

투과형 타원법을 이용한 중첩된 광학이방성 막의 유효 광축 및 등가 리타레이션 해석

류장위 · 김상열[†]

아주대학교 분자과학기술학과
 ④ 443-749 경기도 수원시 영통구 원천동 산 5번지

(2009년 9월 7일 받음, 2009년 9월 30일 수정본 받음, 2009년 9월 30일 게재 확정)

두개 이상의 광학이방성 막이 중첩된 복합막의 편광특성을 분석하였다. 투과형 타원법에서 사용되는 타원상수의 표현을 이용하여 복합 위상지연막의 유효 광축과 등가 리타레이션을 결정하는 방법을 제시하였다. 막 평면 방향으로 광축은 나란하지만 위상 지연의 정도가 균일하지 않은 불균일 위상지연판의 등가 리타레이션 및 유효 광축 방향을 나타내는 수학적 표현을 유도하였다. 또한 두개의 광학 이방성막이 광축이 나란하지 않게 중첩되어 있는 복합막의 등가 리타레이션 및 유효 광축 표현을 제시하고 입사광이 직선편광일 때 방위각 의존성 검토를 통해 이들을 실제로 적용할 때 마주치는 한계를 논의하였다.

Analysis of Effective Optic Axis and Equivalent Retardation of Composite Optically Anisotropic Film by Using Transmission Ellipsometry

Jang Wi Ryu and Sang Youl Kim

Department of Molecular Science and Technology, Ajou University, Suwon 443-749, Korea

[†]E-mail: sykim@ajou.ac.kr

(Received September 7, 2009; Revised manuscript September 30, 2009; Accepted September 30, 2009)

Polarization characteristics of a composite film composed of two optically anisotropic films are analyzed. The procedure to determine the effective optics axis and the equivalent retardation of the composite film is suggested in conjunction with the related ellipsometric expressions. The explicit expressions of the effective optic axis and the equivalent retardation of a non-uniform anisotropic film are derived when all optic axes are parallel. Those expressions of the composite film where optic axes of two constituting anisotropic films are not parallel are also derived. Dependence of those expressions on the polarization state of the incident light or the azimuth angle of the linearly polarized light and their limit when applied to practical use are discussed.

Keywords: Equivalent retardation, Effective optic axis, Optical anisotropy, Transmission ellipsometry, Composite anisotropic film
 OCIS codes: (160.4760) Optical properties; (260.2130) Ellipsometry and polarimetry; (240.0240) Optics at surfaces

I. 서 론

꾸준한 연구개발의 결과 빠른 반응시간의 구현, 넓은 시야각의 확보, 자연색에 가까운 색조의 구현, 높은 명암비의 실현 등 여러 측면에서 성능과 화질이 현격하게 개선된 LCD(Liquid Crystal Display)는 액정셀을 가운데에 두고 양쪽으로 편광판의 투과축이 수직으로 배치되는 기본구조를 가지고 있다.^[1-3] 편광판과 액정셀의 사이에는 전기장 인가를 위한 TFT(Thin Film Transistor) 패턴 또는 RGB(Red, Green and Blue)의 색 구현을 위한 CF(Color Filter) 패턴이 있으며 각 패턴 위에는 PI(Polyimide)를 코팅하고 러빙(rubbing)하여 PI와 접촉하는 액정이 일정한 방향으로 고정되도록(anchorng)

한다.^[1-2] 러빙의 방향과 러빙의 세기는 경계면에서 액정이 정렬하는 방향과 액정이 고정되는 정도를 결정하는 주된 요인이 되기 때문에 러빙공정 단계에서의 불량은 화질 저하의 직접적인 원인이 된다. 러빙공정 도중에 러빙의 정도를 실시간으로 측정 분석하는 방법으로 러빙에 의한 PI의 광학이방성을 측정, 분석하는 방법이 있다. 광학적인 방법으로 PEM(Piezo-Electric Modulator)에 기반한 광위상변조 방법이나 편광법 또는 반사율이방성분광법(Reflection Anisotropy Spectroscopy, RAS)에 기반한 방법 등이 사용되고 있으나^[4-10] 러빙된 PI에 의한 광학이방성이 리타레이션 값으로 표현할 때 0.3 nm 정도로 매우 작기 때문에 생산현장에서 요구하는 러빙방향의 측정 정밀도와 빠른 측정 및 분석속도를 만족시키지 못하고 있다.^[5-10] 특히 유리기판 또는 패턴에 의한 광학이방성의 정도가 러빙된 PI에 의한 광학이방성과 비교하여 무시할

[†]E-mail: sykim@ajou.ac.kr

수 없는 경우 두 광학이방성이 겹쳐져 유효광축의 방향과 등가 리타레이션값이 매우 크게 변한다.^[11] 따라서 두개의 광학이방성 시료가 중첩될 때 유효광축 및 등가 리타레이션에 대한 정확한 해석은 러빙의 방향과 정도를 파악하는데 필수적이다.

본 연구에서는 두개 이상의 광학이방성 시료가 중첩될 경우 각각에 의한 광학이방성이 등가 리타레이션과 유효 광축에 미치는 영향을 분석하였다. 또한 두 광학이방성 시료의 광축이 나란하지 않을 경우의 등가 리타레이션 및 유효 광축 표현을 유도하고 그 한계를 검토하였다.

II. 본 론

2.1. 투과형 타원법을 사용한 광축과 리타레이션 결정

타원계(ellipsometer) 중에서 기본적인 구조인 편광자-보정기-시료-검광자의 구조를 가지는 PCSA 타원계를 투과형으로 사용하고 회전검광자 방식으로 구동시킬 때 측정되는 빛의 세기를 회전검광자의 방위각 A 의 함수로 나타내면

$$I(A) = I_0(1 + \alpha \cos 2A + \beta \sin 2A) \quad (1-1)$$

와 같다. 여기에서 보정기인 위상지연판의 광축과 광학이방성 시료의 방위각은 0으로 일치시켰다. 식 (1-1)에서 푸리에 계수 α, β 는 $\rho = \frac{t_e}{t_o} = \tan(\psi)e^{i\Delta}$ 와 같이 정의되는 타원상수 Ψ, Δ 들과 다음과 같은 관계를 만족한다.^[10] 여기서 t_e 와 t_o 는 각각 느린축과 빠른축의 투과계수를 가리킨다.

$$\alpha = \frac{\tan^2 \Psi - \tan^2 P}{\tan^2 \Psi + \tan^2 P} \quad (1-2)$$

$$\beta = \frac{2 \tan \Psi \tan P \cos(\Delta - \delta_C)}{\tan^2 \Psi + \tan^2 P} \quad (1-3)$$

여기에서 P 는 편광자의 방위각으로 대개 45° 로 고정하며, δ_C 는 위상지연판의 위상지연각으로써 4분파장 위상지연판을 사용한다면 90° 가 된다. 위식으로부터 타원상수들의 표현을 아래와 같이 유도할 수 있다.

$$\tan \Psi = \tan P \sqrt{\frac{1 + \alpha}{1 - \alpha}} \quad (1-4)$$

$$\cos(\Delta - \delta_C) = \frac{\beta}{\sqrt{1 - \alpha^2}} \quad (1-5)$$

시료의 광학이방성이 작을 경우에는 α 와 β 모두 절대값이 1보다 매우 작은 값을 가지는데 4분파장 위상지연판을 사용할 경우 식 (1-5)는

$$\Delta \approx \beta \quad (1-6)$$

와 같이 간단한 표현이 된다.

위상판 시료의 위상지연 특성은 빠른축의 굴절률과 느린축의 굴절률의 차이인 Δn 에 시료의 두께 d 를 곱한 고유 리타레이션(intrinsic retardation)으로 다음과 같이 나타낸다.

$$Ret_0 = \Delta n \times d \quad (1-7)$$

일반적으로 리타레이션은 투과형 타원법에서 정의되는 타원상수 Δ 로써

$$Ret = \frac{\lambda \Delta}{2\pi} \quad (1-8)$$

와 같이 표현되므로^[10] 타원상수 Δ 로부터 리타레이션을 바로 얻을 수 있다. 한편 광축방향 즉 시료의 방위각은 다음과 같은 절차에 따라 구할 수 있다.

시료를 임의의 각도 θ_s 에 위치시키고 측정되는 빛의 세기를 아래 식 (1-9)와 같이 회전검광자의 방위각 A 의 함수로 나타낼 때 그 푸리에계수인 $\alpha_{app}, \beta_{app}$ 를 사용하여 식 (1-5) 및 식 (1-8)에 따라 겉보기 리타레이션(apparent retardation)을 구한다.

$$I(A, \theta_s) = I_0(1 + \alpha_{app} \cos 2A + \beta_{app} \sin 2A) \quad (1-9)$$

한편 측정되는 빛의 세기를 $A - \theta_s$ 의 함수로 나타낼 때의 푸리에 계수들을 α_i, β_i 라 하면 식 (1-9)는 식 (1-10)과 같이 나타낼 수 있다.

$$I(A, \theta_s) = I_0[1 + \alpha_i \cos 2(A - \theta_s) + \beta_i \sin 2(A - \theta_s)] \quad (1-10)$$

$\alpha_{app}, \beta_{app}$ 는 시료의 방위각 θ_s 의 삼각함수 형태로 변한다. 이에 반해 α_i, β_i 각각은 시료의 고유 리타레이션과 시료의 위치에 따라 달라지지만 $\sqrt{\alpha_i^2 + \beta_i^2}$ 는 시료의 고유 리타레이션 만에 의해 결정된다. 즉 $\sqrt{\alpha_i^2 + \beta_i^2}$ 는 시료의 위치 또는 각도와는 무관하게 일정한 값을 가진다. 시료의 방위각에 따라 달라지는 겉보기 리타레이션은 고유 리타레이션이 수 nm 이하로 매우 작은 광학이방성 시료의 경우 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$Ret_{app} \approx \lambda \frac{\beta_{app}}{2\pi} = \frac{\lambda}{2\pi} \sqrt{\alpha_i^2 + \beta_i^2} \sin(2\theta_s - 2\theta_R) \quad (1-11)$$

여기에서

$$\theta_R = -\frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{\beta_i}{\alpha_i} \right) \quad (1-12)$$

이다. 식 (1-11)으로부터

$$\theta_s = \theta_R + \frac{\pi}{4} \quad (1-13)$$

가 될 때 겹보기 리타데이션이 최대가 됨을 알 수 있고 그 최대값은 고유 리타데이션과 같다. 결론적으로 광축방향과 고유 리타데이션을 측정하는 방법을 간단히 요약하면 다음과 같다. 시료를 회전시키며 측정한 $\alpha_{app}, \beta_{app}$ 로부터 구한 겹보기 리타데이션이 최대가 되는 시료의 각도 θ_s 로부터 광축의 방향을 식 (1-13)과 같이 구할 수 있고 최대 겹보기 리타데이션으로부터 시료의 고유 리타데이션을 식 (1-14)와 같이 얻게 된다.

$$Ret_0 = \frac{\lambda}{2\pi} \sqrt{\alpha_i^2 + \beta_i^2} \quad (1-14)$$

2.2. 광축은 나란하지만 균일하지 않은 광학이방성 막의 등가 리타데이션 및 유효광축

두개 이상이 광학이방성 매질이 섞여 있을 때 이들에 의한 유효 광학이방성을 다음과 같이 빛의 편광상태 변화를 표현하는 존스행렬을 사용하여 나타내어 보자. 빠른축과 느린축의 투과계수의 비가 각각 t_1, t_2 이고 위상지연각이 각각 δ_1, δ_2 인 균일한 두개의 광학이방성 막을 연속하여 통과시킬 때 일어나는 빛의 편광상태 변화와 동등한 편광작용을 하는 등가 광학이방성 단일막을 다음과 같이 기술한다. 즉 유효 광학이방성 막을 빠른축과 느린축의 투과계수의 크기비 t_{eff} , 위상지연의 차이 δ_{eff} 로 표현한다. 이들에 의한 빛의 편광상태 변화는 두 광학이방성 막의 광축이 서로 나란할 경우 존스행렬을 사용하여 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\vec{T} = \begin{pmatrix} t_1 e^{i\delta_1} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t_2 e^{i\delta_2} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} t_{eff} e^{i\delta_{eff}} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tan \Psi_{eff} e^{i\Delta_{eff}} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2-1)$$

여기서 $\tan \Psi_{eff}, \Delta_{eff}$ 는 빠른축과 느린축이 각각 기저 직선편광이 되는 좌표축에서 정의된 유효 타원상수를 나타낸다. 식 (2-1)을 요약하면 빠른축과 느린축의 투과계수의 비가 각각 t_1, t_2 이고 위상지연각이 각각 δ_1, δ_2 인 균일한 두개의 광학이방성 막들을 투과계수의 비가 $t_{eff} = t_1 t_2$, 위상지연각이 $\delta_{eff} = \delta_1 + \delta_2$ 인 하나의 균일한 광학이방성 막으로 대체할 수 있고 그 유효 타원상수들은 다음과 같다.

$$\tan \Psi_{eff} = t_1 t_2 \quad (2-2)$$

$$\Delta_{eff} = \delta_1 + \delta_2 \quad (2-3)$$

시료 평면상에서 위치에 따라 광학이방성이 달라지는 경우 또는 광학이방성이 균일하지 않은 시료의 경우 유효 광학이방성은 이 시료를 N 개의 미소부분의 합으로 취급한다. 각

미소부분의 면적이 충분히 작아지도록 미소부분의 갯수를 충분히 증가시키면 각 미소부분내의 광학이방성은 균일하다고 할 수 있으므로 다음과 같이 광학이방성이 균일하지 않은 시료의 편광작용을 균일한 각 미소부분에 의한 광학이방성의 합에 의한 편광작용으로 대체시킬 수 있다.

$$\vec{T} = \sum_{k=1}^N \begin{pmatrix} t_k e^{i\delta_k} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2-4)$$

여기에서 t_k 는 k 번째 미소부분에 의한 빠른축과 느린축의 투과계수의 비이며 δ_k 는 k 번째 미소부분에 의한 위상지연을 가리킨다. 러빙된 PI가 있는 LCD 유리기층과 같이 이방성의 정도가 매우 작고 투명한 시료의 경우 각 미소부분의 빠른축과 느린축의 투과계수의 비는 일정한 값을 가지는 것($t_k = t_0$)으로 근사할 수 있다. 이러한 시료의 이웃하는 미소부분간 위상지연각의 차이가 일정하다면 이 차이를 아래식과 같이 δ 로 나타낼 수 있다.

$$\delta_{k+1} - \delta_k = \delta \equiv \frac{\delta_N - \delta_1}{N-1} \quad (2-5)$$

이 때 식 (2-4)의 우측항에서 행렬의 첫 번째 항인 $\sum_{k=1}^N e^{i\delta_k}$ 는 다음과 같은 표현으로 유도된다.

$$\sum_{k=1}^N e^{i\delta_k} = e^{i(\delta_1 + \delta_N)/2} \left(\frac{\sin\left(\frac{N\delta}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\delta}{2}\right)} \right) \quad (2-6)$$

이같이 균일하지 않은 시료위에 균일한 광학이방성 시료를 광축을 나란하게 하여 접합한 복합시료에 의한 빛의 편광상태 변화를 표현하는 존스행렬은

$$\vec{T} = \begin{pmatrix} t_h e^{i\delta_h} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \left[\sum_{k=1}^N \begin{pmatrix} t_0 e^{i\delta_k} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right] \quad (2-7)$$

와 같이 쓸 수 있는데 식 (2-1)과 식 (2-6)을 이용하면 이 존스행렬식으로부터 복합시료의 유효 타원상수 표현을 구할 수 있다. 여기서 t_h 와 δ_h 는 각각 균일한 광학이방성 시료의 빠른축과 느린축의 투과계수의 비와 위상지연을 가리키며 $t_{eff} = t_h t_0$ 이다.

$$\tan \Psi_{eff} = t_{eff} \times \left(\frac{\sin\left(\frac{N\delta}{2}\right)}{N \sin\left(\frac{\delta}{2}\right)} \right) \quad (2-8)$$

$$\Delta_{eff} = \delta_h + (\delta_1 + \delta_N)/2 \quad (2-9)$$

이상의 결과를 요약하면 광축이 나란할 경우 i) 균일한 두 광학이방성 막이 접합된 복합시료, ii) 균일하지 않은 광학이방성 시료, 그리고 iii) 균일하지 않은 시료를 포함한 복합시

료 들의 유효 광축과 등가 리타레이션을 각 구성 막들의 광학이방성 상수들을 사용하여 표현할 수 있다. 투과형 타원법 및 타원상수들을 매개로 사용하여 복합시료의 유효 광축의 방향과 등가 리타레이션을 구하는 방법을 요약하면 다음과 같다. 위의 식 (2-2)와 식 (2-3) 또는 식 (2-8)과 식 (2-9)에 따라 유효 타원상수들을 구하고 식 (1-2)와 식 (1-3)에 따라 푸리에계수인 α_i 와 β_i 를 구한 다음 식 (1-13)과 식 (1-14)에 따라 광축의 방향과 리타레이션 표현을 유도하면 아래 식 (2-10)과 식 (2-11)과 같이 된다. 이렇게 구한 광축과 리타레이션은 각각 복합 시료의 유효 광축, 등가 리타레이션이라 할 수 있다. 균일하지 않은 광학이방성 막을 균일한 광학이방성 막에 접합시킨 복합시료의 경우 이 유효 광축과 등가 리타레이션은 t_{eff} , δ_h , δ_1 , δ_N , 그리고 N 에 따라 폭넓은 변화를 보인다.

$$\theta_s = \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \tan^{-1} \left[\frac{2 \tan \Psi_{eff} \tan P \cos(\Delta_{eff} - \delta_C)}{\tan^2 \Psi_{eff} - \tan^2 P} \right] \quad (2-10)$$

$$Ret \approx \frac{\lambda}{2\pi} \frac{\sqrt{(\tan^2 \Psi_{eff} - \tan^2 P)^2 + 4 \tan^2 \Psi_{eff} \tan^2 P \cos^2(\Delta_{eff} - \delta_C)}}{\tan^2 \Psi_{eff} + \tan^2 P} \quad (2-11)$$

그림 1은 $N=100$, $\delta_h = -0.002$ 인 경우를 기준으로 하여 몇 가지 t_{eff} 에 대해 δ_1 과 δ_N 의 변화에 따른 광축 방향과 리타레이션의 변화를 그린 그래프이다. 파장은 550 nm로 하였다. 러빙된 PI 박막이 있는 유리기판과 같이 $\delta_N - \delta_1$ 의 크기가 1.0보다 매우 작을 때에는 $\frac{\sin(N\delta/2)}{N\sin(\delta/2)} \approx 1$ 이 되어 식 (2-8)항의 우측항은 t_{eff} 으로 근사할 수 있으므로 미소 광학이방성 부분들에 의한 효과는 t_{eff} 가 $\tan \Psi_{eff}$ 를 통해 미치는 효과와 식 (2-9)의 위상지연각이 Δ_{eff} 를 통해 미치는 효과로

구분된다. 투과계수의 비는 n_e/n_o 의 값이 1.0보다 커지거나 작아짐에 따라 1.0보다 커지거나 작아지는데 $\delta_1 = \delta_N (\equiv \delta_{ave})$ 인 경우 t_{eff} 가 1.00003, 1.0003, 1.0005인 각각의 경우에 대하여 δ_{ave} 가 -0.003 로부터 $+0.005$ 까지 변할 때 광축과 리타레이션의 변화를 그린 그림 1에서 다음과 같은 경향을 볼 수 있다. t_{eff} 가 1.0000으로 가까이 가면 광축은 90도 또는 0도로 접근한다. t_{eff} 가 1.0000일 때 δ_{ave} 가 -0.003 부터 조금씩 증가하면 광축은 90도로 일정하게 유지되며 리타레이션은 $|\delta_h + \delta_{ave}|$ 의 최대값인 0.005에 해당하는 리타레이션 값인 0.436 nm 으로부터 점진적으로 감소한다. δ_{ave} 의 값이 $+0.002$ 가 되면 광축은 90도에서 0도로 급격히 변하며 리타레이션은 0 nm가 된다. δ_{ave} 가 계속 증가하면 광축은 0도를 유지하고 리타레이션은 점진적으로 증가하는데 δ_{ave} 가 $+0.005$ 가 되면 $\delta_h + \delta_{ave} = 0.003$ 이 되고 리타레이션은 0.263 nm가 된다. $\delta_1 \neq \delta_N$ 이면 리타레이션은 식 (2-9)에 따라 위상지연각을 합한 값을 사용하여 계산한 값과 같이 된다. 예를 들어 $\delta_1 = -0.003$, $\delta_N = 0.005$ 이면 δ_{ave} 이 0.001인 경우와 같으며 그래프에서 \times 로 표시한 곳과 같이 리타레이션은 0.087 nm가 된다. t_{eff} 가 1.0000보다 커지면 δ_{ave} 가 -0.003 부터 조금씩 증가함에 따라 광축은 90도보다 약간 작은 값에서 감소하기 시작하여 0도보다 약간 큰 값으로 접근하고 리타레이션은 감소하다가 증가하는데 그 최소값은 0보다 커진다. 예를 들어 t_{eff} 가 1.0005이면 δ_{ave} 가 증가함에 따라 광축은 87.12도에서 시작하여 완만히 감소하며 리타레이션은 0.436 nm 으로부터 비교적 일정한 비율로 감소한다. $-\delta_h (=0.002)$ 근방에서 광축은 매우 빠르게 감소하고 리타레이션은 최소값인 0.043 nm가 되는데 이 최소값은 t_{eff} 이 커질수록 증가한다. δ_{ave} 가 $-\delta_h$ 보다 큰 값으로 계속 증가하면 광축은 다시 완만하게 감소하여 4.79도로 접근하고 리타레이션은 다시 거의 일정한 비율로 증가하여 0.263 nm가 된다.

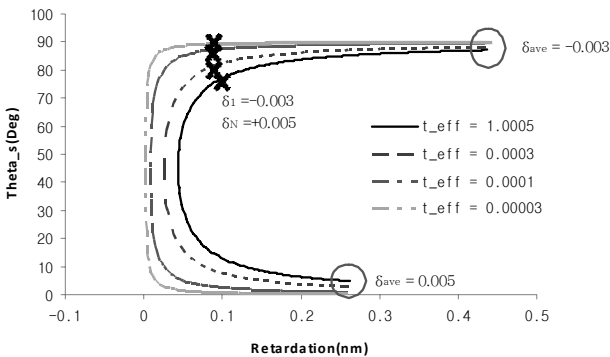


Fig. 1. Variation of the effective optic axis θ_s versus the equivalent retardation of the composite film. The phase retardation angle of the homogeneous film and those of the inhomogeneous film are $\delta_h = -0.002$, $\delta_1 = -0.003$, $\delta_N = 0.005$, respectively. The graphs are for the effective relative transmission coefficient t_{eff} of 1.00003, 1.0001, 1.0003, and 1.0005 (from left to right), respectively, while the average retardation δ_{ave} is varied from -0.003 to 0.005.

2.3. 두 광학이방성 막의 광축이 나란하지 않게 중첩될 때 복합시료의 리타레이션 및 광축

동일한 평면상에 있지만 두 광축이 나란하지 않게 배열된 두개의 광학이방성 시료가 겹쳐져 있을 때 이 복합시료의 광축과 리타레이션에 관하여 알아보자. 광축이 면상에 존재하는 a -plate의 경우, 광축이 서로 θ 의 각을 이루고 있는 두 a -plate가 겹쳐진 시료를 대상으로 하여 이를 하나의 a -plate로 대체할 수 있는지에 대해 다음과 같은 방법으로 검토한다. 즉 방위각이 P 인 직선 편광을 입사광으로 하여 이 직선 편광이 두개의 광학이방성 시료를 연속적으로 투과할 때 겪는 편광상태 변화와 동일한 편광작용을 하는 하나의 광학이방성 시료가 존재하는지의 여부를 검토한다. 방위각이 P 인 직선 편광이 위상지연각이 δ_2 인 위상판 시료와 이 시료와 θ 의 각을 이루고 있고 위상지연각이 δ_1 인 위상판 시료를 연속적으로 투과할 때 투과광의 편광상태변화를 존스행렬법을 사용하여 아래 식(3-1)의 좌측항과 같이 나타낼 수 있다. 시

료의 이러한 편광작용은 타원상수를 사용하면 식 (3-1)의 우측항과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{pmatrix} e^{i\delta_1} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{i\delta_2} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos P \\ \sin P \end{pmatrix} = \text{const} \begin{pmatrix} \tan\Psi e^{i\Delta} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos P \\ \sin P \end{pmatrix} \quad (3-1)$$

두개의 이방성 시료와 동일한 편광작용을 하는 위상판 시료를 위상지연각 δ 와 방위각 ξ 로 나타낸다면 이 시료의 편광작용은 아래 식 (3-2)와 같이 쓸 수 있으므로 δ, ξ 를 $\delta_1, \delta_2, \theta$ 로 표현할 수 있을지의 여부로써 등가 위상판의 존재 여부를 판단할 수 있다. 여기서는 δ, ξ 가 입사광의 편광상태 즉 직선편광의 방위각 P 와 무관한지 여부도 아울러 검토하고자 한다.

$$\begin{pmatrix} e^{i\delta} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\xi & \sin\xi \\ -\sin\xi & \cos\xi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos P \\ \sin P \end{pmatrix} = \text{const} \begin{pmatrix} \tan\Psi e^{i\Delta} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos P \\ \sin P \end{pmatrix} \quad (3-2)$$

식 (3-1) 또는 식(3-2)의 우측항 행렬곱을 변환하면 다음과 같다.

$$\text{const} \begin{pmatrix} \tan\Psi \cos P e^{i\Delta} \\ \sin P \end{pmatrix} = \text{const}' \begin{pmatrix} \cot P \tan\Psi e^{i\Delta} \\ 1 \end{pmatrix} \quad (3-3)$$

식 (3-2)의 좌측항은

$$\begin{pmatrix} e^{i\delta} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\xi & \sin\xi \\ -\sin\xi & \cos\xi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos P \\ \sin P \end{pmatrix} = \frac{1}{\sin(P-\xi)} \begin{pmatrix} \cot(P-\xi) e^{i\delta} \\ 1 \end{pmatrix} \quad (3-4)$$

와 같이 되므로 식 (3-3)과 식(3-4)의 우측항을 비교하여 다음과 같은 관계식들을 얻는다.

$$\Delta = \delta \quad (3-5)$$

$$\tan\Psi = \frac{\cot(P-\xi)}{\cot P} \quad (3-6)$$

즉 타원상수 Δ 는 δ 와 같으며 타원상수 Ψ 는 직선편광의 방위각 P 와 위상판의 방위각 ξ 에 의해 식 (3-6)과 같이 결정된다. 한편 식 (3-1)의 좌측항 행렬곱을 계산하면

$$\begin{pmatrix} e^{i\delta_1} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{i\delta_2} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos P \\ \sin P \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos P \cos\theta e^{i(\delta_1+\delta_2)} + \sin P \sin\theta e^{i\delta_1} \\ -\cos P \sin\theta e^{i\delta_2} + \sin P \cos\theta \end{pmatrix} \quad (3-7)$$

와 같으므로 식 (3-3)과 식 (3-7)의 우측항들을 비교하여 다음과 같은 관계식들을 얻는다.

$$\cot P \tan\Psi e^{i\Delta} = \frac{\cos P \cos\theta e^{i(\delta_1+\delta_2)} + \sin P \sin\theta e^{i\delta_1}}{-\cos P \sin\theta e^{i\delta_2} + \sin P \cos\theta} \quad (3-8)$$

식 (3-8)의 좌변과 우변의 허수부분 또는 실수부분을 각각 비교하고 약간의 계산과정을 거치면 다음과 같은 관계식들을 얻을 수 있다.

$$\tan\Delta = \frac{\cos 2P \sin 2\theta \sin\delta_1 + \sin 2P [(1-\cos 2\theta) \sin(\delta_1-\delta_2) - (1+\cos 2\theta) \sin(\delta_1+\delta_2)]}{\cos 2P \sin 2\theta \cos\delta_1 + \sin 2P [(1-\cos 2\theta) \cos(\delta_1-\delta_2) - (1+\cos 2\theta) \cos(\delta_1+\delta_2)]} \quad (3-9)$$

$$\cot^2 P \tan^2\Psi = \frac{1 + \cos 2P \cos 2\theta + \sin 2P \sin 2\theta \cos\delta_2}{1 - \cos 2P \cos 2\theta - \sin 2P \sin 2\theta \cos\delta_2} \quad (3-10)$$

마지막으로 식 (3-5)와 식 (3-9)를 비교하여 $\tan\delta$ 의 표현을, 식 (3-6)과 식 (3-10)을 비교하여 ξ 의 표현을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\tan\delta = \frac{\cos 2P \sin 2\theta \sin\delta_1 + \sin 2P [(1-\cos 2\theta) \sin(\delta_1-\delta_2) - (1+\cos 2\theta) \sin(\delta_1+\delta_2)]}{\cos 2P \sin 2\theta \cos\delta_1 + \sin 2P [(1-\cos 2\theta) \cos(\delta_1-\delta_2) - (1+\cos 2\theta) \cos(\delta_1+\delta_2)]} \quad (3-11)$$

$$\cot^2(P-\xi) = \frac{1 + \cos 2P \cos 2\theta + \sin 2P \sin 2\theta \cos\delta_2}{1 - \cos 2P \cos 2\theta - \sin 2P \sin 2\theta \cos\delta_2} \quad (3-12)$$

식 (3-11)과 식 (3-12)는 각 위상지연판의 위상지연각과 사이각인 $\delta_1, \delta_2, \theta$ 를 사용하여 등가 위상지연판의 위상지연각과 방위각인 δ, ξ 를 나타낼 수 있음을 보여준다. 그러나 식 (3-11)과 식 (3-12)의 표현들은 $\delta_1, \delta_2, \theta$ 뿐만이 아니라 편광자의 방위각인 P 의 함수이기도 하다. δ, ξ 가 편광자의 방위각의 함수라는 것은 2개 이상의 a -plate를 하나의 a -plate로 대체할 수 있지만 대체할 a -plate의 유효 방위각과 유효 위상지연각은 각 a -plate들의 위상각 δ_1, δ_2 과 이들의 사이각 θ 만의 함수가 아니라 입사광의 편광상태에 의해서도 달라짐을 의미한다. 이는 입사광이 임의의 편광상태에 있을 때 엇비슷하게 포개진 두개의 a -plate와 동일한 작용을 하는 하나의 a -plate는 존재하지 않음을 가리킨다.

특수한 경우로써 두 a -plate가 이루는 각이 작으면 θ 의 일차항만을 고려하여 식 (3-11)과 식(3-12)를 아래와 같은 근사식으로 간단하게 쓸 수 있다. 특히 $\theta=0$ 이면 이 식들은 $\tan\delta = \tan(\delta_1+\delta_2)$, $\cot^2(P-\xi) = \cot^2 P$ 즉 $\delta = \delta_1+\delta_2$, $\xi = 0$ 으로 직관적으로 쉽게 파악할 수 있는 결과로 환원된다.

$$\tan\delta = \frac{\theta \cos 2P \sin\delta_1 - \sin 2P \sin(\delta_1+\delta_2)}{\theta \cos 2P \cos\delta_1 - \sin 2P \cos(\delta_1+\delta_2)} \quad (3-13)$$

$$\cot^2(P-\xi) = \frac{1 + \cos 2P + 2\theta \sin 2P \cos\delta_2}{1 - \cos 2P - 2\theta \sin 2P \cos\delta_2} \quad (3-14)$$

또한 $\delta_2=0$ 이면 식 (3-11)과 식 (3-12)는 아래식 (3-15)와 (3-16)과 같이 $\delta = \delta_1$, $\xi = \theta$ 임을 확인할 수 있는 간단한 표현이 된다.

$$\tan \delta = \tan \delta_1 \quad (3-15)$$

$$\cot^2(P-\xi) = \cos^2(P-\theta) \quad (3-16)$$

만약 입사광이 직선편광이며 그 방위각이 고정되어 있을 경우 식(3-11)과 식(3-12)에 따라 복합판의 유효 위상지연각과 유효 방위각을 정확하게 계산할 수 있다. 예를 들어 $\delta_1 = 24.7^\circ$, $\delta_2 = 4.5^\circ$, $\theta = 6.70^\circ$, $P = 22.5^\circ$ 이면 식 (3-11)과 식 (3-12)의 표현에 따라 계산된 값들은 $\delta = 29.9^\circ$, $\xi = 6.67^\circ$ 으로 ξ 는 측정오차한계 내에서 θ 와 일치하며 550 nm의 측정파장에서 $\delta = 29.9^\circ$ 에 해당하는 리타레이션인 45.7 nm 또한 이 복합시료의 리타레이션 측정값인 45.5 nm와 오차한계 내에서 서로 일치한다.

한편 광학이방성의 정도가 매우 작을 때 즉 δ_1, δ_2 의 크기가 1.0 보다 매우 작을 때에는 식 (3-11)과 식 (3-12)을 다음과 같이 근사적인 표현으로 유도할 수 있다.

$$\tan \delta = \frac{\delta_1 \cos 2P \sin 2\theta - 2 \sin 2P (\delta_2 + \delta_1 \cos 2\theta)}{\cos 2P \sin 2\theta - 2 \sin 2P \cos 2\theta} \quad (3-17)$$

$$\cot^2(P-\xi) = \cot^2(P-\theta) \quad (3-18)$$

III. 결 론

투과형 타원법에서 사용되는 타원상수 표현들을 이용하여 두개 이상의 광학이방성 막이 중첩된 복합 위상지연막의 유효 광축과 등가 리타레이션을 결정하는 방법을 제시하였다. 막 평면 방향으로 광축이 놓여있고 광축들이 서로 나란할 경우 불균일한 위상지연판을 포함하는 복합판의 등가 리타레이션 및 유효 광축 방향을 나타내는 수학적 표현을 유도하였다. 위상지연각이 작은 두 광학이방성막이 접합된 복합판을 구성하는 각각의 변수에 따라 등가 리타레이션 및 유효 광축 방향이 넓은 영역에 걸치지만 일관성 있게 변하는 것을 전산 모사 계산을 통해 보여주었다. 또한 두개의 광학 이방성 막의 광축이 동일한 평면상에 있지만 나란하지 않게 중첩되어 있는 복합막의 등가 리타레이션 및 유효 광축 표현을 제시하고 두 광축이 이루는 사이각이 작은 경우와 각각의 광학이방성이 작은 경우 이들의 근사표현이 직관적으로 파악할 수 있는 결과와 일치함을 보여주었다. 입사광이 직선편광일 때 복합막의 등가 리타레이션 및 유효 광축 표현이 보여주는 방위

각 의존성을 통해 이 표현들이 가지는 적용상의 한계를 논의하였다.

감사의 글

본 연구는 2008년도 경기도 기술개발사업(과제명: LCD 배향막 검사장비 개발)의 연구비 지원을 받아 이루어 졌습니다.

References

1. D.-K. Yang and S.-T. Wu, *Fundamentals of Liquid Crystal Devices* (John Wiley & Sons, Chichester, UK, 2006), Chapter 1, pp. 8-9.
2. S. S. Kim, H. J. Kim, and S. D. Lee, *Display Engineering* (Chungbum Publishing Co., Ltd., Korea, 2005), Chapter 3-5.
3. P. Yeh and C. Gu, *Optics of Liquid Crystal Displays* (John Wiley & Sons, New York, USA, 1999), Chapter 1.
4. 佐藤 勇介, Technology information association, LCD/polarization of optical material · control of birefringence · measurement and application (Technology Information Association, 2008), Chapter 5.
5. H. Murai, K. Egawa, J. Takashima, H. Naito, and N. Nakatsuka, "Useful inspection method of rubbing polyimide film with optical anisotropy using reflection ellipsometry," *SID 06 Digest*, 490-493 (2006).
6. H. Murai, K. Egawa, J. Takashima, H. Naito, and N. Nakatsuka, "Mura-detection method by using a slit-beam ellipsometer," *J. SID* **15**, 281-286 (2007).
7. I. Hirose, "Method of characterizing rubbed polyimide film for liquid crystal display devices using reflection ellipsometry," *Jpn. J. Appl. Phys.* **35**, 5873-5875 (1996).
8. I. Hirose, "Relation between molecular orientation and rubbing strength observed by reflection ellipsometry," *Jpn. J. Appl. Phys.* **36**, 5192-5196 (1997).
9. B. F. Macdonald, W. Zheng, and R. J. Cole, "Reflection anisotropy spectroscopy: a probe of rubbed polyimide liquid crystal alignment layers," *J. Appl. Phys.* **93**, 4442-4446 (2003).
10. S. Y. Kim, *Ellipsometry* (Ajou University Press, Korea, 2000), Chapter 3-4.
11. H. R. Kim and S. Y. Kim, "Precise measurement of optical anisotropy of rubbed PI on patterned glass and its nanoscale variation," *J. Opt. Soc. Korea*, to be submitted.