

## ◆ 특집 ◆ 5 축 가공기술

# 5 축 가공 경로 생성

## Tool-path Generation for 5-axis Machining

박정환<sup>1,✉</sup>  
Jung Whan Park<sup>1,✉</sup>

<sup>1</sup> 영남대학교 기계공학부 (School of Mechanical Engineering, Yeungnam Univ.)  
✉ Corresponding author: jwpark@yu.ac.kr, Tel: 053-810-3524

Key Words: 5-axis Machining (5 축 가공), Tool-path Generation (공구경로생성)

### 1. 서론

5 축 가공은 3 축 가공과 비교하였을 때 다양한 이점을 가지며(Fig. 1), 그동안 임펠러, 터빈블레이드,<sup>1</sup> 프로펠러<sup>2</sup> 등 항공, 조선 관련 부품 가공에 활용되었으며, 금형 가공에도 활발하게 적용하고 있다.<sup>3,4,27</sup>

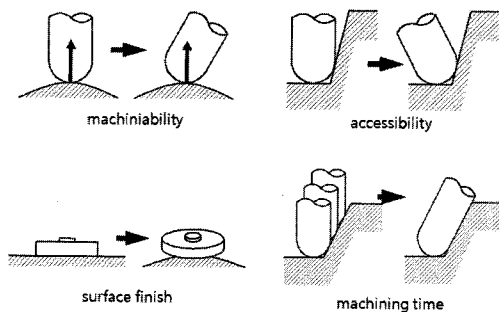


Fig. 1 Advantages of 5-axis machining

이와 같은 이점을 살려 원활한 5 축 가공 데이터를 생성하려면 여러 가지 문제점을 고려하여야 하는데, 정리하면 다음과 같다.

- 곡면 모델
- 간섭 제거
- 공구자세 최적화
- 공구경로 계획

- 후처리(postprocessing)

본 논문은 5 축 가공데이터 생성 시 고려해야 하는 다양한 문제점들을 고찰하고, 정리하고자 한다. 이 외에 회전축 제어, 이송속도나 가공시간 최적화, 기구학적 오차 등 5 축 가공기 자체의 컨트롤 특성과 관련되는 고려사항도 있지만 본 논문에서는 다루지 않기로 한다.

### 2. 가공기

#### 2.1 가공기 형식

5 축 NC 가공 기계는 용도에 따라 전용 기계(dedicated machine)와 범용 기계(general purpose machine)로 구분할 수 있다. 전용 기계는 특정 형

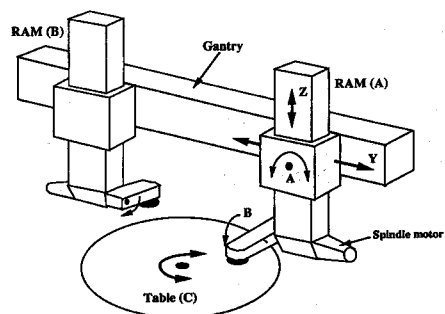


Fig. 2 Dedicated machine for propeller machining

상 제품을 효율적으로 가공하기 위해 제작되었으며, 대형 선박용 프로펠러 가공기<sup>2</sup> 등을 예로 들 수 있다. Fig. 2 는 선박용 대형 프로펠러를 가공하기 위한 전용 가공기 구조를 나타낸다.

이에 반해 범용 기계는 금형이나 기계 부품 가공에 적용할 수 있도록 제작되었으며, 일반적으로 3 축 가공 기계에 2 개 회전축(A,B,C 중 2 개 축)을 덧붙인 구조가 많다(Fig. 3).

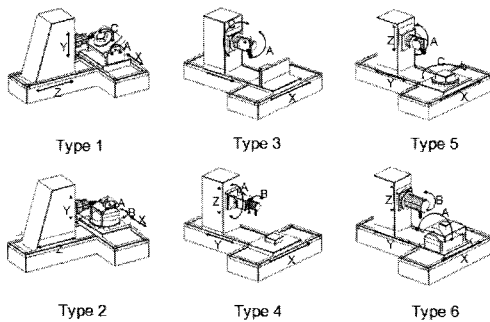


Fig. 3 General purpose machine types<sup>8</sup>

### 2.2 기구학 모델링

3 축 가공기의 경우 공구 위치(position)만을 제어하므로 기구학 모델링(kinematics modeling)이 필요없지만, 회전축을 포함하는 다축 가공의 경우 후처리(post-process) 과정 또는 간섭검사 과정에서 정기구학(forward kinematics) 및 역기구학(inverse kinematics)을 이용하여 공구와 기계 구성품의 위치, 기계 축값을 계산할 필요가 있다. Fig. 4 는 대형 금형가공에 사용하는 5 축 가공기의 기구학 모델링 과정에서 링크 좌표계를 부여한 예를 보이고 있다.<sup>4</sup>

5 축 가공기의 기구학 모델링은 기계 구성품 간 충돌, 축값 벗어남 등의 간섭 검사(3 절 참조)에서 필수적이다.<sup>5</sup> 부연하자면, 가공데이터 계산 과정에서 해당 가공기를 고려하여 제반 간섭 검사를 수행하는 것이 필요하다.

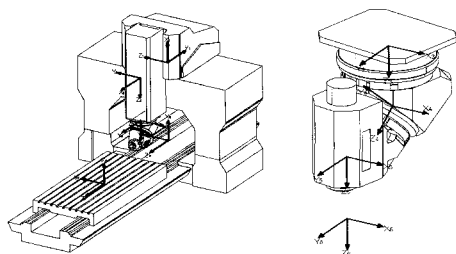


Fig. 4 Kinematics modeling(DINO, FPT)

### 3. 곡면 모델과 CL 데이터 계산

#### 3.1 곡면 모델

CAD 시스템에서 모델링한 가공 대상물의 3 차원 형상은 일반적으로 NURBS(Non-Uniform Rational B-Spline) 등의 매개변수형 곡면(parametric surface)으로 표현된다. 이는 “수학적으로 정확한 곡면”으로서, 이후 응용 분야에 따라 매개변수형 곡면 또는 근사곡면을 사용한다. NC 가공의 경우 곡면 모델은 공구접촉점(CC data)으로 구성되는 공구경로(tool-path) 생성, 공구간섭(gouge)이나 충돌 등의 간섭 검사, 모의가공(cutting simulation) 등에 활용된다.

근사곡면의 대표적인 예는 다음과 같다.

- 삼각형 다면체(triangular facet)
- Z-map, Dixel
- Voxel, Octree
- DVM(discrete vector model)
- Hybrid model

삼각형 다면체는 공구경로 생성에서 가장 일반적인 근사모델이며, 대부분의 CAM 시스템이 지원하고 있다. Z-map<sup>6</sup> 은 단순한 자료구조, 옵셋팅 등의 계산이 용이하다는 장점으로 공구경로 생성 및 간섭검사, 모의가공에 활용되는데, 표현 정밀도 및 메모리 수요 측면에서는 별도의 보완 모델이 요구된다. Voxel, Octree<sup>7</sup> 는 3 차원 공간을 표현하는 근사 모델이며, DVM<sup>8,9</sup> 은 곡면의 위치 및 법선벡터로 피삭재 모델을 표현하는 모델이다.

Hybrid 모델<sup>4,9</sup> 은 각 모델의 장점을 살리기 위한 복합 모델로서, 일반적으로 계산시간과 정밀도를 고려하여 구성 모델을 선택한다.

가공경로 생성과 관련 지어 부연한다면, 매개변수형 곡면은 매개변수곡선(iso-parametric line)을 따라가는 경로 생성에 적합하고, 그 이외의 경우는 근사곡면을 활용하는 것이 효율적이다. 특히 자동차 부품 금형과 같이 가공형상이 수백~수천개의 자유곡면(sculptured surface)으로 표현될 경우, 근사곡면의 활용은 필수적이다.

#### 3.2 CL 데이터

NC 가공데이터는 곡면 모델과 공구 모델의 상대적인 위치를 의미한다. 이때 곡면 위의 공구 접촉점을 CC(cutter contact) 데이터, 공구 기준점을 CL(cutter location) 데이터라고 한다.

가공대상 곡면을  $r(u,v)$ 로 표현한다면, CC 데이터는 곡면 위의 한 점  $r(u,v)$ 에서 정의되는  $(c,n,f,t)$ 로 나타낼 수 있다(Fig. 5). 이때  $c$ 는 공구접촉점,  $n$ 은 법선벡터(normal),  $f$ 는 진행방향벡터(feed vector),  $t = n \times f$ 이다. CL 데이터는 공구 기준점의 위치( $p$ )와 공구 회전축 벡터( $u$ )로 나타낸다(Fig. 5).

5 축 가공은 2 개 회전축이 추가되므로 자유도가 증가하고, 이러한 자유도는 공구 접촉점에서 공구의 자세를 제어하는 공구 회전각 ( $\alpha, \beta$ )로 정의한다(Fig. 5). 이를 이용하여  $(c,n,f,t)$ 에서 공구 회전각 ( $\alpha, \beta$ )일 때 일반적인 rounded-end mill 공구의 CL 데이터는 식 (1)과 (2)로 표현된다. 볼엔드밀의 경우  $R=r$ , 펄엔드밀은  $r=0$ 가 된다.

$$u = n \cos \alpha + \sin \alpha (f \cos \beta + t \sin \beta) \quad (1)$$

$$p = \begin{cases} c + rn + \frac{(R-r)(u \times n \times u)}{|u \times n|} & |u \times n| > 0 \\ c + rn - (R-r)f & |u \times n| = 0 \end{cases} \quad (2)$$

where  $R$  = cutter radius,  $r$  = corner radius.

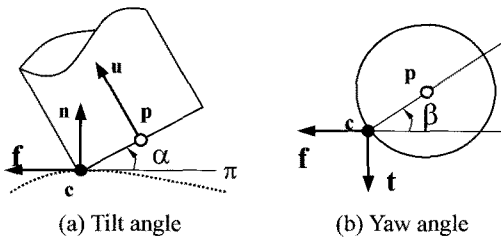


Fig. 5 Tool orientation angles at a CC point

참고로 Fig. 6은 몇 가지 특정 공구 회전각 ( $\alpha, \beta$ )에 대해 평엔드밀 공구의 밀면의  $(c,n,f,t)$  평면에 투영한 경우를 보이고 있다. 5 축 평엔드밀 혹은 페이스밀 가공의 경우 일반적으로 ( $\alpha > 0, \beta = 0$ )인 ‘Struz’ 가공<sup>8</sup>을 많이 활용한다.

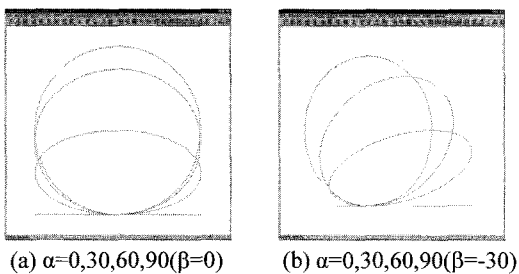


Fig. 6 Projected cutting edges (tool silhouettes)

## 4. 간섭 검사 및 회피

### 4.1 간섭의 종류

간섭(interference)이란 공구경로 생성 과정에서 의도하지 않은 이상 현상(abnormal case)을 포괄적으로 의미하는데, 주요한 간섭 문제는 다음과 같다.<sup>5,8</sup>

- 공구 간섭 (gouging, concave gouging)
- 볼록 간섭 (convex gouging)
- 충돌 (collision)
- 축값 벗어남 (stroke-over)

공구 간섭(gouging)은 공구접촉점에 공구가 접촉한 상태에서 공구형상이 설계형상을 침범하는 경우를 의미한다. 이에 반해 볼록 간섭(convex gouging)이란, 연속된 공구접촉점 사이의 공구 이동에 의해 설계형상이 다치는 경우를 의미한다. 이 두 가지 간섭현상은 통칭하여 과절삭(overcut)이라고 한다.

공구 간섭과 볼록 간섭은 공구 절삭날 부위와 설계형상 간의 간섭이 발생하는 경우인 반면, 충돌은 절삭날 이외의 공구 몸통(shank), 홀더(holder), 기계 헤드 등의 구성물과 피삭재 간의 간섭 현상을 의미한다. 마지막으로 ‘축값 벗어남’이란, 어떤 공구접촉점을 가공하기 위한 공구 CL 데이터가 NC 동작기계의 허용 축값 범위를 넘어 가공이 불가능한 경우를 의미한다.

### 4.2 간섭 회피

이러한 간섭 현상은 각 CC 점에서 CL 데이터를 계산하는 과정에서 제거되어야 하며, 이 과정을 간섭회피(interference avoidance)라고 한다. 따라서 공구경로 생성 과정에서 중요한 일은 임의 CC 점에서 간섭이 없는(feasible) CL 데이터를 찾는 일이다. 3 축 가공의 경우 공구 기준점 위치를 변경하거나, 공구 길이를 변경하는 것이 일반적인 방법이다.

5 축 가공의 경우는 공구회전각 ( $\alpha, \beta$ )을 조정하여 간섭이 없는 CL 데이터를 찾을 수 있다. 물론 경우에 따라서는 모든 공구회전각에서 간섭현상이 발생할 수도 있다. 이해를 돕기 위하여 임의 CC 점에서 공구회전각에 대한 간섭 여부를 2 차원 영역에 표시한 예를 Fig. 7에 보이는데, C-space<sup>10,11</sup>라고 부르기도 한다. 이때 공구회전각 탐색 범위는 피삭재와 공구 재질, 가공 방향 등에 따라 가공성을 고려하여 적절하게 조정할 필요가 있는데, 예

를 들어 청동합금 재질의 선박용 프로펠러의 경우  $\alpha \in [0, 15], \beta \in [-85, 85]$ 이다.

결국 간섭이 없는 CL 데이터를 찾는 일은 Fig. 7 에 보이는 C-space 에서 ‘feasible’ 영역을 찾는 문제가 된다. 또한 어떤 기준에 의해 가장 좋은 ‘feasible CL’을 탐색하는 것은 최적화 문제가 된다.

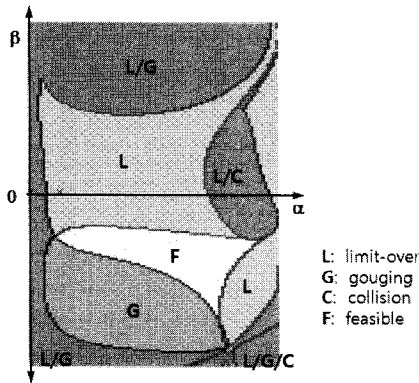


Fig. 7 C-space example

### 5. 최적화

일반적인 최적화(optimization) 문제는 주어진 제약조건(constraint) 하에서 목적함수(object function)의 최대 혹은 최소값을 찾는 문제이다. 5 축 가공의 경우, 목적함수를 피삭재 제거량(MRV: material removal volume) 혹은 가공성(예: 절삭성, 가공시간 등)으로 둔다면, 제약조건은 ‘간섭이 없어야 함’이라고 할 수 있다. 즉 다음과 같이 표현할 수 있다.

Maximize MRV (or minimize Machining time),  
Subject to: no interference.

편의상 5 축 가공데이터 최적화를 다음과 같이 분류하여 고려하도록 하자.

- Optimal tool-orientation on a point
- Optimal tool-orientation on a path
- Optimal step-length on a path
- Optimal path-interval between two paths
- Optimal tool-path planning
- Optimal set-up orientation, tool-length

(1) Optimal tool-orientation on a point

단일 CC 점에서 최적 공구자세를 얻는 문제로서, 일반적으로 곡면과 공구의 곡률(curvature) 혹은 유효반경(effective radius)을 비교하는 방법을 활용한다.<sup>2,12,16</sup> 최적해는 C-space 내의 ‘feasible’ 영역 경계에 존재한다.<sup>17</sup>

#### (2) Optimal tool-orientation on a path

연속된 CC 점에서 급격한 공구방향 변화를 최소화하기 위한 최적화 문제이다. 연속되는 CC 점의 C-space 를 활용하거나,<sup>10,17</sup> 공구궤적면(tool swept surface) 모델을 활용하여 연속되는 공구위치에서 공구방향을 최적화하는 연구가 있다.<sup>18-22</sup>

#### (3) Optimal step-length on a path

연속된 CC 점으로 구성된 단일 path 에서, 미절삭과 과절삭을 최소로 하는 CC 점 간격(step-length)을 결정하는 문제이다. 공구간섭과 블록간섭, 미절삭 모두를 고려하여야 하므로 해석적(analytic) 방법보다는 공구궤적면 모델을 활용하는 방법이 효과적이라고 사료된다.<sup>23</sup>

#### (4) Optimal path-interval between two paths

두 path 간의 커스높이(cusp height)를 최소로 하기 위한 최적 경로간격(path-interval)을 계산하는 문제이다. 5 축 페이스밀 가공의 경우 진행방향으로의 공구 절삭모서리 투영곡선(cutting edge profile)을 이용하여 커스높이를 계산하는 방법이 있다.<sup>2</sup>

#### (5) Optimal tool-path planning

공구경로(tool-path) 길이와 가공시간을 최소화하는 공구경로 계획에 관한 문제를 다룬다. 대표적인 예가 space-filling curve 방식이다.<sup>24-26</sup>

#### (6) Optimal set-up orientation, tool-length

전통적으로 피삭재 고정 방향(set-up orientation)은 3 축 가공기에서 특정 공구축 방향을 정하여 가공하는데 중요한 요소이다. 뿐만 아니라 5 축 가공기에서 수행하는 위치결정형 5 축(positional 5-axis, 3+2 indexing) 가공에서도 동일한 문제이다.<sup>4</sup>

또한 공구 몸통(shank), 홀더, 기계 헤드 부위의 충돌을 고려한 최적 공구길이 탐색 또한 금형 가공에서 필수적으로 요구되는 중요한 최적화 문제이다.

### 6. 공구경로 계획 및 후처리

### 6.1 공구경로

공구경로(tool-path)는 곡면모델 상의 연속된 CC 데이터로 만들어지며, 다양한 형태(topology)가 가능하다. 가장 일반적인 분류는 Fig. 8 에서 보듯이 곡면의 등매개변수곡선(isoparametric line)을 따라가는 isoparametric path 와, 직교좌표계의 직선을 따라가는 Cartesian path 이다.<sup>8</sup>

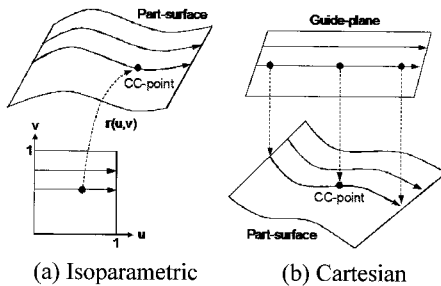


Fig. 8 Tool-path generation method<sup>8</sup>

자유곡면 가공에서 많이 활용하는 공구경로 형태는 크게 다음과 같이 분류할 수 있다.

- 단일 곡선
- 두 곡선의 블렌딩
- 곡선의 내부
- 등고선

단일 곡선을 따라가는 가공은 2 차원 또는 3 차원 곡선을 따라가는 가공으로서, 곡선가공(curve machining)이라고 한다.

곡면 위의 두 곡선을 정의하고, 두 곡선 사이를 적당하게 블렌딩하여 가공경로를 만드는 방식은 BC-parallel, BC-normal<sup>8</sup> 등으로 불린다.

곡면 위의 폐곡선을 정의하고 영역 내부를 가공하는 경우, 경계곡선을 일정 간격으로 오프셋(offset)하여 경로를 생성하거나, 영역 내부를 채우는 직선 경로를 만든다.

마지막으로 가공곡면이 경사가 급한 경우, 등고선 방식의 가공경로를 생성할 수 있다.

5 축 가공의 공구경로 형태는 3 축 가공과 크게 다르지 않으며, 공구경로를 따라가면서 각 공구 접촉점에서 공구방향(tool-orientation)을 제어하는 과정이 필요하다.

### 6.2 가공 방식 및 공구방향 제어

한 UMO(unit machining operation)<sup>8</sup> 내에서 공구방향(tool-orientation)의 자유도를 기준으로 NC 가

공을 다음과 같이 분류할 수 있다.

- 3 축 가공, attachment 가공 (3 축 가공기)
- 위치결정형 5 축 가공 (5 축 가공기)
- 동시 5 축 가공 (5 축 가공기)

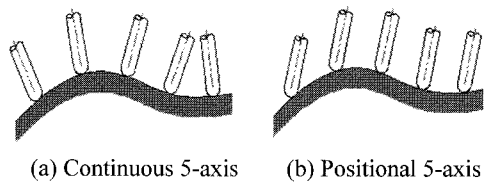


Fig. 9 Types of 5-axis machining

위치결정형 5 축(positional 5-axis) 가공은 3+2 축 (3+2 axis index) 가공 또는 경사가공이라고도 하는데, 5 축 공작기계에서 공구 방향을 고정하여 절삭가공을 수행하는 방식이다. 금형 가공에 있어서는 동시 5 축 가공 못지않게 5 축 경사가공을 활용하는 것도 곡면 품질에 좋은 영향을 준다고 알려져 있으며,<sup>27</sup> 깊은 경사 곡면이 많은 사출 금형의 경우 동시 5 축 가공과 고정 5 축 가공 모두 활발하게 적용되고 있다.

일반적으로 많이 활용하는 동시 5 축 가공 UMO 를 Fig. 10 에 나타내었다. 가공경로를 따라가면서 공구방향을 제어하는 방식은 Struz 가공이 가장 많이 활용된다. 그 외에 다양한 방식의 공구방향 제어가 가능한데, 각 CC 점에서 정의되는 법선(normal)과 평행한 방향, 지정된 점(point)이나 직선(line) 혹은 평면(plane)을 기준으로 일정한 방향을 유지하도록 하는 제어가 대표적인 예가 된다.<sup>28</sup>

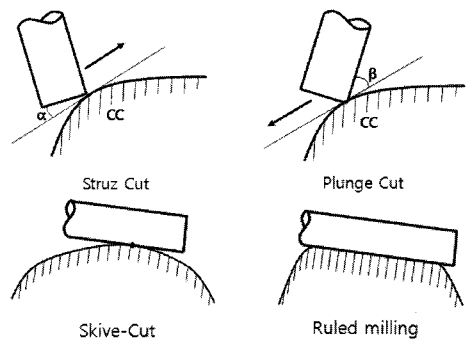


Fig. 10 Examples of 5-axis UMO<sup>8</sup>

### 6.3 NC 코드 후처리

지정된 공구경로를 가공하는 CL 데이터는 최종적으로 해당 공작기계의 컨트롤러에 적합한 NC

코드로 변환된다(post-processing). 3 축 가공과 달리 5 축 가공은 각 CL 데이터 공구회전각에 대응하는 기계 축값(예: X,Y,Z,B,C)을 계산할 필요가 있다.

기계 컨트롤러가 공구기준점 위치와 공구 축벡터 정보를 직접 처리하는 경우도 있지만, 4 절에서 다룬 간섭 현상을 처리하기 위해서는 여전히 대상 가공기 기구학 모델은 필요하다. 만약 간섭처리 과정에서 가공기를 고려하지 않을 경우, 후처리 후 별도의 검증(verification) 시스템을 활용하여 충돌 혹은 축값 벗어남을 확인하고, 경우에 따라서는 여러 번 계산을 되풀이하는 과정이 필요하다.

5 축 CAM 시스템의 경우 특정 5 축 공작기계 기구학과 컨트롤러 특성에 맞도록 CL 데이터를 계산하고 NC 코드로 변환하는 후처리 기능은 가장 중요한 부분이며, 이러한 후처리 기능을 범용으로 개발하는 연구도 찾아볼 수 있다.<sup>29,30</sup>

## 7. 결론 및 토의

본 논문에서는 5 축 가공데이터 생성의 전반적인 절차와 주요 고려 사항들을 고찰하고 정리하였다. 현재 국내 자동차, 가전 관련 제조업체의 5 축 가공 수요가 늘어가고 있으며, 특히 사출금형 가공에 활발하게 적용되고 있다.

본문에서 다루지는 않았지만, 효율적인 5 축 가공데이터 검증(verification) 또한 매우 중요한 연구 분야이다. 모의가공(cutting simulation)을 포함하여 정확한(real) 기계가공 모사(simulation)는 디지털 제조(digital manufacturing) 관점에서 필수적인 부분이다.

## 참고문헌

- Lim, T. S., Lee, C. M., Kim, S. W. and Lee, D. W., "Evaluation of cutter orientations in 5-axis high speed milling of turbine blade," *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 130-131, pp. 401-406, 2002.
- Choi, B. K., Park, J. W. and Jun, C. S., "Cutter-location Data Optimization in 5-Axis Surface Machining," *Computer Aided Design*, Vol. 25, No. 6, pp. 377-386, 1993.
- Tonshoff, H. K. and Hernandez-Camacho, J., "Die manufacturing by 5 and 3 axes milling," *J. Mech. Working Technology*, Vol. 20, pp. 105-119, 1989.
- Lee, J. G., Yang, S. J. and Park, J. W., "Setup Data Generation for Positional 5-axis Machining of Die and Mold," *J. of Korean Society of CAD/CAM Engineers*, Vol. 13, No. 5, pp. 382-390, 2008.
- Park, J. W., "A study on the development of a CAM system for 5-axis machining of mold & dies," Ph. D. Thesis, Dept. of I.E., KAIST, 1995.
- Park, J. W., Chung, Y. C. and Choi, B. K., "Precision shape modeling by z-map model," *International Journal of the Korean Society for Precision Engineering*, Vol. 3, No. 1, pp. 49-56, 2002.
- Lee, K. W., "Principles of CAD/CAM/CAE systems," Addison-Wesley, 1999.
- Choi, B. K. and Jerard, R. B., "Sculptured surface machining: Theory and Applications," Kluwer Academic Publishers, 1998.
- Park, J. W., Shin, Y. H. and Chung, Y. C., "Hybrid cutting simulation via discrete vector model," *Computer-Aided Design*, Vol. 37, No. 4, pp. 419-430, 2005.
- Morishige, K., Kase, K. and Takeuchi, Y., "Collision-free Tool Path Generation Using 2-Dimensional C-Space for 5-Axis Control Machining," *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 13, No. 6, pp. 393-400, 1997.
- Lee, J. G. and Park, J. W., "CL-data optimization of 5-axis face-milling via C-space and effective-radius map," *J. of Korean Society of CAD/CAM Engineers*, Vol. 7, No. 1, pp. 34-41, 2002.
- Yoon, J., Pottmann, H. and Lee, Y. S., "Locally optimal cutting positions for 5-axis sculptured surface machining," *Computer-Aided Design*, Vol. 35, No. 1, pp. 69-81, 2003.
- Jensen, C. G., Red, W. E. and Pi, J., "Tool selection for five-axis curvature matched machining," *Computer-Aided Design*, Vol. 34, No. 3, pp. 251-266, 2002.
- Warkentin, A. and Ismail, F., "Multi-point tool positioning strategy for 5-axis machining of sculptured surfaces," *CAGD*, Vol. 17, No. 1, pp. 83-100, 2000.
- Li, Z. and Chen, W., "The analysis of correlative error in principal axis method for five-axis machining of sculptured surfaces," *Int'l Journal of Machine Tools & Manufacture*, Vol. 45, No. 9, pp. 1031-1036,

- 2005.
16. Gong, H., Cao, L. and Liu, J., "Second order approximation of tool envelope surface for 5-axis machining with single point contact," *Computer-Aided Design*, Vol. 40, No. 5, pp. 604-615, 2008.
  17. Jun, C. S., Cha, K. and Lee, Y. S., "Optimizing tool orientations for 5-axis machining by configuration-space search method," *Computer-Aided Design*, Vol. 35, No. 6, pp. 549-566, 2003.
  18. Gong, H., Cao, L. and Liu, J., "Improved positioning of cylindrical cutter for flank milling ruled surfaces," *Computer-Aided Design*, Vol. 37, No. 12, pp. 1205-1213, 2005.
  19. Lia, C., Mann, S. and Bedi, S., "Error measurements for flank milling," *Computer-Aided Design*, Vol. 37, No. 14, pp. 1459-1468, 2005.
  20. Chua, C. H., Huang, W. N. and Hsu, Y. Y., "Machining accuracy improvement in five-axis flank milling of ruled surfaces," *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, Vol. 48, No. 7-8, pp. 914-921, 2008.
  21. Chiou, J., "Accurate tool position for five-axis ruled surface machining by swept envelope approach," *Computer-Aided Design*, Vol. 36, No. 10, pp. 967-974, 2004.
  22. Lartigue, C., Duc, E. and Affouard, A., "Tool path deformation in 5-axis flank milling using envelope surface," *Computer-Aided Design*, Vol. 35, No. 4, pp. 375-382, 2003.
  23. Lee, J. G. and Park, J. W., "Five-axis CL data Generation by Considering Tool Swept Surface Model in Face Milling of Sculptured Surface," *J. of Korean Society of CAD/CAM Engineers*, Vol. 9, No. 1, pp. 35-43, 2004.
  24. Makhanov, S., "Optimization and correction of the tool path of the five-axis milling machine: Part 1. Spatial optimization," *Mathematics and Computers in Simulation*, Vol. 75, No. 5-6, pp. 210-230, 2007.
  25. Ivanenko, S. A., Makhanov, S. S. and Munlin, M. A., "New numerical algorithms to optimize cutting operations of a five-axis milling machine," *Applied Numerical Mathematics*, Vol. 49, No. 3-4, pp. 395-413, 2004.
  26. Anotaipaiboon, W. and Makhanov, S. S., "Curvilinear space-filling curves for five-axis machining," *Computer-Aided Design*, Vol. 40, No. 3, pp. 350-367, 2008.
  27. Waurzyniak, P., "Five-axis machining: adding a fifth axis can cut machine setups, and improve quality and productivity," *Manufacturing Engineering*, Vol. 132 No. 6, 2004.
  28. Apro, K., "Secrets of 5-axis machining," *Industrial Press*, 2008.
  29. Jung, Y. H., Lee, D. W., Kim, J. S. and Mok, H. S., "NC post-processor for 5-axis milling machine of table-rotating/tilting type," *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 130-131, pp. 641-646, 2002.
  30. She, C. H. and Chang, C. C., "Design of a generic five-axis postprocessor based on generalized kinematics model of machine tool," *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, Vol. 47, No. 3-4, pp. 537-545, 2007.