九章算術)과 손자산경(孫子算經)에 수록된 문제와 풀이, 조선 후기의 실학자

* 단국대학교 교육개발인증원(skshim22@dankook.ac.kr)

황윤석이 펴낸 수학책 이수신편(理藪新編)에 실린 난법가 문제와 풀이, 중국 및 우리나라에서 사용되던 계산 도구인 산가지를 활용한 연립방정식의 풀이 등이 있다. 이와 같이 16종의 중학교 수학 교과서를 전체적으로 살펴보면 다양한 수학사를 소개하고 있으나 일부 교과서에서는 수학사에 대해 전혀 언급이 없거나 간단한 소개 정도로 그치는 경우도 있다. 학교에서 수학 수업이 교과서를 중심으로 진행된다는 점에서 어떤 교과서를 선택하느냐에 따라 교사는 학생들에게 수학사를 소개하거나 활용하지 못할 수도 있다. 따라서 학교에서 선택하는 교과서에 상관없이 학생들에게 활용할 수 있는 수학사에 관련된 자료를 교사에게 제공할 필요가 있다. 이를 위하여 중학교 수학 교과서를 중심으로 연립방정식 단원에서 도입되는 수학사의 내용과 이를 활용하는 방법에 대한 연구가 필요하다. 이는 실제로 학교에서 수학사를 활용하는 교사들에게 수업을 계획하고 준비하는 기초자료로 제공하고, 더 나아가 교육과정을 개발하고 교과서를 집필하는 연구자들에게 참고자료를 제공하기 위함이다.

본 연구에서는 방정식 지도와 수학사 활용에 대해 살펴보고, 16종의 중학교 수학 교과서 연립방정식 단원에서 제시된 수학사의 내용과 그 활용 방법을 조사하여 학교에서 학생들에게 연립방정식을 지도할 때 수학사를 활용하는 방안과 시사점을 찾으려고 한다.

II. 방정식 지도와 수학사 활용

1. 방정식 지도

중학교 수학에서 방정식의 지도는 일반적으로 방정식과 그 해의 의미를 설명하고, 방정식의 해를 구하는 방법을 예로 보여준 다음, 방정식의 해를 구하는 연습 문제를 제시하고, 방정식을 이용하여 다양한 실생활 문제를 풀도록 한다. 이와 같은 방법으로 학습한 학생들은 방정식의 의미와 그 풀이 방법에 대해 깊이 이해하기보다는 방정식의 풀이를 연습하여 그 해를 구하는데 더 관심을 갖게 된다.

수학의 특징의 하나는 점진적으로 형식화가 이루어지면서 점점 더 간략한 형식이 된다는 점이다. 형식화가 용이하다는 것은 수학에 힘을 부여하는 현저한 장점이면서 동시에 수학을 오도하고 교육적으로 해악이 될 수 있는 특징이다. 수학을 학습하는 것은 형식적인 규칙의 바탕을 이해하고 그에 숙달하여 바르게 적용하는 것이다. 그러나 형식을 일단 마스터한 대다수의 사람들은 그것을 단순한 기교로 알고 그 근원에 무관심하게 된다. 통찰의 근원이 자동화로 인해 막힐 수 있는 것이다. 활동을 마스터하면 그 바탕에 의문을 갖지 않게 되며 그러한 의문을 의미 있는 적절한 것으로 생각지도 않게 될 수 있는 것이다. 교수학적인 오류는 먼저 통찰에 의한 학습을 한 다음 자동화로 나아가면 된다는 원리에 있다. 잘못이 생기면 곧바로 통찰에 의한 학습이 이루어진 지점으로 되돌아가는 것도 한 방안이지만, 교사는 학생들이 형식을 적용하는 데 어려움이 일어나지 않을 경우에도 통찰의 근원으로 되돌아갈 기회를 제공해야 한다(우정호, 1998). 따라서 방정식의 지도에서 학생들이 연습을 통해 자동화에 이르기 전에 통찰에 의해 학습할 수 있는 기회를 충분히 제공해야 한다.

김후재(2002)는 Everett와 Everett와 Bodin & Capponi의 연구를 바탕으로 학생들이 방정식을 어려워하는 이유에 대해 반복적인 연습이나 조작을 통해서 대수 그 자체의 특징을 이해하지 못한다는 점과 산술에서 대수로의 전환에서 생

기는 본질적인 어려움을 고려하지 않았다는 점을 지적하였다. 또한, 방정식의 대안적 교수실제에 대해 학생들이 이미 알고 있는 산술적 방법으로부터 출발하여 대수적 방법으로 나아가도록 하면서, 대수적 방법의 필요성, 경제성, 그리고 그 절차 과정을 이해할 수 있게 하는 교수 학습을 제공해 줄 것을 강조하였다.

이은정(2005)은 방정식 단원의 학습 자료 개발에서 수학화를 위한 방정식 영역의 구성 방향에 대해 학생 주변의 다양한 상황을 바탕으로 한 학습 자료를 통해 학생들이 스스로 학습 내용을 재발명할 기회를 제공하고, 다양한 활동의 경험을 통해 기본개념을 학습하도록 하고, 교사의 안내 하에 학생들이 수학적 내용을 학습할 수 있도록 하고, 학습자 주변의 다양한 상황에서 수학적인 내용을 이끌고 이 수학적 내용을 형식화시켜서 수준의 상승이 이루어질 수 있다고 한다. 또한, 고상숙, 최경화(2006)는 방정식 지도에서 수학사를 이용한 학습 자료를 통해 학생들이 스스로 학습 내용을 재발명할 기회를 제공하고, 교사의 안내 하에 학생이 수학적 내용을 학습할 수 있게 탐구활동의 기회를 제공하도록 하였다.

2. 방정식의 역사와 수학사 활용

중학교 연립방정식 단원에서 수학사를 활용하기 위해 우선 방정식의 역사를 살펴보면 방정식 초기의 역사는 사실 자세히 전해지고 있지 않지만, 方程式에서 方程이란 말은 연립방정식을 다룬 1세기경의 중국 한나라 수학서인 구장산술의 제 8장인 '方程章'에서 유래한 것이다. 구장산술에는 연립일차방정식의 풀이에 대하여 그 계수를 계산판 위에 나열한 다음, 가감법으로 푸는 방법이 소개되어 있는데 이와 같이 계수를 늘어놓는 것을 '방정'이라고 불렀다(우정호, 1998). 방정식은 바빌로니아의 점토판과 고대 이집트의 파피루스에서 취급하기 시작하여 중국의 구장산술과 그리스의 디오판토스를 거쳐 비에트와 데카르트에 의해 현대와 같은 체계를 확립하였다(고상숙, 최경화, 2006).

수학사에 등장하고 있는 방정식에 대해 살펴보면, 첫째, 바빌로니아에서는 60진법의 정수와 분수를 알고 있었고, 수표 중에는 곱셈표, 역수표, 제곱표, 세제곱표, 지수표 등이 있으며, 이들을 써서 일차방정식을 풀었다(박세희, 2006). 바빌로니아의 점토판(B.C. 2000년경)에는 미지수를 길이, 너비, 깊이, 부피 등으로 표현하여 방정식을 취급하고 있는데, 길이(x), 너비(y), 그들의 곱을 넓이(xy)로 나타내고 또 미지수가 더 필요한 경우에는 길이(z)를 사용하여 xyz를 부피라고 나타내고 있다. 둘째, 고대 이집트에서 만들어진 가장 오래된 수학서인 아메스(Ahmes)의 파피루스가 있는데 아메스(B.C. 1650년경)가 그 전부터 알려져 있던 수학에 관한 지식을 파피루스에 기록한 수학책이다. 그 내용은 실용적인 기원을 보여주고 있는데, 이를테면 빵과 맥주의 농도라든가 가축들의 먹이 혼합, 곡식의 저장과 같은 문제에 관한 것이었다. a, b, c는 알고 있는 수이고 x가 미지수인 경우의 $x+ax=b$, $x+ax+bx=c$와 같은 일차방정식에 대한 문제를 해결하였다. 그 때의 미지수는 '아하(aha)'이며, 곧 쌓아놓은 더미를 가리킨다. 한편 이집트의 대수는 몇 가지 기호를 사용하고 있는데 더하기 기호는 왼쪽에서 오른쪽으로 걸어가는 다리 한 쌍으로 표현하고 있고, 빼기 기호는 오른쪽에서 왼쪽으로 걸어가는 다리 한 쌍으로 표현하였으며, '같다'와 '미지'라는 뜻의 기호와 표의문자도 이용된다. 셋째, 중국의 구장산술은 모두 9개의 장으로 되어 있고 측량, 농업, 세금징수, 계산, 방정식 풀이법, 직각삼각형의 성질에 관한 총 246

문제를 다룬다. 구장산술에서는 산목을 사용하여 계산을 하고 그 결과만을 숫자로 기록하였다. 넷째, 그리스의 대표적인 수학자 디오판토스(246~330?)는 그의 저서 산학에서 기호를 사용하여 방정식을 최초로 풀었다. 이 책에서는 음의 유리수에 대한 연산까지 정의하였으며, 실제로 음수는 방정식의 풀이 과정에만 사용되고 문제나 답에서는 양의 유리수만을 취급하였다(박종호, 2006).

이러한 수학사를 수학교육에 도입하는 연구가 등장하면서 수학사를 수학교육에 이용하는 보다 구체적인 방법들이 제안되고 있다. 수학의 새로운 단원이나 내용의 도입 부분에 수학사를 제공해 내용의 연계성이나 흥미를 유발시키는 것이 한 가지 시도되고 있는 방법이다. 또 수학 내용의 전개 과정에서 그 내용과 직결된 수학사에 등장한 문제들을 직접 풀어 보게 함으로써 풀이 방법의 비교를 해 보는 것도 한 가지 방법일 수도 있다(주영희, 1997).

수학사를 수업에 도입하는 더 구체적인 방향을 살펴보면, 첫째, 수학에 대한 흥미를 고조시키기 위한 입장이다. 학생들이 배우는 학습 내용 중 특정한 수학자의 이름이 붙은 공식이나 기호가 나올 때, 그 수학자에 대한 소개나 일화, 그가 살았던 시대적 배경 등을 간단히 소개함으로써 학생들이 지금 배우고 있는 내용에 대해 어떤 근원과 경로를 갖고 있는가를 알게 해서 시간적, 공간적으로 단절된 수학을 배우는 듯한 인식을 해소시킬 수 있다. 둘째, 수업 내용을 발전시키기 위한 입장이다. 교과서의 본문에는 거의 제시되어 있지 않지만 수학적 형성, 알고리즘 등과 관련된 과정이나 그 배경을 활용하여 개념적 사고를 고취시키고, 보다 발전적인 학습 지도를 전개하기 위한 입장이다. 셋째, 자유 탐구를 위한 입장이다. 교과서의 내용에만 의존하지 않고 자유로운 보다 진일보한 학습을 시키기 위한 입장으로 수학사로부터 여러 화제를 활용할 수 있다. 넷째, 수업에 활용하기 위한 입장이다. 교사가 어떤 내용의 교수-학습을 계획할 때 아동이 그 내용에 보다 흥미를 가지고 잘 이해할 수 있도록 하기 위해 수학사로부터 지식과 식견을 활용하는 입장이다. 다섯째, 교재 구성을 위한 입장이다. 개인의 수학적 사고의 발달은 수학의 역사 자체를 따른다는 역사발생적 원리에 의한 교재 구성을 의미한다. 발생적 원리는 수학은 완성된 산품으로써가 아니라 역사적 발생 과정 곧, '수학화' 과정을 다시 밟게 함으로써 바르게 이해되거나 적용될 수 있다는 생각을 바탕으로 한다(유현주, 1999).

수학사의 도입에서 기대되는 효과를 정리하면, 첫째, 수학에 대한 흥미와 자신감을 고취시킨다. 어떤 특정한 수학 단원을 학습하는 시간에 그 수업의 내용과 관련이 있는 문제를 발췌하여 당시의 그 문제에 대한 간단한 배경설명과 함께 학생들에게 제시하면 학생들은 역사 속에서 당시의 문제를 의식하고 해결해 보려고 노력하는 가운데 자연히 새로운 흥미를 갖게 될 것이다. 둘째, 수학의 형성 배경과 변천 과정을 통해 새로운 수학관을 확립한다. 수학의 형성 배경이라 할 수 있는 수학자와 당시 사회와 관련된 흥미로운 이야기 그리고 하나의 수학적 개념이나 내용의 변천 과정에 얽혀 있는 이야기 등은 학생들로 하여금 수학에 대한 부정적인 편견을 줄이고 바람직한 방향으로 유도할 것이다. 셋째, 수학의 폭넓은 수용성과 과학 발달 현상과의 연계성을 이해한다. 수학과 자연과학의 발달 과정에서 등장하는 이야기들은 자연계에 존재하는 여러 가지 원리들이 수학과 어떠한 관련이 있는가를 간접적으로나마 시사해 준다. 수학사는 때로는 수학 수업 시간에 학생들의 주의를 집중시키거나 흥미를 유발하

여 수학 수업에 활기를 불어넣을 수 있게 해주고 분산된 학생들의 관심을 수학 학습에 끌어들이는 중요 역할을 한다(이정재 외, 2007).

III. 중학교 연립방정식에서 다루는 수학사

우리나라 중학교 2학년 수학 교과서는 모두 16종이고 이 교과서를 A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, O, P로 구분하였으며, 구분한 순서는 <표 III-1>에서 제시된 실제 교과서의 순서와 무관하다.

중학교 2학년 수학 교과서 [수학 8-가] 연립방정식 단원에서 수학사가 어떻게 활용되고 있는지를 조사하여 그 내용을 크게 네 가지로 나누어 살펴보면, 첫째, 수학자나 그의 저서 및 업적 등을 소개하는 유형(유형 1), 둘째, 수학사에 관련된 사실이나 이야기를 소개하는 유형(유형 2), 셋째, 수학자가 남긴 문제나 여러 기

<표 III-1> 제 7차 교육과정 중학교 수학 교과서 목록

저자	출판사	저자	출판사
강옥기 외 2인	(주) 두산	신항균	형설출판사
강행고 외 8인	(주) 중앙교육진흥연구소	양승갑 외 6인	(주) 금성출판사
고성운 외 5인	(주) 블랙박스	이영하 외 3인	(주) 교문사
금종해 외 3인	(주) 고려출판	이준열 외 4인	(주) 도서출판 디딤돌
박규홍 외 7인	두레교육(주)	전평국 외 4인	교학연구사
박두일 외 4인	(주) 교학사	조태근 외 4인	(주) 금성출판사
박윤범 외 3인	대한교과서(주)	최용준	(주) 천재교육
배종수 외 7인	한성교육연구소	황석근 외 1인	한서출판사

<표 III-2> 수학 교과서에서 활용되는 수학사 유형의 유무와 소재 수

교과서	유형 1	유형 2	유형 3	유형 4
A교과서	○(1)	○(1)	○(2)	○(1)
B교과서		○(1)	○(1)	
C교과서	○(1)	○(1)		
D교과서			○(1)	○(1)
E교과서				
F교과서	○(3)		○(3)	○(2)
G교과서			○(1)	
H교과서			○(1)	
I교과서	○(1)	○(2)	○(2)	○(2)
J교과서	○(1)	○(1)		
K교과서	○(1)	○(1)	○(2)	○(1)
L교과서			○(2)	
M교과서	○(1)			
N교과서	○(1)		○(2)	
O교과서	○(1)	○(1)	○(1)	
P교과서				
합계	9(11)	7(8)	11(18)	5(7)

( )는 소재의 수

록에 실린 문제를 소개하는 유형(유형 3), 넷째, 수학사에 관련된 문제의 옛날 풀이를 소개하는 유형(유형 4)이 있다.

중학교 2학년 수학 교과서 연립방정식 단원에서 소개되는 수학사의 내용을 제시되는 방법에 따라 분류하여 살펴보면 다음과 같다.

첫째, 새로운 단원이 도입되는 부분에서 연립방정식에 대해 소개하기 위해 수학자가 남긴 문제나 여러 기록에 실린 문제를 제시하는 유형이 있다. 그 내용으로는 그리스 시화집에 실린 문제, 조선시대 황윤석의 이수신편에 실린 난법가 문제, 인도의 수학자 마하비라가 쓴 수학책에 실린 문제 등이 있다. 예를 들면, 850년경 인도의 수학자 마하비라가 쓴 수학책에 다음과 같은 문제가 실려 있다(신향균, 2002).

"길이가 87m인 엄청나게 큰 구렁이가 동굴 속으로 들어가고 있다. 이 구렁이는 1시간 동안에 10m씩 동굴 속으로 들어가고, 3시간 동안에 1m씩 꼬리가 자란다고 하다. 이 구렁이가 동굴 안으로 완전히 들어가는 데 얼마의 시간이 걸리겠는가?"

구렁이가 동굴 안으로 완전히 들어가는 데 걸리는 시간을 x시간, 들어간 거리를 ym라 하고 식을 세우면 다음과 같다.

$$\begin{cases} y = 10x \\ y = 87 + \frac{1}{3}x \end{cases}$$

이와 같은 한 쌍의 방정식을 연립일차방정식이라고 한다.

둘째, 단원의 중간이나 마지막 부분에서 수학 산책, 역사속의 연립방정식, 알고 있나요?, 수학신호등, 역사읽기, 이야기 수학 등으로 수학자가 남긴 문제나 여러 기록에 실린 문제와 옛날 풀이, 수학사에 관련된 사실이나 이야기를 소개하는 유형이 있다. 그 내용으로는 계산도구로 사용하던 산가지(또는 산목), 방정식의 역사, 손자산경의 꿩과 토끼의 수에 대한 문제, 구장산술의 소와 양의 가격에 대한 문제와 땅의 가격에 대한 문제, 그리스 시화집에 실린 문제, 방정식 용어의 유래와 정부술(正負術) 등이 있다. 예를 들면, 역사읽기에서 소개되는 구장산술과 연립방정식이다(조태근 외, 2002). 서기 100년경에 만들어진 구장산술은 중국에서 가장 오래된 수학책이다. 그 중 제 8장에는 연립방정식으로 풀 수 있는 문제를 모아 놓았는데, 다음과 같은 문제가 있다.

(1) 어느 가족이 땅 100마지기를 금 1000냥으로 샀다. 좋은 땅은 1마지기에 금 300냥이며, 나쁜 탕은 7마지기에 금 500냥이다. 좋은 땅과 나쁜 탕을 각각 몇 마지기씩 샀는가?

(2) 소 5마리와 양 2마리의 값은 금 10냥이고, 소 2마리와 양 5마리의 값은 금 8냥이다. 소와 양 한 마리의 값은 각각 얼마인가?

셋째, 모둠 학습 과제에서 수학자가 남긴 문제나 여러 기록에 실린 문제를 소개하는 유형이다. 그 내용으로는 그리스 시화집에 실린 문제가 있다. 예를 들면, 모둠별로 다음 문제를 해결하여 발표해 보자(최용준, 2002). 유클리드가 지은 그리스 시화집에는 노새와 당나귀의 짐 옮기기 이야기가 실려 있다. 다음을 읽고 미지수가 2개인 연립방정식으로 고쳐서 풀어 보자.

노새가 당나귀에게 말하기를 "네가 진 짐의 한 자루만 내 등에다 옮겨 놓으면 내 짐은 네 짐의 배가 되고, 내 짐의 한 자루를 네 등에다 옮기면 나와 너의 짐은 같게 된다."라고 했다.

(1) 노새가 당나귀의 짐을 각각 x, y 자루라 하여 연립방정식을 세워 보아라.

(2) (1)에서 구한 연립방정식의 해를 구하여라. 노새와 당나귀의 짐은 각각 몇 자루씩인가?

넷째, 심화 학습 문제에서 수학자가 남긴 문제나 여러 기록에 실린 문제를 소개하는 유형이다. 그 내용은 앞에서 소개한 그리스 시화집에 실린 노새와 나귀의 문제이다(신항균, 2002).

<표 III-2>에서 보는 바와 같이, 교과서에서 가장 많이 활용되고 있는 유형은 수학자가 남긴 문제나 여러 기록에 실린 문제를 소개하는 유형으로 11종의 교과서에서 다루고 있고, 옛날 풀이를 소개하는 경우도 5종의 교과서가 있었다. 또한, 심화 학습 문제와 모둠 학습 과제로 사용되는 경우도 각각 1종의 교과서가 있었다. 이와 같은 수학사는 많은 교과서에서 단순히 읽을거리로 제공되거나 방정식을 푸는 과정에서 문제로 제공되는 경우가 대부분을 차지하고 있다. 옛날 풀이를 사용하는 경우에서도 간단히 소개하는 정도로 되어 있어 수학사를 수업 내용을 발전시키기 위한 측면이나 자유 탐구를 위한 측면(유현주, 1999)에서 학생들에게 통찰에 의한 학습(우정호, 1998)과 학습할 내용을 재발명할 탐구활동의 기회로 제공(이은정, 2005; 고상숙, 최경화, 2006)하기 위해서는 다양한 논의가 필요하다.

IV. 중학교 연립방정식 단원에서 수학사의 활용

방정식은 초기에 x, y와 같은 미지수를 대신하여 길이, 너비, 넓이, 아하 등과 같은 문자로 나타내었고, 구장산술에서의 해법과 같이 계수를 숫자로 나타내어 산술적인 방법을 사용하여 문제를 해결하였으며, 디오판토스는 기호를 사용하여 방정식을 풀었다. 본 장에서는 이와 같은 역사발생적 과정과 16종의 수학 교과서에서 제시된 수학사의 내용을 바탕으로 수학사를 수업 내용을 발전시키기 위한 측면과 자유 탐구를 위한 측면에서 탐구활동이나 토론활동으로 활용하는 방법에 대해 논의하도록 하겠다.

1. 도입 부분에서 수학사의 활용

먼저, 수학의 새로운 단원이나 내용의 도입 부분에서 흥미를 유발(주영희, 1997; 유현주, 1999; 이정재 외, 2007)하고 미지수가 2개인 연립방정식에 대해 소개하고, 더 나아가 연립방정식의 풀이를 탐구하기 위해 활용된다면, 현재 교과서와 같이 수학자와 그의 저서나 수학사에서 제시된 문제를 단순히 소개하는 것보다 연립방정식의 성립 과정을 소개하고 미지수가 2개인 연립방정식을 옛날에는 어떻게 해결하였는지에 대해 탐구할 수 있는 활동을 제시하는 하는 것이 바람직하다. 다음은 교과서의 내용을 참고로 재구성한 내용이다.

<수학사 활용 1> 방정식은 수학의 발생과 함께 시작되었다. 고대 이집트의 파피루스에는 기호화되지는 않았으나 미지수가 2개인 연립일차 방정식이 나타나 있고, 그리스 시대에는 미지수를 문자를 사용하여 표현하였다. 12세기에 이르러 인도와 아라비아의 기수법이 유럽에 전해지면서 방정식을 대수적으로 접근하였다. 16세기에 비에트(Viète, F.; 1540~1603)가 최초로 미지수를 x, y라 놓고 방정식을 세워 문제를 풀었다고 한다.

4세기 초에 만들어진 그리스 시화집에 유클리드의 이름을 붙여서 시의 형식으로 문제가 나와 있다. 이 문제는 다음과 같다.

(문제) 노새와 당나귀가 밀가루가 담긴 자루를 운반하고 있습니다. 너무 짐이 무거워서 당나귀가 한탄하자. 노새가 당나귀에게 말했습니다. "네가 진 짐 중에서 한 자루만 내 등에 옮겨 놓으면, 내 짐은 너의 짐의 배가 되지. 또, 내 짐 한 자루를 네 등에 옮기면 나와 너는 같은 짐을 운반하게 된다." 그러면 노새와 당나귀는 각각 몇 자루씩 운반하고 있겠는가?

[그림 IV-1] 노새와 당나귀 문제

(탐구 활동) 다음 문제를 해결하여 발표해 보자.

(1) 미지수를 사용하여 방정식을 만들어 보자.

(2) 4세기 초 그리스 시대에서는 미지수를 x, y라 놓고 방정식을 세워 풀지 못하였다. 그 시대에서는 이 문제를 어떻게 풀었는지 생각해 보자.

(3) 이 문제를 푸는 방법을 이용하여 다른 문제를 풀 수 있는지 생각해 보자.

<수학사 활용 1>에서 방정식의 성립과정을 간단히 소개하는 것은 현재 사용하고 있는 방정식의 풀이가 오랜 시간 동안 수많은 과정을 거쳐 형성되었고, 방정식의 초기에는 미지수를 대신하여 문자를 사용하여 문제를 해결하였다는 수학사적 사실을 통해 흥미 유발과 방정식의 풀이에 대한 호기심을 자극할 수 있다. 또한 그리스 시화집에 실린 문제를 제공하고 그 시대의 사람들은 이 문제를 어떻게 해결하였는지 탐구해 보며, 향후 소개되는 연립방정식의 풀이에 대한 기대와 필요성에 대해 생각할 수 있는 기회를 제공할 수 있다.

이 문제에서 노새가 운반하는 밀가루를 x자루, 당나귀가 운반하는 밀가루를 y자루라고 할 때, 다음과 같은 방정식을 세워 풀면 된다.

$$\begin{cases} x+1=2(y-1) \\ x-1=y+1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-2y=-3 \\ x-y=2 \end{cases}$$

그러나 이 시대에서는 위와 같은 연립방정식을 세워 풀 수 없다. 따라서 학생들도 그 시대의 수학자가 되어 생각하고 이 문제를 해결해야 한다. 이는 방정식 지도에서 수학사를 이용한 학습 자료를 통해 학생들이 스스로 학습 내용을 재발명할 기회를 제공하고, 교사의 안내 하에 학생이 수학적 내용을 학습할 수 있게 탐구활동의 기회를 제공한 것이다(고상숙, 최경화, 2006). 이를 위하여 교사는 그리스 시대에서는 미지수를 문자로 표현했다는 사실을 소개하고 문자를 사용하여 식을 세우게 하고, 연립방정식의 풀이를 배우지 않았지만 일차방정식의 풀이에 대해 알고 있는 중학교 2학년 학생들에게 아는 것에서 시작하여 문제를 해결할 수 있도록 일차방정식을 이용에 대해 안내할 수 있다.

4세기 초에 만들어진 그리스 시화집의 풀이를 현대적인 표현으로 살펴보면, 노새의 짐 한 자루를 당나귀에게 옮기면 같은 수가 되므로 노새는 당나귀보다 짐이 2자루 더 많다. 당나귀가 y자루 운반하고 있다면 노새는 $(y+2)$자루를 운반하고 있다. 당나귀의 짐에서 1자루를 노새에게 옮기면 노새의 짐은 당나귀의 짐의 2배가 되므로 $(y+2)+1=2(y-1)$이다. 이것을 풀면 $y=5$이므로, 당나귀는 밀가루를 5자루, 노새는 7자루 운반하고 있다(박윤범 외, 2002).

그리스 시화집의 풀이는 노새의 짐을 기준으로 당나귀의 짐을 이용하여 미지수가 한 개인 일차방정식으로 문제를 해결한 것이다. 교과서에서 연립방정식의 풀이로 제시되는 가감법과 대입법 역시 미지수가 두 개인 식을 미지수가 한 개인 식으로 바꾸어 문제를 해결한 것으로 기본적인 아이디어는 같다. 이는 4세기 초에 만들어진 그리스 시화집의 풀이가 현재의 풀이와 유사하게 풀어짐을 경험함으로써 연립방정식의 해를 구하는 원리를 이해하는데 도움을 준다. 이러한 그리스 시화집의 풀이를 소개함으로써 수학적 문제의 해결 과정의 역사에서 수학의 연구 자세와 지혜를 배울 수 있다(김종명, 1999). 또한, 그리스 시화집의 풀이를 일반화하여 다른 문제를 해결할 수 있는지에 대해 생각하면서 연립방정식의 풀이를 만든 수학자

가 행했던 과정을 되밟아 가는 경험을 할 수 있어 앞으로 배우는 연립방정식과 풀이에 대한 이해를 더욱 깊게 할 수 있다.

2. 우리나라 수학사의 활용

서양의 수학사뿐만 아니라 우리나라의 수학사를 사용하여 학생들에게 <수학사 활용 1>과 같이 탐구활동으로 제공할 수 있다. 이는 우리나라 수학사를 소개하여 학생들에게 긍지를 갖게 할 수 있고(우정호, 1998), 우리 조상들도 현재와 같은 형태의 문제를 해결하였다는 사실을 보여줌으로써 학생들에게 자부심을 심어줄 수 있다(심상길, 2009). 다음은 교과서 내용을 참고로 재구성한 내용이다.

<수학사 활용 2> 조선 후기의 실학자 황윤석이 펴낸 수학책 이수신편에는 '난법가'라는 문제가 있다.

(문제) 만두 백 개와 스님이 백 명 있다. 큰 스님에게는 세 개씩, 작은 스님에게는 세 사람에 한 개씩 나누어 줄 수 있다. 큰 스님은 몇 명이고 작은 스님은 몇 명인가?

(난법가 풀이) 만두가 100개, 스님이 100명이니까 큰 스님 1명이 먹는 3개와 작은 스님 3명이 함께 먹는 1개를 묶은 4개를 기본 단위로 삼는다. 그리고 만두 100개를 기본 단위인 4로 나누면 25가 나온다. 이 25는 큰 스님의 수이면서 동시에 작은 스님들이 먹는 만두의 개수이다. 따라서 큰 스님의 수가 25명이므로 작은 스님의 수는 75명이 된다.

(탐구 활동) 다음 문제를 해결하여 발표해 보자.

(1) 미지수를 사용하여 방정식을 만들어 보자.

(2) 난법가 풀이를 이용하여 다른 문제를 풀 수 있는지 생각해 보자.

(3) 난법가 풀이에서 소개된 방법이외에 다른 방법으로 문제를 풀 수 있는지에 대해 생각해 보자.

이 문제에서 큰 스님의 수를 x, 작은 스님의 수를 y라고 할 때, 방정식을 세우면 다음과 같다.

$$\begin{cases} x+y=100 \\ 3x+\dfrac{1}{y}=2 \end{cases}$$

우리나라는 서양과 달리 위와 같은 식을 세우지 않고 문제에 대한 정확한 이해와 사칙계산만을 사용하여 문제를 해결하였다. 이는 식을 세워 푸는 것보다 복잡해 보일지는 모르지만 문제에 대한 정확한 이해와 주어진 조건을 이용하여 문제를 해결한 것으로, 고대 이집트의 파피루스와 같이 기호화하지 않고 미지수가 2개인 연립일차방정식을 나타낸 것과 같은 예이다. 수학사는 이와 같이 기호의 조작이 대종을 이루는 학교 수학을 배우는 학생들에게 생각지 못했던 중요한 측면을 접하게 하여 반성적 사고를 유발시킴으로써 새로운 상황에서 수학적 사고를 할 수 있게 해준다(우정호, 1998). 그리고 난법가 풀이를 일반화하여 다른 문제에도 적용할 수 있는지에 대해 생각할 기회를 제공할 수 있다. 실제로, 난법가 문제에서 사용된 풀이는 모든 연립방정식에 적용하여 풀기에는 어려움이 있다. 이 문제와 같이 주어진 상황에서는 적절한 풀이 방법이나 조건이 달라질 경우 풀이가 매우 복잡해진다. 따라서 교사는 이러한 경험을 통해 학생들에게 보다 간편하고 효율적인 풀이 방법에 대한 필요성을 느끼게 하여 다른 방법을 생각하게 하고, 더 나아가 앞으로 배울 연립방정식의 풀이에 대한 관심을 높일 수 있다. 이는 김후재(2002)가 제안한 방법과 같이, 학생들이 이미 알고 있는 산술적 방법으로부터 출발하여 대수적 방법으로 나아가도록 하면서, 대수적 방법의 필요성, 경제성 그리고 그 절차 과정을 이해할 수 있게 하는 교수 방법이다.

<수학사 활용 1>에서는 그리스 시화집의 풀이를 소개하지 않고 교사의 안내 하에서 학생

들이 그 풀이를 찾으면서 연립방정식의 해를 찾는 방법에 대해 생각하도록 탐구 활동을 구성하였고, <수학사 활용 2>에서는 난법가 풀이를 소개하고 그 원리를 이해하여 다른 문제에 적용해 보고 특수한 경우가 아닌 일반적인 풀이 방법에 대해 생각하도록 탐구 활동을 구성하였다. 이와 같이 교사는 수업의 목표, 진행 방법, 학생들의 특성 등을 파악하고 이에 따른 적절한 방법을 선택하여 수업 자료를 구성하여 활용할 수 있다. 또한, 탐구활동은 개별 과제로 제시하여 각자의 생각을 발표하거나 모둠을 만들어 여러 학생들의 생각을 정리하여 발표하는 방법으로 활용할 수 있다.

3. 다양한 풀이를 위한 수학사의 활용

연립방정식의 풀이를 배운 후 풀이에 대한 다양한 접근 방법을 탐구하기 위해 수학사를 활용할 수 있다. 이는 수학 내용의 전개 과정에서 그 내용과 직결된 수학사에 등장한 문제들을 직접 풀어 보고 풀이 방법을 비교해 보는 활동(주영희, 1997)을 통해 수학적 개념이나 내용의 생성, 변천을 의식하게 해 줌으로써 문제 해결 과정과 방법을 다시 음미하여 오늘날의 수학을 이해하는데 도움을 줄 수 있다(이정재 외, 2007). 또한 현재 사용하고 있는 방법의 편리성과 우수성을 인식하게 하여 지속적으로 흥미와 동기를 유지시킬 수 있다. 다음은 교과서 내용을 중심으로 재구성한 내용이다.

<수학사 활용 3> 중국의 손자산경에는 꿩과 토끼의 수를 구하는 문제가 있는데, 이 문제는 중국 송나라의 양휘가 쓴 양휘산법을 조선 세종 15년(1433년)에 복간한 책에도 실려 있다.
(문제) 꿩과 토끼가 바구니에 있다. 위를 보니 머리의 수가 35, 아래를 보니 다리의 수가 94이다. 꿩과 토끼는 각각 몇 마리인가?

(탐구 활동) 다음 문제를 해결하여 발표해 보자.
(1) 연립방정식을 세워서 풀지 않고 문제를 해결할 수 있는지에 대해 생각해 보자.
(2) 이 단원에서 배운 방정식의 풀이 방법은 17세기경부터 서양에서 사용하여 온 방법이다. 현재의 풀이와 옛날 풀이를 비교하여 보고, 옛날 풀이를 사용할 수 있는 문제를 만들어 보자.

이 문제에서 교사는 학생들에게 꿩과 토끼의 수 및 다리 수의 관계를 파악하게 하고, 표를 그리게 하거나 규칙성을 찾게 하여 문제를 해결하도록 안내할 수 있다. 또한, 옛날 풀이를 참고로 학생들에게 제공할 발문을 작성할 수 있다. 예를 들어, 꿩의 다리 수와 토끼의 다리 수의 관계식을 무엇인가? 다리의 수가 94개인데 이 다리가 모두 꿩의 것인 경우는 꿩은 몇 마리인가? "이 경우 꿩의 수와 주어진 꿩과 토끼의 수와의 관계를 이용하여 토끼의 수를 찾을 수 있는가?" 등의 발문을 계획할 수 있다. 손자산경의 풀이를 살펴보면 다음과 같다(박윤범 외, 2002; 전평국 외, 2002).

발의 수를 반으로 해라. ➡ $94 \div 2 = 47$
그것에 머리의 수를 빼라. 이것이 토끼의 수이다. ➡ $47 - 35 = 12$
그것을 머리의 수에서 빼라. 이것이 꿩의 수이다. ➡ $35 - 12 = 23$

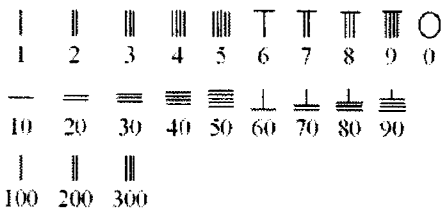
앞에서 소개한 난법가 풀이와 유사하게, 중국과 우리나라에서는 식을 세워서 연립방정식을 풀지 않고, 문제에 대한 정확한 이해와 사칙계산만을 사용하여 문제를 해결하였다. 이는 대입법이나 가감법을 사용해 자동화된 풀이를 반복하는 단순함에서 벗어나 주어진 조건을 면밀히 살펴보고 규칙성을 찾아 문제를 해결한 것으로, 수학을 비판적으로 바라보고 새롭게 변화 발전시킬 수 있다는 개방적인 생각(김종명, 1999)을 통해 옛날 수학자들의 우수성을 접

할 수 있고, 수학 학습에 생기를 불어넣어 반성적 사고를 유발할 수 있다. 또한, 손자산경의 풀이를 적용할 수 있는 문제를 만들어 봄으로써 그 풀이 방법에 대한 이해를 높일 수 있다.

4. 심화 학습에서 수학사의 활용

심화 학습 단계에서 교과서의 내용에만 의존하지 않고 자유롭고 보다 진일보한 학습을 위한 입장으로 수학사를 활용할 수 있다(유현주, 1999). 다음은 교과서 내용을 중심으로 재구성한 내용이다.

<수학사 활용 4> 중국과 우리나라에서는 연립방정식을 x, y라고 하는 미지수를 사용하지 않고, 계수와 상수만으로 이루어진 표를 이용하여 문제를 해결하는 방법을 소개하고 있다. 이는 네모(方)꼴의 표로 x, y의 값을 찾는다(程)는 뜻에서 방정이라는 말을 썼고, 여기에서 방정식이란 용어가 나왔다. 현재 우리가 알고 있는 연립방정식과는 좀 다르지만 이것을 푸는 방법은 동일하다. 또한 연립방정식을 산가지를 사용하여 풀었는데, 산가지는 중국과 우리나라에서 사용했던 계산 도구로, 나뭇가지를 사용하여 [그림 IV-2]와 같이 수를 나타내고, 이를 이용하여 여러 가지 문제를 해결하였다.



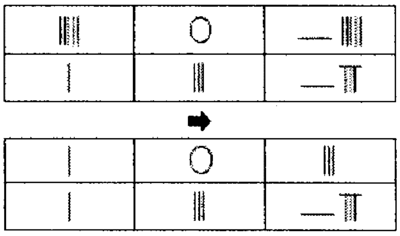
[그림 IV-2] 산가지를 사용하여 수 나타내기

(문제) 지난 해 셈돌이의 논에서는 상품 벼 2묫, 하품 벼 1묫에서 11말의 쌀이 나왔고, 쇠돌이의 논에서는 삼품 벼 1묫, 하품 벼 3묫에서 18말의 쌀이 나왔다. 그렇다면 상품 벼 1묫, 하품 벼 1묫에서 각각 몇 말의 쌀이 나왔을까?

(구장산술 풀이) 셈돌이와 쇠돌이네 논에서 나온 쌀의 양을 다음 표와 같이 늘어놓는다.

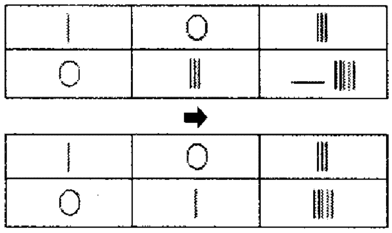
	상품	하품	쌀의 양
셈돌이	𝍡	𝍠	𝍩𝍠
쇠돌이	𝍠	𝍢	𝍩𝍦

① 상품벼 1묫에서 나온 쌀의 양 구하기 : 셈돌이를 3배한 후 쇠돌이를 뺀다. 그리고 셈돌이를 5로 나눈다.



➡ 여기서 상품 벼 1묫에서는 쌀 3말이 나왔다는 것을 알 수 있다.

② 하품 벼 1묫에서 나온 쌀의 양 구하기 : 쇠돌이에서 셈돌이를 뺀다. 그리고 쇠돌이를 3으로 나눈다.



➡ 여기서 하품 벼 1묫에서는 쌀 5말이 나왔다는 것을 알 수 있다.

(탐구 활동) 다음 문제를 해결하여 발표해 보자.

(1) 다음 구장산술 풀이를 참고로 다른 연립방정식 문제를 풀어보자.

(2) 산가지를 사용한 방법의 원리와 문제 풀이 절차에 대해 생각해 보자.

산가지를 사용한 풀이 방법은 Gauss-Jordan 소거법[1]과 같고, 이미 오래전부터 우리 조상들

---

1) Gauss 소거법의 최초 형태는 중국의 '구장산술'에서 발견된다. Gauss는 유한한 데이터로부터 Ceres 소행성의 궤도를 계산하기 위해서 사용한 이후 Jordan이 1888년 출간한 자신의 책에서 Gauss 소거법 과정을 자세하게 설명하였다. 행렬의 역사를 살펴보면, 행렬의 개념보다 행렬식이 먼저 나왔으며 행렬식은 1693년

은 이와 같이 발전적인 풀이를 발견하여 사용했다는 사실을 통해 자부심과 긍지를 느낄 수 있어 동기유발에 좋은 소재로 사용할 수 있다. 이는 수학사를 통해 다양하고 수준 높은 학습을 원하는 학생들에게 교과서의 내용에만 의존하지 않고 창의적인 학습을 할 수 있는 기회를 제공할 수 있다. 또, 탐구 활동에서 이러한 풀이의 원리를 파악하고 절차를 정리하는 활동을 통해 연립방정식의 다양하고 효율적인 풀이에 대해 생각할 수 있는 기회를 제공할 수 있다.

V. 결론 및 제언

본 연구는 중학교 연립방정식 단원에서 수학사를 효과적으로 활용하기 위해 먼저, 방정식 지도, 방정식의 역사와 수학사 활용에 대해 살펴보고, 중학교 수학 교과서 16종에 실린 연립방정식에 관련된 수학사 내용과 그 활용 방법에 대해 조사하여 수학사에서 다루고 있는 연립방정식의 다양한 풀이 방법을 바탕으로 학생들에게 연립방정식을 지도할 때 도움을 줄 수 있는 방법에 대해 논의하였다. 그 결과를 정리하면 다음과 같다.

첫째, 중학교 수학 교과서에서 소개되는 수학사의 내용을 살펴보면, 수학자나 그의 저서 및 업적을 소개하는 유형, 수학사에 관련된 사실이나 이야기를 소개하는 유형, 수학자가 남긴 문제나 여러 기록에 실린 문제를 소개하는 유형, 수학사에 관련된 문제의 옛날 풀이를 소개하는 유형이 있다. 이러한 네 가지 유형을 16종의 각 교과서마다 모두 활용하고 있는 것은 아니다. 일부 교과서에서는 모든 유형을 활용하고 있는 반면에, 어떤 교과서에서는 수학사에 관련된 내용을 전혀 활용하지 못하고 있다. 따라서 수학사를 활용하여 다양한 교육 자료를 구성을 위해 학생들이 사용하는 교과서이외에 여러 교과서를 참고로 수업을 계획하는 것도 좋은 방법이다.

둘째, 수학 교과서 연립방정식 단원에서 소개되는 수학사는 읽을거리로 제공되거나 방정식을 푸는 과정에서 문제로 제공되는 경우가 대부분이다. 따라서 교사가 수학사를 수업 내용을 발전시키거나 자유 탐구를 위한 측면에서 활용하기 위해 본 연구에서 소개한 도입 부분에서 수학사의 활용, 우리나라 수학사의 활용, 다양한 풀이를 위한 수학사의 활용, 심화 학습에서 수학사의 활용방법과 같이 여러 교과서에 실린 수학사 내용을 참고로 재구성하여 교육자료로 활용할 수 있다. 또한, 교사는 수업의 목표, 진행 방법, 학생들의 특성 등을 파악하고 이에 따른 적절한 방법을 선택하여 수업 자료를 구성하여 활용할 수 있다.

셋째, 도입 부분에서는 방정식의 성립과정과 수학사에 실린 문제를 제공하고 그 시대의 사람들은 이 문제를 어떻게 해결하였는지 탐구해 보며, 향후 소개되는 연립방정식의 풀이에 대한 기대와 필요성에 대해 생각할 수 있는 기회를 제공할 수 있고, 특히, 우리나라의 수학사를 사용하여 우리 조상들도 현재와 같은 형태의 문제를 효과적으로 해결한 사실을 보여줌으로써 학생들에게 긍지와 자부심을 심어줄 수 있다.

넷째, 수학사에서 소개되는 다양한 풀이 방법을 탐구함으로써 수학적 개념이나 내용의 생성, 변천을 의식하게 하고, 현재 사용하고 있는 풀이 방법의 편리성과 우수성을 인식하게 하여 지속적인 흥미와 동기를 유지시킬 수 있다. 특히, 심화 학습에서 수학사를 통해 다양하고 수

Leibniz가 de L'Hospital에게 보낸 편지에서 연립방정식을 해결하는데 처음 사용하였다. Cayley는 1850년 "성분들의 직사각형 배열"에 행렬이란 이름을 처음으로 준 Sylvester와 공동연구하며, 1855년에는 두 행렬의 곱셈을 정의하였다(이상구, 2008).

준 높은 학습을 원하는 학생들에게 교과서의 내용에만 의존하지 않고 창의적인 학습을 할 수 있는 기회를 제공할 수 있다. 또한, 탐구 활동에서 수학사에서 소개된 풀이의 원리를 파악하고 다른 문제에 적용해 봄으로써 연립방정식의 다양하고 효율적인 풀이에 대해 토론하여 자동화된 풀이를 반복하는 단순함에서 벗어나 수학을 비판적으로 바라보고 새롭게 변화 발전시킬 수 있는 개방적이고 반성적인 사고를 유발할 수 있다.

이 연구의 결과를 통해 다음과 같은 점이 고려되어야 함을 제안한다.

첫째, 본 연구에서는 중학교 수학에서 수학사의 활용 중 연립방정식 단원이라는 특정한 영역에 대한 내용이므로 다른 영역에서의 수학사 활용에 대해 지속적인 연구가 필요하다.

둘째, 본 연구는 교과서를 중심으로 진행된 내용이므로 수학사적 측면에서 보면 일부에 지나지 않는다. 따라서 더 많은 수학사에 대해 조사하고, 이러한 수학사를 학생들에게 직접 적용할 때 나타나는 학습 효과와 학생들의 반응 등에 대한 연구도 필요하다.

참고문헌

강옥기 외 2인(2002). **중학교 수학 8-가**, 서울: (주) 두산.

강행고 외 8인(2002). **중학교 수학 8-가**, 서울: (주) 중앙교육진흥연구소.

고상숙·최경화(2006). 수학사를 활용한 중학교 방정식에서 학생의 수학화, **수학교육, 45**(4), 439-457.

고성운 외 5인(2002). **중학교 수학 8-가**, 서울: (주)블랙박스.

고호경(2004). 수학사가 학교수학에 미치는 영향, **한국수학사학회지, 17**(4), 87-100.

금종해 외 3인(2002). **중학교 수학 8-가**, 서울: (주)고려출판.

김종명(1999). 수학교육에서 수학사의 활용, **학교수학, 1**(2), 679-698.

김후재(2002). 방정식 이해의 어려움과 대안적 교수실제, **수학교육학논총, 26**, 425-431.

박규홍 외 7인(2002). **중학교 수학 8-가**, 서울: 두레교육(주).

박두일 외 4인(2002). **중학교 수학 8-가**, 서울: (주)교학사.

박세희(2006). **개정판 수학의 세계**, 서울대학교 출판부.

박윤범 외 3인(2002). **중학교 수학 8-가**, 서울: 대한교과서(주).

박종호(2006). **중학교 수학에서 수학사를 활용한 방정식 지도에 대한 연구**, 경희대학교 교육대학원 석사학위 논문.

배종수 외 7인(2002). **중학교 수학 8-가**, 서울: 한성교육연구소.

신항균(2002). **중학교 수학 8-가**, 서울: 형설출판사.

심상길(2009). 중학교 이차방정식 단원에서 조선시대 수학사의 활용에 대한 연구, **한국수학사학회지, 22**(2), 117-130.

양승갑 외 6인(2002). **중학교 수학 8-가**, 서울: (주)금성출판사.

우정호(1998). **학교수학의 교육적 기초**, 서울대학교 출판부.

유현주(1999). 수학사와 수학교육, **학교수학, 1**(1), 245-259.

이상구(2008). **현대 선형대수학 제 2판**, 서울: 경문사.

이영하 외 3인(2002). **중학교 수학 8-가**, 경기도: (주)교문사.

이은정(2005). **Freudenthal의 수학화 활동을**

위한 방정식·부등식 영역의 학습 자료 개발, 한국교원대학교 석사학위 논문.

이정재·윤상현·추신해·심수정(2007). 학습 단계별 수학사 활용 학습을 통한 수학 수업 개선, **초등수학교육, 10**(1), 57-70.

이준열 외 4인(2002). **중학교 수학 8-가**, 서울: (주)도서출판 디딤돌.

전평국 외 4인(2002). **중학교 수학 8-가**, 서울: 교학연구사.

조태근 외 4인(2002). **중학교 수학 8-가**, 서울: (주)금성출판사.

주영희(1997). **수학교육에 있어 수학사 활용에 대한 교사들의 인식**, 강원대학교 교육대학원 석사학위 논문.

최용준(2002). **중학교 수학 8-가**, 서울: (주)천재교육.

황석근 외 1인(2002). **중학교 수학 8-가**, 서울: 한서출판사.

A Didactical Analysis on History of Mathematics in Simultaneous Equations Section of Mathematics Textbooks

Shim, Sang Kil (Dankook University)

In this study, in order to use history of mathematics in mathematical learning effectively, we investigate application of history of mathematics shown textbooks in simultaneous equations. History of Mathematics can be used in order to enhance comprehension and increase interest in an introduction to the simultaneous equations. It also can be used to help motivate middle school students to solve the simultaneous equations with much interest during the development phase, and develope open thinking and reflective thinking in the enrichment learning.

* key words: history of mathematics(수학사), simultaneous equations(연립방정식), analysis of mathematics textbooks(수학 교과서 분석)

논문접수 : 2009. 7. 28
논문수정 : 2009. 9. 2
접수완료 : 2009. 9. 11