

## 적시 생산 방식에서의 주조공정 스케줄링

박용국\*<sup>†</sup> · 양정민\*\*

\*대구가톨릭대학교 기계자동차공학부

\*\*대구가톨릭대학교 전자공학과

## Scheduling of a Casting Sequence Under Just-In-Time (JIT) Production

Yong Kuk Park\*<sup>†</sup> · Jung-Min Yang\*\*

\*School of Mechanical and Automotive Engineering, Catholic University of Daegu

\*\*Department of Electrical Engineering, Catholic University of Daegu

In this article, scheduling of a casting sequence is studied in a casting foundry which must deliver products according to the Just-in-time(JIT) production policy of a customer. When a foundry manufactures a variety of casts with an identical alloy simultaneously, it frequently faces the task of production scheduling. An optimal casting schedule should be emphasized in order to maximize the production rate and raw material efficiency under the constraints of limited resources; melting furnaces and operation time for a casting machine. To solve this practical problem-fulfilling the objectives of casting the assigned mixed orders for the highest raw material efficiency in a way specified by the customer's JIT schedule, we implement simple integer programming. A simulation to solve a real production problem in a typical casting plant proves that the proposed method provides a feasible solution with a high accuracy for a complex, multi-variable and multi-constraint optimization problem. Employing this simple methodology, a casting foundry having an automated casting machine can produce a mixed order of casts with a maximum furnace utilization within the due date, and provide them according to their customer's JIT inventory policy.

**Keywords :** Casting, Just-in-time Production, Scheduling, Melting Furnace, Operation Time, Integer Programming

### 1. 서론

현대산업사회를 가능하게 한 대량생산방식(mass production system)의 역사는 약 100년 전 포드자동차공장의 표준화 및 조립에 컨베이어 시스템을 응용, 움직이는 조립 라인으로 생산을 시도한 소위 디트로이트식 자동화(Detroit automation)으로 거슬러 올라갈 수 있다. 그러나 생산성만을 강조한 이러한 생산시스템은 검은색의 T모텔만을

생산하는 필연적 결과를 초래하였다. 현대사회에서 소비자 요구의 다양성 및 생산자들 간의 치열한 경쟁으로 인하여 이러한 생산자 위주의 푸쉬생산방식(push production system)이 경쟁력을 잃는 대신, 소비자가 생산의 시작을 결정하는 풀생산방식(pull production system 또는 lean manufacturing) 이라 불리는 새로운 개념의 생산시스템이 출현하게 되었다.

이러한 획기적인 생산방식의 선구가 된 적시(適時)생

산방식(Just-in-time : JIT)은 점차 전 세계가 벤치마킹하는 생산의 표준이 되었으며 도요다 생산방식(Toyota production system : TPS)과 혼용되어 사용되게 되었다. JIT시스템은 모든 생산과정에서 필요한 것만을, 필요할 때, 필요한 양만큼만 생산함으로써 생산시간을 단축하고 재고를 최소화하여 낭비를 없애는 시스템이라고 정의할 수 있다. JIT의 창시자인 Taiichi Ohno 등은 그들이 제안한 7가지의 “낭비(waste)” 즉, ‘시간, 자원, 공간 등을 사용함에도 부가가치가 창조되지 않는 모든 활동’에 필요이상 빠른 생산 또는 필요량 이상의 생산(과잉생산)과 불필요한 재고(work-in-process inventory 포함)를 포함시켰다[7, 19]. 포카요케(Poka-Yoke), 간판(Kanban), 예방유지보수(Preventive Maintenance) 그리고 SMED(Single Minute Exchange of Die) 등의 요소들을 활용한 오랜 끈질긴 노력에 의해 현재는 로트크기(lot size)가 1로 감소되는 일이 현실적으로 가능해졌으며 최소의 재고수준으로 적시에 적량을 생산한다는 목표는 이제 전 세계 제조업 전반에 걸쳐 일반화되고 있다[17]. 인류역사상 가장 오래된 정형제조법(net shape manufacturing)의 하나인 주조 또한 예외가 아니어서 완벽한 품질의 주물을 적량 그리고 정시납기(on-time delivery) 원칙에 의해 수요자에게 공급하는 일이 전반적인 제조업계에서 경쟁력의 기본으로 자리 잡게 되었다.

주조(casting)란 주로 금속혼합물인 합금(alloy)을 용융한 액체 용탕(molten metal)을 제품의 형상을 가진 틀, 즉 주형(mold)에 주입한 후 응고시켜 유용한 제품(주물)을 얻는 제조법을 통칭한다. 크기에 제한이 없고 매우 복잡한 형상 및 내부공간(internal cavity)을 가진 제품들을 조립 없이 단품으로 그리고 경제적으로 생산할 수 있어 현대 산업사회에서도 주조는 중요한 제조공법의 하나로 자리매김하고 있다. 실제 생산량이 가장 큰 주철 제품뿐만 아니라 알루미늄, 마그네슘, 구리와 같은 비철금속 및 다양한 합금들을 이용한 실린더블록, 실린더헤드, 트랜스미션하우징, 피스톤 등의 자동차 부품뿐 아니라 다양한 선박, 항공기, 우주선 및 일반기계용 정밀부품들도 주물제품으로 대체되는 추세이다[6, 14].

우리나라의 많은 중소규모 주물공장은 수요자의 주문에 따라 각기 형상, 크기 및 중량이 다른 다양한 종류의 주물을 제작하는 다품종소량생산 체제로 운영되고 있다. 그리고 현재 주조산업계의 가장 큰 고객인 자동차완성차 업체가 적시생산방식을 취함에 따라 부품을 공급하는 주조업체 또한 고객의 요청에 의해 급속히 JIT 또는 적시생산방식으로 전환하고 있는 실정이다. 영세한 주물업체 경우 매우 한정된 수의 주조기와 용융로(melting furnace)를 사용하여 다양한 주물을 생산하므로 소재, 용융로, 그리고 주조기계의 효율적 이용은 납기 달성과 원가관리에 매우 중요하다. 특히 최근 고철, 선철 및 기타

비철금속 원자재 가격이 급등함에 따라 주어진 주문을 최소의 자원으로 납기 내에 납품하기 위해서 최적의 스케줄링(scheduling)이 절대적으로 필요하다.

이러한 필요에 부응하여 주조공장에서 주물의 효율적 생산을 위한 스케줄링에 관한 연구가 진행되어왔다. Harjunkoski 등은 혼합정수계획법(Mixed Integer Programming)을 이용한 철강공장의 생산 스케줄링에 대하여, 그리고 Lally 등은 연속주조공정에서 비용을 최소화하는 스케줄링에 대하여 연구하였다[12, 15]. 또한 최근 Deb 등은 Job-shop형 주조공장에서 최적 스케줄링을 시도하고 간단한 문제에 직접 적용하였다[8, 9]. 그러나 Deb 등의 연구는 주조현장에서 쉽게 적용할 수 있는 풀이방법이 아니라 전문가만이 다룰 수 있는 복잡한 유전알고리즘(Genetic Algorithm, GA)을 이용하여 비현실적 방법이다[9, 16]. 따라서 Deb 등이 제안한 GA를 간단한 스케줄링 문제에 적용하였음에도 선형계획법(Linear Programming, LP)에 비해 풀이과정이 복잡하여, 결국 LP로 최적값을 찾는 것보다 매우 비능률적이다[4, 5, 16].

이를 보완하고 동시에 잉곳 무게제한 조건을 고려한 현실적 생산조건하에서 최적생산일정을 얻기 위하여, 저자는 선행 연구에서 간단한 새로운 알고리즘을 적용한 선형계획법으로 좋은 스케줄링 결과를 얻었다[3]. 그러나 선행 연구에서는 주조기계를 사용하지 않고 대신 이론적으로 무한히 많은 모래주형을 사용하는 사형주조(sand casting) 공장만을 연구대상으로 하였으므로, 주조기계의 시간제약조건을 전혀 고려하지 않았다. 또한 JIT 생산조건하에서 필연적으로 발생하는 ‘적시에 적량’이라는 또 다른 중요한 제한조건도 추가되어야 한다. 실제 JIT를 고려한 모델링 및 풀이에 관한 연구들은 다수 있으나 JIT를 고려한 주조공장의 생산계획에 대한 연구는 거의 없다[1, 18]. JIT조건을 고려한 본 연구에서는 [3]이 제안한 선형계획법을 더욱 확장하여 현실적인 시간 제한조건과 JIT에 따르는 생산량의 조절 문제를 논리적으로 정의하고, 매우 현실적인 주조업체의 생산조건하에서, 용융로의 효율을 최대화하는 목적함수를 만족하는 여러 종류의 주물제품의 최적 생산일정을 계산한다.

## 2. JIT 생산에서 주조 생산계획

소비자의 기호가 다양해지면서 제품 수명이 크게 단축되고 매출액과 수주량에 기복이 커지며 납기가 짧아짐으로써, 제품의 납품에 있어서도 수차례에 걸친 소량 납품이 요구되자 필연적으로 디트로이트 식 자동화(hard automation)는 종말을 고하고 이를 대체하는 새로운 생산방식의 출현이 불가피하였다. 또한 고 임금 시대에 진

입합에 따라 생산시스템 내에 존재하는 낭비적 요소를 제거하여 생산원가를 낮추는 노력을 기울이게 되어 생산시스템에서 재고와 생산기간을 줄이는 것이 생존을 위한 기업의 경쟁요소가 되었다. 고객의 요구에 따라 적량을 적기에 공급하기 위해서는 생산리드 타임이 짧아야 하고, 생산공정 간에 정체 및 대기 시간을 줄여 생산의 흐름을 유지하여야 한다.

제조업체들의 전통적인 부품공급 방식은 다량의 재고를 한꺼번에 입고시키고 생산량에 따라서 재고가 소진될 시점에 다시 발주를 내는 방식이었다. 물론 이 방법은 결품이 적고 안전하게 재고관리를 할 수 있으나, 현재 자동차완성차업체 경우, 일일 생산대수에 필요한 실제 양보다 훨씬 많은 부품들을 구매하여 창고에 재고로 보관하는 방식은 가급적 지양하고 있다. 대신 부품에 '간판(Kanban)'이라 불리는 표를 부착하여 실시간으로 소비되는 부품수량에 대한 정보를 협력업체와 공유하고 있다. 또한 완성차공장내에서도 필요한 물품을 필요할 때에 필요한 양만큼 후공정이 선공정으로부터 가져가고 대신 선공정은 소비된 수량만(간판의 수) 제조하여 재고를 보충하는 방식을 도입하여 재고를 최소 재고 수준으로 생산활동을 지속할 수 있다.

따라서 자동차업체에 부품을 납품하는 많은 주물공장 또한 각기 다른 크기와 형상의 여러 종류 주물단품을 동일한 소재로 한꺼번에 만들도록 주문받는 경우가 흔하다. 이 경우 전술한 바와 같이 극히 적은 수의 장비(용융로 및 주조기계)를 모든 종류 주물에 공동으로 사용하여 전량을 납기 내에 생산하여야 한다. 그러므로 용융로의 용량, 주조기계의 가동가능 시간 등을 고려하여, 용융로의 효율을 높이고 재료 사용량을 최소화하는 동시에 주문량을 납기 내에 생산할 수 있는 생산계획이 필요하다. 본 연구에서는 다음과 같은 JIT 시스템으로 제품을 납품하는 실제 주물공장의 매우 현실적인 생산조건하에서, 용융로의 최대 효율과 JIT 방식에 부합하는 납기를 만족하는 주물부품의 생산 스케줄링을 찾아내는 것을 목표로 한다.

동일한 합금의 주물들을 생산할 수 있는 자동화된 주조기계를 1대 보유한 주조공장장에서 총 N가지 종류의 동일합금 주물 부품을 동시에 주문받아 납기 T shift이내에 생산한다. 이 때 종류 n의 부품마다  $w_n$ 의 단위무게를 가진 주물을 각각  $r_n$ 개씩 생산한다고 가정하자. 그리고 실제 많은 소규모 주조 공장처럼 이 공장도 증설에 따라 고가의 용융로를 하나씩 순차적으로 구매하여 용량과 성능이 다른 두 개의 용융로가 있다. 용융로에서 녹인 용탕이 모두 소진된 후에는 기 사용한 로를 청소한 후 새로운 고체상태의 잉곳을 용융하여야 하므로 다음 shift에는 다른 로가 대체 투입되어야 한다 따라서 본 연구에

서는 전체 생산기간 동안 용량이 각각  $M_I$ ,  $M_{II}$ 인 용융로를 모두 이용하되, 한 shift 당 한 개의 로에서 소재를 1회 용융하며 shift별로 용융로도 번갈아 사용된다고 설정한다. 그러므로 1shift 당 생산가능한 주물의 수는 용융로에서 최대 용융되는 소재의 양에 의해 제한된다.

또한 저렴한 1회용 모래주형의 숫자가 이론적으로 무한히 많아 시간의 제약이 없는 사형구조와 달리, 본 연구에서는 기계를 사용하여 구조함으로써 1개의 주물이 완성될 때까지 다음 주물을 생산할 수 없기 때문에 결국 1shift 당 생산가능한 주물의 수는 주조기계의 가동시간에 의해서도 제한된다. 그런데 실제 주물 1개의 주조에 소요되는 시간의 대부분은 용탕 냉각, 용탕이 고체 상태로 변하는 상변태(phase transformation), 그리고 고체 주물의 냉각에 소요되는 시간의 합인 응고시간(solidification time)이다. 주물과 주형 사이의 열저항이 작은 단열주형(insulating mold)의 경우 주물의 응고시간은 일반적으로 Chvorinov 법칙에 의하여 다음 식과 같이 나타낼 수 있다 [10].

$$\text{solidification time} = C \left( \frac{\text{volume}}{\text{surface area}} \right)^2 \quad (1)$$

위 식에서 상수 C는 주형재료, 잠열(latent heat)을 포함한 용탕의 성질 그리고 온도를 반영하는 계수이다. 본 연구에서는 종류 n주물 1개 당 용융로에서 주조기계로 용탕을 옮기는 ladling 시간, 용탕 주입시간, 응고시간 및 주형으로부터 주물의 취출(取出)에 소요되는 시간의 총합을  $s_n$ 이라 정의하며, 전술한바 대로 이 중 응고시간이  $s_n$ 의 대부분을 차지한다.

마지막으로 본 주물공장이 납품하는 N개 종류의 주물 부품들은 고객의 JIT 생산일정에 맞추어 주조되어야 한다. 적시생산방식을 채택하고 있는 고객은 주조업체가 T shift내에 주물을 전량 납품하도록 하되 전량을 T shift 후에 한꺼번에 납품하는 것이 아니라, T shift를 다시 총  $T_j$ 개의 구간으로 나눈 다음( $T_j$ 는 T의 인수이다), 종류 n 부품을  $T_j$  기간 동안 균등하도록 납품하되 적어도 최소 몇 개 이상의 부품이 1회에 납품되도록 한다. 이는 최소한의 부품이 한꺼번에 입고되어야 공장 내 가공라인을 가동함으로써 라인의 빈번한 셋업(setup)으로 인한 터무니 없는 수준의 셋업비용(setup cost)과 셋업 시간(setup time)을 회피할 수 있기 때문이다. 또한 부품 n과 부품 m이 조립되는 경우 또는 기타 이유로 고객이 미리 결정하여 통보한 어느 일정 비율대로 n부품의 개수와 m부품의 개수를 맞추어 매  $T_j$  기간마다 납품되도록 하기도 한다.

다음 장에서는 선형계획법(LP)을 사용하여 전술한 주조공장의 현실적인 실제 생산 조건하에서 용융로의 효율

을 최대화하고 JIT 납품조건을 만족시키며 납기 내에 생산을 완료할 수 있는 최적의 스케줄링, 즉 t번째( $t = 1, \dots, T$ ) shift에 생산할 주물의 종류(n)와 그 주물의 수( $x_n$ )를 결정하는 스케줄링을 찾는 방법을 설명한다.

### 3. 선형계획법을 이용한 스케줄링

일반적인 주조 공장에서 이루어지는 다품종 제품과 주조기계에 대한 주조 생산계획은 선형계획법을 이용하여 표현할 수 있다. 선형계획법은 경영과학(Operational Research) 기법 중에서 가장 널리 알려져 있고 광범위하게 이용되고 있는 기법 중의 하나이다[16]. 선형계획법의 핵심은 여러 선형 제약 조건을 가진 의사결정변수가 역시 선형의 목적함수를 이룰 때 목적함수를 최적화함으로써 의사결정변수를 찾는다는 사실이다. 또한 의사결정변수는 두 개 이상이어야 하고 완전한 가분성(divisibility)을 가져야 하며, 문제 설정에 사용되는 모든 상수와 계수는 확정적(deterministic)이어야 한다. 선형계획법은 의사결정변수가 정수로 한정되는 정수계획법, 변수의 일부가 정수로 나와야 하는 혼합정수계획법, 그리고 모든 변수가 0과 1의 값만 가지는 0-1 정수계획법 등으로 나뉜다. 각 shift 당 생산되는 주물의 개수가 반드시 0 또는 양의 정수로 나와야 하는 Job-Shop형 주물공장 생산계획은 이중 정수계획법을 사용하여 풀기에 적합하다

t번째 ( $t = 1, \dots, T$ ) shift에 사용되는 로의 용량을  $M_t$ 라고 정의한다. 용량이  $M_I, M_{II}$ 인 서로 다른 두 개의 로를 번갈아 사용하기로 설정했으므로 t가 홀수일 때는  $M_t = M_I$ , 짝수일 때는  $M_t = M_{II}$ 가 된다. 일반적인 주조 공정에서는 로의 최대 용량만큼 용탕을 녹여서 사용하므로 t번째 shift에서 공급되는 용탕은 로의 용량  $M_t$ 과 동일하다고 말할 수 있다. 또한 t번째 shift에서 주조 공정에 할당되는 가용 생산 시간을  $P_t$ 라고 정의한다.

주물공장 생산계획의 목적은 각 shift에서 주조되는 모든 제품의 주물 개수, 즉  $N \times T$ 개의 변수  $x_{nt}$  ( $n = 1, \dots, N, t = 1, \dots, T$ )를 구하는 일이다. 납기 T shift가 끝날 때 각 종류는 주문량  $r_n$ 만큼 생산되어야 하므로  $x_{nt}$ 는 아래와 같은 등식 제한조건(equality constraint)을 가진다.

$$\sum_{t=1}^T x_{nt} = r_n, \quad n = 1, \dots, N. \quad (2)$$

t번째 shift에서 만들어지는 모든 종류의 제품들 무게의 합이 제공되는 용탕 중량  $M_t$ 를 초과하지 않아야 하므로  $x_{nt}$ 는 다음과 같은 부등식 제한조건(inequality con-

straint)을 가진다.

$$\sum_{n=1}^N w_n x_{nt} \leq M_t, \quad t = 1, \dots, T. \quad (3)$$

위 식에서  $w_n$ 는 앞에서 정의했듯이 종류 n 부품의 단위 무게이다. 다음으로는 각 shift에서 고려해야 하는 시간 조건에 대해서 기술한다. 앞 장에서 종류 n 제품 한 개가 생산되는 데 걸리는 시간을  $s_n$ 이라고 정의하였다. t번째 shift에서 주조되는 종류 n제품은  $x_{nt}$ 개이므로  $s_n x_{nt}$ 의 시간이 소요된다. 그런데 본 연구에서 설정한 주조 생산 라인인 주물 기계 한 개를 사용하므로 한 번에 한 종류의 제품만을 주조할 수 있다. 따라서 t번째 shift에 할당된 제품들을 생산하는 데 걸리는 시간은 각 제품 종류별 생산 시간을 모두 더한  $s_1 x_{1t} + \dots + s_N x_{Nt}$ 이 된다. 이 값이 shift별 가용 생산 시간  $P_t$ 를 넘지 말아야 하므로 아래와 시간제한조건을 얻는다.

$$\sum_{n=1}^N s_n x_{nt} \leq P_t, \quad t = 1, \dots, T. \quad (4)$$

마지막으로 JIT 생산조건으로 결정되는 제한조건을 구한다. 앞 장에서 설명했듯이 주조를 통해 생산되는 제품들 중 다음 두 가지 JIT 생산조건을 만족시켜야 하는 제품 종류가 존재한다.

- i) N개 종류의 제품 중 특정 종류의 한 제품은 T shift에서 다시 나뉜 TJ개의 구간 동안 일정 개수 이상 생산되도록 스케줄링 되어야 한다.
- ii) N개 종류의 제품 중 특정 두 종류의 제품은 두 제품 생산량의 비율이 TJ개의 구간마다 일정 비율 이상으로 생산되어야 한다.

조건 i)에 해당하는 제품 종류를 a라고 하고 조건 ii)에 해당하는 제품 종류 쌍을 b, c라고 하자(종류 a의 제품이 b, c 제품 중 하나가 될 수도 있다). T번의 shift를  $T_1$ 개의 구간으로 다시 나누면  $T_1$ 개의 각 구간에 포함되는 shift의 개수는  $V := T/T_1$ 가 된다. 각 구간 동안 만들어져야 하는 종류 a 제품의 최소 생산 개수를  $\sigma$ 라 하면  $x_{at}$ 는 다음과 같은 조건을 만족시켜야 한다.

$$\sum_{p=1+Vq}^{V+Vq} x_{ap} \geq \sigma, \quad q = 0, \dots, T_1-1 \quad (5)$$

$q = 0, \dots, T_1-1$ 에 대해서 위 식이 모두 만족되면 a

제품이 V번의 shift 동안  $\sigma$ 개가 생산되어야 하는 JIT 조건 i)이 만족된다. 최소 생산 개수  $\sigma$ 는 종류 a의 총 주문량  $r_n$ 을 고려해서 결정되어야 한다.  $\sigma$ 와  $T_j$ 의 곱이  $r_n$ 보다 크다면 JIT 생산조건 (5)와 등식 제한조건 (2)는 상충하므로  $\sigma$ 는 아래 식과 같이 크기가 제한되어야 한다.

$$\sigma \leq r_n/V \quad (6)$$

위 식에서  $\sigma = r_n/V$ 라면 식 (5)도 등식 제한조건이 된다.

b 제품과 c 제품의 생산 개수 비율이 일정 값 이상이 되어야 한다는 조건 ii)는 b와 c 제품이 조립될 때 단가가 높은 제품의 재고 물량을 없애기 위해서 도입되었다. 예를 들어 b 제품 한 개와 c 제품 세 개가 결합되어 한 물품으로 조립된다고 하자.  $T_j$ 개의 각 구간마다  $b \leq 3c$ 로 비율 제한조건을 설정하면 단가가 높은 b 제품의 재고를 없앨 수 있다. 경우에 따라서는 b 제품과 c 제품의 결합 비율이 하나 이상 나올 수도 있다. 예를 들어 4실린더 엔진과 6 실린더 엔진을 동시에 생산하는 경우부품들의 조립비율은 달라질 수 있다. b 제품 1개와 c 제품 3개, 또는 b 제품 2개와 c 제품 3개가 조립될 수 있다고 하자. 그렇다면 b 제품 재고를 없애기 위한 조건은  $b \leq 3c$ ,  $2b \leq 3c$ 이므로 최종 JIT 조건식은  $b \leq 1.5c$ 로 귀결된다.

위 논의를 일반화시켜 식으로 나타내면 다음과 같다. b, c 제품 중 더 적은 개수로 결합되는 제품을 b라고 하자. b 제품 한 개와 결합될 수 있는 c 제품의 결합비율  $\lambda_1, \dots, \lambda_k$ 라고 하면  $T_j$ 개의 각 구간마다 b와 c 제품의 생산량이 만족시켜야 하는 JIT 조건식은 다음과 같다.

$$\sum_{p=1+Vq}^{V+Vq} x_{bp} \leq \min(\lambda_1, \dots, \lambda_k) \times \sum_{p=1+Vq}^{V+Vq} x_{cp}, \quad q = 0, \dots, T_j-1 \quad (7)$$

식 (7)이 유효할 때 JIT 생산조건 ii)가 만족된다.

최적의  $x_{nt}$ , 즉 t번째 shift 또는 t번째 용융(melting)에서 주조되는 종류 n의 주물 개수를 결정하는 데 타당한 평가지표 중의 하나는 녹인 용탕 중 주조에 실제 사용된 용탕의 양이 얼마나 되는가를 보는 일이다[8, 9]. 본 연구에서도 '투입된 용탕  $M_t$  대비 실제 주조된 주물생산량  $\sum_{n=1}^N w_n x_{nt}$ 의 비'로 정의되는 '용융(melting) t의 효율'을 구한 후 T회에 걸친 모든 용융들의 평균 효율을 최대로 하는 것을 최적화 문제의 목적함수로 정한다. t번째 용융의 효율을 나타내면 다음 식과 같다.

$$\text{용융 t의 효율} = \sum_{n=1}^N w_n x_{nt} / M_t \quad (8)$$

식 (2)~(7)에서 구한 제한조건과 용융 평균 효율을 결합하여 주조 스케줄링 최적화 문제를 선형계획법으로 나타내면 아래와 같다.

$$\text{Maximize } \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \sum_{n=1}^N w_n x_{nt} / M_t \quad (9)$$

$$\text{Subject to } \sum_{t=1}^T x_{nt} = r_n, \quad n = 1, \dots, N. \quad (10)$$

$$\sum_{n=1}^N w_n x_{nt} \leq M_t, \quad t = 1, \dots, T. \quad (11)$$

$$\sum_{n=1}^N s_n x_{nt} \leq P_t, \quad t = 1, \dots, T. \quad (12)$$

$$\sum_{p=1+Vq}^{V+Vq} x_{ap} \geq \sigma, \quad q = 0, \dots, T_j-1 \quad (13)$$

$$\sum_{p=1+Vq}^{V+Vq} x_{bp} \leq \min(\lambda_1, \dots, \lambda_k) \times \sum_{p=1+Vq}^{V+Vq} x_{cp}, \quad q = 0, \dots, T_j-1 \quad (14)$$

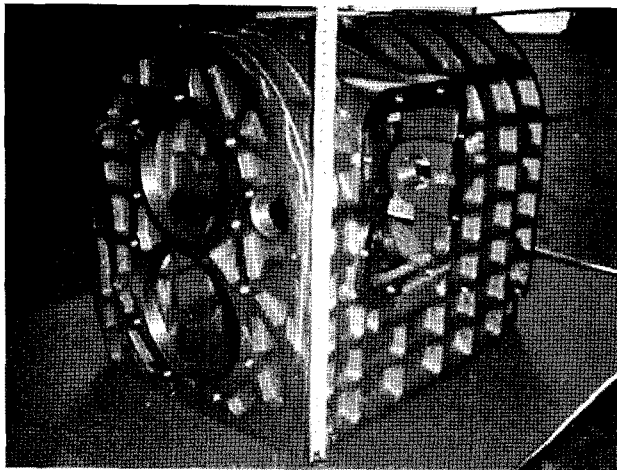
$$x_{nt} \geq 0, \quad x_{nt} \text{는 정수} \quad (15)$$

앞서 기술한 대로 식 (10)은 생산량과 수요량 일치 조건, 식 (11)은 용탕 총량 조건, 식 (12)는 생산시간 제약조건, 그리고 식 (13), (14)는 JIT 생산조건을 각각 표현한다. 또 주조공장 생산 계획에서 각 shift 당 생산되는 주물의 개수는 반드시 0 또는 양의 정수로 나와야 하므로 의사결정변수  $x_{nt}$ 는 식 (15)와 같은 조건을 가져야 한다. 즉 위의 선형계획법은 변수가 정수인 정수계획법의 일종이다. shift 횟수 T와 제품 종류 N이 증가하면 의사결정변수  $x_{nt}$ 의 개수는 선형적으로 증가하므로 위 문제는 적절하게 정의되었다고 해석될 수 있다.

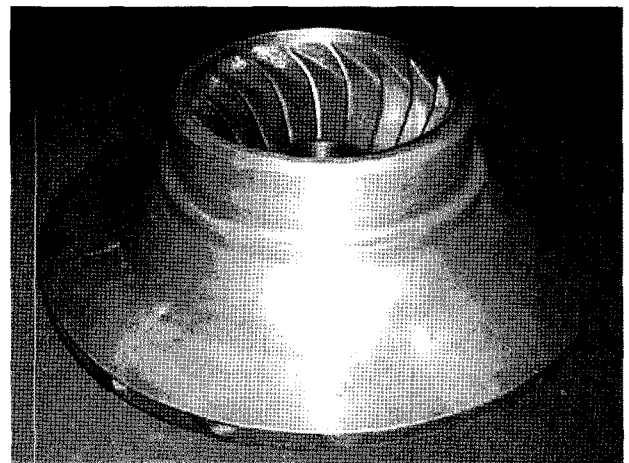
#### 4. 모의실험

본 논문에서 제안한 최적화 기법의 응용성을 보이기 위해서 가상의 주물공장을 설정한다. 이 주물공장은 주조용 알루미늄 합금인 ASTM B26 356-T6 소재로[2] 단위 중량이 각각  $w_1 = 60$ ,  $w_2 = 26$ ,  $w_3 = 37$ [kg]인 트랜스미션 케이스(T/M Case)(종류 n = 1), 클러치 하우징(Clutch Housing)(종류 n = 2), 그리고 터보 임펠러(Turbo Impeller)(종류 n = 3) 등 세 종류(N=3) 주물제품을 납기 T=12 shift 내에 납품하도록 고객으로부터 주문받았다. <그림 1>~<그림 3>은 각 주물의 실제 사진이다.

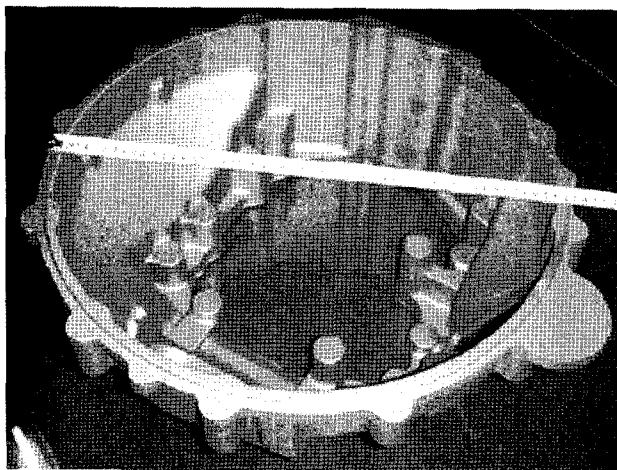
납품 수량은 각 주물 종류별로  $r_1 = 80$ ,  $r_2 = 200$ ,  $r_3 = 100$ [개]이다. 그런데 트랜스미션 케이스의 경우 고객은 자사의 JIT 재고 관리일정에 맞추어 총 12 shift를 4등분한 다음( $T_j = 4$ ,  $V = 12/4 = 3$ ), 각 기간 내에 약 1/4씩 납



<그림 1> 트랜스미션 케이스(Transmission Case)



<그림 3> 터보 임펠러(Turbo Impeller)



<그림 2> 클러치 하우징(Clutch Housing)

<표 1> 주문 내용 및 생산 조건

주물제품의 종류 (N)	Transmission Case	Clutch Housing	Turbo Impeller
수량( $r_n$ ) [개]	80	200	100
단위중량( $w_n$ ) [kg]	60	26	37
주조시간( $s_n$ ) [min.]	21.1	9.6	12.5
JIT 생산 구간(TJ)	4		
JIT 생산 조건 i)	a = 1, $\sigma$ = 16		
JIT 생산 조건 ii)	b = 1, c = 2, $\min_i \lambda_i = 1.5$		
용융로 용량( $M_i$ ) [kg]	1200		1400
납기 또는 생산기간(T)	12		
shift 당 할당 시간 $P_i$ [min.]	480		

품하도록 하되 setup 시간 및 비용 때문에 한 번에 최소한 16개 이상씩의 부품을 납품하도록 요구한다( $a = 1, \sigma = 16$ ). 또한 공장내 가공라인의 용량(capacity)과 기타 이유로 클러치 하우징의 수와 트랜스미션 케이스의 수의 비가 2 : 1 또는 3 : 2 이상 되도록 한다는 납품조건을 추가로 제시하였다( $b = 1, c = 2, \min_i \lambda_i = 1.5$ . 식 (14) 참조).

이러한 수요에 대응하는 주조공장의 생산설비는 제 3장에서 설정한 대로 자동화된 주조기계 1대와 2대의 용융로로 구성된다. 용융로의 용량은 각각  $M_I = 1,200$ [kg] 및  $M_{II} = 1,400$ [kg]이며 흡수 번째 shift에는  $M_I$ 를 사용하며, 짝수 번째 shift에는  $M_I$ 로를 정비하는 관계로  $M_{II}$ 를 번갈아가며 1대씩 투입한다.

다음은 60[kg]짜리 트랜스미션 케이스의 예를 들어 중요한 생산조건인 시간제약에 대하여 자세히 알아본다. 알루미늄의 밀도가 2.7[g/cm<sup>3</sup>]이므로 이 제품의 부피는 약 22,222[cm<sup>3</sup>]이다. 주조시간의 대부분을 차지하는 응고

시간은 다음과 같이 계산할 수 있다. 트랜스미션 케이스의 형태가 완전한 구(sphere)라 가정하면 표면적은 3,822[cm<sup>2</sup>]이며 따라서 응고시간은 식 (1)의 Chvorinov 법칙에 의해 부피/표면적 비의 제곱인  $(22,222/3,822)^2 = 33.81$ 에 비례상수(C)를 곱한 값이다. 공정조성(eutectic composition)의 알루미늄 합금은 577[°C]의 용융점을 가지므로 superheat를 더하여 일반적으로 약 600[°C]에서 주조하며, 알루미늄의 비열 903[J/kg·°C]을 적용하고 200[°C]에서 주물을 취출한다고 가정하면 총 60[kg] × 903[J/kg·°C] × (600 - 200)[°C]이다. 그러므로 주물은 그 동안 총 21,672,000[J]의 열량을 방열한다. 알루미늄 주조 시 용탕과 주형 및 공기와의 열전달 계수의 평균을 약 100[Joule/sec m<sup>2</sup>·°C]라 하면 heat flux는 40,000[W/m<sup>2</sup>]이고 따라서 응고시간은 1,417초 또는 약 23.6분이며 결국 비례상수(C)는 약 41.9가 된다[13].

그러나 실제 트랜스미션 케이스 형상은 구가 아니며

<표 2> 주물 제품별 생산량( $x_{nt}$ ) (JIT 조건 없음)

Shift	제품별 생산 개수			용탕 (Wi)[kg]	사용 melt [kg]
	Transmission Case	Clutch Housing	Turbo Impeller		
1	0	2	31	1200	1199
2	22	1	0	1400	1346
3	0	46	0	1200	1196
4	22	0	0	1400	1320
5	0	44	1	1200	1181
6	22	0	0	1400	1320
7	0	43	2	1200	1192
8	0	0	0	1400	0
9	13	14	1	1200	1181
10	0	4	29	1400	1177
11	0	46	0	1200	1196
12	1	0	36	1400	1392
계	80	200	100	15,600	13,700

<표 3> shift별 효율 및 생산 소요 시간

Shift	효율 [%]	제한 시간 [min.]	주조 시간 [min]
1	99.92	480	406.7
2	96.14	480	473.8
3	99.67	480	441.6
4	94.29	480	464.2
5	98.42	480	434.9
6	94.29	480	464.2
7	99.33	480	437.8
8	0	480	0
9	98.42	480	421.2
10	84.07	480	400.9
11	99.67	480	441.6
12	99.43	480	471.1
평균 효율	88.64		

주물의 상변화 시 일어나는 잠열의 영향, 복사에 의한 열 전달 등 매우 복잡한 상변태 및 열전달 현상과 레이드링(ladling) 시간, 용탕 주입과 취출에 소요되는 추가적인 시간을 고려하지 않았기 때문에 주조업체에서 측정한 실제 응고시간인  $s_1 = 21.1$ 분과 위 계산 결과 사이에 오차가 발생한다.

마지막으로 1shift 당 기계의 가용 시간은 8시간, 즉  $P_i = 480$ (분)으로 정하였다. 위와 같은 주문 및 생산관련 정보를 <표 1>에 모두 요약 정리하였다.

본 연구에서는, 이러한 매우 현실적인 주조공장에서의

<표 4> <표 2>에 대한 JIT 생산 조건

JIT 생산 구간	Transmission Case 최소 생산 개수	Transmission Case 실제 생산 개수	Clutch Housing실제 생산 개수	JIT 생산 조건 만족 여부
1~3	16	22	49	○
4~6	16	44	44	×
7~9	16	13	57	×
10~12	16	1	50	×

<표 5> 주물제품별 생산량( $x_{nt}$ ) (JIT 적용)

Shift	제품별 생산 개수			용탕 (Wi) [kg]	사용 melt [kg]
	Transmission Case	Clutch Housing	Turbo Impeller		
1	13	16	0	1200	1196
2	13	2	0	1400	832
3	0	43	2	1200	1192
4	22	0	0	1400	1320
5	0	46	0	1200	1196
6	0	0	8	1400	296
7	0	0	32	1200	1184
8	16	0	11	1400	1367
9	0	46	0	1200	1196
10	16	0	10	1400	1330
11	0	46	0	1200	1196
12	0	1	37	1400	1395
계	80	200	100	15,600	13,700

생산조건을 LP로 풀어 최적의 스케줄링을 얻기 위하여, 마이크로소프트 엑셀(Microsoft Excel)과 연동되어 작동되는 최적화 소프트웨어인 Premium Solver Platform을 이용하였다. 이 상용프로그램은 LP, Non-LP을 모두 수행할 수 있으며 정수계획법(IP)으로 문제를 풀기위하여 branch and bound 방법, cut generation 방법 등을 사용한다 [11].

본 논문의 주요 목적인 JIT 생산조건의 만족 여부를 비교하기 위해서 모의실험에서는 JIT 생산조건을 고려하지 않은 선형계획법 결과와 JIT 생산조건을 고려한 선형계획법 결과를 서로 비교하기로 한다. <표 2>~<표 4>는 JIT 생산조건, 즉 제 3장에서 정의한 문제 설정 중 제한조건 (13)과 (14)를 제외하고 선형계획법을 푼 결과이다. <표 2>와 <표 3>에서 알 수 있듯 이 결과는 식 (10)의 생산량과 수요량 일치 조건과 식 (11)의 용탕 총량 조건, 그리고 식 (12)의 시간 제한조건을 모두 만족한다. 그러나 JIT 생산조건을 고려하지 않았으므로 <표 4>에서처럼 트랜스미션 케이스의 균등 생산조건과 트랜스미션 케이스와 클러치 하

<표 6> shift별 효율 및 생산 소요 시간

Shift	효율 [%]	제한 시간 [min.]	주조 시간 [min]
1	99.67	480	427.9
2	59.43	480	293.5
3	99.33	480	437.8
4	94.29	480	464.2
5	99.67	480	441.6
6	21.14	480	100
7	98.67	480	400
8	97.64	480	475.1
9	99.67	480	441.6
10	95.00	480	462.6
11	99.67	480	441.6
12	99.64	480	472.1
평균 효율	<b>88.65</b>		

<표 7> <표 5>에 대한 JIT 생산 조건

JIT 생산 구간	Transmission Case 최소 생산 개수	Transmission Case 실제 생산 개수	Clutch Housing 실제 생산 개수	JIT 생산 조건 만족 여부
1~3	16	26	61	○
4~6	16	22	46	○
7~9	16	16	46	○
10~12	16	16	47	○

하지 않음을 확인함으로써 소재사용의 평균효율을 보전하는 동시에 현실적인 JIT 생산조건을 만족시키는 보다 실제적인 결과를 얻었다. 이 연구결과는 주조공장 현장에서 실제 적용이 가능하여 주조산업의 원가 및 납기 경쟁력 제고에 기여할 것이다.

참고문헌

- [1] 김대홍; "JIT구매 하에서 원자재를 고려한 다품목의 통합재고모형에 관한 연구", 산업경영시스템학회지, 31(1) : 49-58, 2008.
- [2] 대신금속; <http://www.ds-al.com>.
- [3] 박용국, 양정민; "잉곳 무게 제한 조건을 고려한 job-shop형 주물공장의 스케줄링", 산업경영시스템학회지, 31(3) : 17-23, 2008.
- [4] 오명진; "다목적 비선형 혼합정수계획법을 이용한 셀 형성", 산업경영시스템학회지, 23(61) : 41-50, 2000.
- [5] 유병철, 이민우; "0-1 정수계획법을 이용한 일정계획 시스템 개발", 한국공업경영학회지, 19(38) : 139-146, 1996.
- [6] 화천수; 주조응고, 일본금속학회, p. 308, 반도출판사, 1996.
- [7] Ahamad, S., Schroeder, R. G., and Sinha, K. K.; "The role of infrastructure practices in the effectiveness of JIT practices: implication of plant competitiveness," *Journal of Engineering and Technology Management*, 20 : 161-191, 2003.
- [8] Deb, K. and Reddy, A. R.; "Large-scale scheduling of casting sequences using a customized genetic algorithm," *Lecture Notes in Computer Science*, 2936 : 141-152, 2004.
- [9] Deb, K., Reddy, A. R., and Singh, G.; "Optimal scheduling of casting sequence using genetic algorithms," *Materials and Manufacturing Processes*, 18(3) : 409-432, 2003.
- [10] Flemings, M. C.; *Solidification Processing*, McGraw Hill, New York : 6-12, 1974.
- [11] Frontline System, Inc., *Premium Solver Platform User Guide*, Incline Village, NV, 2007.

우징 수의 비율 조건을 만족하지 않는 구간이 발생하였다.

<표 5>~<표 7>은 JIT 생산조건을 고려하고 선형계획법을 푼 후 나온 스케줄링 결과이다. <표 7>처럼 모든 shift 구간에서 식 (13)과 (14)의 JIT 생산조건이 만족되었다. 또한 선형계획법의 목적함수인 평균 효율도 88.65%로서 (<표 6>) JIT 조건을 고려하지 않은 결과인 88.64% (<표 3>)와 거의 차이가 없다. 그러므로 본 논문에서 제안한 선형계획법은 소재사용의 평균효율을 최대한 보전하는 동시에 현실적인 JIT 생산조건을 만족시키는 보다 실제적인 결과이다.

5. 결 론

본 논문에서는 자동화된 주조설비를 갖춘 주조공장에서 주어진 납기 내에 동일 합금으로 주조되는 다양한 종류의 주물들을 복합적으로 생산할 때 용탕의 효율을 최대화하는 최적 스케줄링에 대한 연구를 수행하였다. 여러 가지의 주물제품들이 동일한 용융로를 사용하며 또한 제품별로 동일한 주조기에 의해 생산되어 시간제약조건이 고려되어야 하므로 이를 반영하는 복잡한 다 변수, 다 제약조건을 가진 최적화 문제 해결에 GA대신 선형계획법(LP)을 이용하였다. 사례 연구를 통하여 시간제약조건을 고려하지 않은 일반 사형주조공장의 제품생산 계획과 상이한 스케줄링 결과를 얻었다. 또한 최근 부품재고의 최소화를 위하여 적시생산방식을 원하는 고객의 요구에 부응하고 또 생산되는 주물들 간에 일정비율로 조립되는 매우 현실적인 생산조건을 만족하는 JIT 생산계획을 얻을 수 있었다. 이때 용탕의 효율 또한 크게 변



- [12] Harjunkski, I. and Grossmann, I. E.; "A decomposition approach for the scheduling of a steel plant production," *Computers and Chemical Engineering*, 25 : 1647-1660, 2001.
- [13] Incropera, F. and Dewitt, D.; *Introduction to Heat Transfer*, 2nd Edition, John Wiley and Sons, New York : 1990.
- [14] Kalpakjian, S. and Schmid, R. S.; *Manufacturing Processes for Engineering Materials*, 4th Edition, Prentice Hall, Inc., New Jersey : 186, 2003.
- [15] Lally, B., Biegler, L., and Henein, A.; "A model for sequencing a continuous casting operation to minimize costs," *Iron and Steelmaker*, 10: 53-70, 1987.
- [16] Luenberger, D. G.; *Linear and Nonlinear Programming*, 2nd Edition, Addison-Wesley : 1989.
- [17] Tompkins, J. A., White, J. A., Bozer, Y. Z., Frazelle, E. H., Tanchoco, J. M. A., and Trevino, J.; *Facilities Planning*, 2nd Edition, Wiley, New York : 1996.
- [18] Veatch, M. H. and Caramanis, M. C., "Optimal manufacturing flow controllers : zero-inventory policies and control switching sets," *IEEE Transactions on Automatic Control*, 44(5) : 914-921, 1999.
- [19] Womack, J. P., Jones, D. T., and Roos, D.; *The Machine That Changed The World*, Harper Perennial, New York : 1991.