

최소제곱 서포트벡터기계를 이용한 시장점유율 자료 분석

박혜정¹

¹대구대학교 교양대학

접수 2009년 7월 18일, 수정 2009년 9월 16일, 게재확정 2009년 9월 21일

요약

본 논문에서는 시장점유율을 추정할 때 최소제곱 서포트벡터기계를 적용하여 보통최소제곱과 최소제곱 서포트벡터기계의 성능을 비교하고자 한다. 최소제곱 서포트벡터기계는 커널 함수를 사용함으로써 고차원의 특징 공간에서 선형회귀로 재구성함으로써 비선형 회귀문제까지도 해결할 수 있는 장점을 가지고 있다. 그래서 본 논문에서는 비모수 기법인 최소제곱 서포트벡터기계를 이용하여 시장점유율 모형을 추정하고자 한다. 최소제곱 서포트벡터기계를 기반으로 한 모형 추정은 시장점유율 유인모형을 해결하기 위한 좋은 대안이 된다. 최소제곱 서포트벡터기계의 성능을 평가하기 위해 비교 실험에서는 한국 자동차 시장에서 차량 판매량을 이용하여 브랜드별 시장점유율 모형을 추정하였다.

주요용어: 교차 타당성, 시장점유율 유인모형, 최소제곱 서포트벡터기계, 커널 함수.

1. 서론

어떤 상품의 시장 전체 판매량 중에서 특정 기업의 상품판매량이 차지하는 비율을 시장점유율이라 한다. 시장점유율은 기업의 수익성을 결정짓는 중요한 요인 중의 하나이다. 시장점유율의 확대를 통해 규모의 경제 (economies of scale) 효과, 학습곡선효과 (experience curve effect)를 얻을 수 있으며 그 효과로 인해 기업의 이익과 직결되게 된다. 최근 기업에서는 지속적인 성장을 유지하는 동시에 경쟁 기업에 대한 경쟁 우위에 선점하여 높은 시장점유율을 확보하려고 부단히 노력하고 있다. 각 기업은 경쟁사보다 우월한 마케팅 믹스 변수를 이용하여 더 높은 시장점유율을 달성하고자 한다. 이는 경쟁적 환경에서 경쟁사보다 우월한 마케팅 믹스 변수를 이용하여 더 높은 시장점유율을 달성함으로써 기업의 목적인 이익을 창출할 수 있기 때문이다.

시장점유율 모형에 관한 최초의 연구는 Weiss (1968)에 의해 이루어졌으며 그는 3종류의 선형모형과 1개의 곱셈형모형, 그리고 1개의 비선형 유인모형에 관한 성과 추정을 시도하였다. Rao (1972)는 5개의 담배회사자료를 이용하여 5개의 모형을 비교 연구하였으며, 모수 추정을 위해 OLS (ordinary least squares)와 GLS (generalized least squares)가 사용되었다. Naert and Weverbergh (1981)은 13종류의 모형을 석유와 전자레인지 상품에 적용하여 모수 추정 기법간의 차이를 알아보기 위하여 OLS, GLS등을 이용하여 분석하였다. 연구결과에서 GLS에 의해 측정된 유인모형이 보다 높은 예측력을 나타내었으나, 시차를 고려하지 않은 경우에는 OLS에 의한 측정이 더 좋은 결과로 나타났다. Ghosh 등 (1984)은 OLS, GLS, IGLS의 성능을 비교하였으며, 단기예측에는 OLS를 이용한 선형모형이, 장기예측에는 상표특성계수 (brand specific factor)를 고려한 곱셈형 모형이 더 높은 예측력을 나타낸다고 보고하였다. 선행연구에서는 다양한 모형들에 대한 비교연구가 실행되었으나 어느 한 모형이 일관되게 우수하다고 주장되지 못했으며, 측정대상 제품들 간의 차이와 모형 설정 시 차이에 크게 의존한다고 해석될 수 있다.

¹ (712-714) 경상북도 경산시 진량읍, 대구대학교 교양대학, 초빙교수. E-mail: hyjpark@daegu.ac.kr

Nalbantov (2007)는 SVM (support vector machine)을 이용하여 시장점유율 유인모형을 추정하였으며, SVM의 성능을 비교분석하였다. SVM은 원래 분류 (classification)를 위해 Vapnik (1995)과 공동연구자들에 의해 개발되어 문자인식, 얼굴인식 등의 다양한 응용분야에서 좋은 결과를 보여주고 있다. 최근 분류를 위한 SVM 이론이 회귀 함수추정으로 확장되어 많이 활용되고 있다. SVM은 투사지향 (projection pursuit) 알고리즘 및 신경망과 함께 독립변수가 두 개 이상일 때 비선형 함수추정을 위해 사용되는 방법이다. 또한 SVM은 볼록함수 (convex function)를 최소화하여 학습이 진행되기 때문에 신경망과는 달리 유일한 해를 구할 수 있는 장점이 있다. 그러나 SVM은 이차계획법 (quadratic programming) 문제를 풀어야 하는 과제를 안고 있다. 일반적으로 대용량의 QP 문제를 해결하기 위해 많은 계산비용이 요구되며, QP 기반 시스템을 효과적으로 구현하는 것은 쉽지 않다. SVM의 단점은 LS-SVM (least squares support vector machine)를 기반으로 하여 해결할 수 있다.

Suykens와 Vanderwalle (1999)은 분류를 위해 LS-SVM을 제안하였다. LS-SVM 방법은 QP 문제를 해결하는 과정이 없이 최소제곱 방법을 이용하는 추정방법이다. LS-SVM 방법은 쉽고, 계산 비용을 줄이는 결과를 얻으며, 선형방정식으로 구현하여, 문제를 해결한다. LS-SVM의 응용은 Shim과 Hwang (2003)과 Park과 Hwang (2006) 등 여러 연구자들을 통해 좋은 결과를 보여주고 있다. 본 논문에서는 LS-SVM을 이용하여 시장점유율 유인모형을 추정하고자한다. 본 논문은 다음과 같이 구성되어 있다. 2절에서는 시장점유율 유인모형에 대해서 3절에서는 LS-SVM에 대해 기술하였다. 4절 실험 및 결과에서는 2007년~2009년 7월까지의 한국 자동차 업체별 판매량 데이터를 OLS과 LS-SVM을 이용하여 업체별 시장점유율 유인모형을 추정하여 모형을 비교하였다. 마지막 절에는 비교실험에 대한 결론으로 구성되어 있다.

2. 시장점유율 유인모형

시장점유율 유인모형 (market share attraction model)은 시장을 구성하는 I 브랜드들에 대해 t 시점에 i 브랜드의 시장점유율 $M_{i,t}$ 에 대한 전체 모형을 제공한다. 여기서 기간은 $t = 1, \dots, T$ 로 정의된다. 시장점유율 $M_{i,t}$ 의 중요한 특징은 $0 \leq M_{i,t} \leq 1$ 과 모든 브랜드에 대한 합은 $\sum_{i=1}^I M_{i,t} = 1$ 이라는 것이다. 보통 시장점유율을 측정할 때의 기간은 1주 또는 1개월 단위로 측정한다. 모형은 시장점유율을 예측하기 위해 양의 값 독립 변수 $x_{k,t}$ 를 사용한다. 시장점유율 유인모형은 한 기업의 시장점유율을 시장에 있는 모든 기업의 총 유인 중에서 그 기업의 유인이 차지하는 비율로 설명된다. 즉 상품의 유인은 그 상품의 광고, 가격, 유통, 명성 등의 마케팅 변수로 정의되며, 각 상품의 시장점유율은 이러한 유인의 함수로 결정된다. MCI (multiplicative competitive interaction)모형은 논리적 일관성의 제약 $0 \leq M_{i,t} \leq 1$ 을 만족시키고 있다. Nalbantov (2007)에서 사용된 시장점유율 유인모형 MCI은 다음과 같다.

$$M_{i,t} = \frac{A_{i,t}}{\sum_{j=1}^I A_{j,t}}, \quad i = 1, \dots, I,$$

$$A_{i,t} = \exp(\mu_i + \varepsilon_{i,t}) \prod_{k=1}^K x_{k,t}^{\beta_{k,i}}, \quad i = 1, \dots, I \quad (2.1)$$

여기서 $\beta_{k,i}$ 은 브랜드 i 에 대한 알려져 있지 않는 계수이며, μ_i 은 브랜드 사이즈와 연관된 브랜드기술 절편항이다. 오차항 $\varepsilon_t = (\varepsilon_{1,t}, \dots, \varepsilon_{I,t})'$ 은 $N(0, \Sigma)$ 을 따른다고 가정한다. 모수들을 추정하기 위해 모형은 2단계로 선형화시켜야 한다. 첫 번째 단계에서는 기준 브랜드 I 을 선택하고 이 기준 브랜드의 분

수처럼 남아 있는 각각의 브랜드의 시장점유율을 표현한다. 식은 다음과 같다.

$$\frac{M_{i,t}}{M_{I,t}} = \frac{\exp(\mu_i + \varepsilon_{i,t}) \prod_{k=1}^K x_{k,t}^{\beta_{k,i}}}{\exp(\mu_I + \varepsilon_{I,t}) \prod_{k=1}^K x_{k,t}^{\beta_{k,I}}}, \quad i = 1, \dots, I - 1 \quad (2.2)$$

두 번째 단계에서는 식 (2.2)의 양쪽에 자연 로그를 취하는 것이다. 결과는 다음 식과 같다.

$$y_{i,t} = (\mu_i - \mu_I) + \sum_{k=1}^K (\beta_{k,i} - \beta_{k,I}) \log x_{k,t} + \eta_{i,t} \quad (2.3)$$

여기서 $y_{i,t} = \log M_{i,t} - \log M_{I,t} = \log A_{i,t} - \log A_{I,t}$ 이다. 모수 μ_i 가 기준 모수 μ_I 와의 차로 표현되어 있어서 식 (2.3)을 $\tilde{\mu}_i = \mu_i - \mu_I$, $\tilde{\beta}_{k,i} = \beta_{k,i} - \beta_{k,I}$, $z_{k,t} = \log x_{k,t}$ 형태로 표현하여 다음 식과 같이 일반화 시킬 수 있다.

$$y_{i,t} = \tilde{\mu}_i + \sum_{k=1}^K \tilde{\beta}_{k,i} z_{k,t} + \eta_{i,t}. \quad (2.4)$$

식 (2.3)과 식 (2.4)에서 예러 $\eta_{i,t}$ 은 $\eta_{i,t} = \varepsilon_{i,t} - \varepsilon_{I,t}$ 또는 $\eta_t = L\varepsilon_t$ 와 동일하다. 여기서 L 은 $L = [I - 1]$ 이며, I 은 $(I - 1)$ 차원의 단위행렬이며, $(I - 1)$ 벡터인 1의 값을 가진다. ε_t 은 $N(0, \Sigma)$ 로 가정되어 있으므로, η_t 은 평균이 0이고 분산이 $(I - 1) \times (I - 1)$ 인 공분산 $\tilde{\Sigma} = L\Sigma L'$ 로 구성된 정규분포를 따른다. 결과적으로 $I(I + 1)/2$ 의 결과는 Σ 에서의 알려져 있지 않은 분산이다. 예러 변수가 어떤 알려져 있지 않은 공분산 행렬을 가진 정규분포라는 가정한다면 ML (maximum likelihood)은 적당한 추정 방법이 된다. 만약 모수에 대한 제한이 없다면 OLS추정량은 ML추정량과 동일하다 (Fok 등, 2002). 식 (2.4)을 행렬로 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} \mathbf{y}_1 \\ \mathbf{y}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{y}_{I-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & z & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{\beta}_1 \\ \tilde{\beta}_2 \\ \vdots \\ \tilde{\beta}_{I-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \\ \vdots \\ \eta_{I-1} \end{pmatrix}.$$

시장점유율 ($s_{i,t}$)은 다음과 같이 구해진다.

$$s_{i,t} = \frac{e^{y_{i,t}}}{1 + \sum_{j=1}^{I-1} e^{y_{j,t}}}, \quad i = 1, \dots, I - 1 \quad \text{and} \quad s_{I,t} = \frac{1}{1 + \sum_{j=1}^{I-1} e^{y_{j,t}}}. \quad (2.5)$$

3. 최소제곱 서포트벡터기계

SVM은 얼굴인식이나 문자인식과 같은 다양한 패턴인식 문제에서 좋은 성능을 보여주고 있다. 그러나 SVM은 QP 문제를 풀어야 하는 단점을 가지고 있다. 일반적으로 대용량의 QP 문제를 해결하기 위해서는 많은 계산비용이 요구되며, QP 기반 시스템을 효과적으로 구현하는 것은 쉽지 않은 문제이다. QP의 문제는 LS-SVM을 기반으로 하여 해결할 수 있다. Suykens와 Vanderwalle (1999)은 분류를 위해 LS-SVM을 제안하였다. LS-SVM 방법은 QP 문제를 해결하는 과정이 없이 최소제곱 방법을 이용하는 추정 방법이다. LS-SVM 방법은 계산하기 쉬우며 선형방정식으로 구현하여 문제를 해결한다. 다음과 같은 비선형 함수를 생각하자.

$$f(\mathbf{x}) = \mathbf{w}'\phi(\mathbf{x}_i) + b$$

여기서 b 는 절편항을 나타내고, 특징사상함수 $\phi(\cdot) : R^m \rightarrow R^{m_f}$ 는 입력공간에서 차원 m_f 의 고차원 공간으로의 사상을 의미한다. 따라서 최적화 문제는 다음과 같이 정의될 수 있으며,

$$\min \frac{1}{2} \|\mathbf{w}\|^2 + \frac{\gamma}{2} \sum_{i=1}^n e_i^2$$

제약조건은

$$y_i = \mathbf{w}'\phi(\mathbf{x}_i) + b + e_i, \quad i = 1, \dots, n$$

이다. 앞의 최적화 문제의 핵심 이론은 다음과 같은 라그랑즈 함수를 만드는 것이다.

$$L = \frac{1}{2} \|\mathbf{w}\|^2 + \frac{\gamma}{2} \sum_{i=1}^n e_i^2 - \sum_{i=1}^n \alpha_i (\mathbf{w}'\phi(\mathbf{x}_i) + b + e_i - y_i).$$

여기서 α_i 는 라그랑즈 배수 (lagrange multiplier)를 나타낸다. 최적화는 편미분을 통하여 간단하게 구해지며 다음과 같은 선형방정식으로 정리된다.

$$\begin{bmatrix} 0 & \mathbf{1}' \\ \mathbf{1} & \mathbf{\Omega} + \gamma^{-1}\mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b \\ \boldsymbol{\alpha} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{y} \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

여기서, $\mathbf{y} = (y_1, \dots, y_n)'$, $\mathbf{1} = (1, \dots, 1)'$, $\boldsymbol{\alpha} = (\alpha_1, \dots, \alpha_n)$ 이며 $\mathbf{\Omega} = \{\Omega_{kl}\}$ 는 $\Omega_{kl} = \phi(\mathbf{x}_k)' \phi(\mathbf{x}_l) = K(\mathbf{x}_k, \mathbf{x}_l)$, $k, l = 1, \dots, n$ 원소를 갖는 행렬을 의미한다. 그리고 K 는 커널 함수를 나타내며 본 논문에서는 RBF (radial basis function) 커널 함수가 사용된다. 위의 선형방정식의 해를 구하면 최적의 절편 항 b 과 라그랑즈 배수 α_i 가 구해지며 최적의 비선형 회귀 함수는 다음과 같이 구해진다.

$$\hat{f}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n \hat{\alpha}_i K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}) + b. \quad (3.2)$$

한편 벌칙상수 γ 와 커널 모수 σ 는 미리 결정되어있어야 한다.

4. 실험 및 결과

실험에서는 시장점유율 유인모형에 대해 기존에 알려져 있는 OLS방법과 LS-SVM방법을 비교 실험하고자 한다. 실험은 2007년1월~2009년 7월까지의 국내 자동차 시장의 중형급 승용차에 대한 43개의 데이터에 대한 시장점유율을 추정하여 비교 분석하였다. 데이터의 출처는 인터넷 사이트를 이용하여 수집하였다. 차종별 월별 판매량 데이터는 <http://www.autotimes.co.kr> 사이트로부터 수집하였으며, 각 차종별 판매가격은 <http://www.naver.com> → 자동차 → AutoDB → 가격시세에서 수집하였다. 수집한 데이터 중에 중형급 승용차 종류 i 로는 SONATA, GRANDEUR, SM5, LOTZE, TOSCA가 있으며, SONATA를 기준 브랜드 I 로 하여 시장점유율 유인모형을 추정하였다. 독립 변수 $z_{k,t}$ 는 차종별 가격과 차종별 월별 판매대수를 log를 취한 값으로 하였으며, 종속 변수 y_i 는 식 (2.4)과 같이 차종별로 월별 판매대수를 로그를 취한 후 각 차종별 월별 판매대수를 기준 브랜드 I 인 SONATA 판매대수로 빼준 값으로 한다. $\tilde{\beta}_{k,i}$ 는 중형급 승용차 종류 i 에 대한 알려져 있지 않는 계수이며, 식은 다음과 같다.

$$y_{i,t} = \tilde{\mu}_i + \sum_{k=1}^K \tilde{\beta}_{k,i} z_{k,t} + \eta_{i,t}, \quad i = 1, \dots, 4, \quad t = 1, \dots, 43, \quad K = 2.$$

다음으로 식 (3.1)의 LS-SVM을 이용하여 각 모수들을 추정한다. 여기서 LS-SVM에서 사용된 커널은 RBF커널, $K(\mathbf{x}_k, \mathbf{x}_l) = \exp(-\|\mathbf{x}_k - \mathbf{x}_l\|^2/\sigma^2)$ 을 사용하였다. 선형 커널 함수를 사용한 경우에는 OLS로 구한 결과와 거의 유사하게 나왔으므로 결과 그림은 본 논문에서는 생략한다. 또한 회귀함수 추정에 결정적으로 영향을 주는 벌칙모수와 커널모수의 값을 결정하는 모형 선택을 위한 방법은 Xiang와 Wahba (1996)과 Liu 등 (2007) 등이 제안한 방법들이 있으며, 본 논문에서는 Yuan과 Wahba (2004)가 제안한 GCV (generalized cross validation)함수를 사용하여 벌칙상수 γ 와 커널 모수 σ 를 구하였다. 상수 γ 은 (100, 100, 10, 100)으로, 모수 σ 은 (0.7071, 1, 1, 1)로 구해졌다. 또한 모형 추정 성능을 비교하기 위해 MSE값을 구하였으며, OLS은 0.016021, LS-SVM은 0.013892로 구해졌다. MSE값에 대해서도 LS-SVM이 좀 더 성능이 좋음을 알 수 있다.

실험 결과는 그림 4.1과 그림 4.2와 같다. 그림 4.1과 그림 4.2에서 실선은 LS-SVM을 나타내며, 점선은 OLS을 나타낸다. 그림 4.1은 OLS와 LS-SVM에 의해 시장점유율 유인모형을 추정한 결과이며, 그림 4.2는 OLS와 LS-SVM에 의해 추정된 모형을 이용하여 식 (2.5)에 의해 시장점유율을 구한 결과 그림이다. 결과를 통해 LS-SVM이 OLS에 비해 시장점유율 유인모형을 잘 추정하고 있음을 알 수 있다. 그림 4.1에서는 브랜드 i 별로 실제 목표값 $y_{i,t}$ 을 점으로 표현하였다. 그림 4.1의 결과를 보면 LS-SVM에 의한 추정 결과가 OLS에 의한 추정 결과보다 목표값에 더 근접하게 추정하고 있음을 확인할 수 있다.

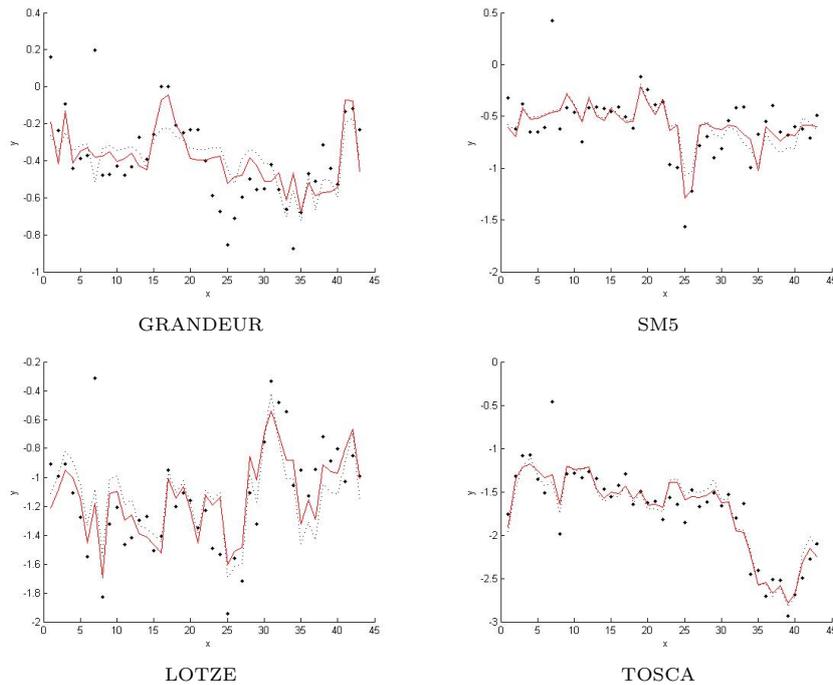


그림 4.2의 시장점유율 결과를 보면 국내 중형급 자동차에서 기준 브랜드인 SONATA가 전반적으로 시장점유율에서 우수함을 확인할 수 있으며, 각 차종별 시장점유율을 전반적으로 확인할 수 있다.

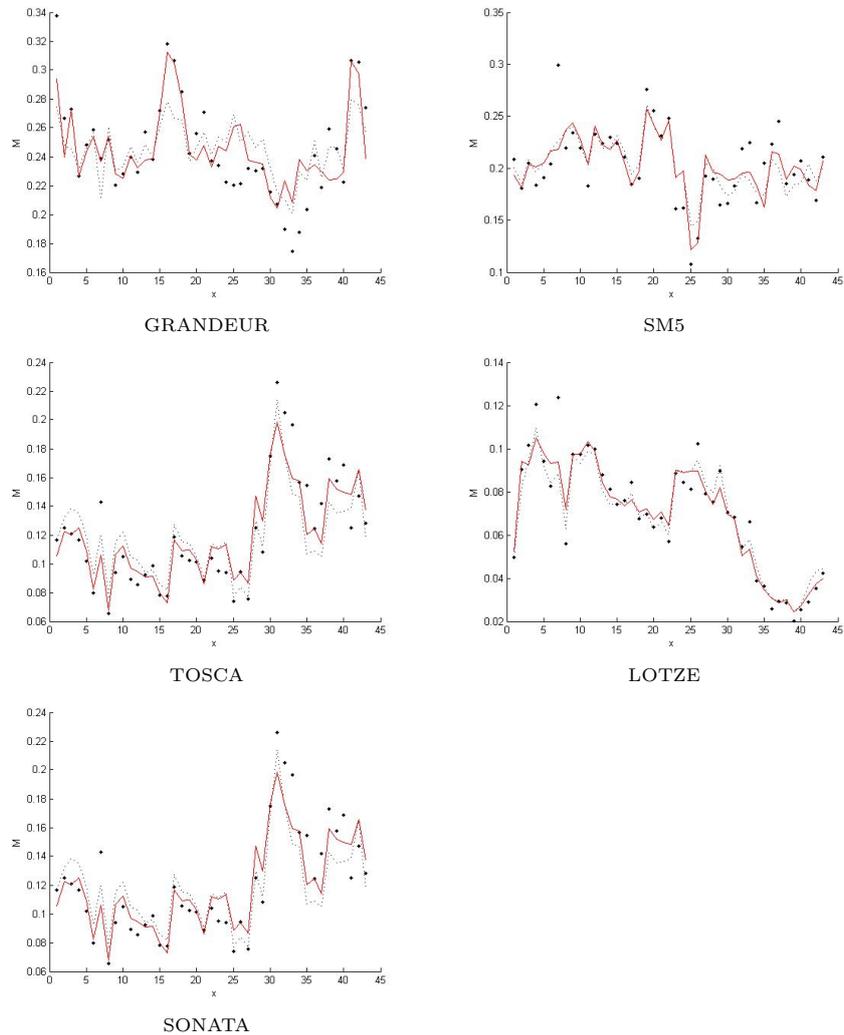


그림 4.2 차종별 시장점유율 (실선:LS-SVM, 점선:OLS)

5. 결론

본 논문에서는 시장점유율 유인모형에 대해 기존에 알려져 있는 OLS방법과 LS-SVM방법을 비교 실험하였다. 비교 실험을 위해 2007년~2009년 7월까지의 국내 자동차 업체별 판매량 데이터를 가지고 OLS과 LS-SVM을 이용하여 업체별 시장점유율 유인모형을 추정하여 모형을 비교하였다. 실험의 결과는 그림 4.1과 그림 4.2를 통해 성능을 확인할 수 있다. 실험 결과를 통해 LS-SVM이 OLS에 비해 시장점유율 유인모형을 잘 추정하고 있음을 확인할 수 있다. 전반적으로 LS-SVM이 시장점유율 유인모형을 추정함에 있어 성능이 좀 더 좋다고 할 수 있다.

참고문헌

- Fok, D., Franses, P. and Paap, R. (2002). Advances in econometrics. In *P. Franses & A. Montgomery (Eds.)*, **16**, 223-256, Elsevier Science.
- Ghosh, A., Neslin, S. A. and Shoemaker, R. W. (1984). A Comparison of market share models and estimation procedures. *Journal of Marketing Research*, **21**, 202-210.
- Liu, A., Tong, T. and Wang, Y. (2007). Smoothing spline estimation of variance eunctions. *Journal of Computational and Graphical Statistics*, **16**, 312-329.
- Naert, P. H. and Weverbergh, M. (1981). On the prediction power of market share attraction models. *Journal of Marketing Research*, **18**, 146-153.
- Nalbantov, G. I., Franses, Ph. H. B. F., Bioch, J. C. and Groenen, P. J. F. (2007). Estimating the market share attraction model using support vector regressions. *Econometric Institute Report EI 2007-06*.
- Park, H. and Hwang, C. (2006). Weighted support vector machines for heteroscedastic regression. *Journal of the Korean Data & Information Science Society*, **17**, 467-474.
- Rao, C. R. (1972). Estimating variance and covariance components in linear models. *Journal of the American Statistical Association*, **67**, 112-115.
- Shim, J. and Hwang, C. (2003). Prediction interval for LS-SVM regression using the bootstrap. *Journal of the Korean Data & Information Science Society*, **14**, 337-343.
- Suykens, K. A. K. and Vanderwalle, J. (1999). Least square support vector machine classifier. *Neural Processing Letters*, **9**, 293-300.
- Vapnik, V. N. (1995). *The nature of statistical learning theory*, Springer, New York.
- Weiss, D. L. (1968). The determinants of market share. *Journal of Marketing Research*, **5**, 290-295.
- Xiang, D. and Wahba, G. (1996). A generalized approximate cross validation for smoothing splines with non-gaussian data. *Statistian Sinica*, **6**, 675-692.
- Yuan, M. and Wahba, G. (2004). *Doubly penalized likelihood estimator in heteroscedastic regression*, Department of Statistics, Technical Report 1084.

Analysis of market share attraction data using LS-SVM

Hye-Jung, Park¹

¹College of General Education, Daegu University

Received 18 July 2009, revised 16 September 2009, accepted 21 September 2009

Abstract

The purpose of this article is to present the application of Least Squares Support Vector Machine in analyzing the existing structure of brand. We estimate the parameters of the Market Share Attraction Model using a non-parametric technique for function estimation called Least Squares Support Vector Machine, which allows us to perform even nonlinear regression by constructing a linear regression function in a high dimensional feature space. Estimation by Least Squares Support Vector Machine technique makes it a good candidate for solving the Market Share Attraction Model. To illustrate the performance of the proposed method, we use the car sales data in South Korea's car market.

Keywords: Cross-validation, kernel function, least squares support vector machine, market share attraction model.

¹ College of General Education, Daegu University, Gyeongbuk 712-714, Korea.
E-mail: hyjpark@daegu.ac.kr