

경사종동력과 크랙을 가진 보의 진동특성에 미치는 세장비의 영향

Effects of Slenderness Ratio on Dynamic Behavior of Cracked Beams Subjected to Subtangential Follower Force

손인수^{1,✉}, 윤한익¹
In Soo Son^{1,✉} and Han Ik Yoon¹

¹ 동의대학교 기계공학과 (Department of mechanical Engineering, Dong-eui Univ.)

✉ Corresponding author: isson92@deu.ac.kr, Tel: 051-890-2239

Manuscript received: 2009.2.6 / Accepted: 2009.5.28

In this paper, the purpose is to investigate the stability and variation of natural frequency of a cracked Timoshenko cantilever beams subjected to subtangential follower force. In addition, an analysis of the stability of a cantilever beam as the crack effect and slenderness ratio is investigated. The governing differential equations of a Timoshenko beam subjected to an end tangential follower force are derived via Hamilton's principle. The two coupled governing differential equations are reduced to one fourth order ordinary differential equation in terms of the flexural displacement. By using the results of this paper, we can obtain the judgment base that the choice of beam models for the effect of slenderness ratio and crack.

Key Words: Subtangential Follower Force (경사 종동력), Slenderness Ratio (세장비), Timoshenko Beam (티모셴코 보), Stability (안정성), Open Crack (개구형 크랙)

1. 서론

일반적으로 보의 길이에 비하여 그 단면적이 매우 작은 경우 전단변형 및 회전관성 효과는 무시할 수 있음이 잘 알려져 있다. 보의 단면적과 길이에 대한 비는 세장비(slenderness ratio)로 정의할 수 있으며, 이를 이용하여 보의 기하학적 형상과 관심 있는 모드가 어떤 것인지, 그리고 몇 개의 모드를 고려할 것인지에 따라 오일러-베르누이 보 모델과 티모셴코 보 모델 중 어느 모델을 사용할지를 결정할 수 있다. 보 구조물의 진동해석 및 연구에 있어서 이 두 이론의 선택 및 적용은 연구 결과의 정확도에 있어서 중요한 문제라 할 수 있

다. 참고문헌 (1), (2)에는 세장비 혹은 회전 반경(radius of gyration)과 전단변형 및 회전관성의 영향에 의한 외팔보의 고유진동수비(오일러 보에 대한 티모셴코 보의 고유진동수)를 잘 나타내 주고 있다. 하지만 보에 경사 종동력(subtangential follower force)이 작용하는 경우의 결과는 예시되어 있지 않다. Kounadis 와 Katsikadelis³는 회전관성과 전단 효과가 부분적으로 고정되어진 Beck 기둥의 안정성에 미치는 영향에 대하여 연구하였으며, Saito 와 Otomi⁴는 양단에 탄성 지지되고 부가질량이 존재하는 티모셴코 보가 축압축력과 종동력을 받는 경우 지지된 탄성계수의 영향에 의한 보의 안정성 평가를 수행하였다. 또, Chen 과 Ku⁵는 유한요소법

을 이용하여 종동력을 받는 보의 고유진동수와 동적안정성에 미치는 끝단질량의 영향에 대하여 연구하였다. 하지만 위의 연구들은 Fig. 2 에 도시된 경사계수(subtangential coefficient)의 영향은 고려하지 않았으며, 단지 안정성 문제를 다루었다.

Lee 등⁶ 은 양단이 회전 및 병진 스프링으로 구속되어진 티모센코 보에 경사 종동력이 작용하는 경우 보의 안정성 문제를 경사계수 및 스프링 상수의 변화에 따라 연구하였다. 또, Sato⁷ 는 경사 종동력을 받는 외팔 티모센코 보의 자유단에 끝단 질량과 탄성 지지를 갖는 경우 이들 파라미터의 변화에 따른 보의 안정성에 대한 연구를 하였다. 최근 경사 종동력, 끝단 질량 및 탄성 기초를 갖는 오일러 보의 동적 안정성에 관한 연구도 진행되었으며, 경사계수를 이용하여 보존력 및 비보존력을 받는 외팔보의 안정성 평가를 통하여 보의 최적 설계를 구현하기도 하였다.^{8,9} 최근 또 감쇠와 끝단질량을 갖는 Beck 기둥의 안정성을 해석하여 비감쇠인 기존 연구의 결과들과 비교하기도 하였으며, 끝단질량과 종동력을 받는 오일러 보의 안정성에 미치는 크랙의 영향에 대한 연구도 진행되었다.¹⁰

선행 연구들을 종합해 보면 종동력을 받는 보 구조물에 대한 연구들에서 그 모델들이 가지는 파라미터들은 종동력과 경사 종동력(경사계수), 탄성 지지 스프링 상수, 끝단질량, 그리고 티모센코 보인 경우 세장비 등이며, 대부분의 연구 결과들은 동적 안정성 해석에 관한 연구들임을 알 수 있다. 즉, 수치해석 예제의 선택에 있어서 세장비의 영향에 의하여 오일러 보 이론의 적용이 가능한지, 또는 티모센코 보 이론으로 얻은 결과와의 오차가 어느 정도인지에 대한 판단 근거가 되는 연구결과는 찾아보기 힘들다. 특히 크랙이 존재하는 경우의 결과는 더욱 그러하다.

따라서 이 연구의 목적은 기존에 연구되었던 많은 결과들을 바탕으로 경사 종동력과 크랙을 가진 보에 있어서 세장비에 따른 보의 고유진동수비 변화를 살펴봄으로써, 앞으로 연구자들이 선택할 수치해석 예제에 오일러 보 이론이 적용 가능한지에 대한 근거를 제시하는 데 있다. 특히 크랙의 크기와 위치, 경사계수 및 세장비의 연성관계가 보의 고유진동수에 미치는 영향도 함께 고려하였다.

2. 크랙 모델링

크랙에 의한 추가 에너지는 Castigliano 의 정리에 의하여 다음과 같이 무차원화 된 유연행렬로 표현할 수 있다.

$$C = 6\pi(1-\nu^2)H \int_0^\alpha [\alpha F_i^2(\alpha)] d\alpha \tag{1}$$

여기서 ν 와 α 는 각각 는 포아송 비와 크랙의 깊이를 나타낸다. 식 (1)에 사용된 무차원 매개변수와 $F_i(\alpha)$ 는 각각 다음과 같다.

$$H = \frac{h}{L}, \quad \alpha = \frac{a}{h} \tag{2}$$

$$F_i(\alpha) = \frac{\sqrt{\frac{2}{\pi\alpha} \tan\left(\frac{\pi\alpha}{2}\right) \left[0.923 + 0.1999 \left\{ 1 - \sin\left(\frac{\pi\alpha}{2}\right) \right\}^4 \right]}}{\cos\left(\frac{\pi\alpha}{2}\right)} \tag{3}$$

여기서 b, h 그리고, L 은 각각 보의 가로와 세로 (Fig. 1) 그리고 보의 전체 길이를 의미한다. 무차원 변수 H 와 세장비 s 와의 관계는

$$H = \frac{\sqrt{12}}{s} \tag{4}$$

가 된다. 해석에 필요한 무차원 스프링 상수 (k_r) 는 식 (1)의 역수, 즉 $k_r = C^{-1}$ 이다.

3. 경사종동력을 받는 티모센코 보

Fig. 2(a), (b)는 보존력과 비보존력을 받는 보를 나타낸 것이다. 여기서 P_o 와 P_i 는 압축력과 순수 종동력을 각각 나타낸다. 또, x_c 는 보의 왼쪽 끝으로부터의 크랙 위치이며, η 는 힘의 경사계수를 나타낸다. 만약 경사계수 $\eta=0$ 인 경우는 순수 압축력이 되어 보는 오일러 좌굴문제가 되며, $\eta=1$

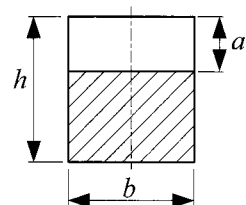


Fig. 1 Cross section of beam

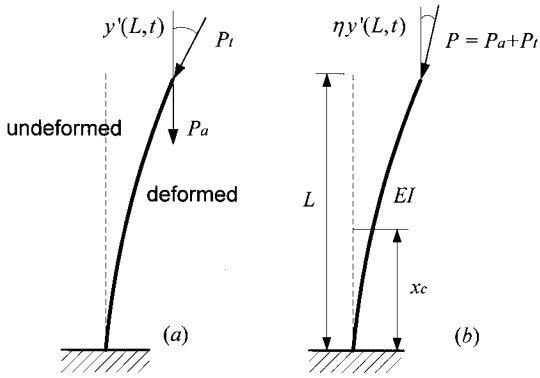


Fig. 2 Beams subjected to forces

일 때는 순수 중동력이 되어 Beck 의 플러터 문제가 된다.

자유진동에 대하여 티모셴코 보 이론을 적용한 외팔보의 운동방정식을 확장된 Hamilton 원리를 이용하여 유도하면 다음과 같다.^{7,11}

$$EI \frac{\partial^2 \psi(x,t)}{\partial x^2} + \kappa GA \left(\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} - \psi(x,t) \right) - \frac{mL}{A} \frac{\partial^2 \psi(x,t)}{\partial t^2} = 0 \quad (5)$$

$$\kappa GA \left(\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} - \frac{\partial \psi(x,t)}{\partial x} \right) - P \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} - m \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} = 0 \quad (6)$$

여기서 $y(x,t)$ 는 횡방향 변위, $\psi(x,t)$ 는 전단변형, κ 는 전단계수이다. 또, A 와 G 는 각각 보의 단면적과 전단탄성계수를 나타내고 있다. m 은 보의 단위길이당 질량이며, E 와 I 는 각각 영계수와 단면 2 차 모멘트를 나타낸다. 식 (5), (6) 의 일반해는 다음과 같이 가정할 수 있다.

$$y(x,t) = Y(x)e^{i\omega_f t} \quad (7)$$

$$\psi(x,t) = \phi(x)e^{i\omega_f t} \quad (8)$$

여기서 ω_f 는 보의 고유진동수이며 $i = \sqrt{-1}$ 를 의

미한다. 식 (7)을 식 (5)에 대입하고, 횡변위에 대한 무차원 운동방정식을 구하면 다음과 같다.

$$Y^{iv} + \left[\frac{(1 - \omega^2 \beta r)p + \omega^2(\beta + r)}{(1 - p\beta)} \right] Y'' + \frac{\omega^2(\omega^2 \beta r - 1)}{(1 - p\beta)} Y = 0 \quad (9)$$

여기서 ()'은 무차원 축방향 좌표 ξ 에 대한 미분을 나타내며, 무차원 파라미터들과 좌표는 다음과 같이 정의한다.

$$\omega^2 = \frac{mL^4 \omega_f^2}{EI}, \quad \beta = \frac{EI}{\kappa GAL^2}, \quad r = \frac{I}{AL^2}, \quad p = \frac{PL^2}{EI}, \quad \xi = \frac{x}{L}, \quad \xi_o = \frac{x_o}{L} \quad (10)$$

여기서 세장비 s 는 $1/r$ 이다. 식 (9)의 일반해는 크랙위치에 따라 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$Y_1(\xi) = A_1 \sinh(\lambda_1 \xi) + A_2 \cosh(\lambda_1 \xi) + A_3 \sin(\lambda_2 \xi) + A_4 \cos(\lambda_2 \xi), \quad (11a)$$

$$Y_2(\xi) = A_5 \sinh(\lambda_1 \xi) + A_6 \cosh(\lambda_1 \xi) + A_7 \sin(\lambda_2 \xi) + A_8 \cos(\lambda_2 \xi) \quad (11b)$$

여기서

$$\lambda_{1,2} = \left[\frac{\sqrt{k_2} \mp k_1}{2} \right]^{1/2} \quad (12)$$

이며, k_1 과 k_2 는 각각 다음과 같다.

$$k_1 = \frac{(1 - \omega^2 \beta r)p + \omega^2(\beta + r)}{(1 - p\beta)}, \quad k_2 = k_1^2 - 4\omega^2 \frac{(\omega^2 \beta r - 1)}{(1 - p\beta)} \quad (13)$$

전단변형에 대해서도 위와 동일한 방법으로 전개하면 다음과 같이 일반해를 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \phi_1(\xi) = & q_1 A_2 \sinh(\lambda_1 \xi) + q_1 A_4 \cosh(\lambda_1 \xi) \\ & + q_2 A_4 \sin(\lambda_2 \xi) - q_2 A_3 \cos(\lambda_2 \xi) \end{aligned} \quad (14a)$$

$$\begin{aligned} \phi_2(\xi) = & q_1 A_6 \sinh(\lambda_1 \xi) + q_1 A_5 \cosh(\lambda_1 \xi) \\ & + q_2 A_8 \sin(\lambda_2 \xi) - q_2 A_7 \cos(\lambda_2 \xi) \end{aligned} \quad (14b)$$

여기서

$$q_1 = (1 - p\beta)\lambda_1 + \frac{\omega^2 \beta}{\lambda_1}, \quad q_2 = (p\beta - 1)\lambda_2 + \frac{\omega^2 \beta}{\lambda_2} \quad (15)$$

이다. 무차원화된 보의 양단 경계조건은

$$\begin{aligned} Y_1(0) = & \phi_1(0) = 0, \\ \frac{d\phi_2(1)}{d\xi} = & 0, \quad \frac{dY_2(1)}{d\xi} - \phi_2(1) = (1 - \eta)p\beta \frac{dY_2(1)}{d\xi} \end{aligned} \quad (16)$$

이다. 또 크랙위치에서 다음의 기울기 변화, 변위, 모멘트 및 전단력의 연속조건을 만족해야 한다.

$$\begin{aligned} Y_1(\xi_c) = & Y_2(\xi_c), \quad \frac{\partial^2 Y_1(\xi_c)}{\partial \xi^2} = \frac{\partial^2 Y_2(\xi_c)}{\partial \xi^2}, \\ \frac{\partial^3 Y_1(\xi_c)}{\partial \xi^3} = & \frac{\partial^3 Y_2(\xi_c)}{\partial \xi^3}, \quad (17) \\ k_R [\phi_2(\xi_c) - & \phi_1(\xi_c)] = \frac{\partial \phi_2(\xi_c)}{\partial \xi} \end{aligned}$$

식 (11), (14)의 미지수들은 식 (16), (17)의 경계 조건과 연속조건을 이용하여 각각 구할 수 있다. 또 계의 고유진동수는 다음과 같은 고유치의 기본 형태로 변환하여 쉽게 구할 수 있다.

$$\Lambda \mathbf{X} = \mathbf{0}, \quad |\Lambda| = 0 \quad (18)$$

여기서 Λ 는 식 (16), (17)의 경계조건 및 크랙 위치에서의 연속조건을 대입하여 얻은 각각의 식을 행렬형태로 표현한 것이다. 또 $|\Lambda|$ 는 Λ 의 행렬식을 나타내고 있으며, \mathbf{X} 는 다음과 같다.

$$\mathbf{X} = [A_1 \ A_2 \ A_3 \ A_4 \ A_5 \ A_6 \ A_7 \ A_8]^T \quad (19)$$

여기서 위첨자 T는 전치를 의미한다.

4. 수치해석 결과 및 고찰

이 연구에서는 수치해석에서 유도된 운동방정식을 이용하여 티모셴코 보의 세장비에 따른 경사중 동력과 크랙이 보의 고유진동수 변화에 미치는 영향을 수치해석 하였다. 이 연구에서 세장비 (s)의 영향을 해석하기 위하여 참고문헌 (1)의 $\kappa = 5/6$, $E/\kappa G = 3.20$ 을 사용하였으며, 일반적으로 보의 진폭 및 고유진동수는 저차 모드의 영향이 크기 때문에 이 연구에서는 최저차 모드의 고유진동수에 중점을 두었다.

먼저 수치해석의 타당성을 검토하기 위하여 Fig. 3 에 이 연구의 결과와 참고문헌의 결과들을 비교하였다. 이것은 세장비의 영향에 의한 외팔

Table 1 Critical follower force of cracked Timoshenko cantilever beam ($s = 30, \xi_c = 0.5$)

η	$\alpha = 0$		$\alpha = 0.3$		$\alpha = 0.5$	
	P_D	P_F	P_D	P_F	P_D	P_F
0	2.46	-	2.15	-	1.61	-
0.1	2.82	-	2.43	-	1.82	-
0.3	4.03	-	3.37	-	2.45	-
0.5	-	14.82	5.89	15.99	3.75	-
0.6	-	14.95	-	15.60	5.30	18.91
0.8	-	16.01	-	16.35	-	17.84
1	-	17.91	-	18.34	-	19.94

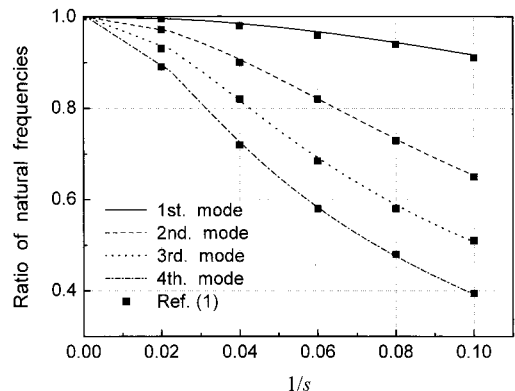


Fig. 3 Influence of shear force and rotary motion on natural frequencies of cantilever uniform beam

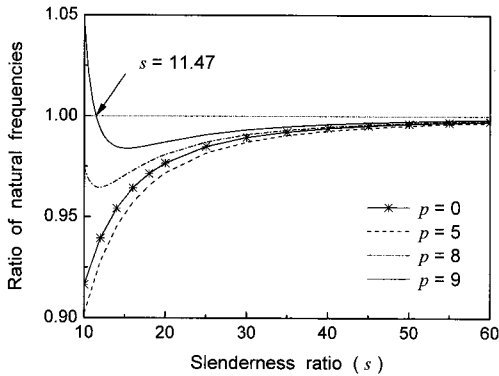
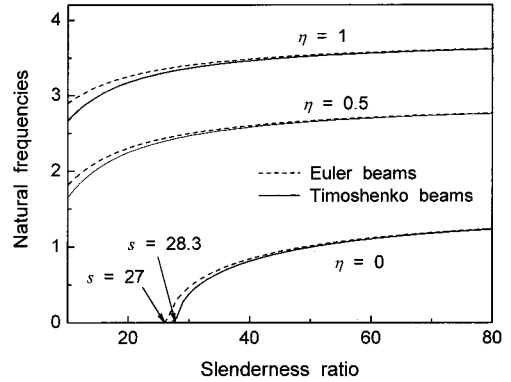
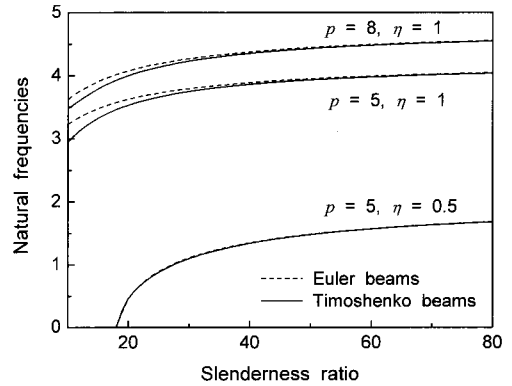


Fig. 4 Effect of follower force on natural frequency ratio of beams($\eta=1$)



(a) $p=2$



(b) $p=5, 8$

Fig. 6 Natural frequency of cracked beams as slenderness ratio and follower force(first mode, $\alpha=0.3$, $\xi_c=0.5$)

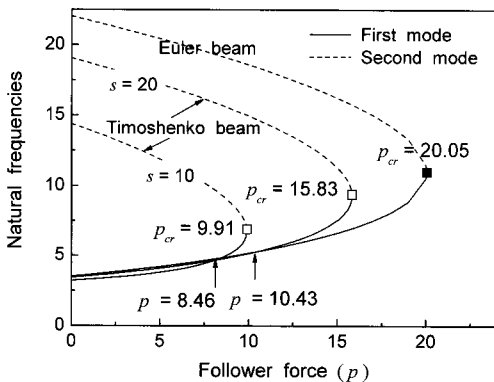


Fig. 5 Critical follower force of beams($\eta=1$)

보의 고유진동수 비를 4 차 모드까지 나타낸 것으로 참고문헌 (1)의 결과와 거의 일치함을 알 수 있다.

Table 1 은 수치해석 예제에서 안정한 영역의 종동력을 선택하기 위하여 세장비가 30 으로 일정한 경우 크랙의 크기 및 경사계수 η 의 영향에 의한 보의 좌굴 및 플러터 임계종동력 값을 구한 것이다. 전반적으로 크랙이 없는 경우와 비교하여 볼 때, 좌굴 불안정 영역에서는 크랙의 크기가 클수록 낮은 종동력에서 불안정이 발생하며, 플러터 불안정 영역에서는 반대로 크랙의 크기가 클수록 더 높은 종동력에서 보는 불안정하게 됨을 알 수 있다.

Fig. 4 는 크랙이 없고 순수 종동력($\eta=1$)이 작용하는 경우 세장비의 영향에 의한 보의 1 차 고유진동수 비를 나타낸 것이다. 고유진동수비는 오일러 보의 고유진동수에 대한 티모센코 보의 고유진동수 비이다. 종동력의 값이 일정정도 이하 ($p=$

7.4)에서는 종동력이 작용하지 않는 경우에 비하여 고유진동수비가 더 낮게 나타나지만 그 이상의 경우에는 진동수비가 더 크게 나타남을 알 수 있다. 특히 종동력이 9 인 경우 세장비가 11.47 이하 일 때 오일러 보인 경우에 비하여 고유진동수가 더 크다는 것을 알 수 있다. 이것은 Fig. 4 의 결과로부터 확인할 수 있다. 만약 종동력의 크기가 8 인 1 차 모드만을 해석하려고 한다면 세장비가 10 인 경우에도 티모센코 보 대신 오일러 보 이론을 적용하여도 오차가 3%이내의 정확한 결과를 얻을 수 있으리라 판단할 수 있다.

Fig. 5 는 종동력의 영향에 의한 오일러 보와 티모센코 보의 고유진동수 변화를 도시한 것이다. 일반적으로 회전관성의 효과는 보의 고유진동수를 낮추는 역할을 하지만, Fig. 5 의 1 차 모드를 살펴 보면 세장비가 10 인 경우 종동력이 $8.46 \leq p \leq 9.91$

의 영역에서는 오일러 보에 비하여 티모센코 보인 경우 고유진동수가 더 크게 나타나고, $s=20$ 인 경우 $10.43 \leq p \leq 15.83$ 의 종동력 범위에서 그러한 현상이 나타난다.

Fig. 6 은 크랙의 크기와 위치가 각각 0.3, 0.5 인 경우 세장비, 경사계수, 그리고 종동력의 영향에 따른 보의 고유진동수 변화를 도시한 것이다. 오일러 보인 경우에도 크랙이 존재하는 경우 티모센코 보와 마찬가지로 보의 고유진동수가 세장비의 영향을 받고 있음을 알 수 있다. 이것은 식 (1), (4) 에서 알 수 있는 것처럼 크랙의 영향을 나타내는 유연행렬이 세장비의 영향을 받기 때문이다. Fig. 6(a)를 살펴보면 종동력과 크랙이 일정한 값을 가지는 경우 경사계수와 보의 고유진동수는 서로 비례적인 경향을 가진다. 또 경사계수가 0 일 때, 즉

순수 축압축력이 작용하는 경우 두 보의 세장비가 각각 27, 28.3 이하인 경우는 좌굴 불안정 영역임을 알 수 있다. Fig. 6(b)에서 종동력의 크기가 5 이고 경사계수가 0.5 인 경우에 오일러 보 및 티모센코 보의 고유진동수가 거의 동일하다는 것을 알 수 있다. 이것은 Fig. 5 에서 참고할 수 있듯이 종동력이 5 일 때 두 보의 고유진동수 곡선이 교차하는 지점이라는 것을 판단할 수 있다. 또 종동력의 크기가 5 와 8 인 경우 주어진 크랙의 크기와 위치에서는 경사계수가 각각 0, 그리고 0, 0.5 일 때 보의 모두 불안정 영역에 속한다.

Fig. 7 은 경사계수가 1, 크랙의 크기와 위치가 각각 0.3, 0.5 일 때 종동력과 세장비의 영향에 따른 보의 고유진동수비를 나타낸 것이다. 종동력의 크기가 5 와 8 인 경우는 오일러 보의 고유진동수에 비하여 티모센코 보의 고유진동수가 더 작은

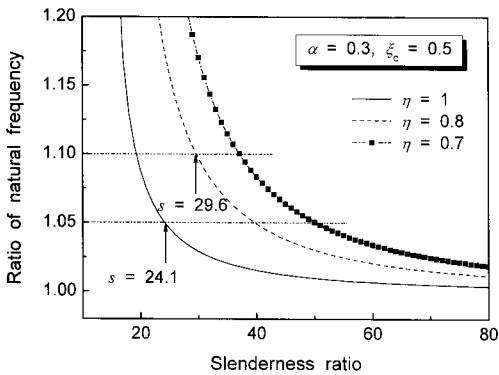


Fig. 7 Natural frequency ratio of cracked beams as follower force($\eta=1$, $\alpha=0.3$ and $\xi_c=0.5$)

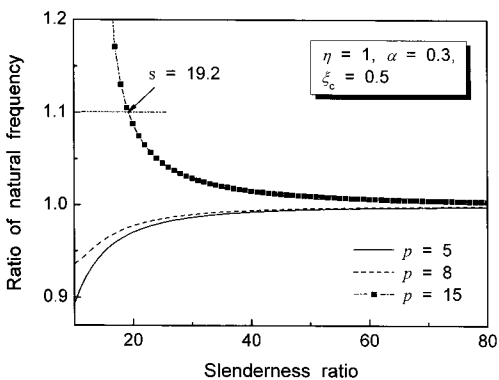
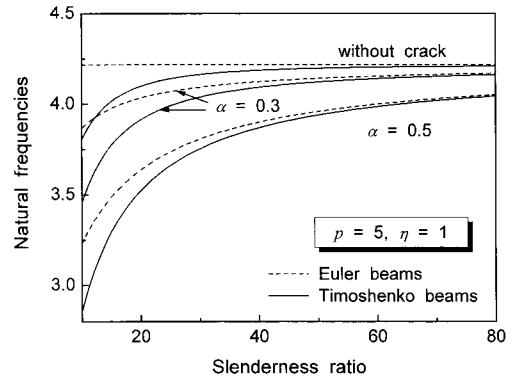
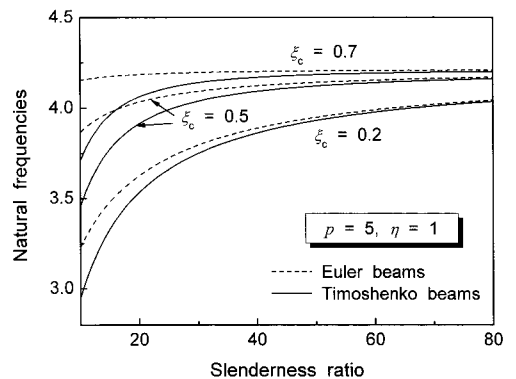


Fig. 8 Natural frequency ratio of cracked beams as subtangential coefficient($p=15$, $\alpha=0.3$ and $\xi_c=0.5$)

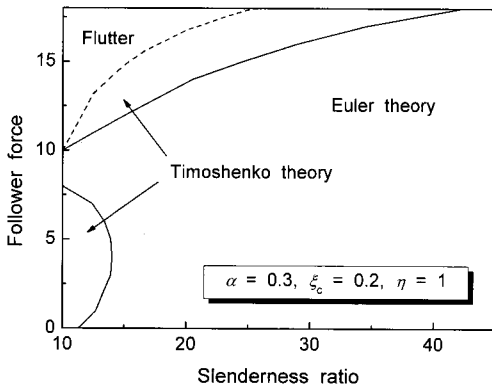


(a) Effect of crack depth($\xi_c=0.5$)

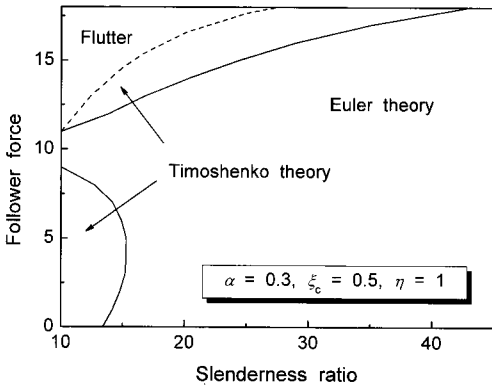


(b) Effect of crack position($\alpha=0.5$)

Fig. 9 Effect of crack on natural frequencies of beams for $p=5$ and $\eta=1$



(a) $\xi_c = 0.2$



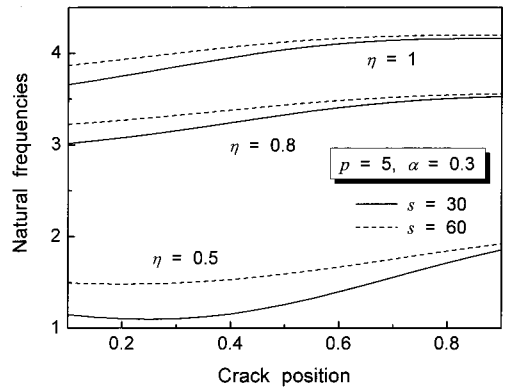
(b) $\xi_c = 0.5$

Fig. 10 Error ranges(5%) of frequency ratio for $\eta=1$

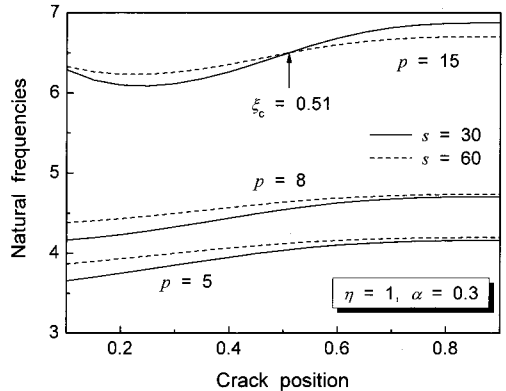
값을 가지지만 p 가 15로 비교적 큰 경우는 그 반대의 경향을 가진다. 이 사실로부터 종동력이 15를 지나면서 보는 불안정에 가까워진다는 것을 판단할 수 있다. 종동력의 크기가 15인 경우 세장비가 19.3 미만인 경우 진동수비는 10%이상의 오차를 가지기 때문에 이 영역에서는 티모센코 보 이론을 적용하여야 보다 정확한 보의 고유진동수를 얻을 수 있다고 사료된다.

Fig. 8은 종동력의 크기가 15, 크랙의 크기와 위치가 각각 0.3, 0.5일 때 경사계수와 세장비의 영향에 따른 보의 고유진동수비를 도시하였다. 경사계수가 0.8인 경우 세장비가 29.6으로 비교적 가는 보에 대해서도 티모센코 보 이론을 적용하여야 한다고 판단된다.

Fig. 9는 종동력이 5, 경사계수가 1일 때 보의 고유진동수에 미치는 크랙의 영향을 도시한 것이다. 크랙의 크기와 위치의 영향에 관계없이 세장비가 증가하면 고유진동수도 증가하는 것을 알 수



(a) Effect of subtangential coefficient($p = 5$)



(b) Effect of crack position

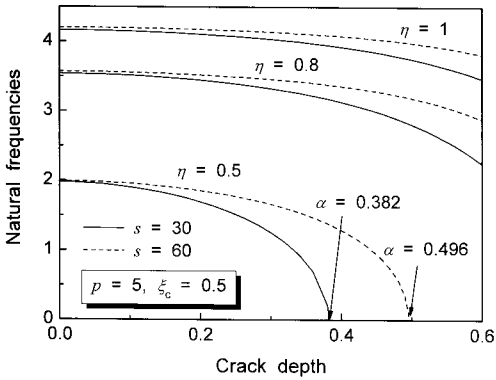
Fig. 11 Natural frequencies vs. crack position($\alpha=0.3$)

있다. 보의 고유진동수에 미치는 크랙의 영향을 살펴보면, 종동력 및 경사계수가 일정한 경우 크랙의 크기가 클수록, 크랙의 위치가 보의 앞부분에 위치할수록 보의 고유진동수는 더 작아진다.

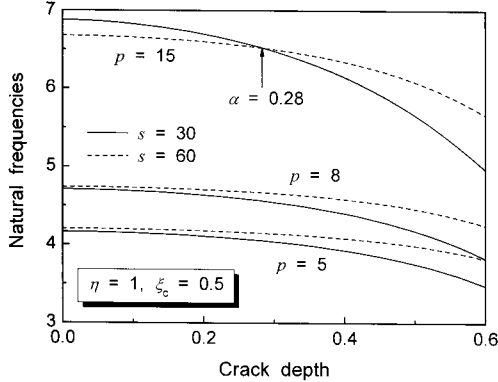
Fig. 10은 세장비에 따른 고유진동수비를 조사하여 종동력의 증가에 따라 고유진동수비가 5%이상 차이가 나는 세장비의 영역을 표현한 것이다. 이 결과를 이용하여 고유진동수가 5%, 혹은 10%등과 같이 오차범위를 선정하여 오일러 보 및 티모센코 보 이론을 적용할 것인가의 판단에 활용할 수 있을 것으로 사료된다.

Fig. 11은 크랙의 크기가 일정한 경우 크랙의 위치에 따른 보의 고유진동수 변화를 나타낸 것이다. 그래프의 가로 축은 크랙의 위치 그리고, 세로 축은 티모센코 보의 고유진동수이며, 실선과 점선은 세장비의 크기가 각각 30, 60일 때의 결과이다. 종동력이 증가할수록 경사계수가 증가할수록 고유진동수는 증가하는 경향을 보인다. Fig. 11(b)에서

종동력이 15 인 경우에 크랙의 위치가 $0.1 \leq \xi_c \leq 0.51$ 의 범위에서는 세장비가 작은 경우 더 작은 고유진동수를 가지지만 그 이상의 범위에서는 반대의 경향을 보인다.



(a) Effect of subtangential coefficient ($p = 5$)



(b) Effect of follower force ($\eta = 1$)

Fig. 12 Natural frequencies vs. crack depth ($\xi_c = 0.5$)

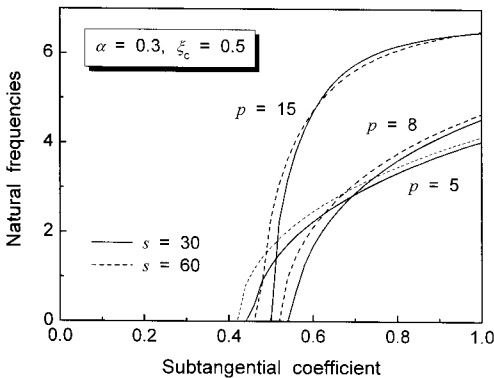
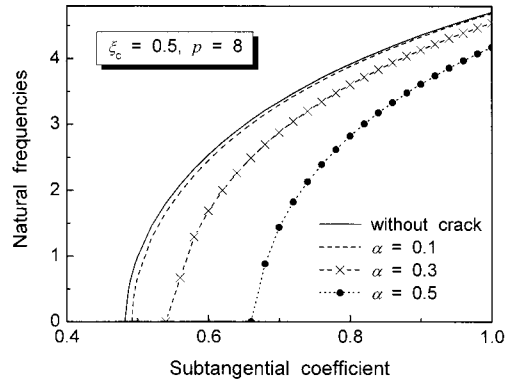
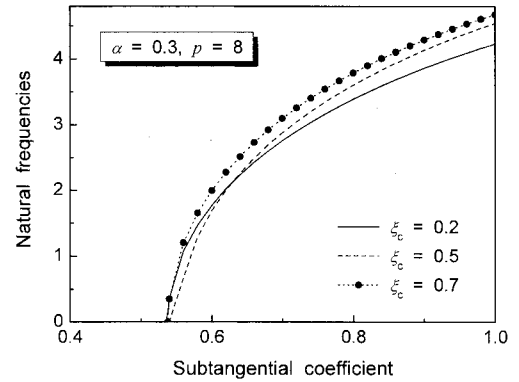


Fig. 13 Effect of subtangential coefficient and follower force on natural frequencies of beams



(a) Effect of crack depth ($\xi_c = 0.5$)



(b) Effect of crack position ($\alpha = 0.3$)

Fig. 14 Natural frequencies vs. subtangential coefficient for $p = 8$

Fig. 12 는 크랙의 위치가 일정한 경우 크랙 크기에 따른 고유진동수 변화를 도시한 것이다. 크랙의 크기가 증가할수록 보의 고유진동수는 점점 감소하는 경향을 보인다. Fig. 12(a)에서 경사계수가 0.5 인 경우 세장비가 30 일 때는 크랙의 깊이가 0.382 에서, 그리고 $s=60$ 일 때는 0.496 에서 좌굴 불안정이 발생한다. 또 Fig. 12(b)에서 크랙의 위치가 0.28 에서 세장비에 따른 고유진동수 경향이 변화한다.

Figs. 13, 14 는 경사계수의 변화에 따른 보의 고유진동수 변화를 표현하였다. 여기서 고유진동수가 나타나지 않는 경사계수 영역은 보의 불안정 영역이다. 전반적으로 크랙의 크기가 클수록 경사계수의 불안정 영역이 넓어지며 크랙의 위치보다 크랙의 크기가 경사계수에 의한 불안정 영역에 더 큰 영향을 미친다는 것을 판단할 수 있다.

5. 결론

이 연구에서는 크랙을 가진 외팔보에 경사 종동력이 작용하는 경우 보의 세장비의 영향에 따른 보의 고유진동수 변화 및 고유진동수비(오일러 보에 대한 티모셴코 보의 고유진동수) 변화를 살펴 보았다. 본 연구의 결과는 경사 종동력과 크랙의 영향을 고려하여 보 해석을 수행하는 경우에 결과의 오차를 판단하여 보다 정확한 해를 구하는데 도움이 될 것이라 판단된다. 즉, 연구자가 선택하고자 하는 수치해석 모델에 오일러 보 이론을 적용할 것인지, 티모셴코 보 이론을 적용할 것인지에 대한 판단 근거로 활용할 수 있을 것이다.

참고문헌

1. Harris, C. M., "Shock and Vibration Handbook(4th Edition)," McGraw-Hill, Chapter 7, 1961.
2. Igor, A. K. and Olga, I. L., "Formulas for Structural Dynamics," McGraw-Hill, Chapter 11, 2001.
3. Kounadis, A. and Katsikadelis, J. T., "Shear and Rotatory Inertia Effect on Beck's Column," Journal of Sound and Vibration, Vol. 49, No. 2, pp. 171-178, 1976.
4. Saito, H. and Otomi, K., "Vibration and Stability of Elastically Supported Beams Carrying an Attached Mass Under Axial and Tangential Loads," Journal of Sound and Vibration, Vol. 62, No. 2, pp. 257-266, 1979.
5. Chen, L. W. and Ku, D. M., "Eigenvalue Sensitivity in the Stability Analysis of Beck's Column with a Concentrated Mass at the Free End," Journal of Sound and Vibration, Vol. 153, No. 3, pp. 403-411, 1992.
6. Lee, S. Y., Chen, T. Y. and Wang, W. R., "Non-conservative Instability of a Timoshenko Beam Subjected to a Partially Tangential Follower Force," Journal of Sound and Vibration, Vol. 188, No. 1, pp. 25-38, 1995.
7. Sato, K., "Instability of a Clamped -elastically Restrained Timoshenko Columns Carrying a Tip Load, Subjected to a Follower Force," Journal of Sound and Vibration, Vol. 194, No. 4, pp. 623-630, 1996.
8. Lee, B. K., Li, G., Oh, S. J. and Kim, G. S., "Stability Analysis of Beck's Column with a Tip Mass Restrained by a Spring," Transactions of KSNVE, Vol. 15, No. 11, pp. 1287-1294, 2005.
9. Langthjem, M. A. and Sugiyama, Y., "Optimum Design of Cantilevered Columns under the Combined Action of Conservative and Nonconservative Loads Part I: The Undamped Case," Computers and Structures, Vol. 74, No. 4, pp. 385-398, 2000.
10. Son, I. S., Yoon, H. I. and Ahn, T. S., "Stability Analysis of Cracked Cantilever Beam with Tip Mass and Follower Force," Transactions of KSNVE, Vol. 17, No. 7, pp. 605-610, 2007.
11. Meirovitch, L., "Analytical Methods in Vibration," The Macmillan Company, Chapter 5, 1967.