

정보 분석 및 활용 측면에서의 중학교 2학년 확률 단원 분석

이 영 하* · 권 세 림**

이 논문은 7차 교육과정 중 중학교 2학년 확률 단원의 지도 목표를 정보 분석 및 활용 능력의 신장이라 가정하고, 교과서 구성에 이러한 관점이 반영되어있는지를 살펴본 연구이다. 연구 결과는 다음과 같다.

첫째, 가능한 모든 경우를 나열해 보는 것을 강조하고, 조직적으로 나열해 보는 경험을 통하여 경우의 수를 구하는 공식을 도출해낼 수 있어야 할 것이다.

둘째, 사건의 발생 빈도인 상대도수를 통하여 경험 중심으로 확률 개념을 지도하면서, 다양한 분포자료로부터 확률을 계산할 수 있도록 하는 것이 요구된다.

셋째, 고등학교 과정보다 조금 더 직관적인 예를 이용하여 영향을 주는 사건에 대한 명확한 인식이 가능하도록 지도하는 것이 필요하다.

넷째, 가능성의 원리를 인식하여 가능성의 크기를 생각할 수 있도록 하고, 확률의 비추이성을 지도하는 것이 적절해 보인다.

다섯째, 학생들이 확률 단원을 학습함으로써 어떠한 행동의 변화를 기대할 수 있는지에 대한 목표를 좀 더 부각시키는 것을 제안한다.

1. 서 론

확률이나 경우의 수를 학생들이 배우기 어려워한다는 것은 이미 널리 알려진 얘기이다. 그런데 어려운 확률 단원을 꼭 배워야 하는 이유는 무엇일까? 연구자는 이 문제에 대하여 적어도 두 가지를 말할 수 있다고 보는데, 그 한 가지가 정보분석과 활용능력의 향상이라고 생각한다. 그리고 그렇다면 우리나라 중학교 2학년 교과서의 확률단원은 이런 목표에 얼마나 부합되게 서술되어 있는지 궁금하다. 즉 중학교 2학년 확률 단원의 학습 목표가 정보 분석과 활용능력의 향상이라고 가정할 때, 우리 교과서는 어떠한지를 살펴보고자 한다.

정보화 사회의 등장과 함께 학교교육에서 최대의 화두는 정보화 기기의 활용이다. 그리고 이는 주로 교수학습 방법 측면의 변화에 대한 것이었다. 그러나 연구자는 그에 못지않게 중요한 것이 정보화 사회에 걸 맞는 학습내용의 변화라고 생각한다. 교육과정이 개편되는 가장 중요한 이유 중의 하나는 사회적 변화에 따른 교육 수요의 변화라고 한다. 그리고 연구자는 바로 그런 변화의 일면으로 중2 확률 단원의 내용 변화를 모색해 보려는 것이다.

중학교 2학년의 경우, 제7차 교육과정에 따른 교과서의 사용은 금년에 사용이 종료된다. 그러나 새로 제시된 미래형 교육과정에서 확률 단원 부분에 대한 변화는 거의 없거나 상대도수 관련 내용이 다소 약화된 것 외에는 큰 차

* 이화여대(youngha@ewha.ac.kr)

** 이화여대 교육대학원(fullmoonl@ewhain.net)

이가 없다. 익힘책을 사용한다는 점이 큰 차이라고 생각되지만, 중2 확률단원 교과서 내용을 살피는 것이 본 연구의 취지임으로 교과서 형식의 변화는 본 연구와는 거의 무관하다고 할 수 있다.

특히, 우정호(1998)는 확률 개념 자체가 애매하고 이해하기 쉽지 않으므로 확률의 의미를 적절히 드러내는 교재 구성이 용이하지 않다고 하였다. 그리고, 현행 학교수학에서는 계산 패턴에 따라 여러 가지 사건의 확률을 구하는 형식적인 알고리즘 중심의 지도가 이루어지고 있다고 하면서, 그 결과 학생들은 학습 후에도 우연현상과 확률에 대한 실제적인 의식은 크게 바뀌지 않은 채 오개념을 그대로 갖고 있는 현상이 일어나고 있다고 하였다. 따라서 학습자 자신의 개인적인 인지 양식의 조절을 통해 확률 개념을 동화하는 과정이 일어날 수 있도록 하는 지도가 필요하다고 하였다(p.424).

즉, 교과서의 구성이 확률 학습을 통하여 실생활의 정보 분석에서 학생들의 사고와 행동에 변화를 가져올 수 있도록 고려하고 있는 것인지 생각해볼 필요가 있다. 따라서 본 연구에서는 8-나 확률 단원을 이와 같은 측면에서 분석하고, 문제점이 존재한다면 그 개선안을 모색하고자 한다.

본 연구에서 사용하고 있는 정보 분석과 확률 추론, 확률적 사고의 용어의 정의는 다음과 같다.

1. 용어 정의

가. 정보 분석

본 연구에서 정보 분석이란 국어사전의 정의와 유사하나, 일반적 정보 분석과정과는 달리, 정보 분석 도중에 필요한 추가의 정보 수집을 하지 않는 것을 원칙으로 한다. 그 때까지 얻

어진 정보와, 정보 분석자의 누적된 경험을 통하여 분석하는 경우만으로 제한하도록 한다. 따라서 본 연구에서의 정보 분석은 예측되는 가능한 상황의 종류와 각 경우의 수 및 그 가능성을 경험 또는 추측에 의해 판단하는 경우로 제한한다. 이는 본 연구가 학생들이 교실에서, 제공된 제한적인 정보와 자신의 경험에 의하여 즉각적으로 정보를 분석하는 상황을 가정하고 있기 때문이다. 또한, 실질적으로 우리가 일상에서 겪게 되는 정보 분석을 요하는 상황에는 이와 같은 경우가 대다수 일 것이라 사료되기 때문이다.

나. 확률적 사고와 확률 추론

통계적 사고와 추론은 통계적 자료를 추가로 얻어서, 통계적 기법에 따라 확률적인 사고와 추론을 하게 된다. 이에 반해, 본 연구에서 사용하는 확률적 사고와 추론은 그러한 통계 자료나 기법 없이 다소는 직관과 경험에 의존하여 상식을 근거로 하는 개연적 판단이나 추론을 의미한다.

II. 이론적 배경

1. 확률 개념의 고찰

가. 확률 이론의 역사

확률 개념은 확률 이론의 발달이 본격화되기 훨씬 이전부터 주관적인 의미가 개입하면서 모호한 성격을 지니고 있어 형식적으로 정리되어 이론으로 정립하기까지 상당히 오랜 시간이 걸렸으며, 다양한 논의가 이루어 졌다.

확률론의 기초는 17세기 유럽 수학들에 의해 정립되었다. 일반적으로 확률의 역사를 다룬 문헌에는 도박에 빠진 De Mèrè가 제기한 문제

의 해결을 위해 이루어진 Pascal과 Fermat사이의 서신 왕래의 이야기가 빠지지 않고 등장한다. 이에 이경화(1997)는 주어진 정보를 토대로 가능성을 계산하고 그에 따른 손익을 따지는 것이 확률의 핵심적인 의미를 이루기 때문에, 확률 개념이 사용되는 오늘날의 많은 상황은 도박장으로 모델화 될 수 있을 것이라 하였다 (p.54).

확률 개념은 경험적인 측면, 형식화된 개념적 사고에서의 논리적인 측면 등 다양한 측면이 있다. 결국, 1900년에 파리에서 개최된 국제 수학자회의에서 Hilbert가 제시한 수학 연구의 주요 문제 가운데에는 확률과 통계 역학의 공리화가 주요한 과제로 포함되었다. 그러나 여전히 오늘날에도 확률론에 대한 여러 가지 접근법 사이에 논쟁이 야기되고 있다.

나. 확률 개념의 다양한 관점

1) 수학적 확률

수학적 확률은 고전적 확률이라고도 하며, 어떤 사건이 일어날 가능성이 같은 정도로 기대되어(equally likely)질 때, 이를 수치적 척도로서 고정하여 가정한다. 어떤 사건 A의 확률 P(A)는 다음과 같다.

$$P(A) = \frac{\text{원하는 경우의 수}}{\text{동일한 가능성을 지닌 경우의 수}}$$

Laplace는 이 가정을 정당화하기 위해 ‘대칭성’과 ‘이유 불충분의 원리’를 제시하였다. ‘대칭성’은 일어날 가능성이 동일한 공간을 직관적으로 가정하기 위한 개념이고, ‘이유 불충분의 원리’는 경우의 수가 무한인 경우, 어떤 결과가 더 많이 발생한다고 믿을 이유가 없다면 모든 결과가 같은 가능성을 가진다는 의미이다. 그러나 이로 인해 압정이나 정육면체가 아

닌 주사위를 던지는 시행에는 수학적 확률을 적용할 수 없게 된다(김소형, 2008, p.12). 또한, 일어날 가능성이 같다는 것은 확률이 같다는 것과 마찬가지로 순환적 정의에 불과하다. 따라서 이는 우연 직관과 확률 개념의 형식적 접근 사이의 불일치와 확률 개념의 발달의 어려움을 나타내게 된다.

2) 도수적 관점(경험적 확률)

Bernoulli는 성공과 실패의 두 가지 가능성을 가정하는 Bernoulli 실험에서 관찰 횟수를 늘리면 미지의 확률에 대한 개연적 확실성(moral certainty)을 얻을 수 있다는 내용을 담고 있는 ‘대수의 약법칙(Weak law of Large Numbers)’를 제시하였다. 이는 경험에 의하여 확률 값을 얻게 되므로 ‘경험적 확률’이라고 불리기도 한다.

빈도적 관점에서는 확률을 무한번의 또는 충분히 많은 횟수의 실험을 하여 구할 수 있는, 특정한 사건이 발생하는 상대도수의 극한 값으로 정의한다. 그러나 이는 상대도수의 극한이 존재한다는 것을 필연적으로 보장할 수 없다. 더욱이 ‘유사한’ 조건이나 ‘무작위성’의 정의와 실험에서의 통제, 상대도수가 안정되어 가는데 요구되는 시행의 횟수와 관련된 판단의 어려움이 제기된다. 하지만 우연 현상은 질서를 내포하고 있으며 그 질서를 경험적으로 수량화하는 것은 확률적 판단에 유용한 정보가 된다는 신념이 내포되어 있다. 따라서 도수적 관점은 각 경우가 일어날 가능성이 동등하지 않은 사건의 확률이나, 가능한 경우의 수가 무한인 사건의 확률을 구할 수 있게 한다.

3) 주관적 확률 (직관적 확률)

우리는 사전 정보와 반복 실험에서 얻어지는 도수에 대한 경험적인 자료라는 두 가지 정보를 결합하여 당면한 사건의 확률을 그때마다 새롭

게 결정한다. 그러나 이러한 접근은 사전에 확률을 측정하는 방법을 제시하지 못한다. 그렇지만 반복적인 실험이 불가능한 상황에서는 주관적 확률이 확률 측정을 위한 유일한 방법이며, 비일관성은 평가자의 지식과 경험이 축적됨에 따라 객관성이 증가하게 된다(송하석, 1998, p.84).

이러한 주관적 관점은 영국의 철학자인 Bayes가 'Bayes 공식'을 발전시킴에 따라 체계화 되었다. 주관주의자들은 선형적인 또는 이론적인 정보와 적은 횟수로 반복되거나 다른 조건에 의하여 주어지는 후험적 또는 경험적 정보를 Bayes 공식으로 결합하여 주어진 확률적 상황을 이해하려고 하였다. 주관적 확률에 의한 판단은 이미 우리가 실생활에서 무의식적으로 사용하고 있으므로 누적된 경험으로부터 확률을 추론해 보는 경험을 이용하는 것은 확률이 가능성의 크기임을 명확하게 인식하는데 효과적일 것이라 추측할 수 있다.

4) 공리적 확률

Kolmogorov는 Hilbert의 공리적 이론에 영향을 받아 확률이 지녀야 할 수학적 성질을 공리화하여 공리적 확률을 정의하였다. Kolmogorov의 공리적 정의는 확률의 전공간이 측도가 1이 되는 특정한 측도로 정의 되었다. 이 정의는 확률이 지녀야 할 수학적 기본 성질을 공리화하여 수학적 모델을 작성한 것이다. 더욱이 표본 공간이 무한개의 근원사건으로 이루어져 있어도 정의가 가능하며, 측도론(measure theory)의 결과를 항상 이용할 수 있는 가장 바람직한 정의 방식으로 '대수의 법칙' 또는 일반화에 해당하는 무한 시행 등이 이론적으로 선명하고 간단하게 설명된다(김정은, 2001, pp.31-32). 공리적 확률은 기댓값, 확률 분포 등으로 확률 개념을 확장시키는데 유용하지만, 특정한 사건의 확률을 어떻게 구해야 하는 지에 대해서는

설명해 줄 수 없다는 한계가 있다.

2. 확률적 사고와 확률 추론

가. 직관과 확률적 사고

확률적 사고는 참에 가까운지 아니면 거짓에 가까운지, 또 참이나 거짓에 얼마나 가까운지를 고려해야하는 상황에서 요구된다. 확률에서 우연 직관은 중심적인 역할을 하며, 매 순간마다 다르지만, 오랜 기간을 두고 보면 반복적인 질서가 관찰될 수 있다. 이것은 명확한 공리 체계에서 연역적으로 전개되는 다른 수학 분야와 구별되는 확률의 한 특성이다(김정은, 2001).

확률은 과학에서 증거의 해석에 사용될 때에는 경험적인 요소가 반영된다. 또한, 일상생활에서 사용될 경우, 주관적인 판단을 드러내는 경우가 많다. 그러므로 학습자가 확률 개념을 이해하고 그것을 다른 상황에 응용할 수 있어야 한다면 학습-지도는 학습자의 확률적 직관으로부터 출발하여 점진적으로 변화시켜야 한다. 특히, 확률의 본질을 이해시키기 위해서는 확률 개념의 특성을 보다 폭넓고 구체적으로 논의하는 과정을 통해서 확률적 사고의 오류를 수정하고 다각적인 의미가 자연스럽게 파악되도록 하여야 할 것이다(우정호, 1998).

1) 확률 직관

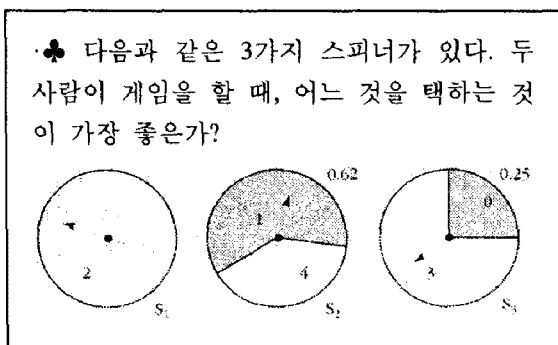
직관은 일차 직관과 이차 직관으로 분류할 수 있다. 일차 직관은 개인들에게서 어떠한 체계적 지도와 무관하게 그들의 개인적 경험의 효과로서 발달하는 인지적 신념에 관련된다. 이차 직관은 학습된 개념으로부터 신념으로 전환된 것으로, 훈련된 직관이라 할 수 있다. Fischbein은 확률의 의미와 직관의 관련성에 관하여 다음 두 가지 결론을 제시한다(김정은, 2001, p.36).

첫째로, 확률 이론을 이해하기 위해서는 상당히 부자연스러운 인지적 태도를 취해야 한다. 둘째로, 인간의 행동 자체가 확률적이다. 복잡한 환경 속에서 인간은 나름대로 가능성을 추정하고 직관적으로 예측하면서 환경에 적응해 나간다.

확률은 인간의 행동에 관한 본질적인 특성을 반영하며, 직관은 행동을 설명하는 중요한 개념이다. 따라서 직관으로 인한 오류를 바로잡기 위하여 확률 직관의 특징을 파악하고, 확률 학습에서 직면하게 함으로써 교정하는 것이 필요하다 할 수 있다.

2) 확률적 사고

확률적 사고는 자신이 지금까지 경험했던 상황뿐만 아니라 여러 가지 변수들을 모두 고려하여 가능한 모든 사건들에 대하여 생각하고, 각각의 가능성을 판단하여 결정을 내리도록 해야 한다. 그러나 직관의 강력함으로 인해 다양한 오류가 발생하고, 합리적이지 못한 판단을 하게 되지만 그것이 옳을 것이라는 신념하에 의사를 결정하게 된다. 확률적 사고의 특성은 표본공간과 대칭성, 도수적 관점, 독립성과 종속성, 통계적 추정, 비추이성으로 생각해 볼 수 있다. 이들 중에서 무엇보다, 대소 관계의 추이성이 성립하는 통상적인 수학적 사고와는 다른 비 추이성의 인식이 중요하다고 할 수 있다(우정호 1998, p.448).



[그림 II-1] 확률의 비 추이성 문제

각각의 스피너를 이용하여 게임을 할 경우의 확률을 생각해보면, $P(S_1 > S_2) = 0.62$,

$$P(S_2 > S_3) = 0.25 + 0.75 \times 0.38 = 0.535,$$

$P(S_1 > S_3) = 0.25$ 가 된다. 따라서 S_1 은 S_2 보다 낮고, S_2 는 S_3 보다 낮지만, S_1 은 S_3 보다 낮지 못하므로 추이성이 성립하지 않는다. 따라서 이와 같이 직관과 상충되는 부분들을 경험하게 하고, 확률적인 사고가 가능하도록 이차직관을 길러 줄 수 있는 효과적인 방법에 대한 고찰이 필요하다고 할 수 있다.

3) 확률적 사고의 교육

Kahneman, Slovic, Tversky(1982)에 의하여 수행된 연구에 따르면, 확률적인 판단을 내릴 때, 대부분의 사람들이 대표성(representativeness), 정보의 이용가능성(availability), 조정과 고정(adjustment and anchoring) 등의 전략을 사용한다. Konold(1991)는 Kahneman et al.(1982)의 연구를 출발점으로 하여 다시 확률 판단 전략을 조사하였다. 그런데 선행 결과와는 달리 결과 중심 판단 전략이 종종 활용되는 것을 확인하였다. 또한, 학생들이 인과적 정보에 주목하여 판단하는 현상도 확인하였다.

Shaughnessy(1992)는 이러한 확률적 사고가 '비확률적 사고, 원시 확률적 사고, 발생단계의 확률적 사고, 실제적인 확률적 사고'의 네 가지 수준을 거쳐 발달한다고 설명한다. 그는 개념 수준은 반드시 선형적으로, 배타적으로 존재하는 것은 아니며, 교사가 이를 이해하고 수업을 이끌어간다면, 학생들이 지니는 확률 직관의 원시적 형태나 오개념을 더 잘 다룰 수 있을 것이라고 주장하였다. Jones, Langrall, Thornton, Mogill(1999)은 Shaughnessy의 연구를 더 발전시켜 확률적 사고 발달 수준을 좀 더 구체화 하였다. 이 수준 역시 반드시 선형적이고 배타적으로 발달하지는 않으며, 한 아동에

게서도 개념에 따라 서로 다른 수준이 발견될 수 있다. 이들은 1수준을 주관적(subjective) 사고단계, 2수준은 이행기(transitional), 3수준은 비형식적 양적 사고(informal quantitative), 4수준은 수치적 사고(numerical)로 구분하였다(수학교육과정과 교재연구, 김남희 외 5인. 재인용, pp.349-354).

나. 확률 개념의 발달에 대한 연구

Piaget와 Inhelder(1975)는 우리의 일상적인 행동과 사고에 확률 직관이 요구되고, 아동은 확률적 판단이 요구되는 문제 상황에 거듭 접하게 되므로 아동의 확률적 사고와 인과적 사고의 차이를 구분하고 자발적으로 확률적 판단 능력을 발전시킬 수 있다고 보았다. 연구 결과에 의하면 우연과 필연 현상을 구별하고, 우연 개념이 발달하는 것은 7~8세 이후에 가능하다. 그리고 비율적 사고, 확률 개념의 이해, 조합적 사고는 형식적 조작 단계에 이르러서야 가능하다고 하고 있다.

그러나 Fischbein에 따르면, 우연 개념의 초기 직관이 전조작기의 아동에게 나타난다. 구체적 조작기인 9~10세의 아동이 교육을 통해 이중 비교를 포함한 확률 문제를 해결하는 것이 가능하다. 형식적 조작기의 아동은 지도된 확률 개념과 절차¹⁾를 올바르게 이해하고 적용할 수 있으며, 우연 개념의 조작적 양식에 따라 우연 개념을 합리적인 것으로 보게 된다.

확률 직관의 발달은 조합이나 치환 조작과 직접적으로 관련되지 않으나, 아동의 확률 직관이 논리적 사고 구조와 잘 조화되지 못하면, 이 단계의 아동의 논리적 사고는 확률 직관을 무시한 채 조직 될 수 있다. 따라서 이러한 관

점을 고려한 지도 방법의 고찰이 필요하다.

다. 확률 직관에 대한 오개념의 유형

김정은(2001)²⁾은 이와 같이 우리의 직관과 확률적 사고의 차이로 인한 오개념의 유형을 선행 연구와 비교하여 그 유형을 다음과 같이 9가지로 분류하고 있다.

첫째, 학생들은 연속된 일련의 사건 후 다음 사건에 대한 확률적 판단 상황에서 상대도수 직관의 부차적 영향인 최근 효과로 인하여 오류를 범한다.

둘째, 학생들은 불확실한 상황에서 우연 현상에 대한 어떤 사건이 일어날 확률을 추측하거나 구할 때, 아무리 작은 표본이라고 하더라도 표본이 모집단과 아주 흡사하기를 기대하며, 대표성 전략을 사용함으로써 오류를 범한다. 또한 표본의 크기에 대한 효과에 대해선 무지하다.

셋째, 학생들은 즉각적인 확률적 판단을 요구하는 상황에서 문제를 단순화시켜 비례전략을 사용함으로써 오류를 범한다.

넷째, 학생들은 대칭성이 가정되지 않는 사건의 확률을 구할 때조차 대칭성을 가정해버리거나 상당히 어려워하며, 심지어 구할 수 없다고 말한다.

다섯째, 학생들은 두 시행이 서로 영향을 미치지 않는 독립시행임에도 불구하고 차례로 일어나는 두 시행은 항상 연관이 있다고 생각하는 경향이 있음을 알 수 있다.

여섯째, 학생들은 두 사건의 경우의 수 또는 확률을 비교하는 문제 상황에서 즉각적인 해결을 위해 수학적으로 계산하려하지 않고 직관적으로 그 예를 상상해봄으로써 판단을 내린다.

1) 예를 들면, 사건, 표본 공간, 단순 사건과 복합사건, 우연의 수량화로서의 확률, 상대도수, 조합적 분석 등이다.

2) 김정은(2001). 중학생의 확률 직관에 의한 오개념 유형 분석. 이화여자대학교 석사학위 청구논문

일곱째, 학생들은 인과적 분석을 판단의 근거로 삼아 접속 법칙을 위반한 선택을 한다.

여덟째, 학생들은 시간적으로 나중에 일어난 사건에 관한 정보를 고려하지 않는데 이는 시간 축에 따라 추론하기 때문이다.

아홉째, 학생들은 항상 어떤 전략을 이용함으로써 오개념을 가지는 것은 아니다. 때론 주어진 조건에 대한 정보를 올바르게 해석하지 못함으로써 오류를 범하기도 한다.

라. 가능성 원리와 확률 추론

가능성 원리란 어떤 사건이 발생한 것은 그 사건이 발생할 확률이 사전에 컸기 때문이라고 생각하는 원리로, Fisher를 비롯한 빈도주의자들의 통계적 사고법이다³⁾. 이는 ‘**임의 표본에 의해 관측된 결과는 그와 같은 관측 결과를 얻을 만한 충분한 확률적 이유가 있다**’라고 생각하는 원리이다. 가령 어떤 동전을 10회 던졌을 때 모두 앞면만 나왔다면, “아직도 그 동전의 앞면의 확률을 1/2로 생각할 수 있겠느냐?”라고 생각 하는 원리이다. 만약 아직도 그렇게 생각한다면, 그런 일은 1/1024 정도 밖에 가능성이 없는 일이 일어난 것인데, 그런 일이 일어났다고 생각되지 않는다는 것이다. 이 때 사고의 원리가 바로 가능성 원리인 것이다. 실제로 이와 같은 가능성 원리는 실생활에서 일어나는 불확실한 상황에서 의사결정을 할 경우에 사용하게 된다. 따라서 지금까지의 경험으로부터 사건이 발생할 가능성의 크기를 생각해 보고, 주어진 상황에서 어떤 사건이 발생할 것인지, 그 추측이 얼마나 믿을만한지 판단해 보는 경험은 정보 분석을 통한 의사결정 능력의 신장에 효과적인 것이라 추측할 수 있다.

III. 연구방법 및 분석내용

1. 분석 대상 및 분석 방법

본 연구에서 분석하고자 하는 7차 교육과정의 8-나 교과서는 모두 16종⁴⁾이었다. 분석 대상 교과서들을 다음과 같은 관점에 따라 살펴보아 유사한 관점을 지니고 있는 교과서끼리 분류하고, 서술 방식과 관점, 수록된 문제의 유형 및 의도 등을 비교 분석하여 고찰해 보았다. 분석 내용을 간략하게 정리하면 다음과 같다.

<표 III-1> 분석 내용 및 방법

분석 내용		방법
1. 사건의 표현과 경우의 수	1)가능한 경우의 나열과 사건의 표현 방법	7차 교육과정 및 교과서 16종 분석
	2)사건과 각 경우의 분석	
2. 가능성의 정도와 확률	1)가능성의 크기와 확률 측도	
	2)상대도수를 이용한 확률의 계산	
3. 영향을 미치는 사건과 확률	영향을 미치는 사건의 확률 계산	
4. 확률추론과 가능성 원리	1)미래형 추론과 과거형 추론	
	2)확률의 비추이성	

위와 같은 분석 내용은 7차 교육과정에서의 확률과 통계 지도의 의의와 8-나 교육과정을 토대로 추출하였다. 본 연구는 정보 분석 및 활용 능력의 향상이 확률과 통계 지도의 의의라고 가정하고, 이러한 관점에서 교과서가 기술되고 있는지 여부를 다음과 같은 준거에 대하여 살펴보았다.

3) 김혜량 (2004). 가능성 원리 지도를 위한 중등 통계 교육과정의 개선방향. 이화여자대학교 교육대학원 석사 학위 논문

4) M1-M16의 분류는 권세림(2009, p.37)의 학위논문에서의 분류코드와 같음. 여기서는 익명성을 위해 세부 내용은 밝히지 않기로 함.

가. 사건의 표현과 경우의 수

의사결정 과정에서는 정보를 분석하여 가능한 경우를 생각하고, 각각의 가능성을 파악하는 것이 요구된다. 그러므로 정보 분석 시에는 발생 가능한 모든 경우를 빠짐없이 열거하는 것이 중요하다. 또한, 이 과정에서 추가적으로 정보가 유입될 때 각 경우가 어떻게 변화하게 되는지, 경우의 수에는 어떠한 영향을 미치는지 분석해 볼 수 있어야 할 것이다. 이 때, 우리는 무의식적으로 직관을 이용하게 되는데, 앞서 살펴본 Fischbein의 견해와, 김정은(2001)의 연구 결과로부터 쉽게 오류를 범할 수 있음을 알 수 있다. 이와 같은 맥락에서 생각해 볼 때, 경우의 수 단원에서 중점적으로 다루어야 하는 것은 가능한 모든 경우가 어떤 것인지 파악하는 것이라 할 수 있다.

확률 단원에서 경우의 수를 학습할 때, 곧바로 경우의 수를 헤아리도록 하는 것은 학생들이 어려워 할 것이 분명하다. 그러므로 Fischbein의 견해와 같이 학생들이 직관적으로 경우의 수를 헤아리는 것을 이해할 수 있도록 지도하는 것이 필요하다고 할 수 있다. Jones, Langrall, Thornton, Mogill(1999)의 표본 공간에 대한 개념 발달 과정을 생각해 볼 때, 먼저 간단한 경우들의 나열을 연습한 후, 빠뜨리거나 반복하여 세는 것을 방지하도록 체계적으로 나열해보는 것 등을 거쳐 경우의 수의 법칙을 도출하도록 지도하는 것이 더 적절해 보인다.

한편, 정보 분석과정에서는 경우의 수 뿐만 아니라 열거한 모든 가능한 경우들의 분석이 필요할 때가 있다. 어떤 경우는 가능해 보이기도 하지만 실제 분석의 결과 존재하지 않을 수도 있고, 가능하지 않을 것 같지만 존재할 수 있는 경우도 있기 때문이다. 또한, 추가로 주어지는 정보에 의해 범위가 축소되어 단계적으로 경우를 좁혀가며 추론하는 것이 요구될 때가

있는데, 이러한 추론은 실생활에서 주어진 정보와 경우의 수, 각 경우의 분석만으로 결론을 내릴 수 있으므로 매우 효율적이라 할 수 있다. 따라서 본 연구에서는 다음과 같은 준거를 통하여 현행 교과서가 경우의 나열과 분석 및 표현을 강조하는 방향으로 서술하고 있는지 여부를 고찰해 보고자 한다.

<표 III-2> 사건의 표현과 경우의 수 분석들

분석 내용	준 거	분석 방법
가능한 경우의 나열과 사건의 표현 방법	<ul style="list-style-type: none"> • 사건의 표현과 그 중요성에 대해 언급하고 있는가? • 가능한 경우를 나열해 보도록 하고 있는가? 이 때, 적절한 표현을 사용하도록 하는 경험을 제시 하고 있는가? • 경우를 나열해 보는 것을 통하여 경우의 수 공식을 도출해 낼 수 있도록 하고 있는가? 	7차 교육과정 및 교과서 16종 분석
사건과 각 경우의 분석	<ul style="list-style-type: none"> • 주어진 정보로부터 가능한 경우의 존재 여부를 분석해보는 것을 다루고 있는가? • 추가로 주어진 정보에 의해 범위가 축소 될 때, 단계적으로 경우를 좁혀가며 추론하는 경험을 제공 하고 있는가? 	

나. 가능성의 정도와 확률

정보 분석과정에서 예측되는 경우의 가능성 정도는 경험 또는 추측에 의해 판단하게 되는데 이는 확률 직관을 통하여 접근하거나 간단한 확률의 계산에 의존하여 추론하게 된다. 이 과정에서 우리는 빈도적 관점과, 주관적 확률에 의해 초기 계산을 위해 전제되는 확률의 크기로 기존 경험으로부터의 빈도를 활용할 수 있다. 이 때, 김정은(2001)의 연구에 의하면 학생들은 최근 효과나, 혹은 대칭성을 가정하는 등 오류를 범하기 쉽다. 따라서 일상생활의 사건들

중 더 자주 일어나는 사건일수록 발생 확률이 큰 것임을 명확하게 인식할 수 있도록 경험과 확률을 연결하여 지도하는 것이 필요하다.

또한, 김정은(2001)의 연구는 두 사건의 경우의 수 혹은 확률의 비교가 필요한 상황에서 오류가 발생할 수 있음을 결과로 제시하고 있다. 따라서 확률 학습에서 직관과 관련하여 확률의 크기 비교측면의 지도가 필요하다고 할 수 있다. 이 때, 확률을 가능성의 크기로 생각하는 것은 확률 측도에 대한 감각을 발달시켜, 직관적인 수준에서 사건의 포함관계에 관한 추론을 확률의 크기 비교와 연결하여 추론할 수 있기를 기대할 수 있다⁵⁾. 게다가 확률 측도에 대한 감각을 발달시키는 것은 경험과 사건의 발생 빈도 등의 간단한 자료에 근거한 확률 추론이 가능해지도록 하려는 의도와 연계 된다.

확률을 가능성의 크기로 생각하는 것은 사실 상대도수를 구하고 횡수를 무한히 늘려가면서 얻을 수 있는 극한값을 생각해야 한다. 그러나 앞서 서술한 확률의 역사적 발생과정과 정의 및 경험적 확률의 정의에 근거할 때, 상대도수로 확률을 추정하여 확률의 계산에 이용하는 것은 자연스러워 보인다. 또한, 이를 통하여 중학교 1학년에서 학습한 도수분포를 자연스럽게 확률과 연결할 수 있으며, 나아가 확률분포 또한 의미 있게 연계시킬 수 있다. 특히, 상대도수로 확률을 지도하는 것은 확률의 정의, 계산 등에 실질적으로 가능성을 수치화 한 값을 사용하는 것이라 할 수 있다. 따라서 이와 같은 관점에서 확률을 지도하는 것은 Fischbein의 확률 직관의 발달 과정을 생각해 볼 때, 비교적 명확하게 가능성의 크기가 확률임을 인식시킬 수 있을 것으로 보인다.

게다가 중학교 1학년 과정에서 학습하게 되는 도수는 “특정한 상황에 대하여 어느 정도의 빈도를 차지하고 있는가?”이므로 횡수의 상대도수를 기록한 것이고, 분포개념은 어떤 속성이 더 많은 가를 판단하는 것이다. 따라서 도수분포는 범주의 의미와 빈도가 결합한 것이라고 볼 수 있다. 이것은 가능성의 크기 개념이며, 초기에는 경험에 의존하므로 결국 직관적으로 전체 경험에 대한 발생 빈도에 대하여 생각하도록 할 수 있다.

그러므로 도수분포를 보고 가능성의 크기를 생각하는 것은, 사건의 빈도를 의미하게 되며 상대도수에 근거하게 된다. 또한, 이는 우연 현상의 범주와 그에 대한 빈도를 파악할 수 있도록 하는 역할을 한다. 그렇기 때문에 이와 같은 관점은 주어진 상황에서 경험으로부터 가능한 모든 경우의 수를 생각하고, 그 빈도를 생각하는 정보 분석적인 측면과 관계가 깊으며, 확률 개념의 발생과정과 유사하다고 할 수 있다. 특히, 도수분포가 균등분포일 경우 도수의 비는 경우의 수의 비가 되기 때문에 상대도수 분포만으로도 통계적 확률과 수학적 확률을 설명하고, 이후의 확률 개념을 발달시키기에도 무리가 없을 것으로 보인다.

게다가 결국 상대도수분포표는 확률분포표가 되고, 상대도수 히스토그램은 확률밀도함수 그래프가 되어 고등학교 과정인 확률 변수개념을 이해하는 토대가 될 수 있다. 특히, 평균 등과 같은 통계량의 확률 분포를 통하여 표집분포를 인식할 수 있도록 하는 것은 자료의 도수 분포를 이론적인 분포 즉, 확률분포와 비교하여 검증, 추정하도록 하는 가설검정의 토대가 된다. 이에 대하여, 김정은(2001)의 연구 및 Kahneman,

5) 확률 측도는 집합 전체의 측도가 1인 것이기 때문에 가능한 모든 경우를 포함하는 집합의 측도가 1이 되고, 각각의 사건을 집합으로 나타내어 사건의 집합에 대하여 확률이라는 숫자를 대응시키게 된다. 따라서 사건 A를 나타낸 집합이 사건 B를 나타낸 집합에 포함되면 사건 A가 일어나는 것이 사건 B가 동시에 일어나는 것임을 자동적으로 의미하는 경우가 되므로 $P(A) \leq P(B)$ 라고 생각할 수 있다.

Slovic, Tversky(1982)에 의하면 대표성의 전략에 의하여 확률적 판단에서 오류를 범할 수 있다고 하였으므로 정보 분석적 관점에서 확률 단원을 고찰하고자 할 때, 확률과 통계의 연계성 측면을 고려하고 있는지 여부를 살피는 것을 소홀히 할 수 없다고 할 수 있다⁶⁾.

따라서 이와 같이 실질적으로 가능성의 크기로 확률을 설명하는 것은 다음과 같은 두 가지 의미를 내포하고 있다고 할 수 있다. 사건의 발생 빈도를 통하여 경험과 확률을 연결하고 확률 크기 감각을 기르도록 하는 것과 확률의 정의, 계산 등에서 정확히 가능성을 수치화 한 확률을 사용하도록 하는 것이다. 그러므로 현행 교과서가 이러한 관점에서 교과서를 구성하고 있는지 여부를 <표 III-3>의 준거를 통하여 고찰해 보고자 한다.

다. 영향을 주는 사건과 확률

김정은(2001)의 연구결과 및 우정호(1998)의 견해와 같이, 학생들은 관련이 없는 사건들을 관련짓기도 하고, 반대로 관련이 있는 사건들을 영향을 미치지 않는다고 생각하기도 한다. 게다가 두 사건이 동시에 일어나는 경우와, 조건부 확률을 구해야하는 경우를 구별하지 못하여 오류를 범하기도 한다. 그러므로 어떠한 경우에 두 사건이 영향을 준다고 할 수 있는지, 그렇다면 두 사건이 영향을 주고 있음을 간단한 사고를 통하여 판단할 수 있는지, 또 그러한 경우에 사건이 발생할 가능성은 어떻게 추측할 수 있는지 등의 내용 또한 학습 내용에 포함되는 것이 정보 분석 및 그 활용 능력의 신장에 도움을 줄 수 있을 것이라 추측할 수 있다.

<표 III-3> 가능성의 정도와 확률 분석틀

분석 내용	준 거	분석 방법
가능성의 크기와 확률 추도	<ul style="list-style-type: none"> • 확률을 가능성의 크기로 설명 하고 있는가? 이 때, 실제로 학생들이 경험을 통해 느낄 수 있도록 하고 있는가? • 확률 크기 감각을 기를 수 있도록 서술하고 있는가? 	7차 교육과정 및 교과서 16종 분석
상대도수를 통한 확률의 계산	<ul style="list-style-type: none"> • 상대도수로 확률을 계산하도록 하고 있는가? 이 때, 실질적 의미에서 상대도수를 확률과 거의 동일시하려는 의도를 가지고 있는가? • 도수 분포를 확률 분포로 이어주는 교량 역할을 시도하고 있는가? 그렇지 않다면 명확하지는 않아도 확률과 분포와의 연결을 시도 하고 있는가? 반대로 더 나아가 평균 같은 통계량의 표집 분포를 경험하도록 하고 있는가? 	

두 사건이 서로 영향을 준다는 것은 종속의 개념으로 확률적 상관이다. 즉, 두 사건이 인과 관계는 아니나 한 사건의 결과에 따라 다른 사건의 가능한 경우의 발생 확률에 변화가 생기는 경우를 의미하는 것이다. 그러므로 이러한 확률적 상관의 인식은 실생활에서 추가적인 자료 없이 불충분한 정보를 이용하여 정보를 분석하고 의사를 결정하는데 중요한 역할을 할 것이라 생각할 수 있다.

이와 같은 맥락에서 영향을 주는 사건에 대하여 언급이 필요하고, 이 경우 학생들이 개념을 정확하게 이해할 수 있도록 명확한 정의를 통하여 설명할 필요가 있어 보인다. 또한, Fischbein의 확률 직관의 발달 과정에 따라 그 서술 내용이 학생들이 이해하기 쉬운 것이어야

6) 그렇다면 수학적 확률이 확률을 학습하는데 의미가 없는 것인가를 생각할 수 있는데, 앞서 서술한 바와 같이 수학적 확률을 구하기 위해서는 가능한 경우 모두를 생각하여야 하고, 그 중에서 특정한 사건이 일어날 수 있는 경우들에는 어떤 것이 있으며, 또 그 수는 얼마나 있는지 파악하는 것이 중요하기 때문에 역시 정보 분석적 관점에서 비중 있게 다루어야 한다..

하며, 확률적 상관개념을 내포하고 있어야 할 것이라 생각된다. 그러나 중학교 과정에서 용어만 제시하지 않을 뿐 실제로 고등학교 과정의 사건의 독립, 종속과 같은 개념을 사용한다면 오히려 학생들에게 혼란을 유발할 수 있을 것이므로 차별성이 요구된다고 할 수 있다.

그러므로 본 연구에서는 다음과 같은 준거로부터 교과서를 분석하여 영향을 주는 사건의 정의를 명확하게 하고 있는지 고등학교 과정과는 어떤 차이가 있는지를 살펴보고자 한다.

<표 III-4> 영향을 주는 사건과 확률 분석틀

분석 내용	준 거	분석 방법
영향을 주는 사건과 확률	<ul style="list-style-type: none"> 영향을 주는 사건에 대하여 언급 하고 있는가? 이 때, 명확한 정의를 통하여 설명하고 있는가? 서술내용이 확률적 상관 개념을 내포하고 있는가? 영향을 주는 사건의 정의에서 고등학교 과정의 종속사건과의 차별성은 어디에 두고 있는가? 언급하지 않는다면, 문제라도 제시하고 있는가? 	7차 교육과정 및 교과서 16종 분석

라. 확률 추론과 가능성 원리

확률 추론은 실제로 특정한 사건이 발생할 확률을 계산해 보는 미래형 추론과, 미래형 확률 계산에서 얻은 정보를 가능성 원리에 의존하여 과거 상황에서 해석함으로써 판단과 결정을 하도록 하는 과거형 추론으로 나누어 생각해 볼 수 있다. 우리는 정보 분석과정에서 현재까지 발생한 사건들 중 가능성의 크기가 큰 사건 즉, 발생 확률이 큰 사건이 발생할 것이라고 생각하게 된다. 이는, 미래형 확률 계산을 통하여 각 사건이 발생할 확률을 생각한 후, 가능성 원리에 의존하여 현재 상황을 과거 상황에서 해석함으로써 판단하는 것이다.

특히, 이와 같은 과거형 추론의 학습에서 자신이 내린 판단이 얼마나 믿을만한지를 생각해 보도록 하는 과정이 요구된다고 할 수 있다. 왜냐하면 실질적으로 정보 분석을 통한 의사 결정 과정에서는 그 가능성이 얼마인가와 함께 그 결과를 얼마나 믿을 수 있는지 여부 역시 중요한 역할을 하기 때문이다. 우정호(1998)에 따르면 학생들은 이러한 통계적 추정과 관련된 확률 추론의 인식이 매우 빈약하며, 연령에 따른 진보가 거의 나타나지 않는다고 할 수 있다.

한편, 정보 분석 과정에서는 가능성의 크기를 비교해야하는 상황이 존재한다. 그런데 이때, 확률 추론 과정에서 확률의 비추이성으로 인해 오류가 발생할 수 있다. 확률의 비추이성은 통계에서 가설 검정에서도 핵심적인 역할을 할 뿐만 아니라 Fischbein에 따르면 직관으로 인한 오류의 경우 오래 지속된 개념일수록 수정에 더 많은 노력이 요구되므로, 이에 대한 인식을 통하여 이차직관을 형성시켜주는 것이 필요하다고 할 수 있다. 따라서 본 연구에서는 다음과 같은 준거로부터 가능성의 원리에 근거한 확률 추론과 비추이성과 관련된 오류를 대면하고 수정할 수 있도록 교과서를 구성하고 있는지 여부를 고찰해보려고 한다.

<표 III-5> 확률 추론과 가능성 원리 분석틀

분석 내용	준 거	분석 방법
미래형 추론과 과거형 추론	<ul style="list-style-type: none"> 과거형 추론에 대한 문제가 수록 되어 있는가? 특히, 의사결정과 그 판단이 얼마나 믿을만한지 생각해 보는 경험을 제시하고 있는가? 	7차 교육과정 및 교과서 16종 분석
확률의 비추이성	<ul style="list-style-type: none"> 확률의 비추이성에 대하여 다루고 있는가? 아니라면, 표본 공간이 다른 사건들의 확률을 구하고 이를 비교해 볼 수 있는 문제라도 제시하고 있는가? 	

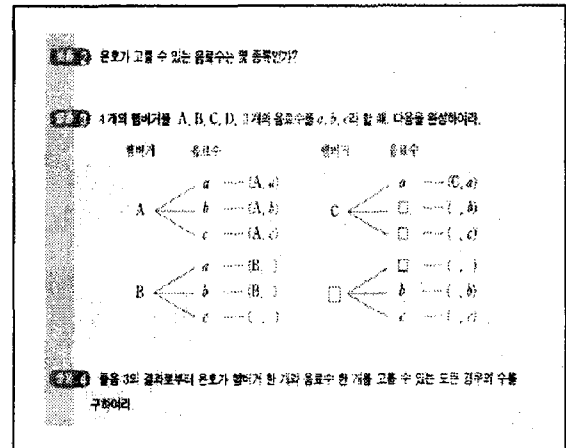
2. 분석내용과 결과

가. 사건의 표현과 경우의 수

1) 가능한 경우의 나열과 사건의 표현 방법

실제로 16종의 교과서에서 사건의 표현과 그 중요성에 대하여 언급하고 있는 교과서가 있는지 살펴보았다. 그 결과, 16종의 교과서 중 사건의 표현과 그 중요성에 대하여 명확하게 서술하고 있는 교과서는 없음을 알 수 있었다. 따라서 경우의 수를 설명하는 과정에서 표현에 대하여 언급하고 있는 교과서가 있는지 살펴보았다. 이로부터 16종의 현행 교과서 중 5종(M3, M7, M12, M13, M15)이 사건의 표현에 대하여 서술하고 있음을 알 수 있었다. 이 중에서 교과서 M3, M15에서는 사건의 표현에 관하여 나뭇가지 그림을 언급하면서 “**경우의 수를 중복되지 않고 빠짐없이 헤아리기 위하여 ……**” 라고 서술하고 있었다(M3, p.12). 나머지 3종의 교과서에서는 어떤 표현을 사용할 수 있는지를 언급하는 정도가 그치고 있었다(M13, p.13).

사건의 표현의 중요성을 언급하고 있지 않은 11종의 교과서에서 탐구활동을 통한 학습과정의 서술에서 다양한 표현을 사용하면서, 그 과정으로부터 학생들이 표현의 중요성을 인식할 수 있도록 하고 있는지를 살펴보았다. 그러나 11종의 교과서 모두 그림과 같이 수형도와 순서쌍을 통하여 전체 가능한 경우를 세어보고, 각각의 가짓수를 변화시켜 가능한 경우의 수를 구해보도록 구성하고 있다(M10, p.12 ‘**생각해 봅시다**’). 이와 같은 과정은 가능한 모든 경우의 수를 구하는 공식의 학습을 위한 보조 수단에 그치고 있다는 느낌을 준다고 할 수 있다.



[그림 III-1] 표현을 언급하지 않는 경우의 서술 과정(M10)

그렇다면 학생들이 스스로 가능한 경우를 나열해봄으로써 사건의 표현과 그 중요성에 대하여 인식할 수 있도록 교과서를 구성하고 있는지, 이 때, 적절한 표현을 사용하도록 하는 경험을 제시하고 있는지 여부를 살펴보기 위해 먼저 교과서 16종에 수록된 경우의 나열을 요하는 문제를 분류해보았다. 그 결과, 현행 교과서 모두가 가능한 경우의 나열을 요하는 문제를 수록하고 있어, 학생들이 문제 해결 과정에서 적절한 표현을 사용할 수 있을 것인지를 살펴볼 필요가 있었다. 먼저, 16종의 교과서가 사용하는 표현을 분석해 보아 학생들이 어떤 표현을 주로 사용할 것인지 추측해 보았다. 분석 결과, 1종(M2) 만이 벤 다이어그램을 포함하고 있었고, 나머지 15종의 교과서는 모두 순서쌍과 수형도를 사용하고 있다고 할 수 있었다. 따라서 학생들 역시 가능한 경우의 나열에서 그림이나 수형도를 사용할 것이라 예상할 수 있었다.

그러나 실생활과 관련된 문제에는 수형도나 그림만으로 해결하기 힘든 문제들이 존재하므로, 이와 같은 상황들을 제시하는 것이 정보 분석적 관점에 더 부합할 것이라 추측할 수 있

7) 세 종류의 동전의 앞면을 '앞'이라 하고 동전의 뒷면을 '뒤'라 하여 그림을 그려본다.

다. 이 때, Monte Hall 문제 등을 이용하는 것을 생각해 볼 수 있다. 이 문제는 많은 사람들이 어려워하는 문제이나, 집합을 사용하여 표현하면 아주 간단하게 해결할 수 있다. 그러므로 좀 더 효율적이며, 정확한 판단을 가져올 수 있는 표현을 생각해 보는 것이 요구되는 것이다. 또한, 이 과정에서 각 경우를 적절한 표현을 통하여 조직적으로 나열해 보고 그 과정을 관찰하는 것으로부터 경우의 수를 도출해 내는 것이 정보 분석 과정에 더 적절할 것이라 사료된다. 그러므로 경우를 나열해 보는 것으로부터 단계적으로 경우의 수를 경험하도록 하는 것이 사건의 표현 및 중요성을 인식할 수 있을 것이라 추측할 수 있다. 이러한 맥락에서 현행 교과서가 경우를 나열해 보는 것을 통하여 경우의 수 공식을 도출해 낼 수 있도록 하고 있는지를 살펴볼 필요가 있다.

먼저, 교과서 16종의 곱의 법칙과 합의 법칙의 설명과정을 분석해 보았다. 합의 법칙의 경우 교과서 M2만이 벤 다이어그램을 이용하여 합집합의 개념으로 설명하고 있었다. 곱의 법칙의 경우, 모든 교과서가 수형도나 그림을 이용하여 곧바로 공식을 제시하고 있음을 알 수 있었다. 이와 같이 충분한 경험 없이 공식을 접하게 하는 현행 교과서의 서술 방식은 공식을 암기하는 것에 가까워 보인다. 이러한 학습 과정은 어떤 경우에 합의 법칙, 곱의 법칙을 사용해야 하는지 명확하게 인식하기 힘들 것이라 예상할 수 있다. 또한, 적절한 표현을 고려하여 경우를 나열해야 하는 문제들을 접했을 때 어려워 할 것이 분명하다. 그러므로 좀 더 단계적이고, 문제의 상황을 명확히 구분하여 이해할 수 있는 방향으로 지도하는 것이 필요해 보인다.

2) 사건과 각 경우의 분석

먼저, 주어진 정보로부터 가능한 경우의 존재 여부를 분석해보도록 하는 문제를 수록하고 있는지 살펴보았다. 그 결과, 실질적으로 가능한 경우의 존재 여부를 분석하는 문제를 수록하고 있는 교과서는 M15를 제외하고 없다고 할 수 있었다. 그러나 실생활의 문제들에는 존재하지 않을 것 같으나 존재할 수 있는 경우가 있을 수 있으므로 다음과 같이 실생활과 관련되고, 직관적으로 생각할 때 오류가 발생할 가능성이 있는 상황에 대한 경험이 확률 학습에서 필요할 것으로 보인다.

♣ 어느 이동 통신 회사에서 가입자의 전화번호 3개를 묶어 이들 간에는 매월 일정 금액만 내면 무료로 통화하는 요금제를 만들었다. 이 요금제 시행 후에 가입자들의 통화 요금을 분석하였더니 시행 전보다 시행 후 월 평균 요금이 늘어난 사람이 가입자의 60%, 줄어든 사람이 30%, 그대로인 사람이 10% 이었다. 그러나 가입자 전체의 월 평균 요금은 줄었다. 가입자 3명만을 대상으로 A, B, C 세 사람의 시행 전 월 평균 요금을 각각 27000원, 125000원, 34000원이라 하고, 새 요금제 시행 후에 이 중 두 사람은 요금이 늘고 한 사람만 요금이 줄었을 때, 전체 평균 요금이 줄어드는 경우의 예를 하나 만들고, 이 결과를 이용하여 위 상황을 설명하라.

또한, 가능한 경우가 실제로 존재할 수 있는지 여부를 생각해 보는 것은 정보 분석과정에서 추가적으로 정보가 제공되었을 때, 존재할 수 없는 경우를 제외시켜 나가면서 결론을 추론하는 것과 연계된다. 따라서 16종의 교과서 중 추가적으로 주어진 정보에 의해 단계적으로 접근하여 결론을 추론해 낼 수 있도록 하는 문제를 제시하고 있는 교과서가 있는지 살펴보았

8) 확률이 0인 경우를 설명할 때 그 사건의 경우의 수가 0인 것을 제시하는 것은 가능한 경우 자체가 없는 것이므로 본 연구에서 제시하는 바와 다르다고 할 수 있다.

다. 그 결과, 이러한 문제를 제시하고 있는 교과서는 없다고 할 수 있었다. 그러나 이는 가능한 경우의 분석만으로 결론을 내릴 수 있기 때문에 매우 효율적이라 할 수 있다. 따라서 정보 분석 및 활용능력의 신장 측면에서 교과서를 구성할 경우, 학습내용에 이를 포함시키는 것이 더 적절해 보인다.

나. 가능성의 정도와 확률

1) 가능성의 크기와 확률 측도

현행 16종의 교과서에서 서술하고 있는 확률의 의미의 서술 내용을 분석하여 가능성의 크기로 설명하려는 의도를 내포하고 있는지 고찰해 보았다. 그 결과는 아래 표와 같다.

<표 III-6> 확률의 의미 서술 유형

구분	교과서	교과서 수
통계적 확률로 정의	M2, M3, M4, M6, M8, M9, M10, M11, M12, M15, M16	11종
수학적 확률로 정의	M5,	1종
가능성을 수치화한 것으로 정의	M1, M7, M13, M14	4종

대부분의 교과서(11종)가 반복적인 실험을 통한 상대도수 표를 제시하여 그것으로부터 확률을 정의하고 있었고, 가능성을 수치화한 것으로 정의하고 있는 교과서는 4종이었다. 따라서 두 종류의 교과서가 실질적으로 가능성의 크기를 이용하여 확률을 설명하려는 의도가 있는지를 살펴보았다. 이로부터 통계적 확률로 설명하고 있는 교과서 중 M2를 제외한 나머지 10종의 교과서 모두 다음과 같이 실제적인 빈도의 의미는 서술하고 있지 않음을 알 수 있었다(M16, p.17).

위의 실험에서, 던진 횟수가 많아질수록 상대도수는 점점 일정한 값 0.56에 가까워진다.

이와 같이 같은 조건 아래서 많은 횟수를 시행할 때, 어떤 사건 A가 일어나는 상대도수는 일정한 값에 가까워지는데, 이 일정한 값을 사건 A가 일어날 확률이라고 한다.

[그림 III-2] 통계적 확률로 확률의 의미 서술(M16)

이러한 설명의 경우, 실질적으로 상대도수를 확률로 정의하는 것이 아니라, 결국 가까워지는 일정한 값을 확률로 정의하는 것이라 할 수 있다. 그러나 실생활에서는 같은 조건 아래에서 많은 횟수를 시행할 수 없으므로 이러한 설명은 학생들의 경험과 유리되어 있다고 볼 수 있다. 따라서 이러한 교과서 구성으로는 학생들이 경험과 관련한 실질적인 가능성의 크기로 확률을 인식하기에 다소 미흡해 보인다고 할 수 있다.

가능성을 수치화한 것으로 정의하고 있는 교과서 4종 중 M1을 제외한 3종(M7, M13, M14)의 교과서에서는 확률을 ‘**결과가 우연으로 정해지는 실험이나 관찰**’이라고 서술하고 있었다(M13, p.15). 이 3종의 교과서 모두 확률을 구하는 방법으로 수학적 확률을 제시하고 있었으므로 정보 분석적 관점에서 확률을 실질적으로 가능성의 크기로 설명하려는 의도를 내포하고 있다고 보기에 다소 미흡해 보였다.

다음으로, 확률의 정의 도입과정에서 사용하는 예가 실생활의 경험과 관련된 것인지 고찰해 보았다. 그 결과, 구슬을 꺼내보는 교과서 M7과, 압정을 던지는 M16을 제외한 14종의 교과서에서는 모두 동전이나 주사위를 던지는 예를 제시하고 있음을 알 수 있었다. 이와 함께, 교과서가 그 동안의 경험으로부터 얻을 수 있는 빈도를 통하여 확률을 생각해보도록 하는 활동이나 문제를 제시하고 있는지 살펴보았으나, 그러한 교과서는 없었다. 그러나 ‘**어느 날 등굑길에 탄 버스가 학교 가는 도중 고장 날 확률**’이나, ‘**이번 중간고사에서 수학점수가 90점 이상인**

학생 중에 우리 반 학생이 5명 이상일 확률 등을 생각해보도록 하는 것은 실질적으로 학생들의 경험과 관련하여 더 의미 있는 접근이 될 수 있으며, 반도적인 측면에서 확률을 이해할 수 있는데 도움이 될 수 있을 것이라 예상된다.

또한, 사건의 포함 관계를 통하여 확률 측도로서 확률 크기 감각을 기를 수 있도록 하는 교과서가 있는지 분석해 보았다. 먼저, 확률의 크기 비교가 요구되는 문제를 수록하고 있는 교과서가 있는지 살펴보고, 사건의 포함관계를 이용하고 있는 교과서가 있는지 살펴보았으나, 그러한 교과서는 없었다. 따라서 **‘내가 이번 중간고사에서 평균이 90점이 될 확률’**과 **‘이번 중간고사에서 수학 시험 점수가 90점일 확률’**을 생각해보도록 하는 것이 필요하다고 할 수 있다. 특히, 이러한 문제의 경우, 중간고사에서 평균이 90점일 사건에는 수학 시험점수가 90점일 사건이 포함됨을 직관적으로 이해할 수 있다. 이는 확률을 가능성의 크기로 접근하도록 하며, 확률 측도에 대한 감각을 기를 수 있을 것이라 생각할 수 있다.

2) 상대도수를 통한 사건의 확률 계산

상대도수로 확률을 계산하도록 하는 문제가 있는지 살펴보고 그 유형을 분석해본 결과, 16종의 모두 그러한 문제를 적어도 1개는 포함하고 있음을 알 수 있었다. 문제 유형으로는, 동전과 주사위를 던지는 경우와 도수분포표를 제시하는 경우가 대부분임을 알 수 있었다. 7차 교육과정 해설서에서 확률의 계산은 간단한 경우의 수 또는 상대도수와 관련된 소재만을 다루도록 하고 있으므로 이와 같은 결과로부터 교과서가 실질적 의미에서 상대도수를 확률과 동일시하려는 것이라 판단하기에는 무리가 있어 보인다. 따라서 대칭성을 가정하고 있지 않는 상황을 제시하고 있는지 여부를 살펴본 결

과, 5종(M1, M10, M12, M13, M16)뿐임을 알 수 있었다. 그러나 5종의 교과서가 제시하고 있는 상황이 옷, 압정 등을 던져보는 것이므로, 실생활의 경험과 연관 지어 발생 빈도를 확률로 인식하기에는 미흡해 보인다.

또한, 현행 교과서 중 소수의 교과서에서 막대그래프, 히스토그램, 원그래프 등 다른 종류의 분포자료를 이용하고 있음을 알 수 있었다. 다양한 분포 자료를 통한 문제를 제시하는 것은 7-나 단계에서 학습한 도수 분포를 고등학교 과정에서 학습할 확률 분포로 이어주는 교량 역할을 시도하는 것이라 할 수 있다. 이는 실질적으로 확률을 가능성의 크기로 인식할 수 있도록 하고, 통계 학습과정과 연계함으로써 일반적인 정보 분석 및 확률적 사고와 확률 추론으로 발전할 수 있는 토대를 마련하는 것이라 볼 수 있다. 따라서 교과서가 이러한 역할을 시도하고 있는지 여부를 살펴보았다. 먼저, 앞서 제시한 문제 유형별로 분석한 표에서 분포 자료 문제 유형만 추출하여 보았다. 그 결과, 3종(M3, M15, M16)의 교과서를 제외한 모든 교과서가 도수분포표를 제시하고 있으며, 분포 자료를 이용한 문제를 한 문제라도 수록하고 있음을 알 수 있었다. 그러나 평균 등 통계량의 표집 분포를 경험하도록 하는 문제는 제시하고 있는 교과서는 없었다. 따라서 교과서가 도수 분포를 확률 분포로 이어주는 교량 역할을 하고 있는지를 파악하기 위해 각각의 문제를 조금 더 자세히 분석해 보았다.

도수분포표의 경우 연속 변량인 경우와, 이산 변량 경우의 문제가 모두 제시되고 있었는데, 교과서 M8의 경우 수면시간, 1인 인터넷 사용 시간, 전자 상거래 도수분포표 등 소재가 매우 다양했다(M8, p.18, p.22). 8종(M3, M6, M8, M9, M12, M14, M15, M16)의 교과서가 막대그래프를 이용한 문제를 수록하고 있었고, 히스토그램은 교과서 M2만이 수록하고 있었다

(p.31). 그러나 이러한 분포자료를 이용한 문제가 모두 사건 A가 일어날 확률이나, 사건 A 또는 사건 B가 일어날 확률을 구하도록 하는 것에 그치고 있었다.

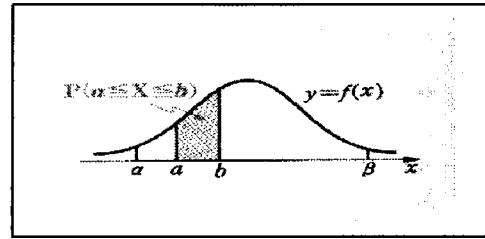
M12의 경우, 컴퓨터를 확률 학습에 활용해 보도록 하면서 두 개의 주사위를 800번 던진 결과와, 10개의 동전을 9000번 던진 결과의 막대그래프의 중심을 이어 꺾은선 그래프로 표현하고 있었다(p.35). 이는 명확하지는 않으나 확률밀도함수의 느낌이 난다고 할 수 있다. 현행 교과서가 수록하고 있는 분포 자료가 상대도수 분포 및 상대도수분포다각형과 연계되어 설명된다면 7-나에서 학습한 내용과 고등학교에서 학습하게 되는 확률 분포를 자연스럽게 연계할 수 있을 것이라 생각된다. 다음과 같은 문제를 생각해 보자⁹⁾.

● 오븐과 그래프는 앞 쪽 예제 1의 실수대 변 학생들의 수학 성적을 나타낸 그래프에서, 각 계급의 상대도수를 계급의 크기로 나눈 값을 세로축으로 하여 그린 히스토그램과 분포다각형이다. 다음 문제에 답하여라.

(1) 위의 히스토그램에서 각 직사각형의 넓이는 무엇을 나타내는가?
 (2) 위의 히스토그램에서 직사각형 전체의 넓이는 얼마인가?
 (3) 위의 분포다각형의 넓이는 얼마인가?

[그림 III-3] 밀도도수 히스토그램

이 문제에 나타나고 있는 것은 밀도도수 히스토그램으로 한 개의 직사각형의 넓이는 (계급의 크기) × (상대도수밀도) 이므로 상대도수를 나타내게 된다. 따라서 이 때, 계급의 수가 매우 커지면 계급의 크기는 거의 0에 가까워지고 직사각형은 얇은 띠 모양이 되어 다음과 같이 부드러운 곡선 모양으로 변하게 된다.¹⁰⁾



[그림 III-4] 확률밀도함수

원 그래프의 경우 3종(M5, M7, M14)의 교과서에서 나타나고 있었다. 이 역시 특정 사건의 확률이나, 사건 A 또는 사건 B가 일어날 확률을 구하도록 하는 것에 그치고 있음을 알 수 있었다. 이러한 원 그래프를 이용하여서는 특정한 사건의 확률을 구하도록 하는 것 보다 고등학교 학습과정과 연계하여 상대도수 분포표로서 이용하는 것이 더욱 적절해 보인다. 특히, 이는 다음과 같은 확률 분포표가 되기 때문에 확률변수개념을 이해하는 토대가 될 수 있을 것이라 추측할 수 있다.

X	-1	0	1
P(X)	0.3	0.4	0.3

Y	-2	-1	0	1	2
P(Y)	0.1	0.2	0.4	0.2	0.1

PA

X의 확률분포

PA

Y의 확률분포

[그림 III-5] 확률 분포 및 그래프

교과서 M5의 경우 유일하게 상관표를 수록하고 있음을 알 수 있었다(M5, p.28). 상관표의 경우 도수분포와 연계되어 있고, 고등학교 학습 과정인 조건부 확률, 사건의 독립, 종속 등의 개념에서 매우 중요한 역할을 한다. 그러나 이 교과서의 경우, 표를 읽어 상대도수로 확률을 구하도록 하고 있음을 알 수 있었다.

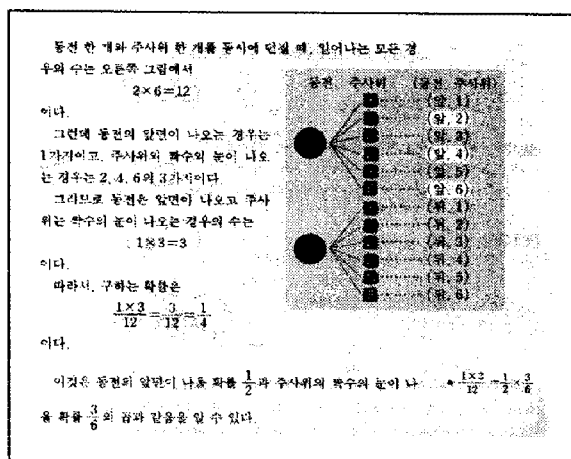
그러나 통계량의 표집분포를 경험할 수 있도

9) 교육인적자원부(2001). 중학교 수학 7-나, p.65. (주) 교문사.
 10) 실력 수학 I의 정석. 홍성대. 2002. 성지출판(주). 서울

록 하는 문제는 제시되지 않고 있었다. 그러나 이러한 사고는 가능성의 크기를 이용하여 추론하는 것이므로 정보 분석적 관점에서 확률 단원을 구성할 경우, 학습 내용에 포함시키는 것이 더 적절할 것이라 생각된다.

다. 영향을 주는 사건과 확률

현행 16종의 교과서를 분석해본 결과, 영향을 미치는 사건에 관하여 언급하고 있다고 볼 수 있는 교과서는 한 종(M2) 뿐이었다. 교과서 M2를 제외한 15종의 교과서의 탐구 활동 서술 방식을 살펴본 결과, 순서쌍으로 나타낸 표를 완성하도록 하고, 경우의 수를 통하여 확률을 구하도록 하고 있음을 알 수 있다. 그러나 탐구 활동에서 제시하는 문제가 동전과 주사위를 동시에 던지고 있어, 영향을 주는지 여부를 판별하기가 쉽지 않을 수 있을 것이라 추측할 수 있다. 따라서 학생들은 이와 같은 탐구 활동을 통하여 두 사건이 동시에 발생하는 경우와, 특정한 사건이 발생하는 경우의 확률을 구하는 것의 차이점을 발견하고 인식하기에는 무리가 있을 것이라 추측할 수 있다. 그러므로 [그림 III-6]의 탐구 활동의 설명 과정을 조금 더 자세히 분석해 보는 과정이 필요하다고 할 수 있었다.(M12, p.27).



[그림 III-6] 교과서 M12의 탐구 활동 설명 과정

이로부터, 교과서 M12의 탐구 활동 설명 과정에서도 영향을 미치는 사건에 대한 언급이 전혀 드러나고 있지 않음을 알 수 있었다. 동전의 앞면이 나올 확률과, 주사위에서 짝수의 눈이 나올 확률을 각각 구하고, 순서쌍을 통하여 동전은 앞면, 주사위에서는 짝수의 눈이 나올 확률을 구한 것과 같음을 설명하는 것으로 탐구 활동의 설명을 마무리 짓고 있다. 그리고 곧바로, 다음 페이지(M12, p.28)에서 '이와 같이 사건 A, B가 서로 영향을 끼치지 않는 경우'라고 제시하면서 영향을 끼치지 않는 경우의 확률을 구하는 방법을 공식으로 나타내고 있었다. 따라서 탐구 활동에서 제시하는 문제와, 그 설명과정으로부터 학생들이 영향을 끼치는 사건과 그렇지 않는 사건이 존재함을 인식하기에는 다소 미흡한 측면이 있다고 생각할 수 있다. 특히, 교과서가 탐구 활동을 통하여 학생들이 어떤 경우에 영향을 미치는 사건이라고 하고, 또 그렇지 않다고 할 수 있는지를 이해할 수 있도록 하는 의도를 내포하고 있다고 판단하기에는 무리가 있어 보인다. 그러므로 교과서 M2를 제외한 15종의 교과서에서는 영향을 주는 사건에 대한 언급이 없으며, 제시하고 있는 탐구 활동과 그 서술 내용으로부터 학생들이 영향을 주는 사건을 인식할 수 있도록 하는 의도에서 교과서를 구성하고 있다고 하기에는 개선의 여지가 있어 보인다고 사료된다.

이와 달리, 교과서 M2의 경우에는 영향을 주는 사건을 어떻게 도입하고 있는지, 학생들이 영향을 주는 사건에 대하여 충분히 이해할 수 있도록 서술하고 있는지를 고찰해 보았다. 교과서 M2의 탐구 문제에서는 '사건 A가 일어나는 경우에 따라 사건 B가 일어나는 경우가 변하는가?, 사건 A가 일어나는 경우에 따라 사건 C가 일어나는 경우가 변하는가?'라는 문제를 제시하면서 두 사건이 영향을 미치는 경

우, 미치지 않는 경우를 언급하고 있었다. 이 문제로부터 교과서 M2는 사건이 발생하는 경우의 변화를 통하여 영향을 미치는 사건과 그렇지 않은 사건을 이해시키고자 하는 의도를 지니고 있음을 추측할 수 있었다. 따라서 교과서가 실질적으로 학생들에게 어떻게 설명하고 있는지 고찰하기 위해 서술 과정을 자세히 살펴해보았다(p.27). 먼저 수형도를 제시하면서, ‘**흰 주사위의 눈에 따라 나타날 수 있는 검은 주사위 눈이 변한다.**’ 하고 서술하고 있다. 이 서술은 한 사건에 따라 다른 사건의 가능한 경우가 변한다는 확률적 상관개념을 내포하고 있다고 볼 수 있다. 그러나 이 교과서에는 사건 A와 사건 C가 아무런 관계가 없다는 것을 서술하는 것에 그치고 있어, 서로 영향을 주는 것에 대한 명확한 정의가 제시되고 있지 않기 때문에 학생들이 인식하기에는 무리가 있을 것으로 보인다.

게다가 이와 같이 언급은 하였으나, 명확한 정의가 없고, 그와 관련된 설명이 제시되지 않을 경우 학생들에게 오히려 혼란을 유발할 수 있을 것이라 추측할 수 있다. 따라서 이 과정에서 영향을 미친다는 것의 정확한 정의를 서술하고, 이것으로부터 영향을 미치는 사건과 그렇지 않은 사건을 판별할 수 있도록 교과서를 구성하는 것이 필요해 보인다. 수학적 정의는 참, 거짓을 구분하도록 하는 것으로, 주어진 예를 정의에 맞는 것과 그렇지 않은 것으로 구분할 수 있도록 하는데 초점이 맞추어진 것이다. 그러므로 학생이 영향을 주는 사건에 대한 개념을 이해하였다는 것은 영향을 주는 사건과 그렇지 않은 사건을 구분하고, 그러한 예를 들 수 있어야 할 것이라 생각할 수 있다. 게다가 교과서에서 M2 제시하고 있는 상황은 흰 주사위와 검은 주사위를 동시에 던지는 경우이기 때문에 학생들이 영향을 미치는지 여부를 직관적으로

판단하기에 어려움을 겪을 것이라 추측된다.

무엇보다 이러한 활동은 직관적으로 확률적 상관 즉, 특정한 사건의 발생 여부가 다른 사건의 발생 빈도에 영향을 미치는지 그렇지 않은지를 판단하도록 하여 그에 따라 사건이 발생할 가능성의 크기를 생각할 수 있도록 하려는데 그 목적이 있다. 따라서 이는 정보 분석적 관점에서 확률을 생각하는 것에서 중요한 역할을 하게 된다. 그러므로 교과서에 이와 같은 내용을 포함시키는 것이 더 적절해 보인다.

1종의 교과서를 제외하고 영향을 주는 것에 대하여 언급하지 않고 있었으나, 10종(M3, M4, M6, M8, M9, M10, M11, M13, M14, M16)의 교과서에서는 이러한 문제를 수록하고 있었다. M3, M4, M6, M8, M10, M13, M14, M16의 8종의 교과서에서는 비복원 추출 문제가 제시되어 있었는데, M9의 경우 비복원 추출 문제와 함께 서로 다른 주머니에서 공을 꺼내는 문제가 수록되어 있었다. 또한, M11의 경우 전기 회로에서 전구에 불이 켜지는 문제를 제시하고 있었는데, 비복원 추출 문제와 차이가 거의 없음을 알 수 있었다(p.33). 교과서 M9의 경우, 동전을 던지고 그 결과에 따라 주머니를 선택하여 공을 꺼내도록 하고 있어 전 단계와 나중 단계가 좀 더 물리적으로 구분되어 있음을 알 수 있었다. 그러나 앞서 살펴본 바와 같이 이 교과서 역시 영향을 미치는 사건에 대한 정의나, 설명 과정이 없으므로 학생들로 하여금 확률을 더 어렵게 생각할 수 있고, 이 문제를 제시하지 않은 것 보다 더 혼란을 유발할 수 있을 것이라 추측된다.

따라서 확률 학습에서 서로 영향을 미치지 않는 경우만 다루거나, 주사위를 던지고 주머니에서 공을 꺼내는 것 등의 실생활과 유리되어 있는 문제만 접하게 되면 학생들은 확률을 왜 배우는지, 실생활에서 어떻게 적용할 수 있

는지를 파악하기 힘들 것이다. 이는 학생의 수학 학습 의욕을 감퇴시킬 수 있으며, 실제로 주어진 상황에서 학생들이 정보 분석을 통하여 합리적으로 의사를 결정하는데 어려움을 겪게 될 것이라 예상된다. 또한, 개념의 정확한 설명 과정 없이 문제를 제시하는 것 역시 학생들에게 학습의 어려움을 부과하는 것이라 할 수 있다. 그러므로 정보 분석 및 활용 능력의 신장을 확률 학습의 목표라 가정한다면, 이와 같은 점에 대한 고려가 필요해 보인다.

라. 확률 추론과 가능성 원리

1) 미래형 추론과 과거형 추론

미래형 확률과, 과거형 확률을 계산하도록 하는 교과서가 있는지 여부를 고찰해 보았다. 16종의 교과서 모두 미래형 추론의 문제를 수록하고 있었으므로 과거형 추론의 문제를 수록하고 있는 교과서가 있는지를 살펴보았다. 그 결과 3종(M13, M14, M16)의 교과서만이 이러한 문제를 수록하고 있음을 알 수 있었다. 3종의 교과서 중 M16의 경우에는 20개의 바둑돌이 들어있는 주머니에서 5개의 바둑돌을 꺼내어 보고 전체 주머니에 흰 바둑돌과 검은 바둑돌이 몇 개씩 들어있는지를 추측해 보도록 하고 있었다. 교과서 M13, M14에서는 [그림 III-18]과 같이 야구와 관련된 문제를 제시하고 있었다.(M14, p.32).

5. 오른쪽 표는 경기 중인 어느 야구 팀에서 벤치에 남아 있는 두 선수 A, B의 금년도 타격 성적을 나타낸 것이다. 득점 기회가 온다면 감독은 두 선수 중 어느 선수를 대타로 기용하겠는가?

선수	A	B
타수	100	120
안타	33	36

[그림 III-7] 현행 교과서의 과거형 추론 문제(M14)

그러나 이 문제의 경우 상대도수를 이용하여 확률을 구하고 그 크기를 비교하는 것에 그치고 있음을 알 수 있다. 이 교과서뿐만 아니라, 3종의 교과서가 제시하고 있는 문제들 모두 학생들이 실생활에서 겪을 수 있는 경험들과 유리되어 있다고 할 수 있었고, 그 판단이 얼마나 믿을만한지에 대해서는 묻고 있지 않고 있음을 알 수 있었다. 따라서 학생들이 이와 같은 문제를 접할 경우, 과거형 추론과 가능성의 원리를 인식하기보다 확률 문제들 중 하나의 유형으로 인식하기 쉬울 것이라 예상된다.

그러므로 정보 분석의 관점에서 확률을 지도하려고 할 경우, 현행 교과서가 제시하는 것과 같이 사건이 발생할 확률을 계산하도록 하는 것 보다는, 가능성의 원리를 이용하여 어떤 사건이 발생할 것인지 판단하도록 하고, 그 근거를 생각해 보도록 하는 과정에 비중을 두는 것이 필요하다고 생각할 수 있다. 또한, 이와 같은 문제의 경험은 통계적 추론 능력에도 기여할 수 있을 것이라 예상된다.

2) 확률의 비추이성

현행 교과서 16종을 살펴본 결과, 확률의 비추이성에 대하여 설명하거나 그것을 인식하도록 하는 문제를 제시하고 있는 교과서는 없었다. 그러나 직관으로 인한 오개념의 경우, 그것이 직관으로 인한 판단이 옳았던 경험을 많이 할수록 그 영향력이 크고, 확고해지기 때문에 오개념의 수정이 쉽지 않다. 확률에서 추이성이 성립하지 않는다는 것을 설명해주기 보다 문제로 제시하고 있는 것이 학생들이 비추이성을 인식하는 것에 도움을 줄 수 있을 것으로 보인다. 따라서 이론적 배경에서 살펴본 스피너와 같은 문제들을 통하여 직관에 직면하도록 하고 확률의 비추이성을 명확하게 인식할 수 있도록 하는 것이 적절해 보인다. 이와 같은

방식은 문제를 해결하는 과정에서 학생들이 추이성이 성립할 것이라고 생각했지만, 스스로 부등호를 통하여 표현한 결과로부터 차이가 있음을 발견하고, 그에 대한 설명을 하는 과정에서 왜 그러한 결과가 나타나는지 생각해 볼 수 있는 기회를 제공하게 된다.

특히, 확률 추론을 통하여 의사를 결정하는 것 즉, 실생활에서 지금까지의 경험으로부터 어떤 사건이 발생할 것이라 판단하는 것은 정보 분석 과정에서 중요한 위치를 차지한다. 따라서 가능성 원리에 근거한 과거형 추론과 그 추론이 얼마나 믿을만한지를 고려해보도록 하는 경험을 제시하는 것 역시 비중 있게 다루어 주어야 한다고 할 수 있다.

IV. 결론 및 제언

선행 연구 및 확률 개념의 다양한 측면, 교육과정으로부터 분석의 준거를 형성하여 분석한 결과와 개선되어야 할 점은 크게 두 가지 측면으로, 다음과 같이 다섯 가지로 요약할 수 있다. 먼저, 교과서 내용 구성에 관한 측면으로, 정보 분석적 관점을 반영하는 것을 제안한다. 그 세부적인 내용은 다음과 같이 네 가지 측면으로 정리할 수 있다.

첫째, 사건의 표현 및 경우의 분석을 강조하는 것이 요구된다고 할 수 있다. 정보 분석 과정에서 가장 먼저 고려해야 하는 것은 주어진 상황에서 가능한 경우가 어떤 것들이 있는지 생각해 보는 것이다. 따라서 가능한 모든 경우를 나열할 수 있는지 여부가 8-나 확률 단원의 학습에서 더 비중 있게 다루어져야 할 것이라 사료된다. 또한, 가능한 경우를 조직적으로 나열하는 경험을 통하여 추론하도록 하는 것이 더 적절할 것이다. 게다가 정보 분석 과정에서

는, 모든 가능한 경우 중 실제로 존재할 수 없는 경우들을 생각하고, 추가로 주어지는 정보로부터 범위를 축소시켜 결론을 추론하기도 한다. 이 때, 가능한 모든 경우를 중복되거나 누락되는 것이 없이 조직적으로 헤아리는 것이 중요하므로 효과적인 표현을 사용하는 것이 요구된다. 실제로 고등학교 과정에서는 확률을 집합 개념으로 학습하게 되고, 중학교 1학년 과정에서 집합과 그 연산을 학습하였으며, 초등학교 과정에서는 수형도와 순서쌍 등을 이용하여 나타내보는 경험을 하였다. 따라서 집합을 통하여 가능한 경우를 나열하고, 이 과정에서 수형도를 이용하여 조직적으로 헤아리는 것으로부터 경우의 수 공식을 도출해 내는 것이 더 적절해 보인다. 그러므로 경우의 수의 학습에서 이와 같은 과정을 통하여 표현의 중요성을 인식할 수 있도록 하고, 가능한 모든 경우의 나열과, 각 경우의 분석을 더욱 강조할 것을 제안한다.

둘째, 가능성의 크기가 확률임을 명확하게 인식할 수 있도록 상대도수와 다양한 분포자료를 통하여 확률을 지도하는 것이 필요하다. 따라서 대칭성이 가정되지 않은 상황을 제시하거나 경험 중심적 자료를 통하여 지도하는 것이 효과적이라 할 수 있다. 또한, 직관적인 수준에서 사건의 포함 관계에 관한 추론을 확률의 크기 비교와 연결하여 추론할 수 있도록 하는 확률 측도에 대한 감각을 발달시킬 수 있도록 하기를 제안한다. 이와 함께 도수분포 및 다양한 분포자료를 통하여 확률을 학습 하는 것이 적절하다고 할 수 있다. 특히, 분석 결과, 소수의 교과서에서 도수분포를 통하여 상대도수로 확률을 학습하도록 제시하고 있었다. 도수분포를 통하여 확률을 학습하게 되면, 우연적인 현상을 총체적으로 파악할 수 있으며, 상대도수 분포표는 확률분포표가 되고, 상대도수 히스토그

램은 확률밀도함수 그래프가 된다. 더 나아가 평균등과 같은 통계량의 확률 분포를 통하여 표집분포를 인식할 수 있도록 하는 것은 가설 검정의 토대가 되기 때문에 통계 학습의 연계성을 통하여 일반적인 정보 분석과정과 이어질 수 있도록 하는 것이 필요하다고 할 수 있다.

셋째, 영향을 주는 사건에 대한 명확한 인식을 할 수 있도록 교과서를 구성하는 것을 제안할 수 있겠다. 김정은(2001)의 연구에서 학생들은 독립적으로 일어나는 사건임에도 차례로 일어나는 시행은 관련이 있다고 생각하거나, 두 사건이 동시에 일어나는 경우와 조건부 확률을 구해야 하는 경우를 구별하지 못하기도 함을 알 수 있었다. 특히, 이와 같이 직관에 기인한 오류의 경우, Fischbein에 의하면 수정이 쉽지 않으므로 일찍 오개념의 수정이 필요하다. 따라서 현행 교과서와 같이 영향을 주지 않는 사건만 설명하고 영향을 주는 사건은 국어사전 수준의 설명으로 끝마침으로서 영향을 주는 사건이 무엇인지, 이해했는지 그렇지 않은지 조차 알 수 없게 할 우려가 있는 표현보다는, 영향을 주는 사건과 그렇지 않은 사건에 대하여, 기왕에 소개를 하려면 정확하게 정의를 해주는 것이 필요할 것이다. 그러나 이는 고등학교 과정에서 종속과 독립을 용어만 사용하지 않을 뿐 같은 개념을 사용한다면 이는 더 혼란을 유발할 것이라 추측되므로 조금 더 직관적인 즉, 물리적으로 구분된 사건들을 통하여 설명하는 것이 효과적일 것이다.

넷째, 가능성의 원리 및 비추이성의 지도가 필요하다. 경험을 통하여 확률을 실질적인 가능성의 크기로 지도하는 경우, 개인의 누적된 경험으로부터 가능성의 크기를 생각하여 판단하는 가능성의 원리를 인식하는 것이 필요하다고 할 수 있다. 또한, 이러한 과정에서 그 추론이 얼마나 믿을만한지를 생각해보도록 하는 것

역시 정보 분석 및 활용 능력의 신장에 효과적일 것이다. 그러나 교과서 분석 결과, 현행 교과서의 경우 과거형 추론의 경우에는 소수의 교과서만이 수록하고 있음을 알 수 있었다. 그러므로 과거형 추론을 경험할 수 있도록 교과서를 구성하는 것이 필요하다고 할 수 있다. 또한, 정보 분석 과정을 통하여 의사 결정을 하는 경우에는 가능성의 크기를 비교해야 할 상황이 존재한다. 이 때, 확률의 특징인 비추이성으로 인해 오류가 발생할 수 있다. 이는 그동안의 수학 학습에서 추이적인 성질이 성립하였기 때문에, 확률에서도 그 성질이 성립할 것이라 생각하기 때문이다. 이와 같은 비추이성은 통계의 가설 검정에서도 핵심적인 역할을 하기 때문에 오류를 직면하고 수정할 수 있도록 교과서를 구성하는 것을 제안할 수 있겠다.

이와 같이, 내용 구성 측면의 개선과 함께, 학생들이 확률 단원을 학습함으로써 실질적으로 어떠한 행동의 변화를 가져 올 것이라 기대할 수 있는지 그 목표를 설정하는 것을 제안한다. 현행 교과서를 살펴본 결과, 실질적으로 학생들의 경험과 확률을 연계시키려는 의도가 내포되어 있다고 판단하기에는 무리가 있어 보였다. 7차 교육과정의 교과서 16종 모두 주로 확률을 계산하는 것, 확률의 정의 정도를 설명하는 것을 다루고 있음을 알 수 있었다. 특히, 실생활과 관련하여 경험으로부터 가능성의 크기를 생각하고 판단을 내리도록 하는 경험을 제시하고 있는 교과서를 찾아보기 힘들었다. 게다가 교과서에 수록된 문제들 역시 수학적인 상황 즉, 주사위를 던지거나 주머니에서 공을 꺼내는 등의 경우가 대부분이었다. 무엇보다, 확률의 독특한 성질이며 확률적 사고 및 추론에서 오류를 가져올 수 있는 비추이성에 대한 내용이나 문제가 수록되어 있지 않아, 확률 학습 후 학생들의 사고의 변화를 기대하고 있다

고 생각하기에는 미흡하다고 할 수 있었다. 현행 교과서 보다 좀 더 개념 설명과 문제 구성에서 학생들의 경험으로부터 인식할 수 있는지 여부에 주의를 기울이는 것이 요구된다고 할 수 있다. 이로부터 학생들이 확률 단원을 학습하면 어떠한 변화를 가져 올 수 있을 지 충분히 고려하는 것이 필요하다고 할 수 있겠다.

마지막으로, 본 연구는 이론적 배경과 교육과정으로부터 도출한 가정을 통한 이론적 연구이므로, 실질적으로 현행 교과서로 학습한 학생들을 대상으로 하는 연구가 필요할 것이라고 생각된다.

참고문헌

교육과학기술부(2008). 교육인적자원부고시 제 2006-75호 및 제2007-79호에 따른 중학교 교육과정 해설(Ⅲ). 대한교과서 주식회사.

교육부(1998). 교육부 고시 제1997-15호 [별책 8] 수학과 교육과정. 대한교과서 주식회사.

교육부(1999). 교육부 고시 제1997-15호에 따른 중학교 교육과정 해설(Ⅲ). 대한교과서 주식회사.

교육인적자원부(2002). 수학 I. 교사용 지도서. (주)두산.

교육인적자원부(2002). 중학교 수학 8-나. (주) 고려출판.

교육인적자원부(2003). 중학교 수학 8-나. (주) 교문사.

교육인적자원부(2002). 중학교 수학 8-나. (주) 금성출판사-양승갑.

교육인적자원부(2002). 중학교 수학 8-나. (주) 금성출판사-조태근.

교육인적자원부(2002). 중학교 수학 8-나. (주) 도서출판 디딤돌.

교육인적자원부(2002). 중학교 수학 8-나. (주) 두산.

교육인적자원부(2002). 중학교 수학 8-나. (주) 블랙박스.

교육인적자원부(2002). 중학교 수학 8-나. (주) 중앙교육진흥연구소.

교육인적자원부(2002). 중학교 수학 8-나. (주) 천재교육.

교육인적자원부(2002). 중학교 수학 8-나. 교학연구사.

교육인적자원부(2002). 중학교 수학 8-나. 대한교과서(주).

교육인적자원부(2002). 중학교 수학 8-나. 두레교육(주).

교육인적자원부(2002). 중학교 수학 8-나. 한서출판사.

교육인적자원부(2003). 중학교 수학 8-나. 형설출판사.

교육인적자원부(2002). 중학교 수학 9-나. 교사용 지도서. (주)교문사.

교육인적자원부(2007). 교육인적자원부 고시 제2007-79호 [별책 8] 수학과 교육 과정. 대한교과서주식회사.

김기춘(1995). 확률 개념 지도에 관한 연구. 서울대학교대학원 석사학위 논문.

김남희 외 5인(2006). 수학교육과정과 교재 연구. 서울: 경문사.

김소형(2008). 수학적 확률과 통계적 확률에 관한 초·중·고 교과서 분석 및 개선가능성 고찰. 이화여자대학교 교육대학원 석사학위 청구논문.

김용태·김연식(1980). 수학교육 교재론. 서울: 이우출판사.

김정은(2001). 중학생의 확률 직관에 의한 오개념 유형 분석. 이화여자대학교 교육대학원 석사학위 청구논문.

- 김혜랑(2004). **가능성 원리지도를 위한 중등 통계 교육과정의 개선 방향**. 이화여자대학교 교육대학원 석사학위 청구논문.
- 송하석(1998). **주관주의 확률 이론**. 한국논리학회 제2권 1호 59-85.
- 오인숙(1994). **확률 개념의 형성 시기에 관한 연구**. 이화여자대학교대학원 석사학위 논문.
- 우정호(2006). **학교수학의 교육적 기초(증보판)**. 서울: 서울대학교 출판부.
- 우정호(2007). **수학 학습-지도 원리와 방법(개정판)**. 서울: 서울대학교 출판부.
- 이경화(1994). **확률 교육의 효과와 효과적 인 확률 교육**. 대한수학교육학회 논문집 제4권 제2호.
- _____(1997). **확률 개념 탐구**. 청주교육대학교 과학교육연구소 논문집 제18집. 21-35.
- _____(1997). **확률과 통계의 역사**. 한국초등수학교육학회지 1. 53-65.
- _____(1996). **확률 개념의 교수학적 변환에 관한 연구**. 서울대학교대학원 박사학위 논문.
- 이영로 외 3인(2007). **한국의 정보통신 인프라 고도화 정책 분석**. 정보화 정책 제4권 제5호 38-59.
- 이정연(2005). **조건부 확률 개념의 이해에 관한 연구**. 서울대학교대학원 석사학위 논문.
- 임경미(2009). **분포 개념 발달의 연계성 측면에서의 중학교 확률 단원 내용 분석**. 이화여자대학교 교육대학원 석사학위 논문.
- 전종우·김우철(1987). **확률론 입문**. 서울:영지문화사.
- 최지안(2008). **중학교 1학년 통계단원에 나타난 분포개념에 관한 분석**. 이화여자대학교 교육대학원 석사학위 청구논문.
- 한정원(2005). **Piaget의 형식적 조작기의 확률과 통계 교육**. 서강대학교 교육대학원 석사학위 청구논문.
- 허명희(1991). **통계학사 콜로퀴움**. 서울: 자유아카데미.
- 홍성대(2002). **실력 수학 I의 정석(개정판)**. 서울: 성지출판(주).
- Aczel, Amir D.(2006). **기회를 만드는 확률의 법칙[Chance : a guide to gambling, love, the stock market & just about everything else]**. (윤상운 역). 서울: 북폴리오.
- Aczel, Amir D. *Statistics: Concept and Applications*, Chicago : irwin, 1995. p. 72
- Deborah J. Bennet(2000). **확률의 함정 [Randomness]**. (박병철 역). 서울: (주)영림카디널.
- Efraim Fischbein(1987). **수학과 학습과 직관 [intuition in science and Mathematics]**. (우정호 외 7인 역). 서울: 경문사.
- F. Ramsey, *Truth and Probability*, Philosophical Papers, ed, D. H. Mellor Cambridge: Cambridge University Press. 1990.
- Jacquard, A (1984). **확률론[A Theory of Probability]**. (유희세, 권택연 역). 고려대학교 출판부.
- Kahnman, D., Slovic, P., Tversky, A. (1982), *Judgement under Uncertainty: Heuristics and Biases*, Cambridge : Cambridge university press.
- Kapadia, R. & Borovcnik, M., *Chance Encounters: Probability in Education*, Kluwer Academic Publishers, 1991.
- Konold, C. (1991), *Understanding Student's Beliefs about Probability*, In Glasersfeld, E. V. *Radical Constructivism in Mathematical Education*, Dordrecht: Kluwer Acad Publishers, pp 139~156.

- Nachum L. Rabinovitch. *Probability in the Talmud*, Biometrika 56, no.2, 1969.
- Robert V. Hogg & Allen T. Craig (1995). 수리통계학개론[*Introduction to Mathematical Statistics*(5th ed.)]. (이재창, 이용구 역). 서울: 경문사.
- Ruelle, David. (2000). 우연과 혼돈[*Chance and chaos*]. (안창림 역). 서울: 이화여자대학교 출판부.
- Shaughnessy, J. M., Research in probability and statistics: reflections and direction, In Grouws, D. A. (Eds.)(1992) *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, New York: Macmillan, 465~494.
- V. Mises, R (1957). *Probability, Statistics, and Truth*. George Allen and Unpin LTD. WWW. cbs. com/primetime/numb3rs.

An Analysis of the Probability Unit in the Middle School Textbook 8-B in the Aspect of Information Analysis and Utilization

Lee, Young Ha (Ewha Womans University)

Kwon, Se Lim (The Graduate School of Education Ewha Womans University)

This thesis assumes that the teaching objective of the Probability unit of the 8th grade textbook under the 7th National Curriculum is to enhance the ability to analyze and utilize informations. And we examine them if this point of view is fully reflected.

Based on the analysis of the textbook analysis, followings are found.

1) It is necessary to emphasize more enumerating all possible cases and to induce formulae counting the number of possible cases through organizing them.

2) The probability is to be decribed more clearly as a likelihood of events and to be introduced and followed through various students' experiences and the relative frequencies. Less emphasis on probability computations, while more emphasis on probability comparisons of events are recommended.

3) The term "influential events"(a kind of stochastic correlation) is ambiguous. It is necessary to make clear what it means at the level of the 8th grade or to discard it for it is to be learned at the 10th grade again. Especially, contingency table has been introduced at the 9th grade under the 7th National Curriculum.

4) Uses of the likelihood principle in making a decision and in learning the reliability of it should be encouraged.

And students are to learn the hazard of transitive inferences in probability comparisons

As a consequence of above, we feel that textbook authors and related stakeholder are to be more serious about the behavioral changes of students that may come along with the didactics of specific contents of school mathematics.

* key words : textbooks analysis(교과서 분석), information analysis(정보 분석), probability (확률)

논문접수 : 2009. 7. 27

논문수정 : 2009. 9. 2

심사완료 : 2009. 9. 11