

## 속도와 가속도 제한에서 전향 보상기를 이용한 벨트 구동의 정밀제어

권 세 현†

(원고접수일 : 2009년 2월 24일, 원고수정일 : 2009년 5월 10일, 심사완료일 : 2009년 6월 4일)

### Precision Control of Belt Drives using Feed Forward Compensator under Acceleration and Velocity Constraints

Sei-Hyun Kwon†

**Abstract :** Numerous applications of position controlling devices using servoing technique and transmission of energy through belt drives are practiced in the industry. Belt drive is a simple, lightweight, low cost power transmission system. Belt drives provide freedom to position the motor relative to the load and this phenomenon enables reduction of the robot arm inertia. It also facilitates quick response when employed in robotics.

In this paper, precision positioning of a belt driven mechanism using a feed-forward compensator under maximum acceleration and velocity constraints is proposed. The proposed method plans the desired trajectory and modifies it to compensate delay dynamics and vibration. Being an offline method, the proposed method could be easily and effectively adopted to the existing systems without any modification of the hardware setup. The effectiveness of the proposed method is demonstrated through computer simulation and experimental results.

**Key words :** Belt drives(벨트구동), Precision control(정밀제어), Velocity and acceleration constraints(속도 가속도 제한), Feed-forward compensator(전향 보상기).

#### 1. 서 론

벨트 구동은 산업현장에서 다양한 기구에 동력 전달용으로 널리 사용되는 기계기구로서 위치제어에 실제적으로 많이 적용되어지고 있다. 또한 비교적 구현하기가 간단하고, 경량이며, 저렴한 동력 전달 시스템이다. 이러한 벨트 구동의 근본적인 목적은 조작기의 질량과 관성을 줄여야 하고, 부하에

관계되는 모터의 위치를 정하는 것은 유연성을 제공해야 하며, 고속 및 정밀 위치제어가 필수적이다 [1]-[3].

지금까지 고속 및 정밀 위치제어를 수행하기 위하여 궤적계획에 대한 연구로는 3차 함수 법을 이용한 궤적계획, 최소시간내의 궤적계획, 최적시간과 부드러움을 동시에 만족하는 궤적계획법이 연구 되었으며 [4]-[6], 정밀제어에 대한 연구로는 산업용

† 교신저자(한중대학교 컴퓨터공학과, E-mail:ksehyun2@hanzhong.ac.kr, Tel:033-520-9303)

서보 시스템의 정밀제어를 위하여 수정된 학습 데이터 방법, 위치제어 테이블을 이용한 적응 정밀제어, 주파수 응답 방법을 갖는 선형 2차 최적제어, 벨트 구동의 진동에 대한 수학적 해석방법 등이 연구되어 왔다<sup>[7)-(10)]</sup>. 그러나 이러한 방법들은 비교적 알고리즘이 복잡하고, 속도의 크기가 대단히 큰 경우가 많아 궤적의 평균속도 이상에서는 추종 오차가 커지게 된다.

본 논문에서 최대 가속도와 속도를 제한하여 추종오차를 줄이고, 궤적의 추종에 있어서 서보 제어기만으로는 한계를 나타내므로 전향 보상기를 사용하여 지연 동역학과 진동을 보상하여 높은 추종성을 갖는 벨트 구동 시스템의 정밀 위치제어를 제안한다. 제안한 방법은 정밀한 구동을 위하여 전체 시스템의 성능을 좌우하는 속도 프로파일을 적용시켜 기계적 부하를 최소화하기 위해 가·감속 및 등속 구간에서의 진동을 줄이고 동시에 목표 지점까지 보다 유연한 구동을 할 수 있다. 오프라인에서 제안한 방법은 하드웨어 장치의 구현이 비교적 간단하고, 서보 제어기에 기초로 한 위치제어 시스템에 적용할 경우 효과적이다.

시뮬레이션과 실험을 통하여 목표 위치궤적의 추종성과 최소 추종오차에 대한 시스템 응답 개선을 확인하고, 제안한 방법의 효율성을 검토하였다.

## 2. 제어이론

### 2.1 수학적 모델

벨트구동 시스템은 기본적으로 벨트의 유연성, 진동, 마찰, 시간지연 등으로 인하여 모델링하기가 비교적 어렵다. 그러나 모터위치와 부하위치의 거리가 가깝고, 강성 벨트를 사용하면 선형요소로만 모델링할 수가 있다. 따라서 유연성 벨트구동 시스템의 동역학 모델에서 풀리의 마찰, 벨트의 질량을 무시할 수 있으며, 벨트구동은 벨트의 선형탄성 범위에서 동작하는 것으로 가정하였다.

유연성 벨트 구동시스템은 반지름이 같은 두 개의 풀리에 톱니바퀴가 달린 유연성 벨트로 연결되어 있고, 벨트의 중간부분에는 보조 축으로 단단하게 연결하였다. 한 개의 풀리는 모터에 직접 연결

되어 있고, 다른 하나는 부하에 연결되어 있는 구조로 Fig. 1에 나타내었다.

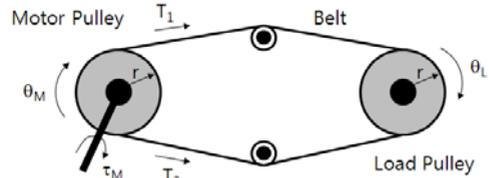


Fig. 1 Flexible belt drive

모터 풀리와 부하 풀리의 회전 방향은 Fig. 1과 같으며, 힘의 평형에 의해 풀리의 힘 효과와 운동에 의해 주어지는 벨트장력의 변화  $T_1 - T_2$ 는 같게 되어 다음 식으로 주어진다.

$$T_1 - T_2 = 2kr(\theta_M - \theta_L) \quad (1)$$

여기서  $T_1, T_2$ 는 벨트의 장력,  $k$ 는 벨트의 선형탄성계수,  $r$ 은 풀리의 반지름,  $\theta_M$ 은 모터 위치,  $\theta_L$ 은 부하의 위치이다. 풀리에 의한 반작용 힘 즉 벨트의 역 토크  $\tau_R$ 은 다음과 같다.

$$\tau_R = K_L(\theta_M - \theta_L) \quad (2)$$

여기서  $K_L$ 은 벨트의 탄성계수이다. 모터 축의 회전력과 회전운동으로부터 발생하는 토크를 입력으로 하고, 모터 위치  $\theta_M$ 에 대한 관계식을 유도하면 다음과 같이 표현된다.

$$\theta_M(s) = \frac{1}{J_M s^2}(\tau_M - \tau_R) \quad (3)$$

여기서  $J_M$ 은 모터 풀리에 포함되는 회전자의 관성,  $\tau_M$ 은 모터에 의해 발생하는 토크이다. 부하 풀리는 벨트의 장력에 의해 유도되고, 부하는 평형상태 하에서 점성 제동 토크와 관성 토크로 주어지므로 부하 위치  $\theta_L$ 에 대한 관계식은 다음과 같이 표현된다.

$$\theta_L(s) = \frac{K_L}{J_L s^2 + D_L s}[\theta_M(s) - \theta_L(s)] \quad (4)$$

여기서  $J_L$ 은 부하관성,  $D_L$ 은 부하의 점성 계동계

수이다. 위의 식을 이용하여 모터 토크  $\tau_M$ 을 입력으로 하고 부하위치  $\theta_L$ 을 출력으로 하는 유연성 벨트 구동시스템의 블록도를 나타내면 Fig. 2와 같다.

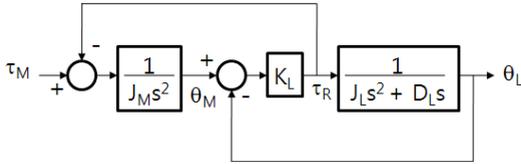


Fig. 2 Block diagram of a flexible belt drive

2.2 위치제적 계획

계획 계획의 목적은 벨트 구동의 유연성 동적시스템에서 추종 오차를 최소화 하고, 진동을 줄이기 위해서다. 위의 목적을 이루기 위해서는 넓은 속도 범위에서 벨트 구동 시스템의 정확한 동역학 표현이 필요하다. 속도와 가속도의 한계 내에서 위치와 속도 및 가속도는 부드러움과 연속성을 유지해야한다. 그 이유는 정해진 시간 안에 목표점까지 부드럽게 움직이기 위해서는 진동은 작아야 하기 때문이다. 그리고 계획의 최소시간 문제는 주어진 한계 내에서 위치와 속도 및 가속도가 연속적이고 계획 제한조건을 만족하면서 최소시간에서 계획계획을 수행해야 한다.

기준입력을 가할 때 진동을 유발하지 않는 입력을 주기 위해서 목표 위치계획은 다음 식을 이용하여 설계하였고, 목표 계획의 블록도는 Fig. 3에 나타내었다.

$$r(t) = (K_1 + K_2 \int dt) \cdot i(t) \tag{5}$$

여기서  $r(t)$ 는 목표 위치,  $i(t)$ 는 기준입력,  $K_1$ 은 비례계수,  $K_2$ 는 적분계수이다.

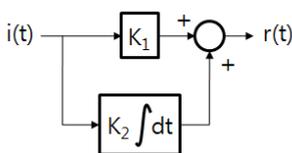


Fig. 3 Block diagram of objective trajectory

Fig. 3에서  $i(t)$ 는 기준입력으로 단일 펄스를 가하면 목표 위치  $r(t)$ 는 식 (5)에 의해 Fig. 4와 같은 목표 위치계획을 얻을 수 있다.

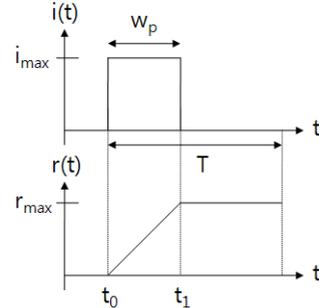


Fig. 4 Objective position trajectory

Fig. 4에서  $i_{max}$ 는 기준입력의 최대치,  $r_{max}$ 는 목표 위치의 최대치,  $w_p$ 는 펄스 폭,  $T$ 는 주기 즉 최종시간 이다. 적분계수  $K_2$ 는 위치계획의 기울기를 결정하는 것으로 다음과 같은 관계식이 성립한다.

$$K_2 = w_p / T \tag{6}$$

가속과 감속 운동을 자주 시행해야하는 시스템에서는 초기 및 정지 시는 물론이고 속도가 변하는 시점 즉 가속구간에서 등속구간, 등속구간에서 감속구간으로 가속도가 급변하는 시점에서 큰 진동이 발생하게 된다. 이로 인해 정밀구동을 필요로 하는 경우에 위치오차가 발생하게 되어 모터의 위치제어에 영향을 끼치게 된다. 따라서 모터의 정밀한 위치제어를 위해서 속도를 프로파일 해야 한다.

식 (5)에서 주어진 목표 위치계획에 따른 속도 프로파일은 Fig. 5에 나타내었다.

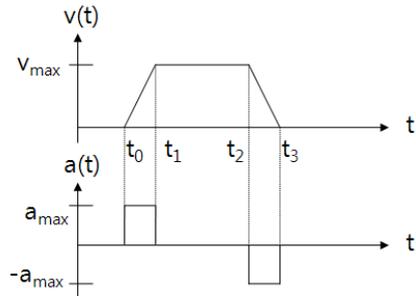


Fig. 5 Velocity profile

최적 성능을 위해서 속도는 최대 허용 각 속도를 초과하지 않도록 식 (7)을 만족해야 한다.

$$v(t) \leq v_{\max}, \quad \forall t \quad (7)$$

여기서  $v(t)$ 는  $t$  시간에서 속도,  $v_{\max}$ 는 최대 제한 속도이다. 최소 가능한 시간에서 희망하는 궤적을 이루기 위해서 최대 속도로  $t_0$ 에서  $t_1$ 에 도달할 때 까지 최대 가속도가 이루어져야하고, 그 후에 최대 속도로  $t_1$ 에서  $t_2$ 로 이동하며, 마지막으로 목적지  $t_3$ 에 도착하면 최대 감속이 이루어진다.

최적 성능을 위해서 가속도는 최대 허용 가속도를 초과하지 않도록 다음 식을 만족해야 한다.

$$a(t) \leq a_{\max}, \quad \forall t \quad (8)$$

여기서  $a(t)$ 는 가속도,  $a_{\max}$ 는 최대 제한 가속도이다. 목표 가속도는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$a(t) = \begin{cases} a_{\max} & \dot{r}(t) \leq r_{\max}, \ddot{r}(t) \gg 0 \\ 0 & \dot{r}(t) = r_{\max} \\ -a_{\max} & \dot{r}(t) \leq r_{\max}, \ddot{r}(t) \ll 0 \end{cases} \quad (9)$$

여기서 속도  $v(t) = \dot{r}(t)$ , 가속도  $a(t) = \ddot{r}(t)$ 이다. 최대 연결 가속도와 최대 연결 속도 계획을 갖는 궤적은 지연 동역학과 유연한 동역학을 위해 추종 오차를 최소로 하고 진동 억제력을 이룰 수 있다.

### 3. 제어시스템 구성

#### 3.1 제어기 설계

벨트 구동 시스템은 유연성 동역학 특성을 가지고 있기 때문에 시간지연과 진동이 주어지므로 보상이 필요하다. 연속적으로 입력 궤적이 신속히 변화하는 경우에 최소 추종 오차를 갖는 응답을 위해 동적 보상기가 필요하게 된다. 추종 오차는 시스템 극점들의 위치를 갖는 것과 직접적으로 상관되어진다. 크기가 매우 큰 음의 극점은 시스템의 응답을 빠르게 한다. 전향 보상기의 동적방정식은 다음 식과 같이 설계하였다.

$$F(s) = H(s)/G_L(s) \quad (10)$$

여기서  $H(s)$ 는 희망하는 동적 필터,  $G_L(s)$ 는 페루프 시스템의 전달함수이고, 동적 필터는 다음과 같이 주어진다.

$$H(s) = \gamma^4 / (s + \gamma)^4 \quad (11)$$

여기서  $\gamma$ 는 극점이다. 동적 보상기  $F(s)$ 의 합성에서 부하의 역수  $1/G_L(s)$ 와 희망하는 동적 필터  $H(s)$ 를 곱하여 구성된다.  $1/G_L(s)$ 의 분자는 4차 다항식이고 분모는 0차이다. 전향 보상기의 역 동적 성분은 4개의 영점으로 주어지고 4차의 동적 필터  $H(s)$ 는 동적 보상기에서 미분 동작의 효과를 감소시키는 수단이 된다. 음의 실수축에서 동적필터의 극점들의 위치에 의해 빠른 응답 시스템을 만드는 것이 가능하고, 더욱이 허수축으로부터는 멀리 떨어져야 한다. 그러나 불필요하게 극점들의 크기를 증가시키면 서보 증폭기의 전류 포화가 일어나게 되며, 전체 시스템의 성능은 저하하게 된다.

#### 3.2 위치제어 시스템

서보제어기는 기준 위치지령과 실제 구동부로부터 측정되어 궤환되는 위치를 비교하여 오차를 줄이기 위한 토크지령을 서보 모터에 전달함으로써 위치제어 기능을 수행한다. 서보모터는 톱니바퀴가 달린 벨트로 연결된 부하로 구동되고, 토크제어 기구로서 전류/전압 제어로 동작한다.

모터에 의해 발생되는 토크  $\tau_M$ 은 다음과 같이 주어진다.

$$\tau_M = K_p K_v (u - \theta_M) - K_v \dot{\theta}_M \quad (12)$$

여기서  $u$ 는 서보시스템의 입력,  $K_p$ 는 위치루프 이득,  $K_v$ 는 서보 증폭기의 속도 이득,  $\theta_M$ 은 모터의 위치이다.

(1)과 2장에서 구성한 유연성 벨트구동 시스템, 위치궤적, 전향 보상기, 서보시스템을 이용하여 위치제어 시스템을 구성하면 Fig. 6과 같다.

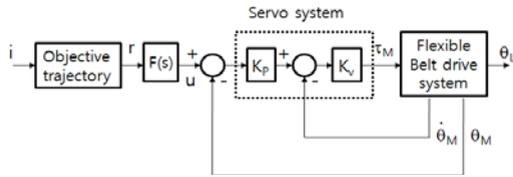


Fig. 6 Block diagram of position control system

여기서  $F(s)$ 는 전향 보상기의 전달함수이다.

Fig. 6에서 입력  $U(s)$ 에서 모터 위치  $\theta_M(s)$ 까지의 전달함수는 다음 식으로 유도된다.

$$G_M = \frac{\theta_M(s)}{U(s)} = \frac{K_p K_v J_L s^2 + K_p K_v D_L s + K_p K_v K_L}{a_4 s^4 + a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0} \quad (13)$$

여기서

$$\begin{aligned} a_0 &= K_L K_p K_v \\ a_1 &= K_p K_v D_L + K_L K_v + K_L D_L \\ a_2 &= K_p K_v J_L + K_L J_M + K_v D_L + J_L K_L \\ a_3 &= K_v J_L + D_L J_M \\ a_4 &= J_M J_L \end{aligned}$$

입력  $U(s)$ 에서 부하 위치  $\theta_L(s)$ 까지의 전달함수는 다음 식으로 유도된다.

$$G_L = \frac{\theta_L(s)}{U(s)} = \frac{K_p K_v K_L}{a_4 s^4 + a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0} \quad (14)$$

여기서

$$\begin{aligned} a_0 &= K_L K_p K_v \\ a_1 &= K_p K_v D_L + K_L K_v + K_L D_L \\ a_2 &= K_p K_v J_L + K_L J_M + K_v D_L + J_L K_L \\ a_3 &= K_v J_L + D_L J_M \\ a_4 &= J_M J_L \end{aligned}$$

#### 4. 시뮬레이션 및 검토

시뮬레이션은 3장에서 구성한 유연성 벨트구동 시스템을 바탕으로 실행하였으며, 목표 위치궤적에 대한 응답의 추종성능을 검토하였다.

시뮬레이션에 사용된 제어시스템의 파라미터는 Table 1과 같다.

Table 1 Parameter of control system

Parameter		Value
비례계수	$K_1$	0.01
적분계수	$K_2$	3.333
위치 루프 이득	$K_p$	16
속도 루프 이득	$K_v$	0.0024
벨트 탄성계수	$K_L$	0.052
모터 관성	$J_M$	$6.25 \times 10^{-6}$
부하 관성	$J_L$	$2.35 \times 10^{-5}$
부하 제동계수	$D_L$	$4.86 \times 10^{-4}$

#### 4.1 시뮬레이션 결과

시뮬레이션에 사용한 목표 위치궤적의 설계는 기준입력  $i(t) = 6.28[\text{rad}]$ , 펄스 폭  $w_p = 0.3$ 초, 최종시간 즉 주기  $T = 1$ 초로 설정하였으며, Fig. 7에 나타내었다. (5)에 의해서 희망하는 목표 위치 궤적은 설계가 잘되었음을 그림 7에서 확인 할 수 있다. 최대 각 속도는  $24[\text{rad/s}]$ , 최대 가속도는  $4000[\text{rad/s}^2]$ 이하로 제한하였으며, 희망하는 전향 보상기의 극점  $\gamma = 100$ 으로 설정하였다.

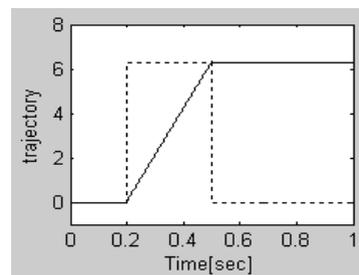


Fig. 7 Position trajectory

시뮬레이션 결과를 검토하기 위하여 목표치 위치지령을 Fig. 7과 같이 위치궤적을 인가한 경우 제안한 제어시스템의 입력, 가속도 $[\text{rad/s}^2]$ , 속도 $[\text{rad/s}]$ , 모터위치 $[\text{rad}]$  응답을 그림 8에 나타내었다. Fig. 8에서 과도응답을 보면 오버슈트가 발생

하지 않으며, 목표치 위치지령을 잘 추종함을 확인할 수 있다.

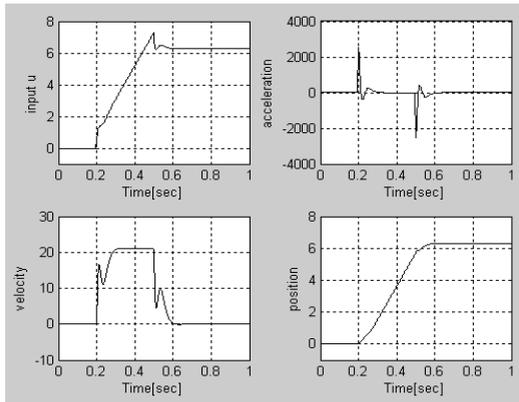


Fig. 8 Simulation result(input, acceleration, velocity, motor position)

최대 속도를 이루기 위해 진행되는 동안에 운동의 시작과 정지는 가속도가 변하는 원인이 되고, 관성력의 변화가 일어나는 결과가 된다. 관성력에서 이러한 변화는 가속도가 갑자기 변하는 단계에서 속도 응답에 뾰족함(spiky 현상)이 주어진다.

Fig. 9는 제안한 제어시스템의 입력, 가속도, 속도, 부하위치 응답을 나타내었다. Fig. 9에서 과도 응답을 보면 오버슈트가 발생하지 않으며, 목표치 위치지령을 잘 추종함을 확인할 수 있다. 부하속도 응답에서는 spiky 현상이 발생하지 않고, 희망하는 응답이 주어짐을 확인할 수 있다.

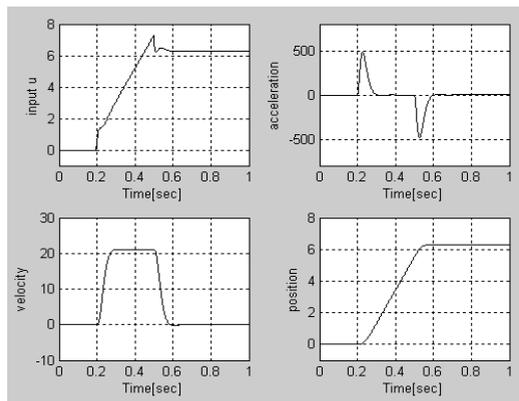


Fig. 9 Simulation result(input, acceleration, velocity, load position)

4.2 실험 결과

실험장치의 구성도는 Fig. 10에 나타내었다. 서보모터는 톱니바퀴가 달린 벨트로 연결된 부하로 구동되고, 서보 시스템은 토크제어 기구로서 전류/전압 제어를 갖는 것으로 동작한다. 서보 제어를 위하여 목표 위치와 센서에 의해 측정된 위치를 비교하여 그 위치 데이터를 A/D, D/A 인터페이스를 통하여 서보 제어기에 공급되어 진다. 인터페이스는 다중 채널 A/D, D/A 변환기, 16MB 메모리, 디지털 카운터로 구성되어 있다. 인터페이스는 100(μs)의 샘플링 시간으로 매우 빠른 서보 제어를 지원한다. 증폭 장치와 연결되어 있는 광 레이저 센서는 실제 부하위치를 측정하기 위해 사용하였으며, 이러한 데이터는 인터페이스를 통하여 컴퓨터에서 모니터링을 할 수 있다.

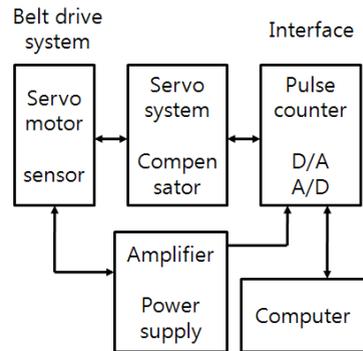


Fig. 10 Block diagram of the experiment system

실험 결과를 검토하기 위하여 시뮬레이션과 같은 조건에서 목표치 위치지령을 Fig. 7과 같은 위치 궤적을 인가한 경우 제안한 제어시스템의 입력, 가속도, 속도, 모터위치 응답을 Fig. 11에 나타내었다. Fig. 11에서 과도응답을 보면 오버슈트가 발생하지 않으며, 목표치 위치지령을 잘 추종함을 확인할 수 있다.

Fig. 12는 위치제어 시스템의 추종오차를 나타내었다. 오차의 크기는 0.12(시뮬레이션), 0.14(실험) 정도로 시뮬레이션 결과 보다는 실험 결과에서 약간 크게 주어졌다. 시뮬레이션과 실험 결과에서 추종오차는 조금 차이가 있지만 거의 일치하

었다. 이상의 시뮬레이션과 실험 결과로부터 제안한 위치제어 시스템의 타당성과 안정성을 확인 할 수 있었다.

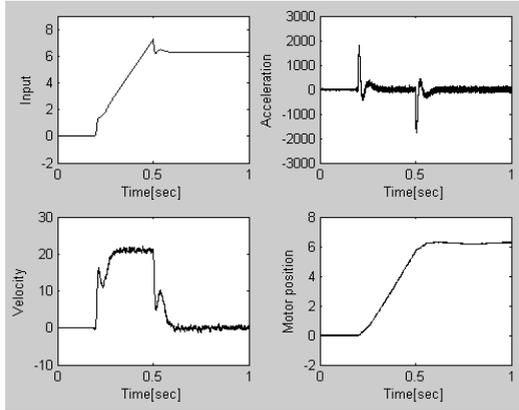


Fig. 11 Experiment result(input, acceleration, velocity, motor position)

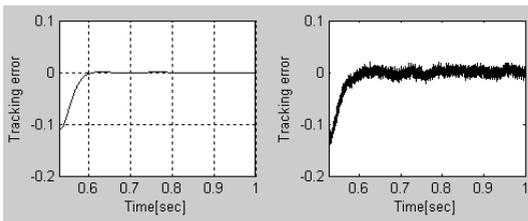


Fig. 12 Tracking error

### 5. 결 론

본 논문에서 유연성 벨트구동 시스템에 대하여 목표 위치궤적을 설계하고 가속도와 속도를 제한하여 속도를 프로파일 함으로써 추종오차와 진동을 억제시킬 수 있는 위치제어 방법을 제안하였다. 전향 보상기를 이용하여 지연 동역학과 유연한 동적 시스템의 추종성능을 개선할 수 있었으며, 빠른 속도 특성을 가지고, 고속 및 정밀 위치제어 응답을 얻을 수 있었다.

궤적 설계와 보상기의 조합은 오프라인에서 사용되고, 제안한 방법은 매우 유용하며, 하드웨어 변화 없이 벨트 구동 서보시스템에 직접적으로 적용이 가능하다. 그러므로 이러한 방법은 로봇, 용접, 절단기 등의 산업분야의 고속 및 정밀 위치제어에

적합하다.

향후 과제로는 지금까지 사용해온 오프라인 궤적 계획뿐 아니라 실시간으로 센서 정보에 의해 궤적을 계속 적으로 바꾸어야 하는 온라인 궤적계획을 위한 방법도 연구되어야 한다.

### 참고문헌

- [1] S. Abrate, "Vibrations of belts and belt drives," Mechanism and Machine Theory, vol. 27, pp. 645-659, 1992.
- [2] B. G. Robert and S. A. Bortoff, "A novel approach to vibration reduction in flexible belt drives," Topics in Control Theory and its Application, pp. 67-80, 1999.
- [3] S. R. Munasinghe, M. Nakamura, S. Aoki, and S. Goto, "High speed precise control of robot arm with assigned speed under torque constraint by trajectory generation in joint coordinates," Proceeding of SMC 99, pp. 854-859, 1999.
- [4] B. K. Choi and D. W. Kim, "Bounded deviation joint path algorithms for piecewise cubic polynomial trajectories," IEEE Trans. Systems, Mans. and Cybern., Vol. 20, No. 3, pp. 725-733, May/June, 1990.
- [5] B. Cao. and G. I. Dodds, "Time optimal and smooth constrained path planning for robotic manipulators," in Proc. IEEE Int. Conf. Robotics Automat., May, San Diego, California, pp. 1853-1858, 1994.
- [6] K. G. Shin and N. D. McKay, "Minium-time control of robotic manipulators with geometric path constraints," IEEE Trans. Automatic Control, Vol. AC-30, No. 6, pp.

531-541, June, 1985.

- [7] S. Goto, M. Nakamura, and N. Kyura, "Modified taught data method for industrial mechatronics servo systems to achieve accurate contour control performance," Proc. of advanced Intelligent mechatronics, AIM 97, 1997.
- [8] Z. Yang, L. Cai, "Tracking control of a belt driven position table using fourier series based learning control scheme", Proceedings of IEEE Internal Conference on Robotics, Intelligent Systems and Signal Processing, pp. 196-201, 2003.
- [9] W. Li and X. Cheng, "Adaptive high precision control of positioning tables-theory and experiment," IEEE Trans. on Control Systems Technology, Vol. 2, No. 3, pp. 265-270, 1994.
- [10] K. M. Lee and C. Rutherford, "Frequency reshaped quadratic control of a belt driven robot," Proceedings of Advanced Intelligence Mechatronics, AIM 97, 1997.

## 저 자 소 개



### 권세현(權世鉉)

1986년 부경대 전자공학과 공학사,  
1989년 동아대 전자공학과 공학석사,  
1999년 2월 동아대 전자공학과 공학박  
사, 현재 한중대학 부교수

※관심분야 : 제어시스템, 로봇제어, 제  
어응용