



콘크리트 구조물에서 크리프 계수 추정 방법

박종범¹⁾ · 박정일²⁾ · 장승필³⁾ · 조재열^{3)*}

¹⁾서울대학교 에너지자원신기술연구소 ²⁾제일엔지니어링 ³⁾서울대학교 건설환경공학부

Estimation Method of Creep Coefficient in Concrete Structures

Jong-Bum Park,¹⁾ Jung-Il Park,²⁾ Sung-Pil Chang,³⁾ and Jae-Yeol Cho^{3)*}

¹⁾Research Institute of Energy and Resources, Seoul National University, Seoul 151-744, Korea

²⁾Cheil Engineering Co., Ltd., Seoul 137-130, Korea

³⁾Dept. of Civil and Environmental Engineering, Seoul National University, Seoul 151-744, Korea

ABSTRACT To predict the time-dependent behavior of concrete structures, the models which describe the time-dependent characteristics of concrete, i.e. creep and shrinkage are required. However, there must be significant differences between the displacements that are obtained using the given creep and shrinkage models and the measured displacements, because of the uncertainties of creep and shrinkage model itself and those of environmental condition. There are some efforts to reduce these error or uncertainties by using the model which are obtained from creep test for the concrete in construction site. Nevertheless, the predicted values from this model may be still different from the actual values due to the same reason. This study aimed to propose a method of estimating the creep coefficient from the measured displacements of concrete structure, where creep model uncertainty factor was considered as an error factor of creep model. Numerical validation for double composite steel box and concrete beam showed desirable feasibility of the presented method. Consideration of the time-dependent characteristics of creep as one of the error factors make it possible to predict long-term behaviors of concrete structures more realistically, especially long-span PSC girder bridges and concrete cable-stayed bridges of which major problem is the geometry control under construction and maintenance.

Keywords : time-dependent behavior, creep, uncertainty factor, geometry control

1. 서 론

시간에 따른 콘크리트구조물의 거동을 예측하기 위해서는 콘크리트의 크리프와 건조수축 등 시간의존특성을 묘사할 수 있는 모델이 필요하다. 이 모델들은 콘크리트의 배합특성과 상대습도 등 주위 환경의 영향을 고려하여 각각의 특성들을 표현한다. 하지만 모델에 의해 예측된 크리프와 건조수축 등은 모델 자체의 불확실성과 환경의 불확실성 때문에 상당히 큰 편차를 갖는다. 이를 해결하기 위하여 실제 구조물에 이용된 콘크리트를 이용한 단기 크리프 시험 결과를 이용한 예측식의 수정^{1,2)}을 통하여 모델의 불확실성을 줄이는 노력이 있어 왔다. 하지만 이 방법도 실제 구조물이 놓인 환경을 정확히 묘사할 수 없다는 점과 재료 자체의 불확실성 때문에 시험에서 얻은 크리프와 건조수축의 예측 값이 실제 구조물에서 발생하는 값과 다를 수 있다. 그리고 실제 단면에서는 온도·습도 등의 차이에 의해 단면의 내측부와

외측부의 크리프 및 건조수축 특성이 같지 않지만 현행 설계기준에서는 계산의 용이를 위하여 단면 내에서 위치에 상관없이 동일한 특성의 크리프 및 건조수축을 가정하여 해석에 사용한다.^{3,4)} 이 점 또한 실제 구조물에 거동의 예측과 실제 값의 차이를 발생시키는 점이다.

이러한 문제점을 해결하기 위해서 많은 연구자들이 모델³⁻⁵⁾을 제시하고 수정하여 왔다. 하지만 모델들이 수정되어도 이미 언급했듯이, 크리프와 건조수축 자체의 불확실성과 각각의 모델들이 모든 환경 변수를 포함하기 어려운 점 때문에 어느 정도의 오차는 있을 수 있을 것이다.

따라서, 이 연구에서는 기본적인 해석은 주어진 모델 또는 크리프 실험에서 얻은 결과로부터 얻어진 예측식을 사용하고 실제 구조물에서의 거동을 측정된 결과들과 비교하여 해석에 사용한 모델을 수정하여 이후의 장기거동에 대한 예측을 보다 합리적으로 수행할 수 있는 방법을 제시하고자 한다. 이 연구에서는 콘크리트의 시간의존거동에 영향을 미치는 요소 중 크리프에 대하여 살펴보고 개개의 구조물에서 크리프 모델에 포함되어 있는 변수와 관계되는 상수들을 바꾸는 것은 매우 어려우므로 크리프 모델 자체의 불확실 인자를 추정하는 것으

*Corresponding author E-mail: jycho@snu.ac.kr

Received March 5, 2009, Revised May 13, 2009

Accepted July 10, 2009

©2009 by Korea Concrete Institute

로 크리프 모델을 수정하였다. 그리고 콘크리트 부재에서 측정된 처짐으로부터 크리프 계수를 추정하는 방법의 타당성을 예제를 통하여 검증하였다.

2. 크리프 예측

2.1 크리프 함수

컴플라이언스 함수 $J(t, t_0)$ 는 시간 t_0 에 순간적으로 작용되고 일정하게 유지되는 단위 응력에 의해 발생하는 시간 t 에서의 변형을 나타내고, 시간 t_0 부터 응력 σ 를 지속적으로 받는 경우 시간 t 에서의 변형률 $\varepsilon_\sigma(t)$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$\varepsilon_\sigma(t) = \sigma J(t, t_0) \quad (1)$$

그리고 컴플라이언스 함수는 식 (2)와 같이 시간 t_0 에서의 탄성계수 $E(t_0)$ 의 역수인 순간 컴플라이언스 $1/E(t_0)$ 와 비크리프(specific creep) $C(t, t_0)$ 의 합으로 표현된다.

$$J(t, t_0) = \frac{1}{E(t_0)} + C(t, t_0) \quad (2)$$

비크리프는 단위 응력에 의해 발생하는 크리프 변형을 나타낸다. 순간 탄성 변형(ε_e)과 크리프 변형(ε_c)은 식 (3)과 (4)로 각각 정의되며 Fig. 1에 도시하였다. 비크리프는 순간 탄성 변형(ε_e)에 대한 크리프 변형(ε_c)의 비($\varepsilon_c/\varepsilon_e$)를 나타내는 크리프 계수 $\phi(t, t_0)$ 와 하중 재하 시점의 탄성계수의 비로 식 (5)와 같이 표현된다.

$$\varepsilon_e = \frac{1}{E(t_0)} \sigma \quad (3)$$

$$\varepsilon_c = C(t, t_0) \sigma = \phi(t, t_0) \varepsilon_e \quad (4)$$

$$C(t, t_0) = \frac{\phi(t, t_0)}{E(t_0)} \quad (5)$$

이 논문에서는 콘크리트의 재료 특성으로 ACI Committee

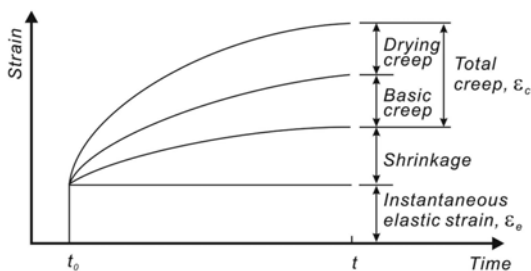


Fig. 1 Strain-time relationship of concrete under sustained loading

209 Model³⁾과 CEB-FIP Model Code 1990⁴⁾을 사용하였다. ACI Model에서 크리프 계수 $\phi(t, t_0)$ 은 식 (6)과 같이 최종적으로 발생하는 크리프를 나타내며 하중 재하시의 재령과 환경요인에 의해 결정되는 극한 크리프(the ultimate creep) ϕ_u 와 하중 재하 이후 시간에 따른 크리프의 발생 형상(development)을 표현하는 식의 곱으로 표현된다.

$$\phi(t, t_0) = \frac{(t-t_0)^{0.6}}{10 + (t-t_0)^{0.6}} \phi_u \quad (6)$$

CEB-FIP MC90에서는 크리프 계수 $\phi_{CEB}(t, t_0)$ 가 주어지고 이는 크리프 계수 $\phi(t, t_0)$ 와 하중 재하시의 탄성계수 $E_c(t_0)$ 와 재령 28일의 탄성계수 $E_c(28)$ 의 비인 $\beta_E(t_0)$ 의 곱으로 표현된다. 이로부터 크리프 계수 $\phi(t, t_0)$ 는 식 (7)과 같이 명목 크리프 계수(notional creep coefficient) ϕ_0 , 하중 재하 이후 시간에 따른 크리프의 발생 형상을 표현하는 $\beta_c(t-t_0)$, 그리고 하중 재하시의 탄성계수 $E_c(t_0)$ 와 재령 28일의 탄성계수 $E_c(28)$ 의 비인 $\beta_E(t_0)$ 의 곱으로 표현된다.

$$\phi(t, t_0) = \phi_0 \beta_c(t-t_0) \beta_E(t_0) \quad (7)$$

그리고 극한 크리프 계수 ϕ_u 는 $\phi_0 \beta_E(t_0)$ 로 표현된다.

시간단계별 해석(step-by-step method)을 수행하여 크리프 증분을 구할 때 모든 응력 이력을 고려해야하는 불편함을 해소하기 위하여 Dirichlet series를 이용한다.⁶⁾ 위의 두 가지 모델의 크리프 계수는 하중 재하 이후 시간에 따른 크리프의 발생 형상을 나타내는 식만을 Dirichlet series로 표현하여 식 (8)과 같이 극한 크리프 계수와의 곱으로 표현된다.

$$\phi(t, t_0) = \phi_u(t_0) \sum a_i [1 - e^{-(t-t_0)/\Gamma_i}] \quad (8)$$

여기서 Γ_i 는 지연시간(retardation time)으로 크리프 곡선의 형상을 지배하고 a_i 는 크리프 곡선의 크기를 지배하는 계수이다.

2.2 크리프 모델의 개선과 모델 불확실성 인자

크리프 모델은 실험에 의한 경험적 방법과 수학적 모델에 의한 해석적 방법에 의한 모델이 있다. 각각의 크리프 모델의 예측 정확성을 나타내는 지표로 크리프 모델의 오차계수(error coefficient) M 이 있으며 이는 측정된 크리프와 모델에 의해 예측된 크리프의 차이의 제곱 평균에 관한 계수이고 식 (9)와 같이 표현되며 변동 계수(coefficient of variation)와 유사하다.⁷⁾

$$M = \frac{1}{c(t, t_0)} \left\{ \frac{\sum [c(t, t_0) - c'(t, t_0)]^2}{n} \right\}^{1/2} \quad (9)$$

여기서 $c(t, t_0)$ 는 측정된 크리프, $c'(t, t_0)$ 는 모델에 의해 예측된 크리프, $\bar{c}(t, t_0)$ 는 n 번의 측정에 따른 크리프들의 평균이다. 오차계수 M 이 작을수록 오차 제공의 합을 최소화하는 것을 의미하므로 모델의 정확도가 높다고 할 수 있다.

Bazant와 Baweja⁵⁾는 기존의 여러 실험 자료들을 이용하여 최소의 변동 계수를 갖도록 모델에서 사용되는 변수에 관계된 상수를 변화시켜 크리프 모델인 B3 모델을 개선하고 ACI 모델, CEB 모델, 그리고 B3 모델에 대하여 전체 크리프, 기본 크리프, 건조수축(Fig. 1)에 대한 예측 모델들의 오차의 변동계수를 Table 1과 같이 제시하였다.

Madsen과 Bazant⁸⁾는 모델 불확실성 인자(model uncertainty factor) Ψ 를 도입하여 모델 불확실성 인자를 기존의 모델에 곱하는 방법으로 건조수축과 크리프의 불확실성을 고려하였다. ACI 모델의 경우에 적용하면 식 (6)은 식 (10)과 같이 표현되며 Ψ 의 평균은 1, 표준편차는 Table 1에서의 변동계수 값인 46.8%로 표현될 수 있다.

$$\phi(t, t_0) = \Psi \frac{(t-t_0)^{0.6}}{10 + (t-t_0)^{0.6}} \phi_u \quad (10)$$

그리고 이를 이용하여 크리프와 건조수축의 영향을 확률적으로 고려하여 구조물의 반응을 통계로 얻음으로써 구조물의 설계에 고려하도록 하였다. 그리고 오병환 등⁹⁾은 이를 프리스트레스트 콘크리트 박스거더에 적용하여 시간에 따른 변형의 확률해석을 수행하였다.

송영철 등¹⁾은 결정론적인 접근방법으로 KCI-99 크리프 예측모델에서 비크리프를 나타내는 항들 중 설계기준 강도 이외의 예측모델에서 고려치 못하는 배합설계의 차이에 따른 변동을 고려하기 위해 단기 크리프 실험 결과로부터 강도에 관련된 항인 $\beta(f_{cu})$ 만을 회귀분석으로 재산정하여 수정한 $\beta'(f_{cu})$ 를 사용함으로써 최종 수정된 예측모델식을 완성하였다. 이는 식 (11)과 같이 크리프 모델 불확실성 인자를 결정론적 접근방법으로 $\beta(f_{cu})$ 에 고려한 것으로 생각할 수 있다.

$$\beta'(f_{cu}) = \Psi \times \beta(f_{cu}) \quad (11)$$

2.3 구조물에서의 크리프 모델 추정

기존의 크리프 예측식의 수정은 실제 구조물의 시간에

따른 반응으로부터 얻지 않고 실험실에서 공시체의 크리프 실험을 통하여 이루어져왔다. 이는 현장 환경의 불확실성 등을 고려하지 못하여 실제 구조물에서의 크리프를 정확히 예측하지 못하는 단점이 있다. 따라서 이 논문에서는 실제 구조물에서 시간에 따라 측정된 변위들을 이용하여 결정론적 방법으로 크리프 모델을 수정하여 구조물에서의 실제 크리프를 추정하고자 한다. 즉, 식 (10)과 같이 크리프 모델의 형태는 수정하지 않은 상태에서, 크리프 모델 불확실 인자 Ψ 를 확률변수가 아닌 결정론적 변수로 보고 예측된 변위와 실제 측정된 변위의 오차가 가장 작은 값을 갖도록 Ψ 를 개선하는 방법론을 제시하고자 한다. 추정할 변수로 크리프 모델 불확실성 인자를 고려하면 Sanayei와 Saletnik¹⁰⁾의 변수 추정 방법론을 적용할 수 있다.

3. 크리프 계수 민감도

극한 크리프 계수 ϕ_u 의 변화 또는 크리프 모델 불확실성 인자 Ψ 에 따른 변위의 민감도를 구하기 위하여 먼저 변형률의 민감도를 살펴보고 합성형 부재에서 변위의 민감도를 구하는 방법에 대하여 살펴보았다.

3.1 단계별해석법

이 논문에서는 콘크리트의 시간의존변형을 고려하기 위하여 시간 단계 사이에서 일정한 응력과 일정한 재료 특성을 가정한 단계별해석법^{11,12)}을 사용하였다. Fig. 2(a)와 같이 시간 단계 t_i 에서 응력 변화가 발생하고 시간 단계 사이에서는 응력 변화가 없고 탄성계수가 일정하다고 가정하였으며 이때의 크리프 변형률은 Fig. 2(b)와 같이 나타낼 수 있다.

시간 t_n 에서 콘크리트의 변형률 $\epsilon(t_n)$ 은 식 (12)와 같이 역학적 변형률(mechanical strain) $\epsilon_{ms}(t_n)$ 과 비역학적 변형률(nonmechanical strain) $\epsilon_{ns}(t_n)$ 의 합으로 표현되고 비역학적 변형률 $\epsilon_{ns}(t_n)$ 은 식 (13)과 같이 크리프 변형률 $\epsilon_c(t_n)$ 과 건조수축 변형률 $\epsilon_{sh}(t_n)$ 의 합으로 표현된다.

$$\epsilon(t_n) = \epsilon_{ms}(t_n) + \epsilon_{ns}(t_n) \quad (12)$$

$$\epsilon_{ns}(t_n) = \epsilon_c(t_n) + \epsilon_{sh}(t_n) \quad (13)$$

Table 1 Coefficients of variation of errors of total creep, basic creep and shrinkage

	The error coefficient		
	ACI 209 ³⁾	CEB-FIP MC90 ⁴⁾	B3 ⁵⁾
Total creep (creep at drying) (%)	46.8	35.5	23.1
Basic creep (%)	58.1	35.0	23.6
Shrinkage (%)	55.3	46.3	34.3

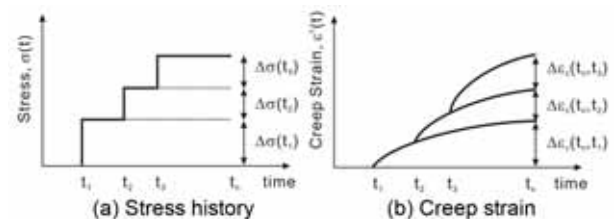


Fig. 2 Graphical representation of creep strain increment evaluation

시간 간격 (t_{n-1}, t_n) 동안 비역학적 변형률 증분 $\Delta\varepsilon_{ns}(t_n)$ 은 식 (14)와 같이 표현되고 크리프 변형률 증분 $\Delta\varepsilon_c(t_n)$ 은 각 시간 단계의 역학적 변형률 증분과 크리프계수 증분의 곱의 합으로 식 (15)로 표현된다.

$$\Delta\varepsilon_{ns}(t_n) = \Delta\varepsilon_c(t_n) + \Delta\varepsilon_{sh}(t_n) \quad (14)$$

$$\Delta\varepsilon_c(t_n) = \sum_{i=1}^{n-1} \Delta\phi(t_n, t_i) \Delta\varepsilon_{ms}(t_i) \quad (15)$$

여기서 $\Delta\varepsilon_c(t_n) = \varepsilon_c(t_n) - \varepsilon_c(t_{n-1})$

$$\Delta\varepsilon_{sh}(t_n) = \varepsilon_{sh}(t_n) - \varepsilon_{sh}(t_{n-1})$$

$$\Delta\varepsilon_{ms}(t_i) = \varepsilon_{ms}(t_i) - \varepsilon_{ms}(t_{i-1})$$

$$\Delta\phi(t_n, t_i) = \phi(t_n, t_i) - \phi(t_{n-1}, t_i)$$

각 요소에서 시간 간격 (t_{n-1}, t_n) 동안 비역학적 변형률에 의한 증가하중 $\{p_{ns}^n\}$ 은 식 (16)과 같이 계산할 수 있다.

$$\{p_{ns}^n\} = \int [B]^T [D_n] \Delta\varepsilon_{ns}(t_n) dV \quad (16)$$

여기서 $[B]$ 는 변형률-변위 행렬(strain-displacement matrix)이고 $[D_n]$ 는 시간 t_n 에서의 재료 특성 행렬(material properties matrix)이다. 식 (14)를 식 (16)에 대입하면 식 (16)은 (17)과 같이 다시 표현된다.

$$\{p_{ns}^n\} = \int [B]^T [D_n] [\Delta\varepsilon_c(t_n) + \Delta\varepsilon_{sh}(t_n)] dV \quad (17)$$

변형률-변위의 관계, $\varepsilon = [B] \{u\}$ 를 식 (16)과 (17)에 적용하면 비역학적 변형률에 의한 증가하중은 절점의 변위의 형태로 식 (18)과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \{p_{ns}^n\} &= [k_n] \{\Delta u_{ns}^n\} \\ &= [K_n] [\{\Delta u_c^n\} + \{\Delta u_{sh}^n\}] \end{aligned} \quad (18)$$

여기서 $[k_n]$ 는 $\{k_n\} = \int [B]^T [D_n] [B] dV$ 로 시간 t_n 에서의 탄성 강성도 행렬(elastic stiffness matrix)이고 $\{\Delta u_{ns}^n\}$, $\{\Delta u_c^n\}$, $\{\Delta u_{sh}^n\}$ 는 각각 시간 간격 (t_{n-1}, t_n) 동안 비역학적 변형, 크리프 변형과 건조수축 변형에 의한 절점에서 변위의 증분이다. 크리프 변형에 의한 변위의 증분 $\{\Delta u_c^n\}$ 은 식 (15)로부터 각 시간 단계 t_i 의 역학적 변형률에 의한 변위의 증분 $\{\Delta u_{ms}^i\}$ 과 크리프 계수 증분의 곱의 합으로 식 (19)와 같이 표현된다.

$$\{\Delta u_c^n\} = \sum_{i=0}^{n-1} \Delta\phi(t_n, t_i) \{\Delta u_{ms}^i\} \quad (19)$$

식 (18)을 이용하여 각 부재에서의 비역학적 변형률에 의한 증가하중을 구하고 이로부터 시간 간격 (t_{n-1}, t_n) 동안의 전체 구조물에서의 증가하중 $\{P_{ns}^n\}$ 을 식 (20)과 같이 구할 수 있다.

$$\{P_{ns}^n\} = \sum_{ele} \{p_{ns}^n\} \quad (20)$$

시간 단계 t_n 에서의 전체 구조물에서의 변위의 증분 $\{\Delta U^n\}$ 은 식 (21)과 같이 전체 구조물의 강성 $[K_n]$ 의 역행렬과, 시간 단계 t_n 에서 증가하중 $\{P^n\}$ 과 $\{P_{ns}^n\}$ 의 합으로 표현된다.

$$\{\Delta U^n\} = [K_n]^{-1} [\{P_{ns}^n\} + \{P^n\}] \quad (21)$$

시간 단계 t_n 에서 전체 구조물에서의 변위의 증분 $\{\Delta U^n\}$ 으로부터 각 부재에서의 변위의 증분 $\{\Delta u^n\}$ 을 얻을 수 있고 식 (12)로부터 각 부재에서 역학적 변형률에 의한 절점에서 변위의 증분 $\{\Delta u_{ms}^n\}$ 과 변형률의 증분 $\Delta\varepsilon_{ms}(t_n)$ 을 각각 식 (22)와 (23)과 같이 구할 수 있고 다음 시간 단계인 t_{n+1} 에서 식 (19)에 이용된다.

$$\{\Delta u_{ms}^n\} = \{\Delta u^n\} - \{\Delta u_{ns}^n\} \quad (22)$$

$$\Delta\varepsilon_{ms}(t_n) = \Delta\varepsilon(t_n) - \Delta\varepsilon_{ns}(t_n) \quad (23)$$

시간 단계 t_n 에서 부재의 전체 변위는 각 시간 단계의 변위 증분의 합으로 식 (24)와 같이 표현된다.

$$\{u^n\} = \sum_{i=0}^n \{\Delta u^i\} \quad (24)$$

3.2 크리프 모델 불확실성 인자 Ψ 에 대한 변형률과 변위의 민감도

크리프 계수를 크리프 모델 불확실성 인자 Ψ 와 함께 표현하면 다음 식 (25)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\phi(t, t_0) = \Psi \phi_0(t, t_0) \quad (25)$$

여기서 $\phi_0(t, t_0)$ 는 선택한 크리프 모델에 의해 주어진 크리프 계수이다.

크리프 모델 불확실성 인자 Ψ 에 대한 역학적 변형률의 증분의 민감도는 식 (23)의 양변을 인자 Ψ 로 편미분하여 식 (26)과 같이 구할 수 있다.

$$\frac{\partial \Delta\varepsilon_{ms}(t_n)}{\partial \Psi} = \frac{\partial \Delta\varepsilon(t_n)}{\partial \Psi} - \frac{\partial \Delta\varepsilon_{ns}(t_n)}{\partial \Psi} \quad (26)$$

인자 Ψ 에 대한 크리프 계수 증분의 민감도는 식 (25)를 인자 Ψ 에 대하여 편미분하여 식 (27)과 같이 얻을 수

있다. 그리고 인자 Ψ 에 대한 비역학적 변형률의 민감도는 식 (13)으로부터 식 (28)의 첫째 줄로 표현된다. 여기서, 건조수축에 의한 변형률은 크리프 모델 불확실성 인자 Ψ 에 대하여 독립이므로 인자에 대한 건조수축에 의한 변형률 증분의 민감도 $\partial\Delta\varepsilon_{sh}(t_n)/\partial\Psi$ 는 0이다. 따라서 비역학적 변형률의 민감도는 크리프 변형률 증분의 민감도로 식 (15)를 인자 Ψ 에 대하여 편미분하여 식 (28)의 둘째 줄로 표현되며 이에 식(27)을 적용하면 식 (28)의 마지막 줄로 표현할 수 있다.

$$\frac{\partial\Delta\phi(t_n, t_i)}{\partial\Psi} = \Delta\phi_0(t_n, t_i) \quad (27)$$

그리고 각 부재에서 시간 간격 (t_{n-1}, t_n) 동안 발생한 크리프에 의한 등가하중의 민감도는 식 (16)을 인자 Ψ 에 대하여 편미분하여 식 (29)와 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial\Delta\varepsilon_{ns}(t_n)}{\partial\Psi} &= \frac{\partial\Delta\varepsilon_c(t_n)}{\partial\Psi} + \frac{\partial\Delta\varepsilon_{sh}(t_n)}{\partial\Psi} \\ &= \sum_{i=0}^{n-1} \left[\frac{\partial\Delta\phi(t_n, t_i)}{\partial\Psi} \Delta\varepsilon_{ms}(t_i) + \Delta\phi(t_n, t_i) \frac{\partial\Delta\varepsilon_{ms}(t_i)}{\partial\Psi} \right] \\ &= \sum_{i=0}^{n-1} \left[\Delta\phi_0(t_n, t_i) \Delta\varepsilon_{ms}(t_i) + \Delta\phi(t_n, t_i) \frac{\partial\Delta\varepsilon_{ms}(t_i)}{\partial\Psi} \right] \quad (28) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial\{p_c^n\}}{\partial\Psi} = \int [B]^T [D_n] \frac{\partial\Delta\varepsilon_{ns}(t_n)}{\partial\Psi} dV \quad (29)$$

식 (18)을 인자 Ψ 에 대하여 편미분하여 비역학적 변형률에 의한 절점의 변위의 민감도를 식 (30)과 같이 구할 수 있다.

$$\frac{\partial\{p_{ns}^n\}}{\partial\Psi} = [k_n] \frac{\partial\{\Delta u_{ns}^n\}}{\partial\Psi} \quad (30)$$

시간 간격 (t_{n-1}, t_n) 동안의 전체 구조물에서의 등가하중의 인자 Ψ 에 대한 민감도 $\{p_{ns}^n\}$ 은 식 (20)을 인자 Ψ 에 대하여 편미분하여 식 (31)과 같이 구할 수 있다.

$$\frac{\partial\{p_{ns}^n\}}{\partial\Psi} = \sum_{ele} \frac{\partial\{p_{ns}^n\}}{\partial\Psi} \quad (31)$$

시간 단계 t_n 에서의 전체 구조물에서 변위의 증분 $\{\Delta U^n\}$ 의 민감도 $\partial\{\Delta U^n\}/\partial\Psi$ 은 식 (32)와 같이 전체 구조물의 강성 $[K_n]$ 의 역행렬과 $\partial\{p_{ns}^n\}/\partial\Psi$ 의 곱으로 표현된다. 시간 단계 t_n 에서 전체 변위의 인자 Ψ 에 대한 민감도 $\partial\{u^n\}/\partial\Psi$ 는 식 (33)과 같이 각 시간 단계에서의 변위 증분의 민감도의 합으로 구한다. 시간 단계 t_n 에서의 역학적 변형률 증분에 의한 절점에서의 변위의 증분은 식 (22)를 인자 Ψ 에 대하여 편미분한 것으로 식 (34)와

같으며 다음 시간 단계 t_{n+1} 에서 식 (28)에 이용된다.

$$\frac{\partial\{\Delta U^n\}}{\partial\Psi} = [K_n]^{-1} \frac{\partial\{p_{ns}^n\}}{\partial\Psi} \quad (32)$$

$$\frac{\partial\{u^n\}}{\partial\Psi} = \sum_{i=0}^n \frac{\partial\{\Delta u^i\}}{\partial\Psi} \quad (33)$$

$$\frac{\partial\{\Delta u_{ms}^n\}}{\partial\Psi} = \frac{\partial\{\Delta u^n\}}{\partial\Psi} - \frac{\partial\{\Delta u_{ns}^n\}}{\partial\Psi} \quad (34)$$

3.3 변위 오차 최소화

변위 오차 벡터는 주어진 크리프 모델 불확실성 인자 Ψ 로 계산한 해석 값과 측정된 변위의 차이로 식 (35)로 표현된다. 크리프 모델 불확실성 인자 $\Psi + \Delta\Psi$ 일 때의 변위 오차 벡터는 1차 테일러 급수로 표현하면 식 (36)과 같이 표현된다.

$$\{e(\Psi)\} = \{u(\Psi)\}^a - \{u\}^m \quad (35)$$

$$\begin{aligned} \{e(\Psi + \Delta\Psi)\} &\cong \{u(\Psi)\}^a + \frac{\partial\{u(\Psi)\}^a}{\partial\{\Psi\}} \{\Delta\Psi\} - \{u\}^m \\ &= \{e(\Psi)\} + \frac{\partial\{u(\Psi)\}^a}{\partial\{\Psi\}} \{\Delta\Psi\} \quad (36) \end{aligned}$$

변위 오차 벡터의 유클리드 놈(Euclidean norm)을 오차함수 $J(\Psi)$ 로 식 (37)과 같이 정의하였고, $\partial J(\Psi)/\partial\{\Delta\Psi\}^T = 0$ 일 때 오차함수가 최소화된다. 이 때 $\{\Delta\Psi\}$ 는 선형계 방정식에서 식 (38)과 같이 구해진다.

$$J(\Psi) = \{e(\Psi + \Delta\Psi)\}^T \{e(\Psi + \Delta\Psi)\} \quad (37)$$

$$\{\Delta\Psi\} = -[[S]^T [S]]^{-1} [S]^T \{e(\Psi)\} \quad (38)$$

여기서 $[S] = \left[\frac{\partial\{u(\Psi)\}^a}{\partial\{\Psi\}} \right]^a$ 이다.

식 (38)로부터 구한 $\Delta\Psi$ 를 기존의 크리프 모델 불확실성 인자 Ψ 에 더하여 업데이트된 $\Psi^u = \Psi + \Delta\Psi$ 를 구할 수 있다. 식 (25)에서 Ψ 대신 Ψ^u 를 적용하여 크리프 계수를 구하고 변위 오차가 허용오차 이내일 때까지 반복계산하여 크리프 계수를 추정한다.

건조수축의 불확실성도 건조수축 모델 불확실성 인자 Ψ_{sh} 를 고려하면 크리프의 경우와 같이 변위로부터 추정할 수 있다. 건조수축 모델에 식 (25)와 같은 방법으로 인자 Ψ_{sh} 를 추가하여 인자 Ψ_{sh} 에 대한 건조수축에 의한 변형률의 민감도 $\partial\Delta\varepsilon_{sh}(t_n)/\partial\Psi_{sh}$ 를 얻고 식 (28) 이후의 과정을 동일하게 적용하면 건조수축 불확실성 인자 Ψ_{sh} 에 의한 변위의 민감도를 얻을 수 있고 건조수축 모델을 개선

할 수 있다. 따라서 크리프와 건조수축을 같이 고려하는 것이 바람직하지만 이 논문에서는 크리프만을 고려하였다.

4. 해석 예제

이 연구에서 제시한 크리프 계수를 추정하기 위한 방법론을 검증하기 위하여 이중 강합성 거더와 콘크리트 보 부재를 대상으로 예제 해석을 수행하였다.

먼저, 이중 강합성 거더에서는 가정된 크리프 계수로부터 해석하여 얻은 시간에 따른 처짐을 측정값으로 간주하고 이 처짐으로부터 역으로 크리프 계수를 찾을 수 있음을 확인하여 이 연구에서 제시하는 방법론을 확인하였다. 그리고 콘크리트 보 부재에서는 Paulson 등¹³⁾의 실험에서 측정된 시간에 따른 처짐값으로부터 크리프 계수를 구하여 콘크리트 실린더 부재 실험으로부터 얻은 크리프 계수와 비교하여 실제 구조물의 적용성을 살펴보기로 한다.

먼저 부재 제원은 성원진 등¹⁴⁾의 논문 예제와 같이 3경간 이중 강합성 거더로 하였고 거더의 교축 방향 단면은 Fig. 3과 같으며, 단면 상부에 250 mm 두께의 콘크리트를 타설하고 거더의 외측 지점부는 박스 안에 콘크리트가 없으며 내측 지점부는 400 mm로 콘크리트 타설한 경우를 해석하였다. 콘크리트 재령 28일에 50 kN/m의 등분포 하

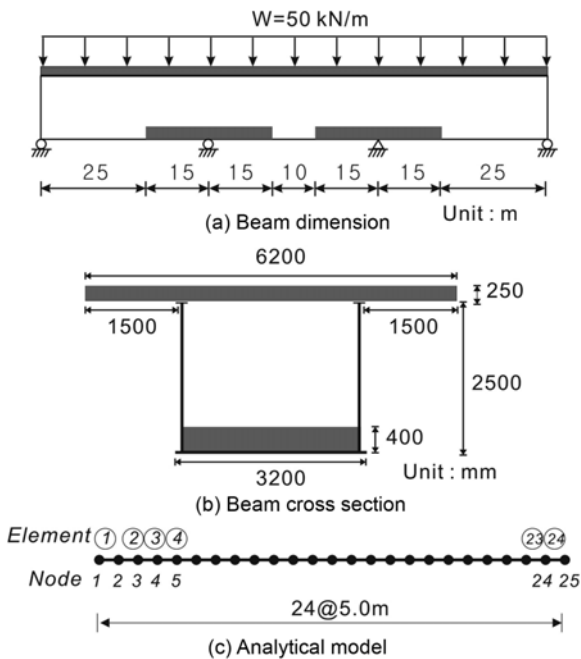


Fig. 3 Configuration of double composite steel box girder and analytical model

Table 2 Design values

Design parameters	Values
Elasticity modulus of concrete at 28 days, $E_{c, 28}$	2.5×10^4 MPa
Elasticity modulus of steel, E_s	2.0×10^5 MPa
Ultimate creep, $\phi_u(t_\infty, 28)$	2.35
Ultimate shrinkage	800×10^{-6}

중을 가하고 해석에 사용된 재료 물성치는 Table 2와 같다.

콘크리트 재료모델은 ACI-209 모델을 사용하였으며 28일 재하시의 극한 크리프 $\phi_u(\infty, 28)$ 는 2.35로 가정하였다. 그리고 Table 3에서와 같이 가정한 극한 크리프가 실제와 다른 2가지 경우를 해석해서 이 연구에서 제시한 방법론을 확인하고자 한다. Table 3에서 Case 1은 상부 콘크리트의 크리프 계수가 가정한 극한 크리프보다 40% 큰 경우 ($\Psi=1.4$)이다. 그리고 Case 2는 상부 콘크리트의 크리프 계수가 왼쪽 부재(element 1~12)는 20% 크고 오른쪽 부재(element 13~24)는 20% 작은 경우($\Psi_1=1.2, \Psi_2=0.8$)이다.

Case 1과 2에서 시간에 따른, 가정한 설계 크리프 계수로 해석한 처짐과 가정한 실제 크리프 계수로 해석한 처짐을 각각 Fig. 4의 (a)와 (b)에 나타내었다. 여기에서 점선은 하중 재하 시점(재령 28일)의 탄성 처짐을 나타내고 실선은 극한 크리프가 가정한 설계값, 2.35일 때, 시간 120일의 처짐을 나타낸다. 그리고 사각형 점들은 120일에 측정된 처짐(가정된 실제 크리프 계수로 해석한

Table 3 Estimation cases

	True ultimate creep, $\phi_u(t_\infty, 28)$	
Case 1	$3.29 = 1.4 \times 2.35$ ($\Psi_1 = 1.4$)	
Case 2	Element 1~12	Element 13~24
	$2.82 = 1.2 \times 2.35$ ($\Psi_1 = 1.2$)	$1.88 = 0.8 \times 2.35$ ($\Psi_2 = 0.8$)

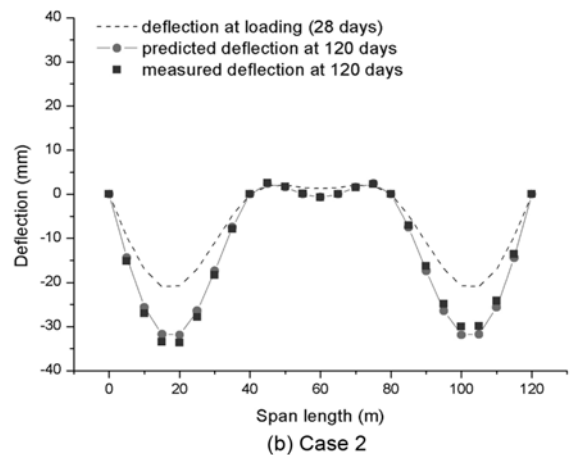
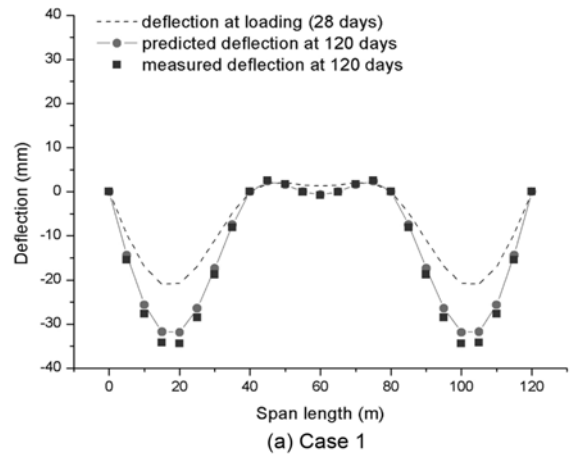


Fig. 4 The predicted deflection and measured data along the span

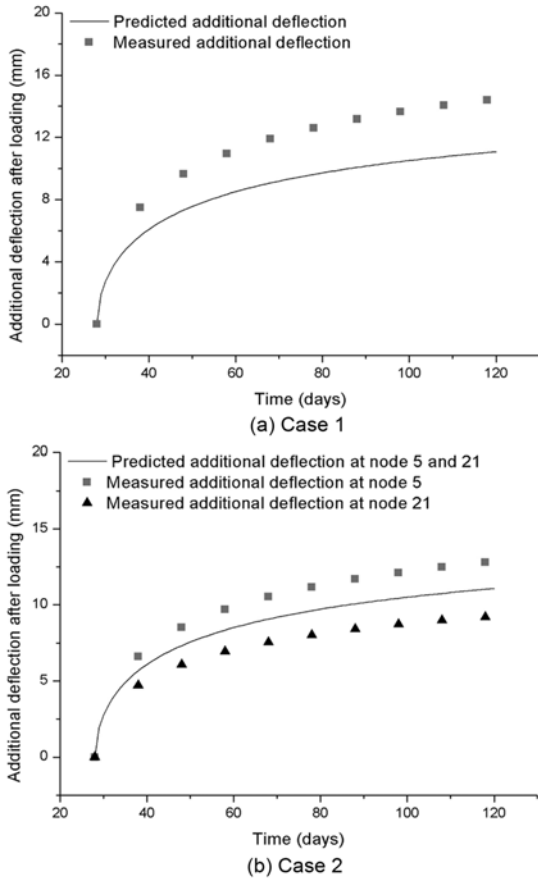


Fig. 5 The predicted additional and the measured deflections at Node 5 and 21

처짐)을 나타낸다. Fig. 5에서는 양 끝 경간의 중앙 지점 (Node 5, 21)의 초기탄성처짐을 제외한 시간에 따른 추가 처짐을 나타낸 것으로 실선은 설계값으로 예측된 값, 사각형 점들은 측정된 처짐을 나타낸다. Fig. 4의 (a)와 (b)에서 전체 처짐으로 보면 크리프 오차에 의한 처짐값의 차이가 크지 않지만, Fig. 5의 (a)와 (b)에서 탄성처짐을 제외한 추가처짐의 측정값은 예측값보다 시간이 경과함에 따라 Case 1에서는 40% 정도 크고 Case 2에서는 Node 5에서는 20% 정도 크고 Node 21에서는 20% 정도 작은 것을 확인할 수 있다. 이 연구에서 제시한 방법론을 이용하여 측정된 처짐으로부터 극한 크리프 계수를 추정한 결과는 Table 4에 나타내었고, 2, 3번 정도의 반복계산만으로 가정된 실제 극한 크리프를 추정할 수 있음을 확인하였다.

크리프 모델 불확실성 인자 Ψ 에 대한 변위의 민감도

Table 4 Ultimate creep estimated from the deflection

	Design value	True value	Estimated ultimate creep		
			1st iteration	2nd iteration	
Case 1	2.35	3.29	3.260	3.292	
Case 2	Left side	2.35	2.82	2.823	2.822
	Right side	2.35	1.88	1.870	1.881

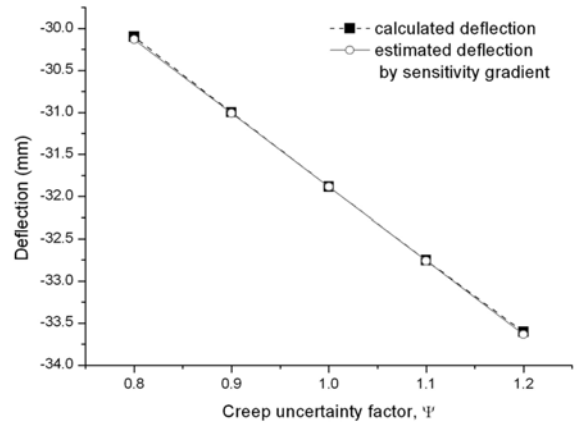


Fig. 6 Deflections calculated by step-by-step method and sensitivity gradient at Node 5 of Case 1

$\partial\{u^n\}/\partial\Psi$ 의 정확성을 검증하기 위하여 Case 1인 경우 120일에 절점 5의 처짐을 Fig. 6에 도시하였다. Fig. 6에서 사각형 점들은 크리프 모델 불확실성 인자 Ψ 에 $\pm 10\%$, $\pm 20\%$ 의 변동을 주고 시간해석을 통하여 구한 처짐이고 원 점들은 $\Psi = 1$ 일 때의 민감도를 이용하여 각각의 경우를 구한 처짐이다. 이 결과는 제안한 크리프 모델 불확실성 인자에 대한 변위의 민감도 $\partial\{u^n\}/\partial\Psi$ 가 실제의 변위 민감도를 적절히 추정하는 것을 나타낸다.

다음 해석 예제는 Paulson 등¹³⁾이 실험한 길이 5.48 m의 콘크리트 보 부재로 논문에서 제시한 실제의 측정값으로부터 크리프 계수를 추정하였다. 부재 단면 형상은 Fig. 7과 같고 인장철근의 단면적은 모두 400 mm^2 이고 압축철근의 단면적은 각각 0, 200, 400 mm^2 이다. 콘크리트의 압축강도(f_c')와 28일의 탄성계수($E_{c,28}$)는 각각 37.2 MPa과 28.8 GPa이고 철근의 항복강도(f_y)와 탄성계

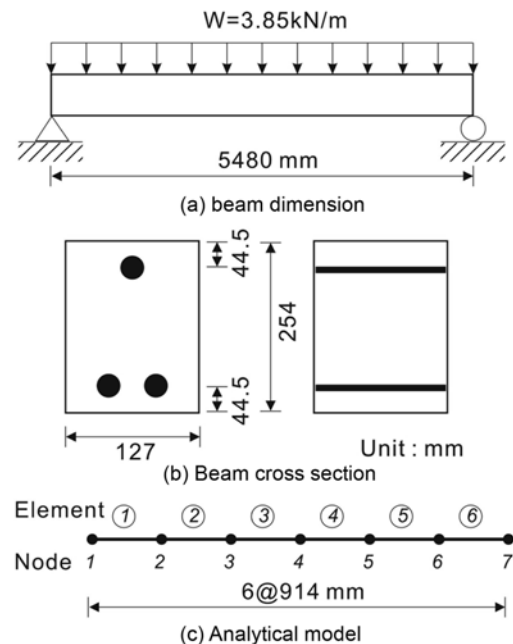


Fig. 7 Configuration of RC beam considered and analytical model

수(E_s)는 200 GPa이다. 하중은 3.85 kN/m 등분포 하중이고 재령 46일에 재하하였다. Paulson 등¹³⁾의 콘크리트 실린더 실험 결과로 주어진 46일에서의 극한 크리프 계수는 2.6이고 극한 건조수축량은 800×10^{-6} 이다.

이 실험 결과를 이용하여 보 부재에서 시간에 따라 측정된 처짐을 이용하여 크리프 모델 불확실성 인자를 민감도 해석을 통하여 구하였다. Fig. 8은 부재 중앙(Node 4)에서 시간에 따른 크리프와 건조수축에 의한 추가 처짐을 나타내며, 각 그래프는 부재에서 측정된 처짐은 사각형으로, 콘크리트 실린더로부터 주어진 크리프 계수로 해석한 처짐은 실선으로, 그리고 민감도 해석에 의해 추정된 크리프 계수로 구한 처짐은 점선으로 나타내었다.

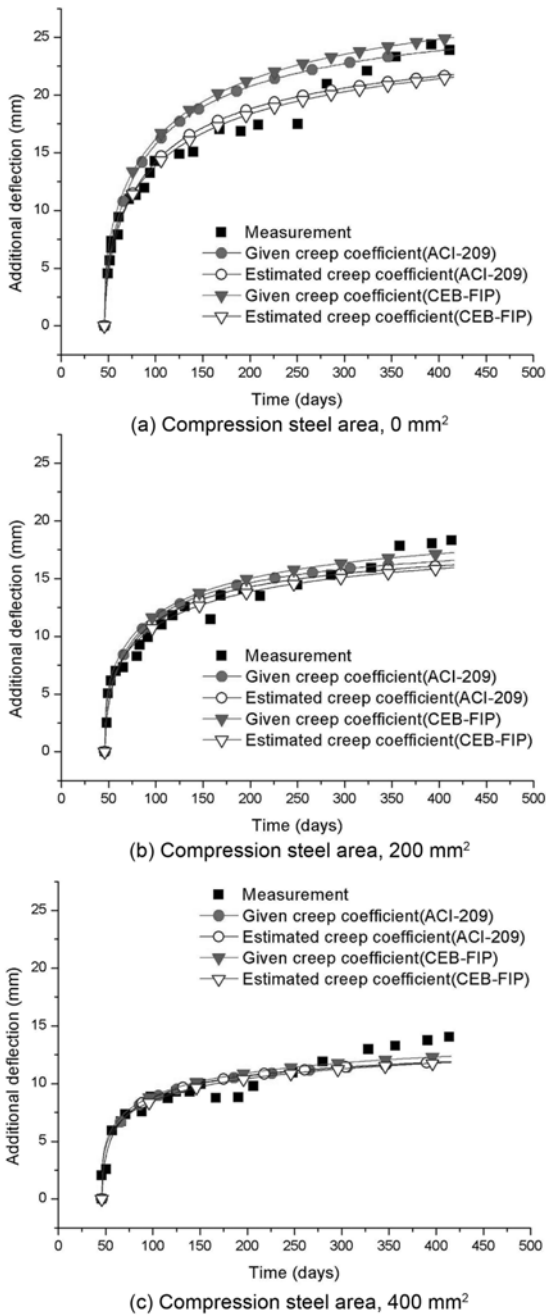


Fig. 8 Deflection due to creep and shrinkage excluding instantaneous elastic deflection

각각의 압축철근의 단면적에 따라 크리프 모델로 ACI Committee 209³⁾와 CEB-FIP MC90⁴⁾을 사용하였을 때의 결과들이다. 추정된 하중재하시점인 46일에서의 극한 크리프 계수를 Table 5에 나타내었다. 압축철근비가 작을수록 극한 크리프 계수가 작게 추정되었으며, ACI-209 model을 적용했을 때가 CEB-FIP model을 적용했을 때보다 극한 크리프 계수를 크게 추정하였다.

이 때 구한 식 (9)로 구한 각각의 오차 계수 M은 압축 철근비와 적용한 크리프 모델에 따라 Fig. 9에 나타내었다. 압축 철근량이 0 mm²일 때 실린더 실험으로부터 얻은 크리프 계수로 구한 오차 계수는 ACI-209 model과 CEB-FIP model을 적용하였을 때, 각각 14%와 19%임에 반해, 실제 부재의 처짐으로부터 추정된 크리프 계수로 부터 구한 오차계수는 ACI-209 model과 CEB-FIP model을 적용하였을 때 모두 9% 정도로 줄어들었음을 확인할 수 있다. 압축 철근량이 200, 400 mm²인 경우는 오차 계수가 아주 조금 줄어드는 것을 확인할 수 있다.

실제 부재에 적용할 때는 크리프 모델 자체의 불확실성과 여러 다른 요인에 의한 측정 데이터의 오차 등 때문에 실제 측정된 처짐으로부터 추정된 크리프 계수에 의해서도 어느 정도의 오차계수가 생기게 된다. 일반적인 콘크리트 교량에서는 실제 장기 처짐을 해석한 장기 처짐의 ±40%의 변동성(variability)안에 있다¹⁵⁾고 볼 수 있지만 PSC 거더교나 콘크리트 사장교 같은 장시간 교량에서는 형상관리(geometry control) 등의 이유로 크리프 계수를 좀 더 정확히 예측할 필요가 있다. 이런 경우 이 연구에서 제시하는 민감도를 이용한 크리프 계수 추정을 통해 실제 시공과 관리에 도움을 줄 수 있을 것으로 사료된다.¹⁶⁾

Table 5 The ultimate creep at age of 46 days estimated from the measured deflection

	Given ultimate creep	Estimated ultimate creep		
		As'=0 mm ²	As'=200 mm ²	As'=400 mm ²
ACI-209	2.60	2.27	2.51	2.61
CEB-FIP MC90	2.60	2.15	2.35	2.47

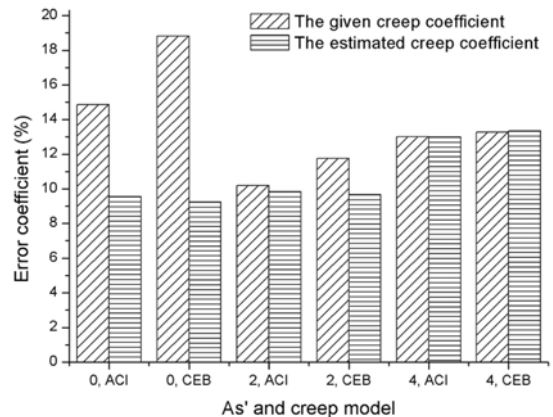


Fig. 9 The error coefficients for the analytical deflections using creep coefficient obtained from creep test and the creep coefficient estimated by the measured deflection

이 연구에서는 실제 콘크리트구조물에서 불확실한 콘크리트의 크리프 계수를 추정하기 위하여, 크리프 계수의 불확실성 인자 ψ 를 오차요인으로 고려한 오차 추정을 통하여 크리프 계수를 추정할 수 있는 방법론을 제시하였다. 제시된 방법론을 통하여 측정된 처짐으로부터 가정된 크리프 계수를 역으로 구할 수 있음을 확인하였다. 또한, 실린더 부재의 실험을 통하여 얻은 크리프 계수와 실제 빔 부재의 실험에서 얻은 처짐으로부터 역으로 추정한 크리프 계수와의 비교를 통하여 이 연구에서 제시한 방법론의 적용성을 살펴보았다. 연구 결과를 요약하면 다음과 같다.

- 1) 시간에 따라 측정된 처짐의 측정값으로부터 크리프 계수 불확실성 인자 ψ 의 민감도를 이용하여 크리프 계수를 추정할 수 있는 방법론을 제시하였다.
- 2) 노이즈가 없는 가상의 데이터를 이용한 크리프 계수 추정에서 이 연구에서 제시한 민감도 해석을 통하여 가정한 크리프 계수값을 합리적으로 예측함을 알 수 있다.
- 3) 실제 보 부재에서 얻은 처짐의 측정값을 이용하여 크리프 계수를 추정할 때는 오차계수가 생기지만 콘크리트 실린더 실험을 통하여 얻은 크리프 계수를 이용한 경우보다 작은 값을 얻을 수 있음을 확인할 수 있다.
- 4) 실제의 실험값은 측정에서의 오차 외에 크리프 모델 자체의 불확실성과 탄성계수와 건조수축 등 다른 요인의 불확실성 또한 포함된 값이기 때문에 오차 계수가 발생하게 된다.
- 5) 장시간 PSC 교량이나 콘크리트 사장교 같이 처짐이 중요한 제어 인자인 경우는 실린더 실험 뿐만 아니라 시공시의 처짐 등의 측정값을 통하여 크리프 계수의 추정을 할 수 있고 이는 추후의 시공이나 관리에 도움을 줄 수 있을 것으로 사료된다.
- 6) 향후 건조수축의 불확실성도 함께 고려하기 위해 3.3절에서 언급한 건조수축 모델 불확실성 인자를 추가하고 이 연구에서 제안한 방법론을 적용하여 구조물에서의 크리프와 건조수축 특성을 함께 추정하고자 한다.

감사의 글

이 연구는 서울대학교 SIR BK21(안전하고 지속가능한 사회기반시설) 사업단과 건설환경융합연구소의 연구비 지원으로 수행되었으며, 이에 감사의 뜻을 전합니다.

1. 송영철, 송하원, 변근주, “단기 크리프 시험 결과를 이용한 콘크리트의 크리프 예측식의 수정,” 콘크리트학회 논문집, 12권, 4호, 2000, pp. 69~78.
2. 김성욱, 고경택, 송영철, 박효선, “콘크리트구조물의 조수축과 크리프 예측기술,” 콘크리트학회지, 17권, 4호, 2005, pp. 25~33.
3. ACI 209R-92, Prediction of Creep, Shrinkage and Temperature Effect in Concrete Structures, *ACI Manual of Concrete Practice-Part*, American Concrete Institute, 1997, pp. 4~12.
4. CEB-FIP Model Code 1990, *Model Code for Concrete Structures*, Comité Euro-International du Béton, Thomas Telford, 1993, pp. 51~58.
5. Bazant, Z. P. and Baweja, S., “Justification and Refinement of Model B3 for Concrete Creep and Shrinkage I : Statistics and Sensitivity,” *Materials and Structures*, Vol. 28, No. 7, 1995, pp. 415~430.
6. Bazant, Z. P. and Wu, S. T., “Dirichlet Series Creep Function for Aging Concrete,” *Journal of the Engineering Mechanics Division*, ASCE, Vol. 99, No. 2, 1973, pp. 367~387.
7. Neville, A. M., Dilger, W. H., and Brooks, J. J., *Creep of Plain and Structural Concrete*, Construction Press, London and New York, 1982, pp. 185~186.
8. Madsen, H. O. and Bazant, Z. P., “Uncertainty Analysis of Creep and Shrinkage Effects in Concrete Structures,” *ACI Journal*, Vol. 80, No. 2, 1983, pp. 116~127.
9. 오병환, 양인환, “프리스트레스트 콘크리트 박스 거더 교량의 시간에 따른 변형의 확률 해석 및 민감도 해석,” 콘크리트학회논문집, 10권, 6호, 1998, pp. 149~159.
10. Sanayei, M. and Saletnik, M. J., “Parameter Estimation of Structures from Static Strain Measurements. I : Formulation,” *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol. 122, No. 5, 1996, pp. 555~562.
11. Kabir, A. F., *Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete Panels, Slabs, and Shells for Time-dependent Effects*, University of California at Berkeley, SESM Report No. 76-6, 1976, pp. 61~71.
12. Ketchum, M. A., “Redistribution of Stresses in Segmentally Erected Prestressed Concrete Bridges,” University of California at Berkeley, *SESM Report No. 86-7*, 1986, pp. 37~44.
13. Paulson, K. A., Nilson, A. H., and Kenneth, C. H., “Long-term Deflection of High-strength Concrete Beams,” *ACI Materials Journal*, Vol. 88, No. 2, 1991, pp. 197~206.
14. 성원진, 김정현, 이용학, “단면해석법을 이용한 합성형 휨 부재의 재령 종속적 처짐해석,” 콘크리트학회논문집, 16권, 2호, 2004, pp. 155~162.
15. Navy, E. G., *Prestressed concrete : A Fundamental Approach*, Pearson Prentice Hall, New Jersey, 2006, 452 pp.
16. 박종범, “크리프 민감도를 고려한 콘크리트 사장교의 오차 추정,” 서울대학교, 박사학위논문, 2008, pp. 139~151.

요 약 콘크리트구조물의 시간의존거동을 예측하기 위해서 콘크리트의 크리프와 건조수축 등 시간의존특성을 묘사하는 모델을 이용한다. 그러나 크리프와 건조수축 모델 자체의 불확실성과 환경조건의 불확실성 때문에 이러한 모델을 이용하여 얻은 처짐과 실제로 측정된 처짐 사이에는 상당한 차이가 있다. 이러한 오차와 불확실성을 줄이기 위하여 실제 구조물에 이용된 콘크리트를 이용한 크리프 시험에 의한 결과를 이용하여 모델의 불확실성을 줄이는 노력을 하기도 한다. 하지만 이 방법도 실제 구조물이 놓인 환경조건을 정확히 묘사할 수 없다는 점과 재료 자체의 불확실성 때문에 실험에서 얻은 크리프와 건조수축의 예측 값이 실제 구조물에서 발생하는 값과 다를 수 있다. 이 연구에서는 콘크리트의 시간의존거동에 영향을 미치는 요소 중 크리프에 대하여 살펴보고, 크리프 모델 불확실성 인자를 오차요인으로 고려하여 콘크리트 부재에서 측정된 처짐으로부터 크리프 계수를 추정하는 방법을 제시하였다. 이중 강합성 거더와 콘크리트 보 부재의 해석 예제를 통하여 이 연구에서 제시하는 방법의 타당성을 검증하였다. 이 연구에서 제시된 크리프를 오차요인으로 보고 크리프 계수를 추정하는 방법은 특히, 장시간 PSC 교량이나 콘크리트 사장교처럼 처짐이 중요한 형상관리인자인 경우에 구조물의 장기거동에 대한 합리적 예측에 도움을 줄 것으로 사료된다.

핵심용어 : 시간의존적 거동, 크리프, 불확실성인자, 형상관리