

게이지 R&R 연구에서 근사 F검정과 EMS를 이용한 측정 정밀도의 평가

최성운*

*경원대학교 산업공학과

Evaluation of Measurement Precisions Using Approximate F Tests and EMS in the Gauge R&R Studies

Sung-woon Choi*

*Department of Industrial Engineering, Kyungwon University

Abstract

A development in method of evaluating the measurement precisions using approximate F tests and variance components from expected mean square (EMS) is investigated. The research proposes three-factor mixed measurement models with the fixed and random factors.

Unrestricted and unconstrained design work was rarely studied, while restricted and constrained designs have been significantly discussed. The unrestricted and unconstrained designs assume to be an independence of interaction. The proposed evaluation method about the measurement precisions can be extended to four-factor random measurement model or mixed measurement model.

The study also presents the three evaluation indexes of precisions such as R&RTR (Reproducibility & Repeatability-To-Total Precision Ratio), PTR (Precision-To-Tolerance Ratio), and SNR (Signal-To-Noise Ratio). Numerical examples are proposed to evaluate the approximate F tests with Satterthwaite degrees of freedom and three indexes using the measurement precisions from EMS.

Keywords : Measurement Precisions, Approximate F Tests, EMS, Mixed Model, Unrestricted and Unconstrained Design, Random Model, Restricted and Constrained Model, R&RTR, PTR, SNR

1. 서론

최근 한국에서는 나노산업을 국가성장 동력 동인으로 선정하여 미래의 유망한 첨단 산업으로 육성, 발전시키고 있다. MKS(Meter, Kilogram, Second) 국제단위 기준에 의하면 $1cm = 10^{-2}m$, $1mm = 10^{-3}m$, $1\mu m = 10^{-6}m$ 로 정의되며 $1nm$ (Nano Meter) $= 10^{-9}m$ 이다. 고도의 정밀도를 추구하는 기업에서는 $1pm$ (Pico Meter) $= 10^{-12}m$, $1fm$ (Femto Meter) $= 10^{-15}m$,

$1am$ (Atto Meter) $= 10^{-18}m$, $1zm$ (Zepto Meter) $= 10^{-21}m$, $1ym$ (Yocto Meter) $= 10^{-24}m$ 의 제품을 연구개발 및 생산 목표로 삼고 있다.

측정 단위는 고객과의 품질 또는 기술의 구체적 기준이 되는 스펙(Specification, 규격, 제원, 명세, 시방)의 소숫점 자리수가 되어 제품의 경쟁력을 나타낸다.

목표 스펙에 대해 실제 생산된 제품의 데이터를 비교하여 개선할 경우 우선적으로 요구되는 것이 측정기술이다.

ISO/TS 16949와 이의 전신인 QS 9000에서는 SPC(Statistical Process Control), APQP(Advanced

† 본 논문은 2009년도 경원대학교 지원에 의한 연구임

† 교신저자: 최성운, 경기도 성남시 수정구 북정동 산 65 경원대학교 산업공학과

M · P: 011-256-0697, E-mail: swchoi@kyungwon.ac.kr

2009년 7월 17일 접수; 2009년 8월 21일 수정본 접수; 2009년 8월 21일 게재확정

Product and Quality Planning), PPAP(Production Part Approval Process), FMEA(Failure Mode Effect Analysis)와 더불어 MSA(Measurement System Analysis)를 ISO 9001 요건과 통합하여 자동차 산업에 적용할 수 있는 독특한 품질경영시스템을 제정, 사용하고 있다. 생산오차를 다루는 SPC와 함께 MSA는 측정 오차(Measurement Error)인 측정 정확도(Measurement Accuracy)와 측정 정밀도(Measurement Precision)를 개선하는 유용한 도구이다. 측정 오차는 고객과의 품질 기술 목표인 참값의 스펙과 실제 측정된 데이터와의 차이를 말한다. 측정 정확도는 측정 데이터와 측정 평균과의 차이로 편의, 치우침(Bias)이라고 하며 시간(Time)에 따른 안정성(Stability)과 치우침과 참값의 스펙의 관계를 나타내는 선형성(Linearity)으로 경영, 관리적인 시스템 노력에 의해 개선될 수 있다. 측정 정밀도는 측정 업무의 기술적인 노력에 의해 개선될 수 있으며 계측자(Operator, Inspector, Appraiser, Technician, Shift)에 의한 정밀도인 재현성(Reproducibility)과 계측기(Tool, Equipment, Replicate, Repetition)에 의한 정밀도인 반복성(Repeatability)과 이 두가지의 합성 정밀도를 Gauge(Gage) R&R로 구분하여 측정개선 활동을 수행하고 있다.

초기에 사용했던 QS 9000의 데이터 계산 시트(Data & Calculation Sheet) 방법은 계측자와 부품의 교호작용을 산출할 수 없는 $\bar{x} - R$ 에 의한 단순한 방법이다.

이렇게 자동차 산업에서 시작된 Gauge R&R은 부품(Part, Sample, Product) 정밀도와 다양한 측정 변수(Day, Time, Step, Batch, Lot, Circuit Board, Board Location, Wafer, Laboratory, Instrument)에 대한 정밀도를 분석 평가할 수 있는 연구로 확장되고 있다.

최근 Gauge R&R의 주요 특징으로는 다양한 측정인자를 효율적으로 설계, 분석, 평가할 수 있는 ANOVA(Analysis of Variance)를 도구로 하는 측정 DOE(Design of Experiment for Measurement)가 새로운 학문 영역으로 자리매김하고 있다. 측정 DOE 관점에서 2인자 변량 측정 모형에 대한 연구로는 동일한(Identical) 측정 아이템이 사용가능한 2원 배치법[4,6,8,12], 이방분할법[2-5,7,11,13]과 파괴검사(Destructive Test)와 같이 유사한(Similar) 측정 아이템만을 사용하는 분할법[4,10]이 있으며 이들이 대부분의 연구를 차지하고 있다.

이렇듯 Gauge R&R의 연구가 활발히 진행되는 데도 불구하고 대부분의 연구가 2인자 측정 모형에 국한되어 있고 최근 연구는 계측자, 계측기, 부품 정밀도의 구간 추정(Interval Estimation) 방법에 집중하고 있는 실정이다. 그러나 구간추정 방법은 신뢰수준(Certainty Level)에 의해 점추정치(Point Estimator)의 불확실성을 포함

하는 인자(Coverage Factor)로 신뢰수준이 커질 수록 점추정치는 회석되어 실무자가 구체적인 관리 목표로 삼으려 할 경우 혼란에 빠질 수 있다. 실무적 관점에서는 측정 정밀도의 점추정치를 기준으로 기술적 검토를 통한 허용차를 설정하는 것이 합리적이다.

또한 모수고정 인자(Fixed Factor)와 랜덤변량 인자(Random Factor)의 혼합모형(Mixed Model)인 경우 교호작용의 독립성 유무에 따라 비제약(Unrestricted and Unconstrained)과 제약(Restricted and Constrained) 형태로 구분[1]되는데 3인자 이상인 경우 비제약 혼합 측정모형의 경우 연구가 거의 이루어지고 있지 않다.

따라서 본 연구에서는 우선 기존 연구가 이루어지지 않은 3인자 비제약 혼합측정(UUMM : Unconstrained and Unrestricted Mixed Measurement) 모형을 개발하고 측정 정밀도의 유의성을 파악하는 근사 F 검정(Approximate F Tests) 방법과 EMS(Expected Mean Square)의 분산성분(Variance Component)에 의한 측정 정밀도의 점추정치 연산 방법을 제시한다. 또한 구간추정 연구에 국한되었던 3인자[4,10], 4인자[9] 제약 변량 측정(CRRM : Constrained and Restricted Random Model) 모형에 대한 근사 F 검정과 EMS 정밀도 연산 방법을 확장 개발한다. 본 연구의 또 다른 기여도는 실무자의 사용과 이해의 편의성을 위해 계측자, 계측기, 부품 등의 정밀도를 구분하여 R&RTR(R&R-To-Total Precision Ratio), PTR(Precision-To-Tolerance Ratio), SNR(Signal-To-Noise Ratio)를 비교, 평가할 수 있는 세 가지 측정 정밀도 지표와 상호관계를 제시한다.

2. 비제약 혼합 측정(UUMM)모형

비제약 혼합 측정(Unconstrained and Unrestricted, Mixed Measurement Model : UUMM) 모형은 고정모수 인자와 랜덤변량 인자의 교호작용을 교락(Confounding)하지 않고 효과(Effect)와 대비(Contrast)의 합 또는 평균이 영(Zero)이 아닌 비제약 조건을 갖는다. UUMM 모형의 장점은 교호작용의 독립성(Independence)을 저해하지 않고 모형의 정확성을 추구한다는데 있으나 분석, 평가에서 근사 검정을 사용해야 하는 복잡성의 단점이 있다. 따라서 UUMM 모형은 고도의 측정 정밀도가 요구되는 산업에서 적용될 경우 큰 효과를 볼 수 있다.

2.1 3인자 UUMM 모형 : A가 랜덤변량 인자

계측자 $A(i=1, 2, \dots, l)$ 는 L 명에서 l 명을 샘플링한 랜덤변량 인자, 부품 $B(j=1, 2, \dots, m)$ 는 m 개를 모두

선택한 고정모수 인자, 측정조건 $C(k=1, 2, \dots, n)$ 는

<표1> 3인자 UUMM 모형의 SS, DF, MS

요인	SS	DF	MS=SS/DF
A	$SS_A = mnr \sum_{i=1}^l (\bar{y}_i \dots - \bar{y})^2$	$DF_A = l - 1$	MS_A
B	$SS_B = lnr \sum_{j=1}^m (\bar{y}_j \dots - \bar{y})^2$	$DF_B = m - 1$	MS_B
C	$SS_C = lmr \sum_{k=1}^n (\bar{y}_{\cdot k} - \bar{y})^2$	$DF_C = n - 1$	MS_C
A×B	$SS_{A \times B} = nr \sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^m (\bar{y}_{ij} \dots - \bar{y}_i \dots - \bar{y}_j \dots + \bar{y})^2$	$DF_{A \times B} = lm - l - m + 1$	$MS_{A \times B}$
A×C	$SS_{A \times C} = mr \sum_{i=1}^l \sum_{k=1}^n (\bar{y}_{i \cdot k} - \bar{y}_i \dots - \bar{y}_{\cdot k} + \bar{y})^2$	$DF_{A \times C} = ln - l - n + 1$	$MS_{A \times C}$
B×C	$SS_{B \times C} = lr \sum_{j=1}^m \sum_{p=1}^r (\bar{y}_{jk \cdot} - \bar{y}_j \dots - \bar{y}_{\cdot k} + \bar{y})^2$	$DF_{B \times C} = mr - m - r + 1$	$MS_{B \times C}$
A×B×C	$SS_{A \times B \times C} = r \sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^n (\bar{y}_{ijk \cdot} - \bar{y}_i \dots - \bar{y}_j \dots - \bar{y}_{\cdot k} + \bar{y}_{i \cdot} + \bar{y}_{j \cdot} + \bar{y}_{\cdot k} - \bar{y})^2$	$DF_{A \times B \times C} = lmn - lm - lr - mn + l + m + n - 1$	$MS_{A \times B \times C}$
E	$SS_E = \sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^n \sum_{p=1}^r (y_{ijkp} - \bar{y}_{ijk \cdot})^2$	$DF_E = lmnr - lmn$	MS_E
T	$SS_T = \sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^n \sum_{p=1}^r (y_{ijkp} - \bar{y})^2$	$DF_T = lmnr - 1$	

<표2> A가 랜덤변량 인자인 경우 EMS와 근사 F_0 검정

요인	EMS	F_0
A	$\sigma_E^2 + r\sigma_{A \times B \times C}^2 + nr\sigma_{A \times B}^2 + mr\sigma_{A \times C}^2 + mn\sigma_A^2$	$MS_A / (MS_{A \times B} + MS_{A \times C} - MS_{A \times B \times C})$
B	$\sigma_E^2 + r\sigma_{A \times B \times C}^2 + nr\sigma_{A \times B}^2 + ln\sigma_B^2$	$MS_B / MS_{A \times B}$
C	$\sigma_E^2 + r\sigma_{A \times B \times C}^2 + mr\sigma_{A \times C}^2 + lmr\sigma_C^2$	$MS_C / MS_{A \times C}$
A×B	$\sigma_E^2 + r\sigma_{A \times B \times C}^2 + nr\sigma_{A \times B}^2$	$MS_{A \times B} / MS_{A \times B \times C}$
A×C	$\sigma_E^2 + r\sigma_{A \times B \times C}^2 + mr\sigma_{A \times C}^2$	$MS_{A \times C} / MS_{A \times B \times C}$
B×C	$\sigma_E^2 + r\sigma_{A \times B \times C}^2 + lr\sigma_{B \times C}^2$	$MS_{B \times C} / MS_{A \times B \times C}$
A×B×C	$\sigma_E^2 + r\sigma_{A \times B \times C}^2$	$MS_{A \times B \times C} / MS_E$
E	σ_E^2	MS_E

n 개를 모두 선택한 고정모수 인자, 반복($p=1, 2, \dots, r$)은 Replication이며 데이터의 구조모형은 $y_{ijkp} = \mu + a_i + b_j + c_k + (ab)_{ij} + (ac)_{ik} + (bc)_{jk} + (abc)_{ijk} + e_{ijkp}$ 이다. 이 모형은 인자간 지분되어(Nested) 있지 않고 교차 설계(Crossed and Factorial Design)되어 있다.

3인자 UUMM 모형의 측정 정밀도에 대한 요인, SS (Sum of Squares), DF(Degree of Freedom), MS (Mean Square)는 <표1>과 같다.

<표1>에서 편차 제곱합 SS는 각 인자의 주효과와 교호작용 효과를 이해할 수 있고 이에 대응한 자유도 DF를 손쉽게 구할 수 있도록 전개형의 계산식 대신 이론식을 사용하였다. 평균 제곱 MS는 편차제곱합 SS를 자유도 DF로 나눈 값이다.

A가 랜덤변량 인자인 경우 EMS와 ANOVA F_0 는 <표2>와 같다. MS_A 는 <표2>와 같이 근사검정을 수행하며 이에 대한 Satterthwaite 자유도

$$DF_A^* = [MS_{A \times B} + MS_{A \times C} + MS_{A \times B \times C}]^2 / [MS_{A \times B}^2 / (lm - l - m + 1) + MS_{A \times C}^2 / (ln - l - n + 1) - MS_{A \times B \times C}^2 / (lmn - lm - lr - mn + l + m + n - 1)]$$

이다. F_0 의 유의성을 판정하기 위한 ANOVA 분석 방법은 유의수준 α 에 대한 F 표를 이용하는 방법과 F_0 가 갖는 P-Value에 의한 방법이 있다.

<표2>의 F_0 값이 유의하다고 판정된 경우 EMS에서 계측자 정밀도인 재현성 $\sigma_{Rd}^2 = \sigma_A^2 + \sigma_{A \times B}^2 + \sigma_{A \times B \times C}^2$

계측기 정밀도인 반복성 $\sigma_{Ri}^2 = \sigma_E^2$, 부품 정밀도 $\sigma_P^2 = \sigma_B^2 + \sigma_{B \times C}^2$, 측정조건 정밀도 $\sigma_M^2 = \sigma_C^2$ 이다. Gauge R&R $\sigma_{R\&R}^2 = \sigma_{Rd}^2 + \sigma_{Ri}^2$ 이며 $\sigma_T^2 = \sigma_{R\&R}^2 + \sigma_P^2 + \sigma_M^2$ 이다. EMS로부터 측정된 분산성분 $\sigma_A^2 = (MS_A - MS_{A \times B} - MS_{A \times C} + MS_{A \times B \times C})/mnr$, $\sigma_B^2 = (MS_B - MS_{A \times B})/lnr$, $\sigma_C^2 = (MS_C - MS_{A \times C})/lmr$, $\sigma_{A \times B}^2 = (MS_{A \times B} - MS_{A \times B \times C})/nr$, $\sigma_{A \times C}^2 = (MS_{A \times C} - MS_{A \times B \times C})/mr$, $\sigma_{A \times B \times C}^2 = (MS_{A \times B \times C} - MS_E)/r$, $\sigma_E^2 = MS_E$ 이다.

측정 정밀도를 평가할 수 있는 지표는 다음 3가지가 있다. R&RTR(R&R-To-Total Precision Ratio) = $\sigma_{R\&R}/\sigma_T$ 로 MINITAB의 % 연구변동(% Study Variation)에 해당된다. R&RTR은 작을수록 좋으며 통상 10% 이하를 권장하고 부품 상관계수 $\rho = \sigma_P^2/\sigma_T^2 = 1 - \sigma_{R\&R}^2/\sigma_T^2$ 의 관계를 갖는다. PTR(Precision-To-Tolerance Ratio) = $6\sigma_{R\&R}/(USL - LSL)$ 로 MINITAB의 % 공차(% Tolerance)에 해당한다.

분자 6은 포함인자의 신뢰수준 $1 - \alpha = 99.73\%$ 인 경우에 해당되며 99%인 경우는 5.15, 95%인 경우는 4를 사용한다. PTR은 측정공정능력지수의 역수로 작을수록 좋다. SNR(Signal-To-Noise Ratio) = $(2\sigma_P^2/\sigma_{R\&R}^2)^{1/2}$ 로 MINITAB의 구별 범주의 수(NDC : Number of Distinct Categories)에 해당하며 5 이상일 경우 구별력(Discrimination), 해상력(Resolution)이 좋다고 평가한다. 이 지수는 구별력 비율(IR : Discrimination Ratio) = $[(1 + \rho)/(1 - \rho)]^{1/2}$ 에서 $\rho = \sigma_P^2/\sigma_T^2 = 1 - \sigma_{R\&R}^2/\sigma_T^2$ 를 대입할 경우 정확한 식 $DR = (2\sigma_P^2/\sigma_{R\&R}^2 + 1)^{1/2}$ 으로 유도되나 1을 생략하고 간략화 식 DR을 SNR로 사용한다.

2.2 3인자 UUMM 모형 : B가 랜덤변량 인자

B의 근사검정

$$F_0 = MS_B / (MS_{A \times B} + MS_{B \times C} - MS_{A \times B \times C})$$

Satterthwaite의 자유도

$$DF_B^* = (MS_{A \times B} + MS_{B \times C} + MS_{A \times B \times C})^2 / (MS_{A \times B}^2 / (lm - l - m + 1) + MS_{B \times C}^2 / (mr - m - r + 1) + MS_{A \times B \times C}^2 / (lmn - lm - lr - mn + l + m + n - 1))$$

$$EMS_A = \sigma_E^2 + r\sigma_{A \times B \times C}^2 + nr\sigma_{A \times B}^2 + mn r\sigma_A^2,$$

$$EMS_B = \sigma_E^2 + r\sigma_{A \times B \times C}^2 + nr\sigma_{A \times B}^2 + lr\sigma_{B \times C}^2 +$$

$lnr\sigma_B^2$, $EMS_C = \sigma_E^2 + r\sigma_{A \times B \times C}^2 + lr\sigma_{B \times C}^2 + lm\sigma_C^2$ 이고 EMS로부터 측정된 분산성분

$$\sigma_A^2 = (MS_A - MS_{A \times B})/mnr,$$

$$\sigma_B^2 = (MS_B - MS_{A \times B} - MS_{B \times C} - MS_{A \times B \times C})/lnr$$

$$\sigma_C^2 = (MS_C - MS_{B \times C})/lmr$$

위의 두 가지 사항을 제외하고는 SS, DF, MS, EMS, F_0 , 측정 정밀도 분산성분 및 R&RTR, PTR, SNR 측정 평가지표는 2.1절과 동일하다.

2.3 3인자 UUMM 모형 : C가 랜덤변량 인자

C의 근사검정

$$F_0 = MS_C / (MS_{A \times C} + MS_{B \times C} - MS_{A \times B \times C})$$

Satterthwaite의 자유도

$$DF_C^* = (MS_{A \times C} + MS_{B \times C} + MS_{A \times B \times C})^2 / (MS_{A \times C}^2 / (lm - l - m + 1) + MS_{B \times C}^2 / (mn - m - n + 1) + MS_{A \times B \times C}^2 / (lmn - lm - lr - mn + l + m + n - 1))$$

$$EMS_A = \sigma_E^2 + r\sigma_{A \times B \times C}^2 + mnr\sigma_{A \times C}^2 + mn r\sigma_A^2,$$

$$EMS_B = \sigma_E^2 + r\sigma_{A \times B \times C}^2 + lr\sigma_{B \times C}^2 + ln r\sigma_B^2,$$

$$EMS_C = \sigma_E^2 + r\sigma_{A \times B \times C}^2 + mnr\sigma_{A \times C}^2 + lr\sigma_{B \times C}^2 + lm r\sigma_C^2$$

$$\sigma_A^2 = (MS_A - MS_{A \times B})/mnr$$

$$\sigma_B^2 = (MS_B - MS_{B \times C})/lnr$$

$$\sigma_C^2 = (MS_C - MS_{A \times C} - MS_{B \times C} + MS_{A \times B \times C})/lmr$$

위의 사항을 제외한 SS, DF, MS, EMS, F_0 및 σ^2 과 3가지 측정 평가지표는 2.1절과 같다.

3. 제약 변량 측정(CRRM) 모형

제약 변량 측정 CRRM(Constrained and Restricted, Random Measurement) 모형은 비제약 혼합 측정(UUMM) 모형에서 모든 인자를 랜덤변량 인자로 단순화하며 혼합모형의 교호작용 효과의 합이나 평균을 영(Zero)으로 제약하는(CRMM : Constrained and Restricted Mixed Measurement) 모형을 포함한다. 따라서 CRMM은 CRRM 모형의 한 종류이며 랜덤변량 인자를 모수고정 인자로 변환해 주면 된다. CRRM 모형은 단순성으로 간편성의 장점을 지닌 반면에 특히 CRMM의 경우 교호작용의 독립성을 무시하여 모형의 정확성이 떨어지는 단점을 가지고 있다. 따라서 CRRM(CRMM 포

함) 측정에 영향을 주는 많은 인자를 다루어야 하는 초기 개발제품이나 SAS, MINITAB의 GLM (Generalized Linear Model)모형을 단순 응용할 경우 적용하면 효과적이다.

3.1 3인자 CRRM 모형

측정 데이터 구조모형 $y_{ijkp} = \mu + a_i + b_j + c_k + (ab)_{ij} + (ac)_{ik} + (bc)_{jk} + (abc)_{ijk} + e_{p(ijk)}$ 이다. A, B, C 인자는 각각 계측자, 부품, 측정도구(Instrument)로 정하고[4] 컴퓨터 저장장치 마크네틱 테이프 조립공정의 예[10]에서는 헤드, 계측자, 테이프를 사용하였다. 모두 샘플링된 랜덤변량 인자로 가정되며 반복은 Replication이 아닌 Repetition으로 오차항에서 지분모형으로 설정된다.

3인자 CRRM 모형의 SS, DF, MS는 <표1>의 3인자 UUMM 모형과 동일하며 EMS와 F_0 는 <표3>과 같다.

<표3>에서 근사검정 A의 Satterwaite 자유도 $DF_A^* = (MS_{A \times B} + MS_{A \times C} - MS_{A \times B \times C})^2 / (MS_{A \times B}^2 / (lm - l - m + 1) + MS_{A \times C}^2 / (ln - l - n + 1) + MS_{A \times B \times C}^2 / (lmn - lm - ln - mn + l + m + n - 1))$, 근사검정 B의 $DF_B^* = (MS_{A \times B} + MS_{B \times C} - MS_{A \times B \times C})^2 / (MS_{A \times B}^2 / (lm - l - m + 1) + MS_{B \times C}^2 / (mn - m - n + 1) + MS_{A \times B \times C}^2 / (lmn - lm - ln - mn + l + m + n - 1))$, 근사검정 C의 $DF_C^* = (MS_{A \times C} + MS_{B \times C} - MS_{A \times B \times C})^2 / (MS_{A \times C}^2 / (ln - l - n + 1) + MS_{B \times C}^2 / (mn - m - n + 1) + MS_{A \times B \times C}^2 / (lmn - lm - ln - mn + l + m + n - 1))$ 이다.

EMS에서 구한 분산성분 $\sigma_A^2 = (MS_A - MS_{A \times B} - MS_{A \times C} + MS_{A \times B \times C}) / mnr$, $\sigma_B^2 = (MS_B - MS_{A \times B} - MS_{B \times C} + MS_{A \times B \times C}) / lnr$, $\sigma_C^2 = (MS_C - MS_{A \times C} - MS_{B \times C} + MS_{A \times B \times C}) / lmr$ 이며 나머지 성분은 2.1절과 같다.

컴퓨터 저장장치인 경우 계측자 정밀도 $\sigma_{Rd}^2 = \sigma_B^2 + \sigma_{A \times B}^2 + \sigma_{B \times C}^2 + \sigma_{A \times B \times C}^2$, 계측기 정밀도 $\sigma_{Rt}^2 = \sigma_E^2$, 부품 정밀도 $\sigma_P^2 = \sigma_A^2 + \sigma_C^2 + \sigma_{A \times C}^2$ 이 된다. 이러한 요인별 측정 정밀도는 σ_T^2 의 총 정밀도, Tolerance와의 비율로 2.1절과 같은 방식으로 3가지 측정지표를 산출할 수 있다.

3.2 4인자 CRRM 모형

측정 데이터 구조모형 $y_{ijkpq} = \mu + a_i + b_j + c_k(j) + d_{p(j)} + (cd)_{kp(j)} + (ac)_{ik(j)} + (ad)_{ip(j)} + (acd)_{ijkp(j)} + e_{q(ijkp)}$ 로 모든 인자는 랜덤변량 인자이다.[9] 괄호안의 첨자는 지분 인자로 교차인자와의 실험순서의 랜덤화 관계를 가지며 반복 역시 Replication이 아닌 Repetition의 형태를 갖는다 A($i=1, 2, \dots, l$)는 부품, B($j=1, 2, \dots, m$)는 실험실(Laboratory), C($k=1, 2, \dots, n$)는 계측자, D($p=1, 2, \dots, s$)는 측정도구(Instrument), Repetition($q=1, 2, \dots, r$)이다. 4인자 CRRM 모형의 SS, DF, MS는 <표4>와 같다.

EMS와 근사 F_0 검정은 <표5>와 같다. 근사검정 A의 $DF_A^* = (MS_{AC(B)} + MS_{AD(B)} + MS_{ACD(B)})^2 / (MS_{AC(B)}^2 / (lmn - lm - ln + 1) + MS_{AD(B)}^2 / (lms - lm - ms + 1))$, 근사검정 B의 $DF_B^* = (MS_{C(B)} + MS_{D(B)} + MS_{CD(B)})^2 / (MS_{C(B)}^2 / (mn - m) + MS_{D(B)}^2 / (ms - m) + MS_{CD(B)}^2 / (mns - mn - ms + 1))$, 근사검정 C의 $DF_C^* = (MS_{AC(B)} + MS_{AD(B)} - MS_{ACD(B)})^2 / (MS_{AC(B)}^2 / (lmn - lm - ln + 1) + MS_{AD(B)}^2 / (lms - lm - ms + 1) + MS_{ACD(B)}^2 / (lmns - lmn - lms - mns + lm + mn + ms - 1))$ 다.

계측자 정밀도 $\sigma_{Rd}^2 = \sigma_{C(B)}^2 + \sigma_{CD(B)}^2 + \sigma_{AC(B)}^2 + \sigma_{ACD(B)}$ 이고 계측기 정밀도 $\sigma_{Rt}^2 = \sigma_{E(ABCD)}$ 이며 부품 정밀도 $\sigma_P^2 = \sigma_A^2 + \sigma_{A \times B}^2 + \sigma_{AD(B)}$, 실험실 정밀도 σ_B^2 , 측정도구 정밀도 σ_D^2 이다. A와 B는 교차인자로 지분인자와 달리 교호작용이 존재한다. 측정지표의 3가지 연산방법은 2.1절과 동일하다.

4. 수치예제

Tolerance = 6의 조립치수를 마이크로미터로 측정하는 계측자 A는 3명, 부품 B는 10개, 측정조건 C는 5개, 반복은 2회 측정을 실시한 결과 $MS_A = 15$, $MS_B = 10$, $MS_C = 3$, $MS_{A \times B} = 3$, $MS_{A \times C} = 2$, $MS_{B \times C} = 6$, $MS_{A \times B \times C} = 1$, $MS_E = 0.5$ 가 나왔다. 2.1절에 의해

$$\sigma_A^2 = (15 - 3 - 2 + 1) / 10 \cdot 5 \cdot 2 = 0.11$$

$$\sigma_B^2 = (10 - 3) / 3 \cdot 5 \cdot 2 = 0.23,$$

<표3> 3인자 CRRM 모형인 경우 EMS와 근사 F_0 검정

요인	EMS	F_0
A	$\sigma_{E(ABC)}^2 + r\sigma_{A \times B \times C}^2 + nr\sigma_{A \times B}^2 + mr\sigma_{A \times C}^2 + mn\sigma_A^2$	$MS_A / (MS_{A \times B} + MS_{A \times C} - MS_{A \times B \times C})$
B	$\sigma_{E(ABC)}^2 + r\sigma_{A \times B \times C}^2 + nr\sigma_{A \times B}^2 + lr\sigma_{B \times C}^2 + ln\sigma_B^2$	$MS_B / (MS_{A \times B} + MS_{B \times C} - MS_{A \times B \times C})$
C	$\sigma_{E(ABC)}^2 + r\sigma_{A \times B \times C}^2 + mr\sigma_{A \times C}^2 + lr\sigma_{B \times C}^2 + lm\sigma_C^2$	$MS_C / (MS_{A \times C} + MS_{B \times C} - MS_{A \times B \times C})$
A×B	$\sigma_{E(ABC)}^2 + r\sigma_{A \times B \times C}^2 + nr\sigma_{A \times B}^2$	$MS_{A \times B} / MS_{A \times B \times C}$
A×C	$\sigma_{E(ABC)}^2 + r\sigma_{A \times B \times C}^2 + mr\sigma_{A \times C}^2$	$MS_{A \times C} / MS_{A \times B \times C}$
B×C	$\sigma_{E(ABC)}^2 + r\sigma_{A \times B \times C}^2 + lr\sigma_{B \times C}^2$	$MS_{B \times C} / MS_{A \times B \times C}$
A×B×C	$\sigma_{E(ABC)}^2 + r\sigma_{A \times B \times C}^2$	$MS_{A \times B \times C} / MS_{E(ABC)}$
E(ABC)	$\sigma_{E(ABC)}^2$	$MS_{E(ABC)}$

<표4> 4인자 CRMM 모형의 SS, DF, MS

요인	SS	DF	MS=SS/DF
A	$\overline{A} - \overline{y}^*$	$l - 1$	MS_A
B	$\overline{B} - \overline{y}$	$m - 1$	MS_B
A×B	$\overline{AB} - \overline{A} - \overline{B} + \overline{y}$	$lm - l - m + 1$	$MS_{A \times B}$
C(B)	$\overline{BC} - \overline{B}$	$mn - m$	$MS_{C(B)}$
D(B)	$\overline{BD} - \overline{B}$	$ms - m$	$MS_{D(B)}$
CD(B)	$\overline{BCD} - \overline{BC} - \overline{BD} + \overline{B}$	$mns - mn - ms + 1$	$MS_{CD(B)}$
AC(B)	$\overline{ABC} - \overline{AB} - \overline{AC} + \overline{B}$	$lmn - lm - ln + 1$	$MS_{AC(B)}$
AD(B)	$\overline{ABD} - \overline{AB} - \overline{BD} + \overline{B}$	$lms - lm - ms + 1$	$MS_{AD(B)}$
ACD(B)	$\overline{ABCD} - \overline{ABC} - \overline{ABD} - \overline{BCD} + \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{BD} - \overline{B}$	$lmns - lmn - lms - mns + lm + mn + ms - 1$	$MS_{ACD(B)}$
E(ABCD)	$\overline{ABCDE} - \overline{ABCD}$	$lmnsr - lmns$	$MS_{E(ABCD)}$
T	$\overline{ABCDE} - \overline{y}$	$lmnsr - 1$	

$mnsr \sum_{i=1}^l (\overline{y}_i - \overline{y})^2 * (\overline{A} - \overline{y})$ 는 의 간략화 표시

<표5> 4인자 CRMM 모형의 EMS와 근사 F_0 검정

요인	EMS	F_0
A	$\sigma_{E(ABCD)}^2 + r\sigma_{ACD(B)}^2 + sr\sigma_{AC(B)}^2 + nr\sigma_{AD(B)}^2 + mnsr\sigma_A^2$	$MS_A / (MS_{AC(B)} + MS_{AD(B)} - MS_{ACD(B)})$
B	$\sigma_{E(ABCD)}^2 + lr\sigma_{CD(B)}^2 + lsr\sigma_{C(B)}^2 + ln\sigma_{D(B)}^2 + lnsr\sigma_B^2$	$MS_B / (MS_{C(B)} + MS_{D(B)} - MS_{CD(B)})$
A×B	$\sigma_{E(ABCD)}^2 + r\sigma_{ACD(B)}^2 + sr\sigma_{AC(B)}^2 + nr\sigma_{AD(B)}^2 + nsr\sigma_{A \times B}^2$	$MS_{A \times B} / (MS_{AC(B)} + MS_{AD(B)} - MS_{ACD(B)})$
C(B)	$\sigma_{E(ABCD)}^2 + lr\sigma_{CD(B)}^2 + lsr\sigma_{C(B)}^2$	$MS_{C(B)} / MS_{CD(B)}$
D(B)	$\sigma_{E(ABCD)}^2 + lr\sigma_{CD(B)}^2 + ln\sigma_{D(B)}^2$	$MS_{D(B)} / MS_{CD(B)}$
CD(B)	$\sigma_{E(ABCD)}^2 + lr\sigma_{CD(B)}^2$	$MS_{CD(B)} / MS_{E(ABCD)}$
AC(B)	$\sigma_{E(ABCD)}^2 + r\sigma_{ACD(B)}^2 + sr\sigma_{AC(B)}^2$	$MS_{AC(B)} / MS_{ACD(B)}$
AD(B)	$\sigma_{E(ABCD)}^2 + r\sigma_{ACD(B)}^2 + nr\sigma_{AD(B)}^2$	$MS_{AD(B)} / MS_{ACD(B)}$
ACD(B)	$\sigma_{E(ABCD)}^2 + r\sigma_{ACD(B)}^2$	$MS_{ACD(B)} / MS_{E(ABCD)}$
E(ABCD)	$\sigma_{E(ABCD)}^2$	$MS_{E(ABCD)}$

$$\sigma_C^2 = (3 - 2)/3 \cdot 10 \cdot 2 = 0.02,$$

$$\sigma_{A \times B}^2 = (3 - 1)/5 \cdot 2 = 0.20,$$

$$\sigma_{A \times C}^2 = (2 - 1)/10 \cdot 2 = 0.05,$$

$$\sigma_{B \times C}^2 = (6 - 1)/3 \cdot 2 = 0.83,$$

$$\sigma_{A \times B \times C}^2 = (1 - 0.5)/2 = 0.25, \sigma_E^2 = 0.5 \text{이다.}$$

재현 정밀도 $\sigma_{Rd}^2 = \sigma_A^2 + \sigma_{A \times B}^2 + \sigma_{A \times B \times C}^2 = 0.11 + 0.20 + 0.25 = 0.56$, 반복 정밀도 $\sigma_{Rt}^2 = \sigma_E^2 = 0.5$ 이며 $\sigma_{R\&R}^2 = \sigma_{Rd}^2 + \sigma_{Rt}^2 = 0.56 + 0.5 = 1.06$ 이다. 측정조건을 포함한 부품 정밀도 $\sigma_P^2 = \sigma_B^2 + \sigma_{B \times C}^2 + \sigma_C^2 = 0.23 + 0.83 + 0.02 = 1.08$ 이고 $\sigma_T^2 = \sigma_{R\&R}^2 + \sigma_P^2 = 1.06 + 1.08 = 2.14$ 이다.

$$R\&RTR = \sigma_{R\&R} / \sigma_T = 1.06 / 1.46 = 0.73 = 73\%,$$

$$PTR = 6\sigma_{R\&R} / \text{Torlerance} = 6 \times 1.06 / 6 = 1.06,$$

$$SNR = (2\sigma_P^2 / \sigma_{R\&R}^2)^{1/2} = (2 \cdot 1.08 / 1.06)^{1/2} = 1.43$$

으로 3가지 측정지표가 모두 나쁜 것으로 판정되어 측정 정밀도를 개선하기 위한 노력이 요구된다.

5. 결 론

본 연구에서는 계측자, 계측기, 부품 요인과 날짜, 교체, 실험실, 로트, 배취, 부품위치 등의 다양한 측정조건에 대한 정밀도를 평가하기 위한 ANOVA 형태의 실험 계획 모형을 제안하였다. 본 연구의 결과는 다음과 같다.

첫째, 계측자, 부품, 측정조건이 고정모수 인자와 랜덤변량 인자의 혼합모형(Mixed Model)인 경우 교호작용의 독립성을 유지한 비제약 3인자 측정모형을 개발하고 근사 F 검정과 Satterthwaite 자유도, EMS 분산성분에 의한 측정 정밀도 연산 방법을 제시하였다.

둘째, 동일한 부품이 사용되는 교차 인자와 파괴검사 등 특정 측정조건에 따라 유사한 부품만을 사용하는 지분인자와의 결합모형(Combined Model)인 경우 3인자, 4인자 랜덤변량모형과 혼합모형에 근사 F 검정과 정밀도 연산방법을 확장, 적용하였다.

끝으로 R&RTR, PTR, SNR의 측정 정밀도 평가지표 간의 관계를 제시하여 실무자가 측정 개선의 비교 기준으로 활용하게 하였다.

6. 참 고 문 헌

[1] 최성운, "GLM에서 제약과 비제약 혼합모형의 고찰 및

확장", 대한안전경영과학회 춘계학술발표문집, (2009) : 185-192.

- [2] Burdick R.K., Borror C.M., Montgomery D.C., "A Review of Methods for Measurement Systems Capability Analysis", Journal of Quality Technology, 35 (4) (2003) : 342-354.
- [3] Burdick R.K., Park Y.J., Montgomery D.C., "Confidence Intervals for Misclassification Rates in a Gauge R&R Study", Journal of Quality Technology, 37 (4) (2005) : 294-303.
- [4] Burdick R.K., Borror C.M., Montgomery D.C., Design and Analysis of Gauge R&R Studies, SIAM, 2005.
- [5] Chiang AKL, "A Simple General Method for Constructing Confidence Intervals for Functions of Variance Components", Technometrics, 43 (3) (2001) : 356-357.
- [6] Daniels L., Burdick R.K., Quiroz J., "Confidence Intervals in a Gauge R&R Study with Fixed Operators", Journal of Quality Technology, 37 (3) (2005) : 179-185.
- [7] De Mast J., Trip A., "Gauge R&R Studies for Destructive Measurements", Journal of Quality Technology, 37 (1) (2005) : 40-49.
- [8] Dolezal K.K., Burdick R.K., Birch N.J., "Analysis of a Two-Factor R&R Study with Fixed Operators", Journal of Quality Technology, 30 (2) (1998) : 163-170.
- [9] Hicks C.R., "Checking Instrumentation by Statistical Methods", Journal of Quality Technology, 12 (4) (1980) : 181-186.
- [10] Montgomery DC, Ringer GC, "Gauge Capability Analysis and Designed Experiments Part II : Experimental Design Models and Variance Component Estimation", Quality Engineering 6 (2) (1993) : 289-305.
- [11] Pan J.N., "Determination of the Optimal Allocation of Parameters for Gauge Repeatability and Reproducibility Study", International Journal of Quality & Reliability Management, 21 (6) (2004) : 672-682.
- [12] Van Den Heuvel E.R., "Gage R&R Studies for Nonstandard Situations", ASQ's Annual Quality Congress Proceedings, (2000) : 317-328.
- [13] Vardeman S.B., Van Valkenburg E.S., "Two-Way Random-Effects Analyses and Gauge R&R Studies", Technometrics, 41 (3) (1999) : 202-211.

저 자 소 개

최 성 운



현 경원대학교 산업공학과 교수.
한양 대학교 산업공학과에서 공학
사, 공학석사, 공학박사 학위를 취
득하고, 1994년 한국과학재단 지
원으로 University of Minnesota
에서 1년간 Post-Doc을 수행했으
며, 2002년부터 1년 반동안
University of Washington에서

Visiting Professor를 역임하였음. 주요 관심분야는 자동
화 생산 및 장치 산업에서의 품질관리이며, 컴퓨터, 정보
시스템의 신뢰성 설계 및 분석, 서비스 사이언스, RFID
시스템에서도 관심을 가지고 있음.

주소: 경기도 성남시 수정구 복정동 신65번지 경원대학교
산업공학과