

양자홀 저항표준

■ 김완섭, 유광민, 김규태 / 한국표준과학연구원

1. 서론

우리의 일상생활에 사용되는 각종 전자기기의 구성 부품 중에서 저항은 빼 놓을 수 없는 핵심부품 중의 하나이다. 현재 사용되고 있는 저항은 수 $\mu\Omega$ (10-6 Ω)에서 수십 $P\Omega$ (10⁻¹⁵ Ω)에 이른다. 이러한 저항들의 값을 요구 수준에 맞도록 정확하게 줄 수 있는 것은 바로 국가의 저항표준 보급체계가 있기 때문이다. 1990년 이전에는 망가닌(Manganin)선을 감아서 만든 권선형 1 Ω 저항을 3 ~ 10개 정도로 묶어서 하나의 그룹형태로 저항표준으로 유지 했었으며 이 저항 그룹의 평균값을 저항표준으로 사용했었다. 그러나 이러한 권선형 저항은 저항체인 망가닌의 물리적 특성에 의해 좌우되며 온도나 측정환경에 따라서 재현성이 나쁠 뿐만 아니라 또한 시간에 따라서 변화가 크다. 그림 1은 세계 각국의 표준기관에서 유지되고 있는 표준저항의 값이 시간의 변화에 따라서 얼마나 큰 차이가 생기는지를 잘 보여 준다.

이와 같은 인위적인 저항체인 표준저항을 대체하기 위한 많은 연구가 진행 되어 왔다. 특히 1980년 Klaus von Klitzing에 의하여 양자효과(Quantum effect)에 의한 홀저항(Hall resistance)이 발견된 이래로 양자홀 저항을 저항의 표준으로 사용하기 위하

여 선진표준기관들에 의하여 1990년 중반까지 집중적으로 연구 되었다. 실제로 양자홀 저항은 반도체 소자의 종류와 무관하게 이차원 전자가 형성되는 반도체 소자를 일정한 온도로 유지하면서 자기장만 가해 주면 상대 불확도가 수 10⁻⁹ 정도의 재현성을 보여줄 정도로 우수하다. 뿐만 아니라 홀저항값이 양

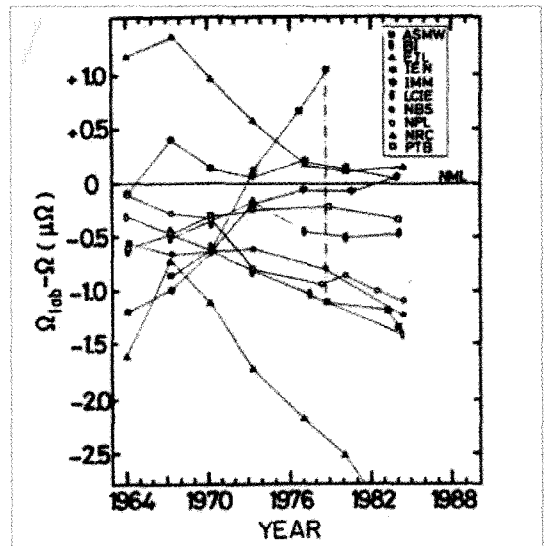


그림 1 세계 표준기관들이 보유한 1 Ohm 표준저항의 시간에 따른 변화. 그림에서 ASMW, BI, ETL, IEN, IMM, LCIE, NBS, NPL, NRC, PTB는 동독, 국제도량형국, 일본, 이탈리아, 러시아, 프랑스, 미국, 영국, 캐나다 그리고 독일의 국가 표준기관의 약칭이다.

자현상에 기반한 물리 고유 상수로 표시가 되기 때문에 국제도량형위원회(CIPM)에서 1990년 1월 1일 이후로 양자홀 저항을 이용하여 SI의 전기유도단위인 Ohm(Ω)을 현시하도록 권고하였다.

한국표준과학연구원도 1993년 이래로 양자홀 저항을 바탕으로 하는 국가 저항표준 소급체계를 이루기 위한 연구를 수행하고 있으며, 최근에는 저항 측정용 브리지(Bridge)인 저온전류비교기(Cryogenic Current Comparator)개발하였으며, 이를 이용한 양자홀 저항표준기(Quantum Hall Resistance Standard)를 확립하였다. 이번 호에서는 양자홀 저항표준기의 원리와 국내의 연구 동향, 전망 및 KRISS에서의 연구 현황을 소개하고자 한다.

2. 양자홀 저항표준기의 원리 및 특징

2.1. 양자홀 저항

1980년 Klaus von Klitzing에 의하여 발견된 양자홀 효과란 실리콘 MOSFETs(Metal Oxide Semiconductor Field-Effect Transistors)나 반도체 이종접합(GaAs/AlGaAs) 등의 경계면에 나타나는 2차원 전자가스(그림 2a)의 홀저항이 극저온(1.5 K 이하)과 강한 자기장에서 양자화 되는 현상을 의미 한다(자기장하에서 경계면으로만 전자의 이동이 가능하고 면의 수직 방향으로는 전자의 이동이 제한됨). 즉 홀저항의 값이 외부자기장에 비례하는 고전적인 홀(Hall)효과와는 다르게 불연속적으로 증가 한다(Plateau 가 형성 됨). 그리고 이 영역(Plateau)에서 R_{xx} 는 최소값을 보여 준다(그림 2c). 이때 발생된 불연속적인 plateau에서의 홀저항 값은 h/e^2 의 정수(i)배로 나타내지며 정수 $i = 1$ 일때의 값 h/e^2 을 von Klitzing 상수 R_K 로 정의한다. 즉

$$R_H = \frac{R_K}{i} = \frac{h}{e^2 \cdot i} \cdot i = 1, 2, 3, \dots \quad (1)$$

여기서 h 는 Planck 상수 ($h = 6.625 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$)이며 e 는 기본 전하량 ($e = 1.602 \times 10^{-19} \text{ coulomb}$)이다. 이 식으로부터 양자홀 저항값이 오직 물리

기본상수(fundamental constant) e 와 h 만으로 표시된다는 것을 알 수 있다. 그렇기 때문에 양자홀 효과는 저항표준에 응용 될 뿐만 아니라 물리기본상수인 미세구조상수

$$\alpha = \frac{\mu_0 c}{2} \cdot \frac{h}{e^2} = \frac{\mu_0 c}{2} (R_K)^{-1} \quad (2)$$

의 값을 결정하며 양자전기역학에도 기여 한다. 여기서 μ_0 는 진공투자율 $4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$ 이며 c 는 진공중의 빛의 속도이다.

1988년 국제표준제정을 위한 전기 자문 위원회에서 von Klitzing 상수 R_K 를 아래와 같이 정의하고 1990년 1월 1일부터 저항표준의 기준값으로 사용하도록 권고하였다. 이 위원회에서 권고한 $R_K = 25\,812.807 \, \Omega$ 이 된다. 따라서 각각의 정수 i (plateau)에 해당하는 양자홀 저항 $R_H(i)$ 는 다음과 같은 값을 갖게 된다:

$$\begin{aligned} R_H(1) &= 25812.807 \, \Omega, \\ R_H(2) &= 12906.4035 \, \Omega, \\ R_H(3) &= 8604.269 \, \Omega, \\ R_H(4) &= 6453.20175 \, \Omega, \\ &\dots \end{aligned} \quad (3)$$

실제로 세계 각국 표준기관들은 정수 $i = 1$ 의 경우 요구되는 자기장의 크기가 14 T 이상 되어야 하는 어려움이 있기 때문에 정수 $i = 2$ 의 값 $12\,906.4035 \, \Omega$ 을 저항 단위인 Ω 을 구현하는 기준값으로 사용하고 있다. 낮은 자기장 영역인 $i = 4$ 에서의 값 $6453.20175 \, \Omega$ 도 사용되어지나 $i = 2$ 에서의 값에 비해서 상대적으로

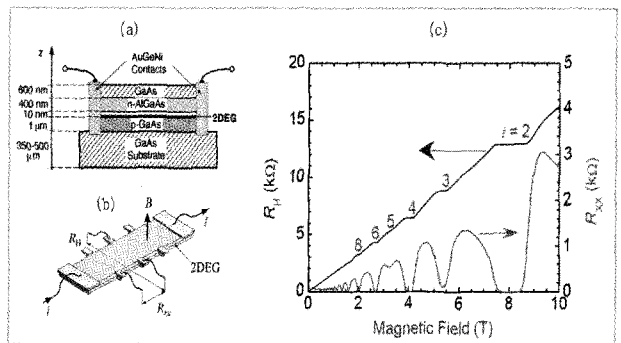


그림 2 (a) GaAs/AlGaAs 양자홀 소자의 구조, (b) 홀저항 측정 모식도 그리고 (c) 1.42 K에서 50 μA 의 전류로 측정된 자기장 B의 크기에 따른 양자홀 저항 R_H 곡선. R_{xx} 는 전류 I의 방향으로 측정된 저항값. $i = 1, 2, 3, \dots$ (정수).

안정된 자기장 영역이 좁고 측정 불확도도 크다.

이와 같은 양자홀 저항을 기준으로 임의의 저항을 정밀하게 측정하기 위하여 소위 브리지(bridge)를 사용하는데 이에 대해서 다음 장에서 소개 하고자 한다.

2. 저항 측정 기술과 브리지

양자홀 저항에 의한 값 $R_H(2)$ 또는 $R_H(4)$ 를 기준값으로 하여 저항을 측정 불확도 10^{-8} 이하로 정밀하게 측정하기 위하여 일반적으로 전위차 저항 브리지 (potentiometric resistance bridge) 또는 전류비교기 (Current comparator) bridge가 사용된다.

(a) 전위차 저항 브리지(Potentiometric resistance bridge)

전위차 방법은 그림 3에서 보는 바와 같이 비교하고자 하는 두 저항 R_H 과 R_S 을 직렬로 연결하고 하나의 전류원으로 구동한다. 별도의 전원에 의하여 가변저항에 발생하는 전압 V_P 가 R_H 에 의하여 발생하는 V_H 전압과 같아지도록 가변저항을 조정한다. 이때의 전압 차이를 측정하기 위하여 높은 입력 임피던스를 갖는 전압계 D를 사용한다. 즉 $D = V_H - V_P \approx 0$. 그리고 저잡음 스위치를 이용

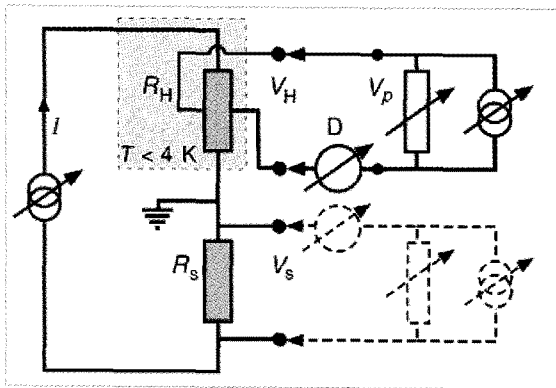


그림 3 전위차 저항 브리지 (Potentiometric resistance bridge) 개략도

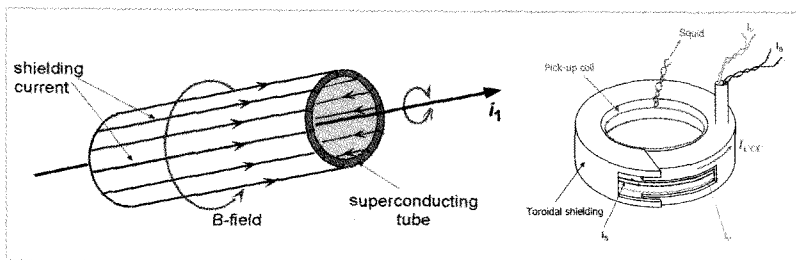


그림 4 (좌) 저온전류비교기 원리 및 (우) 토로이달 형태의 CCC

하여 R_S 에 의하여 발생하는 V_S 와 위에서 측정한 V_P 와의 전압차이를 측정하게 된다. 이와 같이 측정 할 경우 가변저항의 직선성과 순차적으로 측정해야 하는 단기 안정도 문제로 $\sim 10^{-8}$ 정도의 불확도로 측정이 가능하다.

(b) 저온전류비교기 (Cryogenic Current Comparator: CCC)

전위차 저항 브리지에서 V_H 와 V_S 를 순차적으로 측정함으로써 발생하는 측정 불확도 문제점을 보완하기 위하여 전류비교기(Current comparator)라는 방법을 사용한다. 여기서는 서로 연계되는 2 개의 전류원을 사용하여 두 전류의 비를 같도록 한 뒤 비교하고자하는 저항에서 발생하는 전압의 차이를 동시에 측정한다. 두 전류의 비를 측정하는 센서의 종류에 따라서 상온에서 구동하는 상온전류비교기 (Direct Current Comparator: DCC)와 저온에서 동작하는 저온전류비교기 (Cryogenic Current Comparator: CCC)로 나뉜다. 여기서는 자체개발한, 최상의 전류비와 임의의 잡음이 가장 낮은 저온전류비교기에 대해서 설명하고자 한다.

저온 전류비교기는 초전도 차폐원리(Meissner effect)를 기저로 하고 초전도양자간섭장치(Superconducting Quantum Interference Device: SQUID)라는 자속 감지센서를 사용한다. CCC의 동작원리는 그림 4(좌)에서와 같이 무한히 긴 초전도관에 전류(i_1)가 흐르는 도선이 있을 경우, 도선에서 발생하는 자속(magnetic flux)을 상쇄시키기 위하여 초전도관 내부에 자속이 유도 된다. 이 자속에 의하여 발생한 차폐전류(shielding current)는 초전도관 내부에서 외부인 초전도 표면으로 흐르게 된다. 이때 흐르는 차폐전류의 방향은 초전도관 내부에 흐르는 전류의 방향과 일치 한다.

이 차폐전류에 의하여 발생하는 자기장(B-field)을 자기감도(magnetic sensitivity)가 아주 우수한 초전도양자간섭장치(Superconducting Quantum Interference Device: SQUID)를 사용하여 측정하게 된다. SQUID는 조셉슨 접합소자의 양

자화 된 자속 터널링 효과를 이용해서 아주 약한 자기 신호, 분해능 수 $fT(10^{-15} T)$, 지구자기장은 약 $5 \times 10^{-5} T$ 임)를 감지하여 약 1 V 수준으로 증폭하는 자속-전압 변환기 이다.

실제 CCC 전류비교기는 이진수(binary: 1, 1, 2, 4, 8, ..., 1024, 2048)로 코일을 감은 뒤 그림 4(우)와 같이 초전도관을 토로이달 형태로 제작하고 안쪽 면에 자기장을 감지하기 위한 SQUID용 감지코일 (pick-up coil)을 고정한다. 이 감지코일은 SQUID입력 트랜스에 연결되고 자기 유도에 의해서 SQUID에 전압이 유도된다. 전류의 감도를 향상시키기 위하여 그림 4(우)와 같이 비교하고자 하는 두 전류 I_P 와 I_S 를 서로 반대 극성으로 연결하여 두 전류의 차이에 의해서 발생하는 자기장을 측정한다.

그림 5는 제작한 CCC의 주파수에 따른 잡음 밀도 측정 자료이다. 초전도체인 Pb foil로 차폐를 3 겹으로 하였으며 차단 주파수 100 Hz의 필터를 적용하였다. 사용한 DC SQUID의 잡음 밀도는 $1.4 \times 10^{-4} \phi_0$ ($1 \phi_0 = h/2e$)이며 CCC의 전류 분해능은 $7 \mu A \cdot \text{turn} / \phi_0$ 이다. 감은 코일 수가 10 회 이상 일 경우 코일의 비율 정확도는 10^{-10} 보다 좋았다.

그림 6은 자체 개발한 저온전류비교기 브리지 개략도이다. 1차 (PCS)와 1차에 연계된 2차(SCS) 전류원에 비교하고자 하는 저항 R_P (양자홀 저항)와 R_S (측정하고자 하는 저항)를 각각 연결된다. R_P 와 R_S 에 흐르는 각각의 전류 I_P 와 I_S 는 1차코일 감은 횟수(N_P)와 2차 코일 감은 수(N_S)에 의하여 Ampere x turn($I \times N$)의 차이에서 발생하는 자속이 SQUID의 출력전압으로 나타난다. 이 SQUID 출력전압을 2차 전류원 (SCS)으로 제한 시켜서 SQUID의 출력 전압이 "0"이 되도록 I_S 의 전류를 변화시킨다. R_P 와 R_S 의 차이가 클 경우 저항 분할기(CD)를 이용하여 $10^{-8} \Omega$ 까지 일치 시키고 이때 발생하는 전류를 보조코일 N_A 에 공급하여 CCC에서 발생하는 자속이 상쇄 되도록 한다. 이와 같은 방법으로 1차와 2차 전류와의 차이가 수 pA($10^{-12} A$)로 같아지면 접지 전위차를 기준으로 R_P 와 R_S 사이에서 발생하는 전압의 차이를 전압계(Nanovolt meter)로 측정한다. 전압계의 출력 전압은 전자기 방해와 잡음 그리

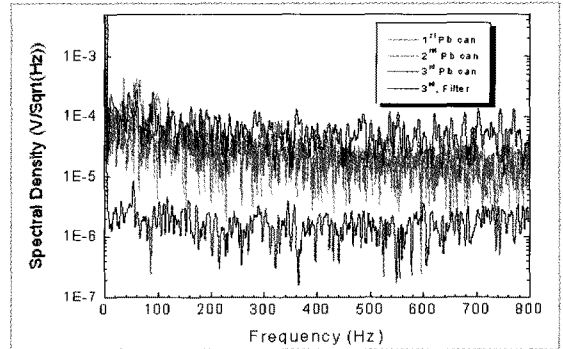


그림 5 개발한 CCC의 주파수에 따른 잡음 밀도

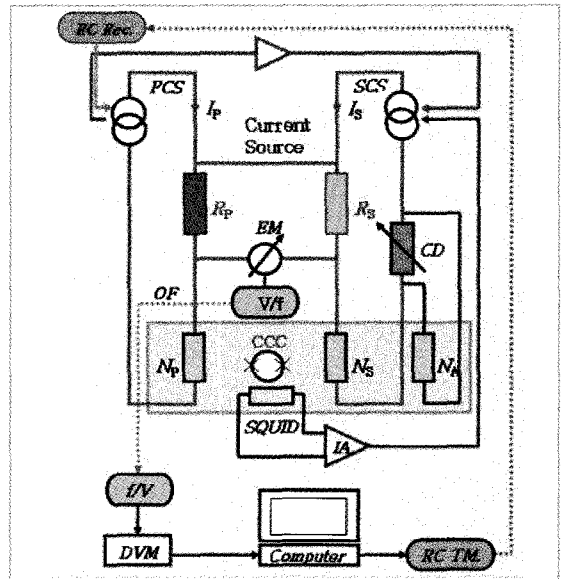


그림 6 한국표준과학연구원서 자체 개발하여 운용중인 저온전류비교기 개략도.

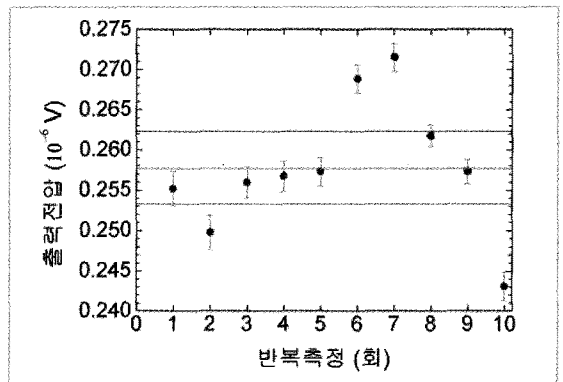


그림 7 온도 1.42 K에서 9.5 T 자기장을 가한 뒤 50 uA의 전류를 흘려서 양자홀 소자로부터 발생시킨 양자홀 저항 $R_H(2)$ 와 항온조에서 $23.00 \text{ }^\circ\text{C} \pm 0.01 \text{ }^\circ\text{C}$ 로 유지하고 있는 표준저항 100Ω 을 4 단자법으로 10 회 측정된 결과.

고 전압계, 컴퓨터 등의 전원접지와 전기적으로 분리시키기 위하여 광신호로 바뀌어 광섬유(OF)를 통하여 차폐실 외부에 있는 광-전기신호 변환기를 통하여 전기 신호로 바뀐 뒤 전압계(DVM)로 측정하게 된다. 열적 기전력의 효과를 상쇄시키기 위하여 컴퓨터에 의하여 광(LED)으로 제어되는 릴레이(RC TM & Rec)로 전류의 극성을 바꾸어 측정한다.

그림 7은 온도 1.42 K에서 9.5 T 자기장을 가한 뒤 50 μ A의 전류를 흘려서 양자홀 소자로부터 발생시킨 양자홀 저항 12 906.4035 Ω 과 항온조에서 23.00 $^{\circ}$ C \pm 0.01 $^{\circ}$ C로 유지하고 표준저항 100 Ω 을 그림 2b와 같이 4 단자법으로 측정한 일례이다. 10번 측정한 값의 표준편차가 ± 4.5 nV(10⁻⁹ V)가 되는 것을 알 수가 있다.

3. 최근의 국제 연구 동향 및 AC 양자홀 저항표준

반도체의 얇은 박막에서 관찰되는 2차원 전자의 물리적 특성에 관한 기초연구는 양자홀 효과, 양자간섭 효과 또는 양자유체 등과 같은 양자현상과 관련하여 새로운 저차원 물리현상의 규명 등으로 전 세계적으로 활발히 수행되고 있다. 반면에 표준과 관련된 부분에서는 양자홀 소자 어레이 제작과 관련하여 프랑스 LNE, BIPM, 독일 PTB 그리고 일본 AIST 등의 표준기관들이 연구를 하고 있다. 현재의 양자홀 저항표준 시스템은 12 906.4035 Ω 과 100 Ω 저항을 1: 129의 비로 측정하고 있다. 그러나 위의 표준 기관들은 양자홀 저항소자를 직렬과 병렬로 연결하여 100 Ω 또는 10 k Ω 등의 값을 갖도록 개발하고 있다. 이러한 양자홀 소자 어레이는 현재 이동용 표준기 100 Ω 또는 10 k Ω 대신에 양자홀 저항을 직접 사용함으로써 측정 불확도를 크게 향상시킬 수 있게 되기를 기대하고 있다.

독일 PTB에서는 수 십 mK 이하의 낮은 온도와 높은 자기장(20 T 이상)에서 관찰되는 분수 양자홀 저항(가정수가 아니라 분수임)에 관한 연구를 하고 있다. 정수 양자홀 저항의 최대값은 RK-90인 25.812 807 k Ω 이지만 분수 양자홀(가령 1/3)의 경우 3 배 더 큰 양자홀 저항(3 x RK-90)이 발생된다. 이와 같이 높은 양자홀 저항을 이용하여 고저항 1 M Ω ~ 10 M Ω 의 측정 불확도 향

상을 위하여 연구하고 있다. 최근에 39 mK에서 0.1 μ A의 전류를 인가하고 약 13 T의 자기장을 인가 한 뒤 $i = 1/3$ 에서 측정된 분수 양자홀 저항값이 이론상의 3 x RK-90의 값과 3 x 10⁻⁸의 불확도로 일치하는 것을 확인하였다. 반면에, 미국 NIST에서는 고저항 측정을 위한 새로운 형태의 2-터미널 CCC를 개발하여 10 k Ω 에서 1 G Ω 까지의 저항을 2 x 10⁻⁹에서 4 x 10⁻⁶의 불확도로 측정하고 있다.

양자홀 저항 표준시스템에서 무엇보다도 중요한 것은 유럽 표준기관들을 중심으로 활발히 연구 되고 있는 교류 양자홀 저항 측정 시스템이다. 최근에는 개발된 교류 양자홀 저항 시스템을 이용하여 교류 저항 뿐만 아니라 전기용량까지도 양자효과에 기반한 표준 소급성을 주고 있다. 교류 양자홀의 경우에는 직류 저항과 달리 주파수에 따른 손실과 임피던스 매칭 등이 중요한 불확도 요인으로 작용한다. 특히 양자홀 소자 자체도 주파수에 따른 손실을 없애기 위하여 소자의 뒷부분(back gate)을 나누어(splitting) 전압을 가하여 손실을 보상하는 특수하게 고안된 구조를 하고 있으며 또한 교류 저항과 전기용량을 직접 비교하기 위하여 새로운 Quadrature bridge를 개발하였다. 최근에는 독일 PTB에서 2개의 교류 양자홀 저항소자를 이용하여 교류 저항을 거치지 않고 Quadrature bridge를 이용하여 직접 10 pF의 전기용량을 1 kHz 부근에서 ~10⁻⁸ 수준의 불확도로 측정 할 수 있는 기술을 개발 하였다. 앞으로는 교류 양자홀에 대한 요구가 더욱 커질 것이며 이에 대한 연구가 더욱 활성화 될 것이다.

4. KRISS의 연구현황

현재 한국표준과학연구원에서는 100 $\mu\Omega$ (10⁻⁴ Ω)에서 100 T Ω (10¹⁴ Ω)까지 저항표준을 확립하여 유지하고 있다. 이와 같은 넓은 범위의 저항표준은 그동안 상용의 상온전류비교기를 이용하여 양자홀 저항으로부터 소급성을 유지하여 왔다. 그러나 최근에 저온 전류비교기가 5년이란 오랜 연구 끝에 자체 개발되어 독일표준기관인 PTB와 이동용 저항표준기 100 Ω (Tegam SR 102)에 대한 국제비교를 통하여 개발된 표



그림 8 한국표준과학연구원에서 자체기술로 확립하여 운용중인 양자홀 저항 표준 시스템. (좌) 양자홀 저항 발생기와 소자(삽입그림), (중) 정밀 전류원 그리고 (우) 저온전류 비교기.

준시스템의 신뢰성을 검증하였다. PTB의 양자홀 저항 표준 시스템으로 측정한 결과는 $100.00\ 00\ 612\ \Omega \pm 3.7 \times 10^{-9}$ 이며 한국표준과학연구원의 양자홀 저항 표준 시스템으로 측정 했을 때의 측정값은 $100.00\ 00\ 621\ \Omega \pm 4.7 \times 10^{-9}$ 이다. 여기서 나타나는 저항값의 차이는 이동용 저항기가 가지는 안정도 한계인 1×10^{-8} Ω 때문에 불확도 보다 크게 나타났다. 측정 상대 불확도 4.7×10^{-9} (신뢰도 95 %, k=2)은 스위스와 독일에 이은 세계 최고 수준의 측정 불확도에 해당된다. 현재는 양자홀 저항 발생기의 온도를 0.3 K까지 냉각 가능한 He-3 냉동고를 설치하고 있으며 이를 통하여 더욱 안정되고 불확도가 향상된 양자홀저항 표준 시스템을 갖추게 될 것이다 (그림 8). 이와 같은 표준 시스템이 확립되면 국제도량형국(BIPM)에서 주관하는 이동용 10 k Ω 저항에 대한 국제비교를 할 예정이며 말레이시아와 태국과 같은 아시아 지역 표준국가의 저항표준 확립을 지원 할 예정이다. 뿐만 아니라 전기표준 분야 관련자의 최대 관심사인 Ohm의 법칙을 표준 불확도 인 10⁻⁸ 수준에서 검증하기 위한 quantum metrology triangle의 구현을 위한 연구도 할 예정이다. 즉 조셉슨 전압과 양자홀 저항에 의한 전류를 단전자 펌프에서 발생시킨 전류와 CCC를 통한 상대 불확도 10⁻⁸ 이하로 직접 비교함으로써 전기분야의 가장 기초적이고 핵심 법칙인 Ohm의 법칙을 증명하게 되는 것이다.

앞으로도 국제단위계(SI)의 전기 단위를 구현하는

국가측정표준 대표기관으로서의 위상과 역할에 부합되도록 직류 분야뿐만 아니라 교류 분야까지 확장된 저항 관련 소급성을 확보하기 위하여 지속적인 연구를 수행 할 것이며 더욱이 측정 불확도를 세계 최고 수준으로 향상 시켜서 국내 저항 교정 분야 뿐만 아니라 국가 정밀 측정 산업의 인프라 구축에 기여하게 될 것이며 아울러 저항표준 분야의 세계 선도적 역할을 할 수 있도록 노력 할 것이다.

참고문헌

- [1] K. von Klitzing, G. Dorda and P. Pepper, New method for high-accuracy determination of the fine structure constant based on quantized Hall resistance, *Phy. Rev. Lett.*, Vol. 45, pp. 494-497, 1980.
- [2] B. N. Taylor and T. J. Witt, New international electrical reference standards based on the Josephson and quantum Hall effects, *Metrologia*, Vol. 26, pp. 47-62, 1989.
- [3] B. Jeckelmann and B. Jeanneret, The quantum Hall effect as an electrical resistance standard, *Rep. Prog. Phys.*, Vol. 64, pp. 1603-1655, 2001.
- [4] J. Schurr and F. J. Ahlers, G. Hein and K. Pierz, The ac Quantum Hall Effect as a primary standard of impedance, *Metrologia*, Vol. 44, pp. 15-23, 2007.
- [5] W. Poirier, A. Bounouh, F. Piquemal and J. P. Andre, A new generation of QHRS: Discussion about the technical criteria for quantization, *Metrologia*, Vol. 41, pp. 285-294, 2004.
- [6] F. Piquemal and G. Geneves, Argument for a direct realization of the quantum metrological triangle, *Metrologia*, Vol. 37, pp. 207-211, 2000.