財務管理研究 第二十六券 第三號(2009. 9), 227~246

시뮬레이션을 이용한 동태적 헤지성과와 옵션모형의 적격성 평가

정도섭* · 이상휘**

〈요 약〉

옵션 모형에 관한 실증연구에서 모형의 적격성을 평가하는데 사용한 잣대는 옵션 모형으로 구한 이론적 가격과 시장옵션가격간의 가격괴리를 평가하거나 일정기간동안 정기적으로 재조정한 헤지포트폴리오의 성과를 비교하는 것이다. 기존의 연구에서는 기초자산의 변동성에 대한 Black-Scholes 모형의 엄격한 가정을 이완시킨 확률적 변동성 모형이 Black-Scholes 모형의 가격괴리를 크게 개선하고 있음을 밝히고 있으나 동태적 헤지성과에 대해서는 여러 연구가 일관된 결과를 도출하고 있지 못하고 있다.

이 연구에서는 시뮬레이션 기법을 이용하여 Heston의 확률적 변동성 모형의 가정이 완벽히 구현되는 상황을 재현하고 그 상황에서 Heston 모형과 Black-Schols 모형의 동태적 헤지성과를 비교하였다. 시뮬레이션 결과에 따르면 헤지수단으로 기초자산만을 사용하였을 경우 완전히 적격한 모형인 Heston 모형은 확률적 변동성을 감안하지 않은 Black-Scholes 모형에 비해 헤지위험을 크게 줄이지 못하는 것으로 나타났다. 이 결과는 동태적 헤지성과로 옵션모형의 적격성을 평가하는 데는 일정부문 한계가 있을 수 있다는 점을 시사한다. 한편 실무적인 측면에서 옵션거래에 대한 동태적 헤지수단으로 굳이 확률적 변동성 모형과 같은 복잡한 모형을 이용할 필요가 없다는 점을 내포한다.

주제어 : 시뮬레이션, 헤지성과, 옵션 모형, 모델 적격성

논문접수일 : 2009년 06월 24일 논문최종수정일 : 2009년 08월 18일 게재확정일 : 2009년 08월 20일

* 주저자, 선문대학교 경영학부 교수, E-mail : dsjung@sunmoon.ac.kr

** 교신저자, 경희대학교 무역학부 교수, E-mail : slee@khu.ac.kr

Ⅰ. 서 론

Black and Scholes(1973)의 선구적인 연구로 옵션에 대한 가격결정모형이 제시된 이후, 지난 30년 간 많은 연구자들에 의해 여러 혁신적인 옵션 가격 모형들이 제안되어 왔다. 새롭게 제시된 옵션 가격 모형들은 대개 Black-Scholes 모형이 전제로 하는 엄격한 핵심가정의 일부를 이완시켜 실증적으로 나타나는 Black-Scholes 모형의 문제점을 개선하려고 하였다. Black-Scholes 모형의 비적격성(mis-specification)은 시장옵션가격을 Black-Scholes 모형에 역으로 대입하여 추출한 내재변동성으로 손쉽게 검증할 수 있다. Rubinstein(1985, 1994), Dumas, Fleming and Whaley(1998) 등이 지적하듯 Black-Scholes 모형이 완전히 적격한 모형이라면 동시간대에 관측된 동일한 만기를 가진 그러나 서로 다른 행사가격을 가진 시장옵션가격을 Black-Scholes 모형에 넣어 역으로 추출한 내재변동성은 모두 같아야 하는 것이다. 그러나 여러 연구들은 Black-Scholes 모형으로 구한 내재변동성이 매우 체계적인 형태를 띠고 있는 것으로 보고한다. 예컨대 Macbeth and Merville(1979)는 시카코 옵션거래소에 상장된 5종목의 콜 옵션자료를 대상으로 연구한 결과 과내가격(deep-in-the-money) 옵션의 내재변동성이 등가격(at-the-money) 옵션의 내재변동성에 비해 큰 반면 과외가격(deep-out-of-the-money) 옵션의 내재변동성은 등가격 옵션의 내재변동성에 비해 작다는 연구결과를 밝히고 있고, 보다 광범위한 자료를 사용한 Rubinstein(1985)의 연구도 등가격 옵션의 내재변동성이 과내가격 옵션과 과외가격 옵션의 내재변동성과 상당히 다름을 보고하고 있다. 국내의 연구에서도 문성주와 김대호(2001)가 KOSPI200 지수옵션을 대상으로 Black-Scholes 모형의 내재변동성이 등가격에서 내가격으로 갈수록 증가한다는 점을 지적하고 있다.

Black-Scholes 모형이 가지는 이러한 한계를 개선하기 위한 노력의 일환으로 가장 두드러진 연구방향은 기초자산의 변동성이 옵션의 잔여만기동안 고정되어 있다는 Black-Scholes 모형의 가정을 이완시킨 확률적 변동성 옵션 모형의 개발이다. 자산 가격의 변동성에 대한 여러 연구자들의 일반적인 견해는 변동성이 시간에 따라 지속적으로 변하는 확률적 과정(stochastic process)를 따른다는 것이다. 특히 Beckers(1980), Christie (1982) 및 Scott(1984) 등은 주가 수익률의 변동성이 주가와 음(-)의 상관관계를 가지며 장기적 변동성에 회귀하는 확률적 과정을 따른다는 가정과 일관성을 가지는 연구결과를 검출하였다.

확률적 변동성 과정을 옵션모형의 모델링에 도입한 연구로는 Hull and White(1987), Scott(1987), Wiggins(1987), Melino and Turnbull(1990), Stein(1991) 및 Heston(1993)

등이 있다. 이중 특히 Heston(1993)은 주가 변동성과 주가간의 상관성에 대한 아무런 제약 없이 확률적 변동성 모형에 관한 폐쇄형 해를 만들어 이 분야의 연구에 큰 기여를 했다. Heston의 확률적 변동성 모형은 그 이후 Bates(1996)와 Bakshi, Cao and Chen (1997)에 의해 가격점프(price jumps)와 확률적 이자율(stochastic interest rates)까지 감안하는 모형으로 발전했고, Duan(1995) 그리고 Heston and Nandi(2000)는 GARCH 모형을 이용한 옵션 모형을 개발하기도 했다.

여러 연구자들이 다양한 옵션 모형의 적격성 정도를 평가하는데 사용한 잣대은 크게 두 가지로 구분할 수 있다. 첫 번째는 각 옵션 모형간의 가격성과를 비교하는 것으로 옵션 모형으로 구한 이론적 가격이 시장 옵션 가격과 얼마나 비슷한가를 평가하는 상대적 가격성과의 비교이다. 두 번째 잣대는 옵션 모형간의 동태적 헤지성과를 비교하는 것으로 이는 일정기간동안 옵션과 옵션의 기초자산으로 구성한 헤지포트폴리오를 정기적으로 재조정하여 구한 수익률에 대한 위험의 정도를 상대적으로 비교하는 것이다.

기존의 여러 실증적 연구는 확률적 변동성 모형이나 GARCH 옵션 모형 등이 Black-Scholes 모형의 가격괴리를 상당히 줄이는 것으로 보고하고 있다. 예컨대, Bakshi, Cao and Chen(1997)은 S&P 500 지수 옵션자료를 이용하여 확률적 변동성 모형이 Black-Scholes 모형의 가격오차를 약 25%~60%가량 줄인다고 밝혔고, Kim and Kim(2004) 또한 KOSPI 200 주가지수 옵션자료를 이용하여 유사한 결과를 얻었다. 그러나 옵션모형의 동태적 헤지성과에 대해서는 여러 연구가 서로 일관된 결과를 얻지 못하고 있을 뿐만 아니라 확률적 변동성 모형과 같은 복잡한 모형이 단순한 Black-Scholes 모형에 비해 압도적으로 우수한 결과를 보이고 있지 않고 있다. 예컨대, Bakshi, Cao and Chen (1997), Yung and Zhang(2003) 등은 Black-Scholes 모형의 동태적 헤지의 성과가 확률적 변동성 모형이나 GARCH 옵션 모형의 성과에 비해 큰 차이가 없음을 밝히고 있다.

이는 역으로 옵션 모형의 헤지성과가 각 모형간의 차이를 잘 드러내지 못하고 있다는 점을 시사한다. 옵션모형들의 헤지성과의 차이는 모형의 적격성 외에도 모수추정의 부정확함에서도 발생할 수 있는 것이다. 즉, 헤지비율을 산출하는데 필요한 모수를 부정확하게 추정함으로써 헤지오차가 발생할 수 있는 것이다. Black-Scholes 모형의 경우 옵션모형의 적격성은 떨어지나 모수추정의 부정확함에서 오는 헤지오차는 적을 가능성이 매우 크다. 왜냐하면 Black-Scholes 모형은 다른 복잡한 옵션모형에 비해 추정해야 할 모수의 수가 매우 적기 때문이다.[1] 그러나 기존의 실증적 연구에서는 모형의

1) 예컨대, Black-Scholes 모형에서 추정해야 할 모수는 1개인데 반해 Heston의 확률적 변동성 모형에서 추정해야 할 모수는 5개이다.

비적격성에서 오는 헤지오차와 모수추정의 부정확함에서 오는 헤지오차의 복합효과(compounding effect)를 구분해낼 수 없으므로 동태적 헤지성과의 차이가 모형간의 모델 적격성 여부를 잘 드러내지 못할 수 있는 것이다. 이 논문에서는 기존 연구의 이러한 부족한 점을 보완하기 위하여 시뮬레이션을 이용하여 옵션 모형간의 동태적 헤지성과를 분석한다. 시뮬레이션을 이용하면 연구자는 기초자산의 생성함수 및 모수는 물론 그와 완전히 부합되는 적격한 옵션모형에 대한 정보를 가질 수 있으므로 모델 비적격성으로부터 오는 헤지오차를 모수추정으로부터 오는 헤지오차로부터 효과적으로 구분해 낼 수 있기 때문이다.

이를 위해 이 연구에서는 Heston의 확률적 변동성 모형이 가정하는 것과 동일한 일련의 주가를 시뮬레이션으로 생성하였다. 시뮬레이션내에서 Heston의 확률적 변동성 모형은 완전히 적격한 모형이 된다. 그러므로 Heston 모형을 사용하여 구한 동태적 헤지의 성과는 옵션 모형의 비적격성으로부터 오는 오류로부터 자유롭게 된다. 한편 시뮬레이션내에서 Black-Scholes 모형은 변동성의 확률적 과정이 감안되지 않은 비적격한 모형이 된다. 따라서 적격한 모형인 Heston 모형 대신에 Black-Scholes 모형을 사용한 동태적 헤지의 성과는 모형의 비적격성으로 인한 헤지위험에 노출되게 된다. 즉, Heston 모형과 Black-Scholes 모형의 동태적 헤지성과를 시뮬레이션으로 비교하여 우리는 적격한 모형을 아는 것이 옵션의 위험관리에 얼마나 도움이 되는 지를 또는 동태적 헤지성과가 적격한 모형과 비적격한 모형을 구별하는데 얼마나 효과적인 잣대인지 대한 추가적인 정보를 얻을 수 있는 것이다.

시뮬레이션의 기본모형으로 Heston의 확률적 변동성 모형이 사용된 이유는 다음과 같다. 첫째, Heston의 확률적 변동성 모형에 대해서는 폐쇄형 해가 존재하므로 시뮬레이션에 필요한 옵션가격을 정확히 생성해 내는데 매우 편리하다. 둘째, 여러 실증적 연구는 확률적 변동성을 감안한 모형이 옵션의 가격 및 헤지성과의 개선에 매우 중요하다는 것을 밝히고 있다(Bakshi, Cao and Chen 1997). 또한 Kim and Kim(2004)의 연구는 여러 확률적 변동성 모형 중에서 Heston의 확률적 변동성 모형이 가격 및 헤지에 있어서 가장 우수한 성과를 보인다고 보고한다.

이 연구의 주요 결과는 다음과 같다. 시뮬레이션에서 완전히 적격한 Heston 모형이 Black-Scholes 모형에 비해 비교적 우수한 헤지성과를 내는 것으로 나타났지만 적격한 모형의 사용으로 줄어드는 헤지위험은 그다지 크지 않았다. 특히 기초자산과 변동성간의 상관관계가 존재할 경우 Heston 모형은 Black-Scholes 모형에 비해 나은 헤지성과를 내었지만 상관관계가 존재하지 않을 경우엔 놀랍게도 Black-Scholes 모형의 헤지위

험이 Heston 모형에 비해 약간 낮게 검출되었다. 이 결과는 옵션가격 모형의 실증적 연구에서 동태적 헤지성과의 비교가 옵션모형의 적격성을 정확히 평가하는데 한계가 있다는 점을 시사한다. 또한 실무적으로는 확률적 변동성이 지배하는 상황에서도 비적격한 모형인 Black-Scholes 모형으로 충분히 옵션에 대한 동태적 위험관리를 수행할 수 있다는 것을 내포한다.

이 논문의 구성은 다음과 같다. 제 Ⅱ장에서는 이 연구에 사용된 옵션가격모형인 Black-Scholes 모형과 Heston 모형이 검토된다. 제 Ⅲ장에서는 실제 데이터를 이용하여 이들 모형의 가격성과 및 헤지비율의 차이를 예시적으로 비교한다. 제 Ⅳ장에서는 시뮬레이션의 방법과 절차 그리고 분석결과가 제시된다. 마지막으로 제 Ⅴ장에서는 이 연구의 결론 및 요약이 제시된다.

Ⅱ. 옵션가격결정 모형

1. Black-Scholes 옵션모형

Black-Scholes 모형은 주가 S가 식 (1)과 같은 확산과정(diffusion process)을 따른다고 가정한다.

$$dS_t = \mu S_t dt + \sqrt{v}\, S dz \tag{1}$$

식 (1)에서 변수 μ와 $\sqrt{v}$는 각각 주가 S의 기대수익률과 변동성을 나타내고 dz는 $E(dz)=0$이고 $E(dz^2)=dt$인 위너 프로세스(wiener process)이다. Black and Scholes (1973)는 주가가 식 (1)의 과정을 따를 때 무배당 유럽형 콜 옵션 가격이 식 (2)과 같음을 증명했다.

$$C = SN(d_1) - Ke^{-r(T-t)}N(d_2) \tag{2}$$

식 (2)에서 d_1과 d_2는 아래와 같이 정의된다.

$$d_1 = \frac{\ln(S_t/X) + (r + v/2)(T-t)}{\sqrt{v(T-t)}};\ d_2 = d_1 - v\sqrt{T-t} \tag{3}$$

식 (2)와 (3)에서 추가적으로 사용된 변수 K는 옵션의 행사가격, r은 단기 이자율, $T-t$는 옵션의 잔여만기, 그리고 N(・)은 누적 표준정규분포 밀도함수를 나타낸다. Black-Scholes 모형에서 주가의 변동성은 옵션의 만기까지 고정되어 있는 것으로 가정되어 있으며 모형의 사용자가 추정해야 할 유일한 변수가 된다. 주가와 변동성에 대한 Black-Scholes 모형의 일차 편미분식인 델타와 베가는 각각 아래와 같다.

$$\frac{\partial C_t}{\partial S_t} = N(d_1); \frac{\partial C_t}{\partial \sqrt{v_t}} = S_t N(d_1)\sqrt{T-t} \tag{4}$$

2. Heston 모형

Heston(1993)은 옵션의 잔여만기까지 주가의 변동성이 고정되어 있다는 Black-Scholes 모형의 가정을 이완시켜 변동성의 확률적 과정(stochastic process)을 모형에 반영시키고 있다. 즉, Heston 모형에서 주가는 식 (5)의 과정을 따르는 것으로 가정된다.

$$\begin{aligned} dS_t &= \mu S_t dt + \sqrt{v}_t dz_1 \\ dv_t &= k(\theta - v_t)dt + \sigma\sqrt{v_t}\, dz_2 \end{aligned} \tag{5}$$

식 (5)에서 주가 S_t의 변동은 첫 번째 위너 프로세스인 dz_1에 의해 진행되는 동시에 주가의 변동성이 두 번째 위너 프로세스인 dz_2로 인해 확률적으로 진행된다. 두 위너 프로세스간의 상관계수는 ρ이다. 그 밖에 θ는 장기적 분산(long-term variance), κ는 순간변동성 $\sqrt{v_t}$가 장기적 분산인 θ에 회귀하는 속도, σ는 순간변동성의 변동성을 나타낸다.

Heston(1993)은 주가가 식 (5)과 같을 때, 무배당 유럽형 콜 옵션의 해가 식 (6)과 같음을 증명했다.

$$C_t = S_t P_1 - Ke^{-r(T-t)} P_2 \tag{6}$$

식 (6)에서 조건부 확률인 P_1과 P_2는 아래와 같이 정의된다.

$$P_j(x,\ v,\ t;\ln[K]) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\prod}\int_0^{\infty} Re[\frac{e^{i\phi\ln[K]}f_j(x,\ v,\ t;\phi)}{i\phi}]d\phi \tag{7}$$

$$f_j(x,\ v,\ t;\phi) = e^{C(T-t;\phi)+D(T-t;\phi)v+i\phi x}$$

$$C(T-t;\ \phi) = r\phi i(T-t) + \frac{a}{\sigma^2}(b_j - \rho\sigma\phi i + d)(T-t) - 2\ln[\frac{1-\geq^{d(T-t)}}{1-g}]$$

식 (7)에서 $x=\ln(S)$, $u_1=1/2$, $u_2=-1/2$, $a=\kappa\theta$, $b_1=\kappa+\lambda-\rho\sigma$, $b_2=\kappa+\lambda$이고 λ는 변동성에 대한 위험프레미엄(risk premium)이다.

변동성이 고정되었을 경우, 식 (6)의 P_1, P_2는 식 (2)의 $N(d_1)$과 $N(d_2)$가 된다. 즉, Heston의 모형은 Black-Scholes 모형을 주가의 변동성에 대한 가정을 보다 일반화시켜 개선한 모형인 것이다. 주가와 변동성에 대한 Heston 모형의 일차 편미분식인 델타와 베가는 각각 아래와 같다.

$$\frac{\partial C_t}{\partial S_t} = P_1;\ \frac{\partial C_t}{\partial v_t} = SW_1 - Ke^{-rT}W_2 \tag{8}$$

$$W_j(x,\ v,\ t;\ln[K]) = \frac{1}{\Pi}\int_0^{\infty} Re[\frac{D_j(T-t;\ \Phi)e^{i\Phi\ln[K]}f_j(x,\ v,\ t;\Phi)}{i\Phi}]d\Phi;\ j=1,\ 2$$

Ⅲ. 옵션자료를 이용한 각 모형의 비교

이 장에서는 Heston 모형과 Black-Scholes 모형의 이론적 가격과 시장가격간의 괴리 그리고 각 모형으로 구한 헤지비율간의 차이를 예시하기 위해서 실제 옵션 자료를 이용하여 실증분석을 하였다. 자료는 Rubinstein(1994)의 <그림 4>에 제시된 S&P 500 주가지수 콜 옵션자료를 이용하였다.[2] 관측당시 콜 옵션의 잔여만기는 164일이고 현물 주가지수는 349.21이었다. 이 자료는 <표 1>에 제시되어 있다. <표 1>의 첫 번째 열은 콜 옵션의 행사가격, 두 번째, 세 번째 열은 각각 옵션 딜러의 매입・매도 호가, 네 번

2) Kim and Kim(2004)은 KOSPI 200 주가지수 자료를 토대로 여러 옵션 모형들과 Black-Scholes 옵션 모형의 가격성과 및 헤지성과를 비교하는 실증적 연구를 하였고 in-sample, out-of-sample 가격성과 및 헤지성과에서 Heston(1993)의 확률적 변동성 모형이 가장 우수한 성과를 보였다고 이미 보고하고 있다. 여기서는 Heston 모형이 Black-Scholes 모형에 비해 시장옵션가격을 훨씬 잘 설명한다는 점을 다시 예시하기 위한 목적으로 특정 시점에 고시된 콜 옵션 자료를 사용한다.

<표 1> 콜 옵션자료와 내재변동성

콜 옵션 자료은 Rubinstein(1994)의 <Figure 4>에서 발췌한 것으로 S&P 500 지수 옵션에 대해 만기가 164일의 1990년 6월물 자료이다. 관측 당시의 현물 주가지수는 349.21이다.

행사 가격	콜옵션 가격		Bid-Ask 가격의 평균	내재변동성 (%)
	Bid	Ask		
N/A	349.16	349.26	349.21	N/A
250	109.47	109.71	109.59	28.0
275	85.66	86.71	86.19	25.6
300	63.00	64.04	63.52	22.9
325	42.00	42.75	42.38	20.1
330	37.97	38.60	38.29	19.6
335	34.01	34.64	34.36	19.0
340	30.10	30.73	30.42	18.4
345	26.45	27.13	26.79	17.8
350	22.79	23.48	23.14	17.2
355	19.32	19.88	19.60	16.7
360	15.98	16.54	16.26	16.1
365	13.13	13.75	13.44	15.5
370	10.52	11.15	10.84	14.9
375	8.37	9.12	8.75	14.3
380	6.65	7.40	7.03	13.7
385	4.91	5.60	5.26	13.1

째 열은 매입·매도 호가의 평균 그리고 마지막 열은 Black-Scholes 모형으로 구한 내재변동성(Ⅳ)를 보여주고 있다.

<표 1>에서 내재변동성은 외가격 옵션일수록 지속적으로 감소하고 있다. Jackwerth and Rubinstein(1994)는 내재변동성의 이러한 구조적 형태가 1987년 10월의 블랙먼데이 이후에 두드러지게 나타나는 현상이라고 밝히고 있는데 이는 시장참여자들이 예상하는 주가분포가 Black-Scholes 모형이 가정하고 있는 로그노말분포보다 더 큰 하락가능성을 가지고 있다는 가정과 일관성이 있는 결과이다.

Heston 모형이 Black-Scholes 모형에 비해 시장옵션 가격을 얼마나 잘 설명하는지는 이들 옵션 모형으로 구한 이론적 가격과 시장옵션가격과의 비교를 통해서 추정해 볼 수 있다. 각 옵션 모형으로 이론적 가격을 구하기 위해서는 모형에서 필요로 하는 모수

<표 2> 옵션가격에 내재된 모수

비선형 최소자승법으로 <표 1>의 콜 옵션자료에서 추출한 내재모수(option implied parameter)로 $\sqrt{v}$는 주가의 순간변동성, κ는 변동성이 장기분산으로 회귀하는 속도, θ는 장기분산, σ는 변동성의 변동성 그리고 ρ는 주가와 변동성간의 상관관계를 나타낸다.

옵션모형	모수	모수추정치
Black-Scholes	$\sqrt{v}$	0.162
Hesston	κ	0.581
	θ	0.033
	σ	0.600
	ρ	-0.559
	$\sqrt{v}$	0.170

를 우선 추정해야 하는데 여기에서는 식 (9)과 같은 비선형 최소자승법으로 시장옵션가격에 내재된 모수를 일괄적으로 추출하는 방식을 사용하였다.

$$\underset{\psi}{Min}\sum_{j=1}^{N}[C_j^{시장}-C_j^M(\psi)]^2 \tag{9}$$

식 (9)에서 $C_j^{시장}$는 j번째 시장옵션가격이고 C_j^M은 벡터 ψ를 모수로 하는 옵션모형의 j번째 이론적 가격이다. 각 옵션모형에서 추정해야 하는 모수의 벡터는 Heston 모형의 경우 $\psi=\{\kappa, \theta, \sigma, \rho, \sqrt{v}\}$이고 Black-Scholes 모형의 경우는 $\psi=\{\sqrt{v}\}$이다. <표 1>의 옵션자료를 이용하여 식 (9)로 추정한 내재모수는 <표 2>에 제시되어 있다.

<표 3>에는 <표 2>의 모수추정치를 각 모형에 투입하여 구한 Heston 모형과 Black-Scholes 모형의 이론적 가격이 시장옵션가격과 같이 제시되어 있다. 또한 주가에 대한 각 모형의 일차 편미분으로 구한 델타 값이 같이 제시되어 있다. <표 3>의 첫 번째 열에는 옵션의 행사가격, 두 번째 열에는 매입·매도 호가의 평균으로 구한 시장옵션가격, 세 번째 열과 네 번째 열에는 Black-Scholes 모형과 Heston 모형으로 구한 이론적 옵션가격이 제시되어 있다. <표 3>에 제시된 바와 같이 Black-Scholes 모형의 옵션가격은 내가격 옵션의 경우 시장옵션가격에 비해 낮고 외가격 옵션의 경우 시장옵션가격에 비해 높은 매우 체계적인 가격괴리를 보여주고 있다. 그러나 Heston 모형의 경우는 그러한 체계적 형태의 가격괴리가 보이지 않을 뿐만 아니라 시장옵션가격과의 차이도 그리 크지 않다. Heston 모형이 Black-Scholes 모형에 비해 시장옵션가격을 어느 정도로

잘 설명하는 지는 <표 3>의 마지막 행에 제시된 루트평균잔차변동(Root Mean Squared Error)에서 판단해 볼 수 있다. RMSE는 아래의 식과 같이 시장옵션 가격과 각 모형의 이론적 가격간의 편차의 제곱의 평균에 제곱근을 취한 것이다.

$$\mathrm{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(C_i^{obs} - C_i^{M})^2}$$

위 식에서 C_i^{obs}는 매입-매도 호가의 평균으로 구한 i번째의 시장옵션가격이고, C_i^M는 Black-Scholes 모형 또는 Heston 모형으로 구한 i번째의 이론적 옵션가격이다. 예컨대, Black-Scholes 모형의 경우는 RMSE로 구한 평균가격오차가 1.61인데 반해 Heston 모형의 경우에는 0.15이다. 즉, 이 자료의 경우 Heston 모형이 Black-Scholes 모형의 RMSE로 구한 가격오차를 약 90% 가량을 줄이고 있는 것이다.

<표 3> 옵션가격과 델타

행사 가격	옵션 가격			델타	
	시장옵션 가격	BS 모형	Heston 모형	BS 모형	Heston 모형
250	109.59	109.12	109.70	0.9998	0.9878
275	86.19	85.16	86.39	0.9957	0.9729
300	63.52	61.63	63.73	0.9660	0.9440
325	42.38	39.89	42.25	0.8618	0.8881
330	38.29	35.96	38.36	0.8284	0.8714
335	34.36	32.22	34.29	0.7908	0.8518
340	30.42	28.68	30.34	0.7495	0.8288
345	26.79	25.37	26.53	0.7048	0.8013
350	23.14	22.28	22.92	0.6576	0.7682
355	19.60	19.44	19.54	0.6084	0.7277
360	16.26	16.85	16.41	0.5582	0.6780
365	13.44	14.50	13.57	0.5078	0.6173
370	10.84	12.39	11.03	0.4578	0.5453
375	8.75	10.51	8.79	0.4093	0.4646
380	7.03	8.85	6.86	0.3626	0.3816
385	5.26	7.40	5.23	0.3185	0.2045
RMSE	-	1.61	0.15	-	-

한편 <표 3>의 다섯 째 및 여섯 째 열에는 Black-Scholes 모형과 Heston 모형으로 구한 헤지비율인 델타가 제시되어 있다. 과내가격 옵션을 제외하고는 전반적으로 Black-Scholes 모형의 델타는 Heston 모형에 비해 다소 낮은 경향이 있다. 그러나 두 모형간의 차이는 가격괴리의 차이만큼 두드러지게 나타나고 있지는 않다.

Ⅳ. 시뮬레이션을 이용한 분석

이 장에서는 주가가 확률적 변동성과정을 따른다는 가정아래 시뮬레이션으로 Heston 모형과 Black-Scholes 모형의 동태적 헤지성과를 비교한다. 헤지 포트폴리오는 콜 옵션 매도 1계약과 옵션모형으로 구한 헤지비율인 h_t만큼의 기초자산의 매입으로 구성된다고 가정한다.

기초자산의 변동성이 확률적 변동성 과정을 따를 때 위와 같이 옵션의 기초자산만으로 구성된 헤지 포트폴리오는 변동성 위험에 노출되게 된다. 변동성 위험의 제거를 위해서는 옵션 거래자가 매도된 옵션과 동일한 기초자산을 가진 또 다른 옵션을 매도하는 거래를 추가적으로 해야 한다. 그러나 이장의 시뮬레이션에서 옵션거래자의 헤지수단은 옵션의 기초자산만으로 제한된다. 그러나 이러한 제약이 반듯이 비현실적인 것만은 아니다. 왜냐하면 금융회사이나 옵션 딜러와 같이 시장에서 유동성을 제공하는 전문적인 옵션 거래자는 시장 전체적으로 옵션의 순매도자이기 때문이다. Green and Figlewski(1999)가 주장하는 바와 같이 일반 대중은 옵션의 매도포지션 보다는 옵션의 매입 포지션을 선호한다. 이는 옵션의 비대칭적인 손익구조 때문인데, 옵션의 매도측은 기초자산의 가격이 매도자의 예측과 반대로 움직일 경우 무제한적인 부채를 지게 된다. 따라서 제한된 자원, 기술 및 정보 등을 가진 위험회피적인 일반 대중은 다운사이드 리스크가 옵션 프레미엄으로 한정된 옵션의 매입을 압도적으로 선호하게 되고 전체 옵션시장에서 순매입측이 되는 것이다. 한편, 효율적인 위험회피수단을 가진 옵션 딜러나 금융회사는 역으로 전체 옵션시장에 순매도측이 된다. 그 결과 순매도측인 금융회사나 옵션 딜러의 입장에서는 옵션 매도 포지션의 변동성 위험을 헤지하기 위하여 또 다른 옵션을 매도하는 것이 본질적으로 가능하지 않는 경우가 분명 존재하는 것이다.

한편, 이 장의 시뮬레이션에서 주가는 Heston 모형의 가정 그대로 움직인다. 그 결과 시뮬레이션에서 Heston 모형은 완전히 적격한 모형이 되고 Heston 모형으로 구축한 헤지 포트폴리오는 모형의 비적격성으로부터 오는 위험 또는 한계로부터 벗어나게 된다. 그러나 Black-Scholes 모형은 확률적 변동성이 감안하지 않은 비적격한 모형이므

<표 4> 시뮬레이션에 사용된 모수

각 모수는 추가적인 상관계수의 값을 제외하고는 Bakshi, Cao, and Chen(1997)이 S&P 500 지수옵션가격에서 추출한 옵션의 내재모수(implied parameter)의 값(κ = 1.62; θ = 0.04; σ = 0.44; ρ = −0.76)과 거의 일치하는 값이다.

연간 주가 수익률	μ	0.10
단기 이자율	r	0.05
최초 변동성	$\sqrt{v}$	0.20
변동성 회귀 속도	κ	1.50
장기 분산	θ	0.04
변동성의 변동성	σ	0.50
z_1와 z_2의 상관 계수	ρ	−0.60, 0.00, 0.60

로 동 모형으로 구축한 헤지 포트폴리오의 성과는 모형의 비적격성으로부터 비롯된 한계를 포함하게 되는 것이다. 시뮬레이션이란 엄격한 통제하에서 적격인 모형과 비적격인 모형의 헤지성과 비교는 완전히 적격한 모형을 아는것이 헤지성과를 개선하는데 얼마나 도움을 주는 지에 대한 정보를 제공할 뿐만 아니라 실증적 분석에 있어서 옵션모형의 헤지성과의 비교가 모형의 적격성을 판단하는데 어느 정도로 유용한지에 대한 판단의 근거를 제공할 수 있게 한다.

1. 시뮬레이션 디자인

시뮬레이션의 절차는 다음과 같이 진행된다. 첫째, 아래의 식 (10)으로 일련의 주가자료가 생성된다.

$$
\begin{aligned}
S_t &= (1+\mu)S_{t-1}\Delta t + \sqrt{v_t \Delta t}\, S_{t-1} z_{1t} \\
v_t &= v_{t-1} + \kappa(\theta - v_{t-1})\Delta t + \sigma\sqrt{v_{t-1}\Delta t}\,(z_{2t}\sqrt{1-\rho^2} + z_{1t}\rho)
\end{aligned}
\tag{10}
$$

식 (10)은 식 (5)의 불연속 버전으로 z_{1t}와 z_{2t}는 상호 독립적인 표준정규확률변수의 변량이고 Δt = 1/252는 1영업일의 경과를 표시하는 시간변수이다. 그 밖의 모수 μ, κ, θ, σ, ρ, r는 <표 4>에 제시된 값이 사용된다. 각 모수는 상관계수를 제외하고는 대체로 Bakshi, Cao, and Chen(1997)이 S&P 500 지수옵션가격에서 추출한 옵션의 내재모수(implied parameter)의 값과 일치한다. 또한 각 주가 및 변동성의 시계열 자료는 $S_0 =$

100, $\sqrt{v_0} = 0.20$을 시초로 하여 1개월의 영업일에 해당하는 21개의 주가가 생성된다.

시뮬레이션에 Bakshi, Cao, and Chen(1997)이 추정한 모수를 사용한 이유는 그 값이 장기간에 걸친 자료로 추정되었을 뿐 아니라 S&P500 지수옵션이 가장 활발히 거래되는 유럽형 지수옵션이어서 기존의 옵션연구에서 가장 많이 활용되었기 때문이다. 다만 상관계수는 주가분포에 크게 영향을 주는 모수이므로 양(+), 음(−), 영(0)의 상관계수를 모두 사용하여 모수의 변화가 시뮬레이션의 결과에 미치는 영향을 검토한다.

둘째, 식 (6)의 Heston 모형에 <표 4>에 제시된 모수와 t = 0로부터 시작하여 t = 1, 2, ⋯, 21까지 생성된 주가 및 변동성 자료를 투입하여 네 개의 행사가격(95, 100, 105, 110)에 대해 옵션가격이 산출된다. 이 옵션가격들은 완전히 적격한 모형으로부터 구해진 것으로 시뮬레이션 동안에 시장옵션가격으로 간주된다.

셋째, 시초일인 t = 0로부터 t = 1, 2, ⋯, 21에 해당하는 각 주가와 옵션가격에 대하여 옵션 거래자는 행사가격이 K인 옵션을 매도하고 헤지비율만큼의 기초주식을 매입하여 헤지 포트폴리오를 구성한다. 즉, t시점에서 헤지포트폴리오의 가치는 식 (11)과 같다.

$$P_t(K) = (h_t(K) \times S_t - C_t(K)) \times N(K) \tag{11}$$

식 (11)에서 $N(K)$는 콜 옵션의 매도 계약수이고, $h_t(K) \times N(K)$는 헤지를 위해 매입한 기초주식의 수이다. $h_t(K)$는 사용되는 옵션모형에 따라 달라지는데 Black-Scholes 모형의 경우 $h_t(K)$는 아래와 같이 Black-Scholes 모형의 델타와 같다.

$$h_t(K) = \frac{\partial C_t}{\partial S_t} = N(d_1) \tag{12}$$

Heston 모형의 경우 $h_t(K)$는 Bakshi, Cao and Chen(1997)에 따라 식 (13)으로 구하였다. 이는 헤지포트폴리오의 변동성을 최소화하기 위하여 주가의 변동으로 인한 직접적인 효과뿐만 아니라 변동성의 변동으로 인한 간접적인 효과도 고려하기 위한 조치다.

$$h_t(K) = \frac{\partial C_t}{\partial S_t} + \frac{\partial C_t}{\partial v_t} \times \frac{\rho\sigma}{S_t} \tag{13}$$

각 시뮬레이션의 시초일(t = 0)에 콜 옵션의 매도 계약 수 $N(K)$는 t = 0 시점의 헤

지포트폴리오 가치가 100이 되도록 설정된다. 그 이후 콜 옵션의 매도 계약수 $N(K)$는 옵션의 만기까지 고정된다. 그러나 t = 1, 2, …, 21까지 헤지포트폴리오는 일별로 각 모형의 헤지비율의 변화만큼의 기초자산을 매입ㆍ매도하여 조정된다.

본 시뮬레이션에서는 각 옵션모형의 델타를 구하는데 필요한 모수가 모두 알려져 있다고 가정한다. 즉, 델타 산출 시 순간변동성인 $\sqrt{v_t}$는 식 (10)으로 생성되는 값이 직접 투입되고 그 밖의 모수는 <표 4>에서 제시된 값이 사용되는 것이다. 이는 관측되지 않는 모수를 모두 추정하여 델타를 산출하는 기존의 실증연구와는 구분된다. 그러나 이러한 방법론은 오히려 본 논문의 목적인 모형 비적격성으로부터 비롯되는 헤지위험의 측정과는 완전히 부합된다. 기존의 실증연구는 관측되지 않는 모수를 추정하여 각 모형의 동태적 헤지성과를 측정하기 때문에 그 결과로 발생하는 헤지위험은 모형의 비적격성으로부터 기인하는 헤지위험 뿐만 아니라 모수추정의 오류로부터 기인하는 헤지위험이 복합되어 있다. 그러나 이 연구의 시뮬레이션으로 측정한 두 모형의 헤지위험의 차이는 순전히 모형의 비적격성으로부터 비롯된 것이므로 Black-Scoles 모형의 비적격성 정도가 헤지위험에 미치는 영향을 보다 통제된 환경에서 분석해 낼 수 있는 것이다.

넷째, Galai(1983), Figlewski(1989) 및 Bakshi, Cao and Chen(1997)와 유사하게 헤지포트폴리오의 초과수익이 t = 1, 2, …, 21까지 일별로 식 (14)에 의해 산출된다.

$$ER_t(K) = C_t(K) - C_{t-1}(K) - h_{t-1}(S_t - S_{t-1}) \tag{14}$$

일별 초과수익은 21영업일동안에 누적되어 누적초과수익이 식 (15)과 같이 구해진다.

$$ER(K) = \sum_{t=1}^{21} ER_t(K) \tag{15}$$

마지막으로 시뮬레이션의 결과는 모두 25,000번에 걸친 이러한 과정의 누적초과수익의 평균과 표준편차를 산출하여 구해진다.

2. 시뮬레이션의 결과

이 연구의 시뮬레이션 결과는 <표 5>에 제시되어 있다. 동태적 헤지성과는 21일 동안에 일별로 재조정된 헤지 포트폴리오의 누적초과수익의 평균과 표준편차로 측정되었

다. 각 헤지 포트폴리오의 평균초과수익은 모두 통계적으로 0이므로 <표 5>에서는 보고되지 않았다. 시뮬레이션의 시초일에 각 헤지 포트폴리오의 시초일 가치는 모두 100으로 표준화되었고 각 옵션의 잔여만기는 1개월의 영업일에 해당하는 21일이므로 <표 5>의 값들은 월간 퍼센트 수익률의 표준편차로 해석될 수 있다.

<표 5>에서 두 번째 열에서 다섯 번째 열까지는 각 행사 가격대의 헤지 포트폴리오의 표준편차가 제시되어 있고 마지막 열에는 각 행사 가격대의 옵션을 균등하게 포함한 옵션 포트폴리오로 구성된 헤지 포트폴리오의 표준편차가 제시되어 있다. <표 5>의 마지막 열에 요약되어 있는 옵션 포트폴리오 수익률의 표준편차는 주가와 변동성간의 상관계수가 음(-)일 경우 Heston 모형은 1.970%이고 Black-Scholes 모형은 2.118%이다. 각 행사가격별로 살펴보면 Heston 모형으로 구축한 헤지 포트폴리오의 위험에 Black-Scholes 모형에 비해 약간 낮게 검출되었다. 그러나 주가와 변동성간의 상관계수가 0일 경우에는 옵션 포트폴리오의 표준편차가 Heston 모형의 경우에는 2.043% 그리고 Black-Scholes 모형의 경우에는 1.910%로 나타났다. Black-Scholes 모형은 외가격 옵션에 대

<표 5> 옵션모형의 동태적 헤지성과

각 셀의 값은 콜 옵션 1계약의 매도와 헤지비율만큼의 기초주식을 매입하여 구성한 헤지 포트폴리오를 21일간 일별로 재조정하여 구한 초과수익의 표준편차의 평균이고, 괄호안의 값은 평균의 차에 대한 P값이다. 각 셀의 값은 월간 퍼센트 수익률의 표준편차로 해석될 수 있다.

옵션 모형	행사 가격				옵션 포트폴리오
	95	100	105	110	
			$\rho = -0.60$		
Heston	0.598	1.148	2.261	4.758	1.970
BS	0.601	1.203	2.690	4.977	2.118
	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
			$\rho = 0.00$		
Heston	0.618	1.307	2.496	4.455	2.043
BS	0.628	1.313	2.385	4.008	1.910
	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
			$\rho = 0.60x$		
Heston	0.467	1.044	1.776	2.771	1.396
BS	0.521	1.187	2.066	3.266	1.628
	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)

해 약간 더 나은 성과를 낸 반면 Heston 모형은 내가격 옵션에 대해 보다 나은 성과를 기록하였다. 주가와 변동성간의 상관계수가 양(+)인 경우는 옵션 포트폴리오의 표준편차가 Heston 모형의 경우 1.396% 그리고 Black-Scholes 모형의 경우가 1.628%로 Heston 모형이 다소 우월하게 나타났으며 검토된 각 행사가격대에서도 Heston 모형의 헤지위험이 Black-Scholes 모형에 비해 약간 낮게 검출되었다. 즉, <표 5>에 제시된 시뮬레이션의 결과는 주가와 변동성간의 양 또는 음의 상관관계가 존재하는 경우 Heston 모형이 Black-Sholes 모형에 비해 약간 우월한 헤지성과를 내지만 그 차이는 그리 크지 않으며 Heston 모형이 Black-Scholes 모형에 비해 항상 우월한 헤지성과를 내는 것은 아니라는 점을 보여준다.

Ⅴ. 결 론

이 연구는 이산적으로 조정한 동태적 헤지성과가 옵션모형의 적격성을 판별하는데 유용한 잣대인지를 살펴보기 위하여 시뮬레이션 기법을 이용하였다. 헤지성과는 옵션모형이 옵션과 기초자산의 다이나믹한 특성을 얼마나 잘 포착하는가에 대한 판단의 잣대로 이용되어 왔다. 기존의 실증적 연구는 확률적 변동성 모형이나 GARCH 옵션 모형 등과 같이 혁신적인 옵션 모형이 Black-Scholes 모형이 직면하는 가격괴리를 상당히 줄이고 있으나 델타헤지와 같이 기초자산의 매입포지션을 정기적으로 조정하여 구한 헤지성과에 대해서는 일치된 결과를 검출하지 못하였다.

기존의 연구에서는 완전히 적격한 옵션모형에 대한 정보가 없기 때문에 모형의 비적격성에서 비롯되는 헤지위험의 크기가 어느 정도인지 또는 이산적으로 조정된 헤지성과가 서로 다른 모형의 적격성을 판별하는데 어느 정도로 유용한지에 대한 분석을 할 수가 없었다. 그러나 이 연구에서는 Heston의 확률적 변동성 모형이 가정하고 있는 것과 동일한 주가추이를 시뮬레이션으로 생성하여 그 아래서 완전히 적격한 Heston 모형와 기본적인 Black-Scholes 모형과의 헤지성과를 비교할 수 있었다. 이 연구의 시뮬레이션의 결과는 완전히 적격한 Heston 모형이 Black-Scholes 모형에 비해 약간 우수한 헤지성과를 내는 것으로 나타났지만 적격한 모형의 사용으로 줄어드는 헤지위험은 그리 크지 않다는 것을 보여준다. 특히 기초자산과 변동성간의 상관관계가 존재할 경우 Heston 모형은 Black-Scholes 모형에 비해 우수한 헤지성과를 내었지만 상관관계가 존재하지 않을 경우엔 놀랍게도 Black-Scholes 모형의 헤지위험이 Heston 모형에 비해 조금 낮게 검출되었다. 이 결과는 옵션가격모형의 실증적 연구에서 동태적 헤지성과의

비교로 모형의 적격성을 적절히 평가하지 못하는 경우가 있을 수도 있다는 점을 시사한다. 또한 실무적인 측면에서 이 논문의 결과는 전문적인 옵션거래자가 옵션의 매도(또는 매입) 포지션에 대하여 동태적 헤지를 하는 경우, 굳이 확률적 변동성 모형과 같은 복잡한 모형을 이용할 필요가 없다는 점을 의미한다. 적어도 헤지수단으로 Black-Scholes 모형은 Heston 모형과 같은 복잡한 모형에 크게 뒤지지 않는 성과를 낼 수 있음을 보여주고 있다.

한편, 본 연구의 한계는 다음과 같다. 첫째, 시뮬레이션으로 각 옵션 모형의 헤지성과를 분석하는 과정에서 헤지수단을 기초자산만으로 제한함으로써 변동성 위험에 대한 헤지를 고려하지 않았다. 변동성에 대한 헤지를 위해서는 옵션 매도 포지션에 대해서 행사가격이 다른 옵션을 일부 매입해야 한다. 그러나 시장에서 유동성을 공급하는 전문적인 옵션 거래자의 경우에는 옵션의 매도가 본질적으로 가능하지 않는 경우가 존재하므로 본 연구의 결과는 순매도 포지션에 대한 헤지거래의 경우에 타당할 것이다. 둘째, Heston 모형이나 Black-Scholes 모형 이외의 다양한 옵션 모형의 헤지성과에 대한 시뮬레이션은 단행하지 못하였다. 예컨대, stochastic interest rate나 random jump 등을 감안한 옵션 모형이나 GARCH 옵션 모형 등에 관한 시뮬레이션은 이 논문에서 검토하지 못하였다. 따라서 Heston 모형과 Black-Scholes 모형간의 헤지성과의 비교만으로 확률성 변동성 모형의 헤지유용성이 낮다는 결론은 아직 성급하다. 다만, Heston 모형을 시뮬레이션의 기본 모형으로 사용한 이유는 기존의 실증적 연구가 비록 옵션 모형간의 헤지성과의 차이가 크지 않다고 밝히고 있지만 Heston 모형이 비교적 가장 우수한 헤지모형으로 평가받고 있기 때문이다. 셋째, 이론적으로 적격한 옵션모형이 비적격한 모형에 비해 동태적 헤지성과가 크게 우수하지 못한 이유를 분석적인 틀내에서 밝혀내지 못했다. Heston 모형이 Black-Scholes 모형에 비해 압도적으로 우수한 헤지성과를 보여주지 못한 이유는 본질적으로 헤지성과의 차이가 크지 않기 때문일 수도 있지만, 동태적 헤지의 재조정이 연속적으로 이루어지지 않고 이산적으로 재조정될 수밖에 없는 현실적인 제약 때문인 것으로 추정된다. 이러한 한계들은 추후 연구의 과제로 남기고자 한다.

참 고 문 헌

문성주, 김대호, “KOSPI 200 지수옵션의 가격괴리 및 원인에 관한 실증연구”, 재무 연구, 제14권 제1호, (2001), 89-120.

Bakshi, G., C. Cao, and Z. Chen, “Empirical Performance of Alternative Option Pricing Models,” *Journal of Finance*, 52, (1997), 2003-2409.

Beckers, S., “The Constant Elasticity of Variance Model and Its Implications for Option Pricing,” *Journal of Finance*, 35, (1980), 661-673.

Black, F., “Studies of Stock Price Volatility Changes,” Proceedings of the 1976 Meetings of the American Statistical Association, (1976), 177-181.

Black, F. and M. Scholes, “The Valuation of Options and Corporate Liabilities,” *Journal of Political Economy*, 81, (1973), 399-417.

Christie, A., “The Stochastic Behavior of Common Stock Variance: Value, Leverage, and Interest Rate Effects,” *Journal of Financial Economics*, 10, (1982), 407-432.

Duan, J. C., “The GARCH option pricing model,” *Mathematical Finance*, 5, (1995), 13-32.

Duma, B., J. Fleming, and R. E. Whaley, “Implied Volatiltiy Functions: Empirical Tests,” *Journal of Finance*, 53, (1998), 2059-2106.

Figlewski, S., “Option arbitrage in imperfect markets,” *Journal of Finance*, 44, (1989), 1289-1311.

Galai, D., “The Components of the Return from Hedging Options against Stocks,” *Journal of Business*, 56, (1983), 45-55.

Green, T. C. and S. Figlewski, “Market Risk and Model Risk for a Financial Institutions Writing Options,” *Journal of Finance*, 54, (1999), 1465-1499.

Heston, S., “A Closed-Form Solution for Options with Stochastic Volatility with Applications to Bond and Currency Options,” *Review of Financial Studies*, 6. (1993), 327-343.

Heston, S. and S. Nandi, “A Closed Form GARCH Option Valuation Model,” Review of Financial Studies 13, (2000), 585-625.

Hull, J. and A. White, “The Pricing of Options on Assets with Stochastic Volatilities,” Journal of Finance 42, (1987), 281-300.

Kim, I. J. and S. Kim, “Empirical Comparison of Alternative Stochastic Volatility

Option Pricing Models: Evidence from KOSPI 200 Index Option Market," Pacific Basin Finance Journal 12, (2004), 117-142.

Kon, S., "Models of stock returns: a Comparison," Journal of Finance 39, (1984), 147-165.

MacBeth, J. D. and L. J. Merville, "An Empirical Examination of the Black-Scholes Call Option Pricing Model," Journal of Finance 34, (1979), 1173-1186.

Melino, A. and S. Turnbull, "The Pricing of Foreign Currency Options with Stochastic Volatility," Journal of Econometrics 45, (1990), 239-265.

Rubinstein, M., "Nonparametric Tests of Alternative Option Pricing Models Using All Reported Trades and Quotes on the 30 Most active Option Classes from August 23, 1976 through August 31, 1978," Journal of Finance 40, (1985), 455-480.

Rubinstein, M., "Implied Binomial Trees," Journal of Finance 69, (1994), 771-818.

Scott, L. O., "Option Pricing When Variance Changes Randomly: Theory, Estimation and Application," Journal of Financial and Quantitative Analysis 22, (1987), 419-438.

Stein, E. M. and J. Stein, "Stock Price Distributions with Stochastic Volatility," Review of Financial Studies 4, (1991), 727-752.

Wiggins, J. B., "Option Values under Stochastic Volatilities," Journal of Finnancial Economics 19, (1987), 351-372.

Yung, H. and H. Zhang, "An Empirical Investigation of the GARCH Option Pricing Model: Hedging Performance," Journal of Futures Market 12, (2003), 1191-1207.

THE KOREAN JOURNAL OF FINANCIAL MANAGEMENT
Volume 26, Number 3, September 2009

Dynamic Hedging Performance and Test of Options Model Specification

Do-Sub Jung* · Sang-Whi Lee**

〈abstract〉

This study examines the dynamic hedging performances of the Black-Scholes model and Heston model when stock prices drift with stochastic volatilities. Using Monte Carlo simulations, stock prices consistent with Heston's(1993) stochastic volatility option pricing model are generated. In this circumstance, option traders are assumed to use the Black- Scholes model and Heston model to implement dynamic hedging strategies for the options written.

The results of simulation indicate that the hedging performance of a mis-specified Black-Scholes model is almost as good as that of a fully specified Heston model. The implication of these results is that the efficacy of the dynamic hedging performances on evaluating the specifications of alternative option models can be limited.

Keywords : Simulation, Hedging Performance, Model Specification

* Sun Moon University, Division of Business Administration
** Kyung Hee University, School of International Business and Trade