

퍼프모형을 이용한 준설펀름의 혼합거동 모의 Simulation of Mixing Behavior for Dredging Plume using Puff Model

김 영 도* / 박 재 현** / 이 만 수***

Young Do Kim / Jae Hyeon Park / Man Soo Lee

Abstract

The puff models have been developed to simulate the advection-diffusion processes of dredging suspended solids, either alone or in combination with Eulerian models. Computational efficiency and accuracy are of prime importance in designing these hybrid approaches to simulate a pollutant discharge, and we characterize two relatively simple Lagrangian techniques in this regard: forward Gaussian puff tracking (FGPT), and backward Gaussian puff tracking (BGPT). FGPT and BGPT offer dramatic savings in computational expense, but their applicability is limited by accuracy concerns in the presence of spatially variable flow or diffusivity fields or complex no-flux or open boundary conditions. For long simulations, particle and/or puff methods can transition to an Eulerian model if appropriate, since the relative computational expense of Lagrangian methods increases with time for continuous sources. Although we focus on simple Lagrangian models that are not suitable to all environmental applications, many of the implementation and computational efficiency concerns outlined herein would also be relevant to using higher order particle and puff methods to extend the near field.

Keywords : puff model, advection-diffusion, forward Gaussian puff tracking, backward Gaussian puff tracking, computational efficiency

요 지

준설 시 발생하는 부유물의 이송·확산 과정을 해석하기 위하여 퍼프모형을 개발하였다. 본 연구에서 개발된 퍼프모형은 추적방법에 따라 전방추적모형과 후방추적모형으로 나눌 수 있으며, 이 두 가지 추적방법은 계산효율과 수치오차에 있어서 상이한 특성을 나타내었다. 경계처리에 있어서 입자추적모형과 상이한 방법을 사용하는 퍼프모형은 폐경계에서는 입자추적모형과 동일한 결과를 나타내지만 개경계에서는 다른 결과를 나타내었다. 또한 오염원이 임의의 공간적 분포를 갖는 경우, 퍼프모형은 입자추적모형보다는 적은 수의 퍼프를 사용할 수 있지만 이에 따른 경계면에서의 수치오차를 발생하였다. 흐름이 일정한 경우와 전단흐름의 경우에 대하여 이송·확산 수치모의를 수행하였으며, 이를 각각의 경우의 해석해 결과와 비교·분석하였다. 후방추적 퍼프모형은 전방추적 퍼프모형에 비하여 사용된 퍼프수와 관계없이 작은 오차를 발생하였으며, 전체적으로 퍼프모형이 입자모형보다는 훨씬 적은 수의 계산을 통해서도 작은 오차를 나타낼 수 있다는 것을 알 수 있었다. 그러나 Gaussian 분포를 갖는 퍼프모형은 전단흐름에서의

* 교신저자, 인제대학교 환경공학부(낙동강유역환경연구센터) 조교수

Corresponding Author, Assistant Professor, School of Environmental Science and Engineering, Inje University, Gyeongnam 621-749, Korea
(e-mail: ydkim@inje.ac.kr)

** 인제대학교 토목공학과 부교수

Associate Professor, Dept. of Civil Engineering, Inje University, Gyeongnam 621-749, Korea

*** 현대건설(주) 기술개발원 부장

Director, HYUNDAI Engineering & Construction Co., LTD., Gyounggi 449-716, Korea

긴 유선형 농도분포를 모의할 수 없었고, 이에 관한 오차는 전단계수가 증가함에 따라 비선형적으로 증가하였다. 이와 같이 퍼프모형은 다양한 수환경에 적용할 경우, 뛰어난 효율성에 비해 정확도가 다소 감소하는 경향이 있지만, 입자추적모형과의 연계 모의 등을 통해 준설지점 인근의 근역에서의 오염원 해석에 사용될 수 있다.

핵심용어 : 퍼프모형, 이송·확산, 전방추적, 후방추적, 계산효율

1. 서론

준설 시 발생하는 부유사와 같은 점오염원의 혼합거동을 해석함에 있어서 오염원 인근에 고농도가 나타나는데, 격자기반의 농도모형으로는 이러한 부분을 모의하기 어렵다. 격자모형의 정확도는 격자크기에 영향을 받으며, 일정한 영역을 모의함에 있어서 작은 격자를 사용하는 경우에는 계산효율이 급격하게 떨어진다. 가변격자를 사용하더라도 이러한 계산효율의 감소는 발생한다. 고농도의 점오염원을 격자모형을 통해 해석하기 위해서는 격자전체에 오염원이 평균되어 최대농도값이 감소하고, 인근격자와의 수치확산을 통하여 실제보다 훨씬 빠른 속도로 확산되는 단점을 갖는다. 이러한 오차는 오염원으로부터 멀어질수록 그 정도는 상대적으로 줄어든다. 이러한 단점을 극복하고자, 일반적으로 오염원 인근에서는 Lagrangian 모형을 사용한다.

대표적인 Lagrangian 모형인 무작위 행보(random walk)를 이용한 입자추적모형은 지하수오염(Tompson and Gelhar, 1990), 연안역오염(Heemink, 1990), 해양오염(Csanady, 1973), 그리고 대기오염(Taylor, 1989; Reynolds, 2000) 등 여러 대상영역에서의 오염물질의 혼합거동 해석에 사용되어 왔다. 그러나 입자추적모형은 모의기간과 투여된 입자수가 증가함에 따라 계산횟수가 비선형적으로 증가되므로 장기간의 연속적인 오염원의 혼합거동해석에는 적합하지 못하다는 단점이 있다(Israelsson *et al.*, 2006). 이와 같은 입자추적모형의 단점을 해결하기 위하여 퍼프추적(puff tracking)모형이 기존 연구자들에 의해 제시된 바 있다(Adams *et al.*, 1986; Roberts, 1999; Israelsson *et al.*, 2006). 퍼프모형은 확산과정을 모의함에 있어서 Gaussian 분포를 갖는 다수의 입자들의 무작위행보를 이용하는 입자추적모형과는 달리 단일퍼프의 크기성장을 이용하는 모형으로서 입자추적모형에 비하여 계산효율이 뛰어난 장점이 있다.

본 연구에서는 전방추적법과 후방추적법을 사용하여 두 가지 3차원 퍼프모형을 개발하여 다양한 계산영역에서 수치모의를 수행하여 모형의 현장적용성을 검토하였으며, 이와 같은 퍼프모형을 이용하여 준설시 발생

하는 부유토사의 혼합거동에 대한 해석방법을 제시하고자 하였다.

2. 모형의 지배방정식 및 수치해석 방법

퍼프모형을 이용하여 연속적인 부유토사의 발생으로 인한 준설플룸의 혼합거동을 모의하는 경우에 각각의 시간간격에서 부여된 입자의 퍼프는 Eq. (1)의 전체질량, M을 갖는다.

$$M = \int_t^{t+\Delta t} q(\tau) d\tau \quad (1)$$

여기서, q는 단위시간당 부여된 부유토사의 질량이다. 준설플룸을 모의하기 위한 퍼프의 질량이 Gaussian 분포를 갖는다고 가정하면, 각각의 퍼프로 인한 특정지점에서의 부유사 농도값은 Eq. (2)를 이용하여 계산할 수 있다(Israelsson *et al.*, 2006).

$$C(x, y, z) = \frac{M}{(2\pi)^{3/2} \sigma_x \sigma_y \sigma_z} \exp \left\{ -\frac{(x-x_c)^2}{2\sigma_x^2} - \frac{(y-y_c)^2}{2\sigma_y^2} - \frac{(z-z_c)^2}{2\sigma_z^2} \right\} \quad (2)$$

여기서, (xc, yc, zc)는 퍼프의 중심위치이고, σ는 Gaussian 분포의 표준편차로서, 이를 이용하여 퍼프의 크기를 나타내고 확산에 의한 성장과정을 모의할 수 있다.

Fig. 1은 퍼프모형의 추적방법을 개념적으로 나타낸 것이다(Israelsson *et al.*, 2006). Fig. 1(a)와 같이 유속이 일정한 흐름에서 연속적으로 부여된 오염원의 해를 구하기 위해서는 국내에 널리 알려진 입자추적모형은 Fig. 1(b)와 같이 다수 입자의 무작위행보를 이용한다. 그러나 퍼프모형에서는 그보다 훨씬 적은 수의 퍼프를 모의함으로써 동일한 해를 얻을 수 있다. 퍼프모형에서 퍼프의 위치는 Eq. (3)에 나타난 바와 같이 주변의 유속장에 의하여 이송되고, 퍼프의 크기(σ)는 Eq. (4)에 나타난 바와 같이 확산과정에 의하여 크기가 성장한다.

$$\vec{\Delta x} = \vec{v} \Delta t \quad (3)$$

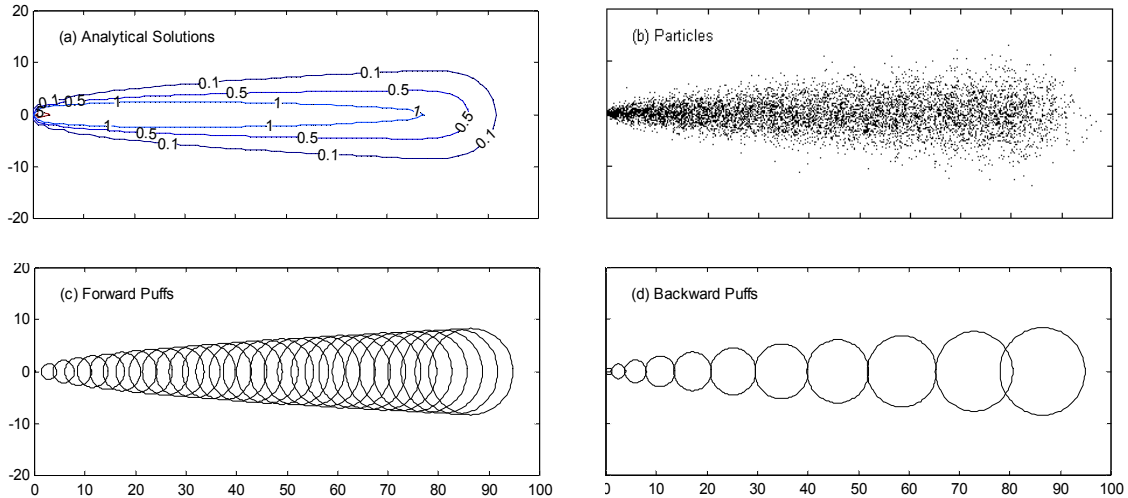


Fig. 1. Schematic Diagram of Lagrangian Models(Israelsson *et al.*, 2006)

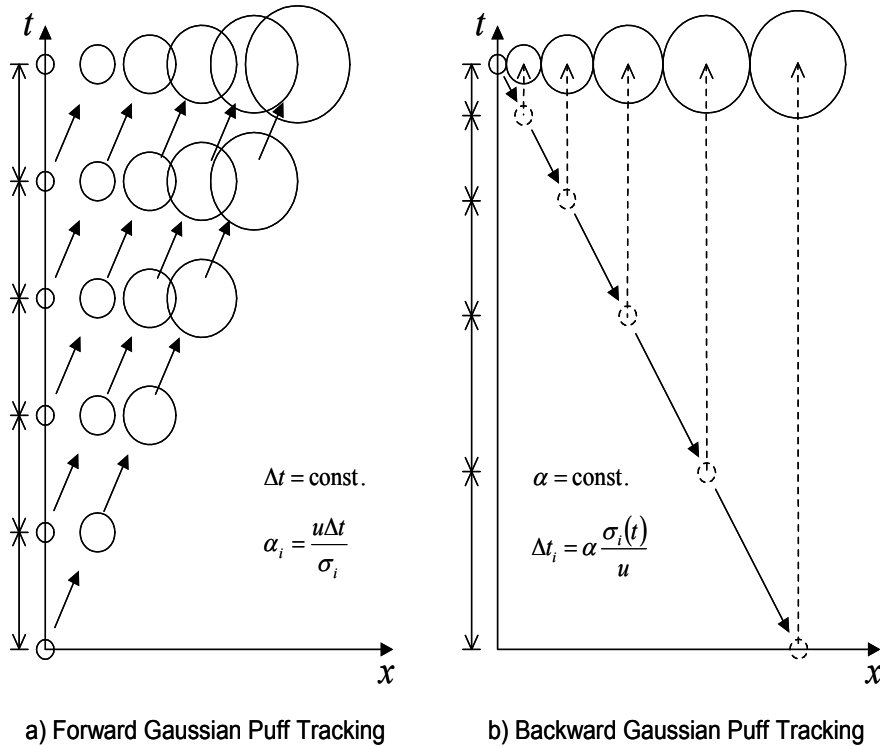


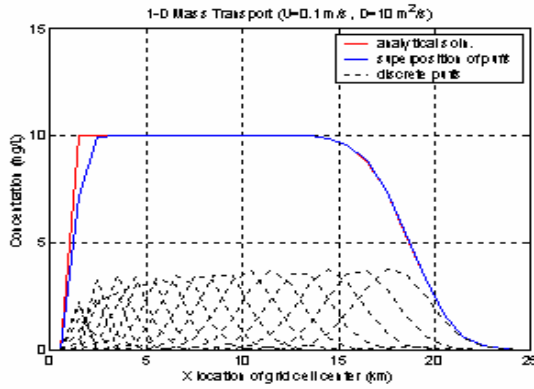
Fig. 2. Schematic Diagram of Puff Tracking Methods(Israelsson *et al.*, 2006)

$$\sigma^2 = \sigma_0^2 + \int_0^t 2E d\tau \quad (4)$$

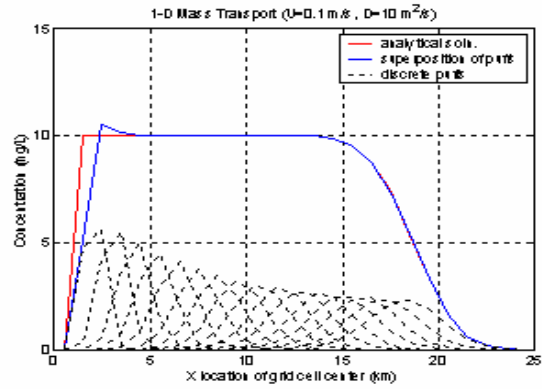
여기서, \vec{v} 은 퍼프 중심위치에서의 Lagrangian 유속이고, σ_0 는 퍼프의 초기크기, E 는 확산계수를 나타낸다. 또한 Fig. 1의 (c)와 (d)에 나타낸 바와 같이 각 퍼프를 추적하는 방법에 따라 전방추적모형과 후방추적모형으로 나눌 수 있으며, 이 두 가지 추적방법은 계산효율과

수치오차에 있어서 상이한 특성을 나타낸다.

전방추적법은 Fig. 2(a)에 나타낸 바와 같이 일정한 시간간격을 이용한다(Israelsson *et al.*, 2006). 그러므로 시간에 따라 일정한 연속오염원의 경우에 각각의 퍼프는 동일한 질량을 갖는다. 각각의 시간간격에서 새로운 퍼프가 오염원의 위치에 부여되고 이전에 부여된 퍼프들은 각각의 퍼프가 위치한 지점에서의 유속장에 의하여 이송 및 확산된다. 이와 같은 과정을 일정



(a) Forward Gaussian Puff Tracking



(b) Backward Gaussian Puff Tracking

Fig. 3. Simulation Results of Continuous Sources

한 시간동안 반복함으로써, 각각의 퍼프로 인한 농도장을 합하여 임의의 시간에서의 전체 농도분포를 나타낼 수 있다. 대부분의 경우, 전방추적법에 의한 퍼프모형은 각 퍼프들간의 중첩정도가 일정하지 않다. 이러한 효과를 정량적으로 분석하기 위하여 x 방향의 퍼프 중첩에 관한 무차원수, α_x 를 Eq. (5)와 같이 정의할 수 있다.

$$\alpha_x = \frac{u \Delta t}{\sigma_x(t)} \quad (5)$$

여기서, u 는 x 방향 유속이다. 전방추적법의 경우 초기에는 중첩계수가 크므로 정확도가 낮고 점차로 계산효율이 감소되는 단점이 있다. 반면 Fig. 2(b)에 나타난 후방추적법의 경우에는 일정한 퍼프중첩계수를 가지므로 정확성과 계산효율이 높다. 하지만 일정한 시간간격마다 농도장을 계산하고자 할 때, 전방추적법은 단 한번의 전체계산을 통하여 수행이 가능하지만 후방추적법의 경우에는 매 출력시간마다 초기시점까지 반복해서 계산해야하는 단점이 있다.

Fig. 3은 이와 같은 다수의 퍼프의 위치 및 크기 모

의를 이용하여 연속적으로 발생하는 부유토사의 1차원적인 혼합거동을 해석한 결과이다. Fig. 3에 나타난 바와 같이 전방추적법과 후방추적법에 의한 퍼프모형은 연속적인 오염원의 주입에 따른 농도분포를 입자추적모형에 비해 적은 수의 퍼프입자를 이용하여 비교적 정확하게 모의할 수 있다. 또한 전방추적법은 일정한 간격으로 퍼프입자를 부여함으로써 모의시간이 증가함에 따라 계산효율이 감소한다. 그러나 후방추적법은 확산이 증가할수록 적은 수의 퍼프입자만으로도 정확한 농도장의 모의가 가능하다.

Fig. 4는 경계조건 처리방법을 나타낸 것으로서, 퍼프모형은 폐경계에서는 입자추적모형과 동일한 결과를 나타내지만 개경계에서는 다른 결과를 보인다. 이와 같은 문제점은 실제 현장에 적용할 때 일정 정도의 수치오차를 야기할 수 있으나, 연안이나 하구 등의 개경계를 갖는 수역에서 충분히 넓은 수역을 계산영역으로 포함하면 이러한 오차는 무시할 수 있다. 또한 Fig. 5와 같이 퍼프모형이 점오염원이 아닌 선오염원을 모의하는 경우에 입자추적모형보다는 적은 수의 퍼프를 사용하는 장점이 있지만 선오염원의 양쪽 끝단에서 Gaussian 분포로 인한 일부 수치오차를 발생시킬 수 있

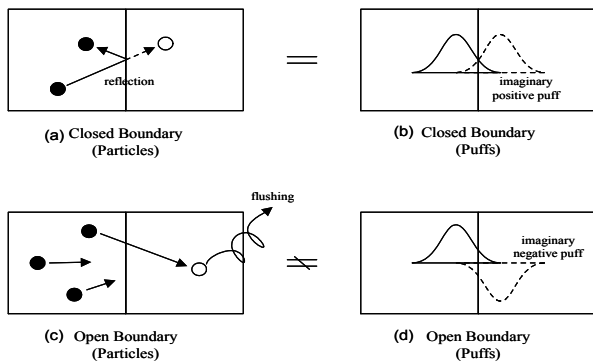


Fig. 4. Schematic Diagram of Boundary Condition

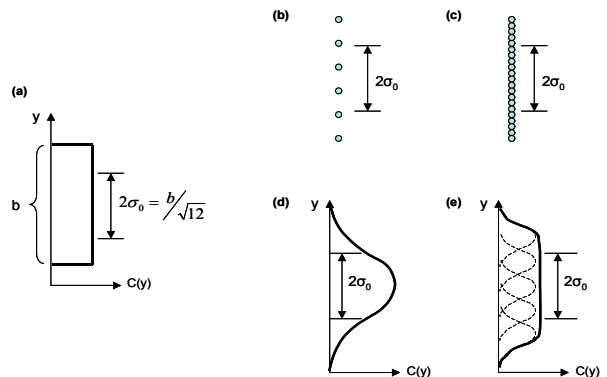


Fig. 5. Schematic Diagram of Line Sources

다. 이러한 부분은 퍼프모형이 입자추적모형에 비하여 월등하게 계산효율이 높으므로 보다 많은 개수의 퍼프 입자를 이용하여 선오염원을 모의함으로써 그 오차를 감소시킬 수 있다.

3. 모형의 검증

개발된 퍼프모형을 검증하여 현장 적용성을 검토하기 위하여 Eq. (6)과 같은 1차원 이송·확산의 경우에 대하여 수치모의를 수행하였으며, 이를 Eq. (7)의 해석해와 비교하였다.

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} = E_x \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \quad (6)$$

$$C = \frac{q'' e^{\frac{xu}{2E_x}}}{2u} \left[\left\{ \operatorname{erf} \left(\frac{x+ut}{\sqrt{4E_x t}} \right) - 1 \right\} \exp \left(\frac{xu}{2E_x} \right) - \left\{ \operatorname{erf} \left(\frac{x-ut}{\sqrt{4E_x t}} \right) - 1 \right\} \exp \left(-\frac{xu}{2E_x} \right) \right] \quad (7)$$

여기서, u 는 x방향 유속, E_x 는 x방향 확산계수, q'' 은 시간에 따라 단위면적당 부하된 오염질량이다. $x=0$ 인 지점에서 오염물질이 연속주입되는 경우에 관하여 수치 해석을 수행하였으며, 농도 모의결과에 대한 수치오차를 Eq. (8)과 같이 정의하였다.

$$S \text{ Error}(\%) = \sqrt{\frac{1}{N_G} \sum_{n=1}^{N_G} \left(\frac{C_{m,n} - C_{a,n}}{C_{a,n}} \right)^2} \times 100 \quad (8)$$

여기서, $C_{m,n}$ 은 n번째 격자에서 모의결과, $C_{a,n}$ 은 동일 지점에서의 해석해, 그리고 N_G 는 오차계산에 사용된 격자점의 수이다.

Fig. 6은 사용된 퍼프 수에 대한 개발된 퍼프모형의 수치오차를 Israelsson *et al.* (2006)에서 개발된 입자추적모형과 비교하여 나타난 것이다. 후방추적 퍼프모형은 전방추적 퍼프모형에 비하여 사용된 퍼프수와 관계없이 적은 오차를 발생하였다. 예를 하루의 시간간격 당 10개의 퍼프입자만을 사용한 경우에도 전방추적 입자모형은 약 10% 정도, 후방추적 입자모형은 약 5% 정도의 RMS 오차를 보였으며, 이는 입자수를 증가시킴에 따라 급격하게 낮아지는 것을 확인할 수 있다. 또한 전체적으로 퍼프모형이 입자모형보다는 훨씬 적은 수의 계산을 통하여 보다 작은 오차를 나타낼 수 있다는 것을 확인할 수 있다. 따라서 퍼프모형은 계산효율에 영향을 주지 않는 일정 개수의 퍼프입자 수만을 사용함으로써

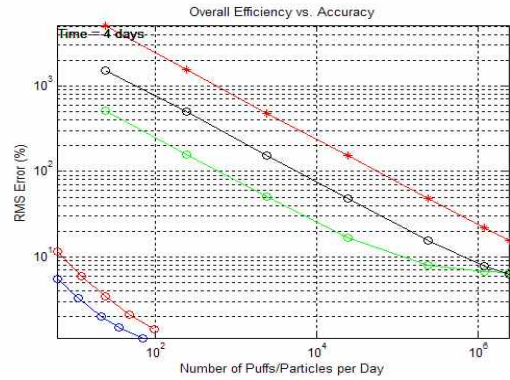


Fig. 6. Error Analysis for Number of Puffs

높은 정확도를 유지할 수 있다는 것을 확인할 수 있다.

퍼프모형의 한계점에 관하여 조사하기 위하여 Eq. (9)와 같이 x방향 유속이 변하는 전단흐름에서 $x=0$ 인 지점에서 오염물질이 순간 주입되는 경우에 관하여 대하여 수치모의를 수행하였으며, 이에 관한 해석해는 Eq. (10)과 같다(Israelsson *et al.*, 2006).

$$\frac{\partial C}{\partial t} + (u_0 + \lambda y) \frac{\partial C}{\partial x} = E_x \left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \right) \quad (9)$$

$$C = \frac{m'}{4\pi E(1 + \lambda^2 t^2/12)^{1/2}} \exp \left[-\left[\frac{\{x - x_0 - u_0 t - 0.5\lambda(y - y_0)t\}^2}{4Et(1 + \lambda^2 t^2/12)^{1/2}} + \frac{(y - y_0)^2}{4Et} \right] \right] \quad (10)$$

여기서, m' 은 단위수심당 부하된 질량, u_0 는 중심선 유속, 그리고 λ 는 횡방향 유속경사이다. 퍼프모형은 Gaussian 분포를 가정하므로 이와 같은 전단흐름에서의 농도장의 변화를 모의할 수 없다. 이에 대한 오차분석을 수행하고자 Eq. (11)과 같이 전단정도에 대한 무차원수를 정의하였다(Israelsson *et al.*, 2006).

$$S(t) = \frac{\lambda \sigma(t)}{u_0} = \frac{\lambda(\sigma_0 + \sqrt{2Et})}{u_0} \quad (11)$$

Fig. 7은 전단흐름에서의 농도분포에 관한 해석해를 나타낸 것이다. 전단계수가 증가함에 따라 농도분포는 긴 유선형구조로 변해가는 것을 확인할 수 있다. Fig. 8은 Gaussian 분포의 퍼프모형 수치모의 결과와 해석해를 비교하여 전단계수에 따른 수치오차를 나타낸 것이다.

4. 결론

본 연구에서는 준설 시 발생하는 부유토사의 혼합거

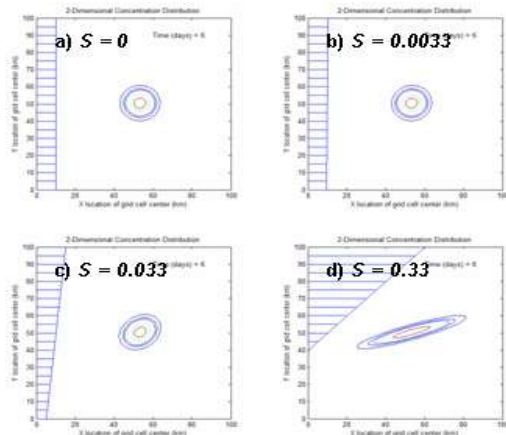


Fig. 7. Simulation Results for Shear Flow

등을 해석하기 위하여 입자추적모형보다 계산효율이 높은 Lagrangian 모형인 3차원 퍼프모형을 개발하였다. 개발된 퍼프모형을 검증하고 장·단점을 분석하기 위하여 본 연구에서는 흐름이 일정한 경우와 전단흐름의 경우에 대하여 이송·확산 수치모의를 수행하여 해석해 결과와 비교·분석하였다. 일정한 시간간격을 이용하는 전방추적 퍼프모형은 각 퍼프들 간의 중첩정도가 일정하지 않아 일정한 중첩정도를 갖는 후방추적 퍼프모형에 비하여 정확도나 계산효율이 떨어진다. 그러므로 후방추적 퍼프모형은 전방추적 퍼프모형에 비하여 사용된 퍼프수와 관계없이 적은 오차를 발생하였으며, 전체적으로 퍼프모형이 입자모형보다는 훨씬 적은 수의 계산을 통하여 보다 작은 오차를 나타낼 수 있다는 것을 알 수 있었다. 그러나 Gaussian 분포의 퍼프모형은 전단흐름에서의 긴 유선형 농도분포를 모의할 수 없었고, 이에 관한 오차는 전단계수가 증가함에 따라 비선형적으로 증가하였다. 향후, 실제 현장에서 부유토사의 발생에 따른 혼합거동에 관한 모니터링을 수행한 후에 본 연구에서 개발된 퍼프모형의 수치해석 결과와 비교함으로써 현장의 적용성을 검토하고, 이 결과에 따라 각각의 퍼프모형의 장점만을 갖는 해석 방법을 제시할 수 있을 것으로 판단된다.

감사의 글

본 연구는 건설교통부 건설핵심기술연구개발사업의 연구비지원(C106A1000007-06A060000711)에 의해 수행되었습니다. 또한 미국 MIT 토목환경공학과의 E. Eric Adams 교수의 자문에 감사드립니다.

참고 문헌

Adams, E.E., R. Kossik, and Baptista, A. (1986). *Source Representation in a Numerical Transport*

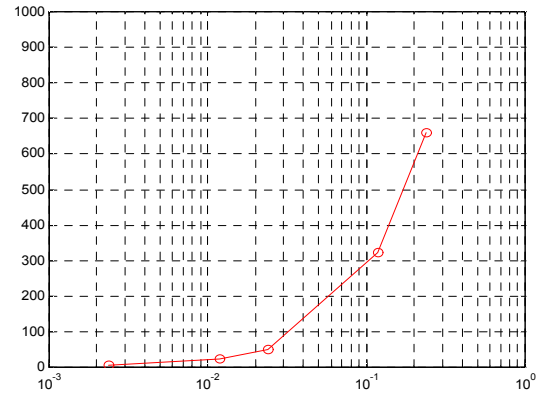


Fig. 8. Error Analysis for Shear Flow

Model, Lisbon.

Csanady, G.T. (1973). *Turbulent Diffusion in the Environment*. D. Reidel Publishing Company, Boston.

Heemink, A. (1990). "Stochastic modeling of dispersion in shallow water." *Stochastic Hydrology and Hydraulics*, Vol. 4, pp. 161-174.

Israelsson, P.H., Kim, Y.D., and Adams, E.E. (2006). "A comparison of three Lagrangian approaches for extending near field mixing calculations." *Environmental Modeling & Software*, Vol. 21, No. 12, pp. 1631-1649.

Reynolds, A.M. (2000). "On the application of a Lagrangian particle-puff model to elevated sources in surface layers with neutral stability." *Journal of Applied Meteorology*, Vol. 39, No. 7, pp. 1218-1228.

Roberts, P.J. (1999). "Modeling Mamala Bay outfall plumes. II: far field." *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol. 125, No. 6, pp. 574-583.

Taylor, J.A. (1989). "A stochastic Lagrangian atmospheric transport model to determine global CO₂ sources and sinks - a preliminary discussion." *Tellus*, Vol. 41B, pp. 272-285.

Tompson, A.F.B. and Gelhar, L.W. (1990). "Numerical simulation of solute transport in three-dimensional, randomly heterogeneous porous media." *Water Resources Research*, Vol. 26, No. 10, pp. 2541-2562.

| | |
|------------------------|------------------|
| 논문번호: 08-064 | 접수: 2008.05.15 |
| 수정일자: 2009.03.02/10.08 | 심사완료: 2009.10.08 |