대한수학교육학회지 수학교육학연구 제 19 권 제 3 호
Journal of Educational Research in Mathematics
Vol. 19, No. 3, 393-407. Aug 2009

우리나라 수학 교과서의 닮음 도입 및 정의에 관한 비판적 논의

임 재 훈* · 박 교 식**

이 논문은 우리나라 7차 중학교 교과서의 닮음 도입 및 정의의 특징을 비판적으로 분석한 것이다. 연구의 결과는 다음과 같다. 첫째, 초등학교에서 도형의 닮음 관련 내용이 삭제된 것을 고려하여 중학교에서 닮음 도입시 확대도나 축도를 그려 보는 풍부한 경험 속에서 '일정한 비율'의 의미가 내면화되게 할 필요가 있다. 둘째, 중학교 교과서에서 도형을 확대 또는 축소하는 방식 및 닮음 정의에는 서로 다른 두 가지 방식이 있으며, 그 각각의 방식이 지닌 한계에 유의할 필요가 있다. 셋째, 주어진 모눈을 확대 또는 축소한 모눈 위에 닮은 도형을 그리는 활동을 제시할 필요가 있다. 끝으로, 닮음 정의에 나오는 '닮음인 관계'라는 표현과 관련하여, '닮음'을 교육과정 문서에 용어로 제시하는 것이 적절한지 재고할 필요가 있다.

I. 서 론

이 연구의 목적은 우리나라 교과서에서 제시하고 있는 닮음 정의 및 도입의 특징적 모습을 분리하고, 그에 대해 비판적으로 논의하는 것이다. 수학 용어로서 '닮음'은 일상용어인 '닮다'에서 가져온 것이다. '닮다'는 사전적으로 "사람 또는 사물의 생김새나 성질 따위가 다른 사람이나 사물과 서로 비슷하다."는 뜻인 바(국립국어원, 2009), 흔히 "아버지는 할아버지와 닮았다."와 같이 사용한다. 영어 용어와 한자 용어도 마찬가지이다. 영어 similarity는 일상용어인 similar에서 가져온 것이다. 한자 相似도 본래 일상용어로, 그 의미는 '서로 모양이 비슷함'이고, '~과 상사하다'와 같이 사용한다.

닮음은 인간의 가장 기본적인 공간직관으로 파악되는 관념 중의 하나인 바, 중학교 학생들이 어느 두 대상이 닮았다고 느끼는 것은 어려운 일이 아니다(최지선, 2008). 일상생활에서는 닮음을 판단하는데 엄밀하고 객관적인 기준이 아닌 주관적 기준을 적용하기 때문에, 사람마다 느끼는 닮음의 정도가 다르다. 그러나 학문수학에서는 엄밀하고 객관적인 닮음 정의를 필요로 한다. 즉, 두 도형이 닮았다는 것을 수학 용어를 사용하여 엄밀하고 객관적으로 정의하는 것이 필요하다.

학문수학에서 닮음은 각의 크기를 보존하면서 어떤 거리공간을 그 거리공간을 재척도화한 공간으로 보내는 공형등거리사상이다(최지선, 2008). 그래서 어떤 수학 사전(Encyclopaedia of mathematics, 1992)에서는 닮음을 유클리드 공간에서 임의의 두 점 A와 B를 각각 A'과 B'으로 보냈을 때 양수 k(즉, 닮음 상수)가 존재해서 A'과 B' 사이의 거리가 A와 B 사이의 거리의 k배가 되는 변환(즉, 닮음변환)으로 정의한 후,

* 경인교육대학교, jhyim@ginue.ac.kr
** 경인교육대학교, pkspark@ginue.ac.kr

도형 F와 F' 사이에 F → F'인 닮음변환이 존재하면, 도형 F와 F'은 닮았다고 정의한다. Coxeter와 Greitzer(1967)의 정의도 이와 유사하다. 그들에 의하면 닮음변환에는 등거리변환(isometry), 확대변환(dilatation), 나선닮음변환(spiral similarity)의 세 종류가 있다.

이와 같이 닮음을 공형등거리사상으로 엄밀하게 정의할 수 있지만, 중학교 학생들이 이러한 정의를 이해할 수 있을 것으로 기대하기는 어렵다. 그래서 학교수학에서는 이 정의를 학생들의 일상의 경험과 관련지으면서 공형등거리사상이라는 본질을 훼손하지 않도록 다시 정의하는 것이 필요하다. 이런 관점에서 이 연구에서는 우리나라의 중학교 교과서에서 제시하고 있는 닮음 정의를 비판적으로 검토한다. 닮음 지도와 관련해서 여러 가지 논의가 있지만(Freudental, 1983; Vollrath, 1977; 김재홍, 권석일, 2003; 최지선, 2008), 닮음 정의에 관한 논의는 찾아보기 어렵다. 제7차 교육과정에 따른 중학교 교과서(이하 간단히 '제7차 중학교 교과서')에서 제시한 닮음 정의(이하 간단히 '현재의 닮음 정의')와 닮음 도입 방식은 적어도 다음 네 가지 점에서 비판적으로 검토할 소지를 지니고 있다. 첫째는 '일정한 비율로 확대 또는 축소'라는 맥락에 관련된 것이다. 둘째는 도형을 확대•축소하는 방식에 관련된 것이다. 셋째는 현재의 닮음 정의에 두 가지 형태가 존재한다는 것에 관련된 것이다. 넷째는 닮음 정의에 나오는 '닮음인 관계'라는 표현에 관련된 것이다. 이 연구에서는 이 네 가지 소지에 대해 차례로 논의한다. 이러한 소지는 제7차 교육과정 이전의 과거부터 존재했던 것으로, 나름대로 깊은 뿌리를 가지고 있고, 따라서 2006년에 개정한 교육과정에 따라 2010년부터 사용될 중학교 2학년 교과서에서도 거의 그대로 존재할 가능성이 많다. 그런 점에서 이 연구는 그러한 무비판적 답습을 재고하는 데 도움이 될 수 있을 것이다.

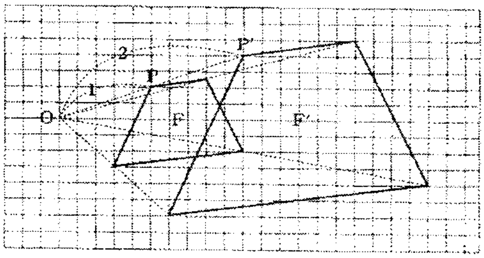
II. 도형의 확대•축소에서 일정한 비율의 의미

현재 중학교 2학년 수학 교과서의 닮음 정의에서 한 도형을 일정한 비율로 확대 또는 축소한다는 표현을 볼 수 있다. 한 도형을 확대하거나 축소하는 것은 그 외형적인 모양을 그대로 유지하면서 각각 그 도형을 크게 하거나 작게 하는 것이다. 이때 '일정한 비율로'에 대해 생각해 보자. 이를테면 어떻게 하는 것이 도형을 일정한 비율 2로 확대하거나 일정한 비율 $\frac{1}{2}$로 축소하는 것인가?

제7차 중학교 교과서 중에는 도형의 확대와 축소를 정의하고 나서 닮음을 정의하는 것과 도형의 확대와 축소를 정의하지 않고 닮음을 정의하는 것의 두 종류가 있다. 전자는 학생들이 도형의 확대와 축소를 알고 있지 않다고 전제하며, 후자는 학생들이 도형의 확대와 축소를 알고 있다고 전제한다.

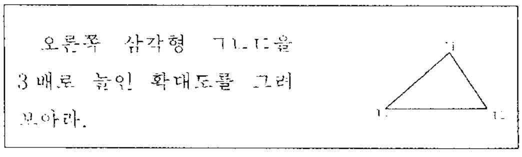
전평국, 신동윤, 방승진, 황현모, 정석규(2002, p. 86)는 전자의 경우로, 어떤 도형과 같은 모양으로 그것보다 크게 또는 작게 도형을 그리는 것을 각각 그 도형을 확대 또는 축소한다고 하고, [그림 II-1]과 같이 닮음의 중심과 모눈을 이용하여 한 도형을 2배로 확대 또는 $\frac{1}{2}$배로 축소한 도형을 다음과 같이 정의한다: 오른쪽 그림과 같이 점 O와 도형 F 위의 한 점 P를 연장시켜 $\overline{OP}:\overline{OP'}=1:2$ 되게 점 P′을 잡는다. 도형 F 위의 모든 점을 이와 같은 방법으로 하여 만든 도형 F′을 도형 F를 2배로 확대한 도형이라 하고, 도형 F는 도형 F′을 $\frac{1}{2}$배로

축소한 도형이라고 한다.



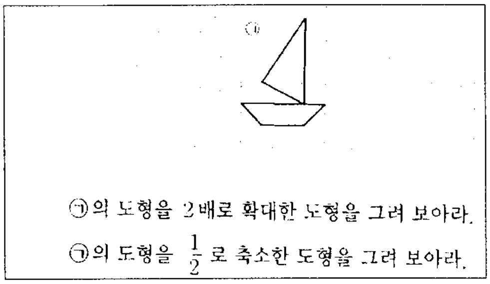
[그림 II-1] 도형의 확대와 축소
(전평국 외, 2002, p.86)

제6차 초등학교 교육과정(교육부, 2000)에서는, 초등학교 6학년에서 확대와 축소, 닮음과 닮음비를 다루었다. 그리고 이를 바탕으로 중학교 2학년에서 삼각형의 닮음조건과 평행선 사이의 선분의 길이의 비를 다루었다. 다소 나선형 교육과정의 성격을 띤 이 교육과정에서는, 중학교 학생들이 도형의 확대와 축소, 이를테면 주어진 삼각형을 3배로 확대한 도형이나 $\frac{1}{2}$로 축소한 도형이 의미하는 바를 초등학교에서 학습하여 알고 있다고 가정할 수 있다([그림 II-2). 그런데 제7차 교육과정에서는 초등학교에서 도형의 닮음에 관한 내용을 삭제하였고, 이것은 개정 교육과정에서도 마찬가지이다(교육부, 1999; 교육인적자원부, 2007). 이제 중학교 2학년에서 닮음을 처음 다루므로, 학생들이 도형의 확대와 축소에 대한 사전 학습 경험이 없다고 전제해야 한다.



[그림 II-2] 6차 초등학교 교과서의 도형의 확대
(교육부, 1997, p.55)

제7차 중학교 교과서에서는 탐구활동을 통해 학습할 내용을 도입한다. 닮음 단원의 탐구활동에는 주변에서 확대 또는 축소를 이용한 예를 찾아보는 활동(강행고, 이화영, 박진석, 이용완, 한경연, 이준홍 외, 2002), 두 닮은 도형이나 사진을 관찰하는 활동(배종수, 박종률, 윤행원, 유종광, 김문환, 민기열 외, 2002), 모눈종이를 이용하여 주어진 도형의 가로•세로의 길이를 각각 일정 배로 확대한 그림을 그리는 활동(박규홍, 고성군, 김성국, 김유태, 박재용, 육산국 외, 2002), 주어진 모양을 몇 배 확대한 도형을 그리고 그 성질을 탐구하는 활동(이준열, 장훈, 최부림, 남호영, 이상은, 2002) 등이 있다. 다음 [그림 II-3]은 주어진 도형을 몇 배 확대 또는 축소하는 단원 도입 탐구활동의 예이다.



[그림 II-3] 중학교 교과서 도입 탐구활동
(최용준, 2002, p. 84)

초등학교에서 도형의 확대•축소를 학습한 경험이 없는 학생들에게 도형을 몇 배로 확대하거나 축소한다는 것은 어떤 의미로 받아들여질까? [그림 II-1]에서 사각형 F'이 사각형 F를 2배 확대한 도형이라고 하는 것이 자연스러운가 아니면 사각형 F'은 사각형 F를 4배 확대한 도형이라고 하는 것이 자연스러운가? [그림 II-3]에서 주어진 도형을 2배로 확대하라는 것은 주어진 도형의 넓이의 2배가 되는 도형을 그리라는 말로 받아들여질 수 있다. 도형을 몇 배 확대한다는 말의 애매함에 기인하는 이와

같은 문제점을 피하기 위해, 주어진 도형을 몇 배 확대한 도형이라는 표현을 쓰지 않고 이를 테면 각 변의 길이를 2배로 확대, $\frac{1}{2}$로 축소한 도형이라고 하는 교과서도 있다(박규홍 외, 2002). 그러나 여러 교과서에서 주어진 도형을 몇 배 확대 또는 축소한 도형이라는 표현을 사용하고 있다. 이 표현의 의미를 분명하게 하기 위해서는 한 도형을 확대 또는 축소한 도형과 원래의 도형에 대해, 전자가 후자의 무엇을 어떻게 확대 또는 축소한 것인지를 규정하는 것이 필요하다. 닮음 정의에서 '일정한 비율'은 바로 그것을 위한 것이다.

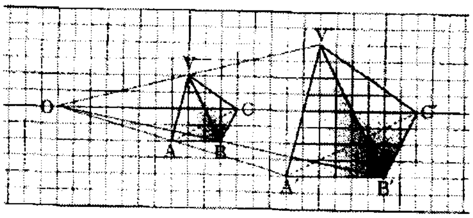
확대와 축소가 일상용어이면서 수학용어인 반면에, '비율'은 수학 용어이다. 수학 6-가 교과서(교육인적자원부, 2004, p.88)에서는 비율을 '기준량에 대한 비교하는 양의 크기'로 정의한다. 이러한 비율 정의를 닮음 정의에 사용하기 위해서는 먼저 원래의 도형과 확대 또는 축소해서 얻은 도형에서 기준량과 비교하는 양의 크기에 해당하는 것을 정해야 한다. 이때 기준량과 비교하는 양은 모두 길이, 넓이, 부피와 같은 양이어야 한다. 한 도형을 확대 또는 축소할 때 변하는 것은 도형의 크기라고 할 때, 그것은 무엇이어야 하는가? 이를테면 선분의 경우 크기는 길이를 의미할 것이다. 따라서 주어진 선분을 2의 비율로 확대하거나 $\frac{1}{2}$의 비율로 축소한다는 것은 각각 그 길이를 2배로 하거나 $\frac{1}{2}$배로 하는 것으로 보는 것이 자연스럽다. 그러나 [그림 II-1]에서 사각형 F와 F'의 경우는 어떤가? 사각형의 크기를 말해 주는 것으로 변의 길이보다 사각형의 넓이를 생각하는 것이 더 자연스럽다. 이렇게 보면 [그림 II-1]에서 사각형 F'은 사각형 F를 4배로 확대한 것이라고 해야 할 것이다.

그럼에도 불구하고 도형의 확대, 축소에서 도형의 넓이보다 변의 길이를 기준으로 일정한 비율을 생각하는 이유는 무엇일까? 다각형이 주어졌을 때 그것을 확대하는 보통의 방법은 선분의 길이를 몇 배하고 각을 그대로 옮기는 조작을 반복하는 것이다. 도형이 주어졌을 때 그 넓이를 일정한 비율로 확대하기는 어렵다. 실제로 도형을 확대하는 상황에서 지침이 되는 것은 선분의 길이를 몇 배로 확대하는 것이지 넓이를 몇 배로 확대하는 것이 아니다. 두 다각형이 있을 때 이 다각형은 저 다각형을 몇 배로 확대한 것인가라고 질문할 때는 넓이를 몇 배로 확대했는가라는 의미로 이해하는 것이 자연스럽게 보인다. 그러나 실제로 확대한 다각형을 작도하는 상황이 되면 넓이를 몇 배로 확대한다는 것은 자체로 작도를 수행하는데 편리한 지침이 되지 못한다.

도형을 확대하거나 축소할 때 일정한 비율이 길이에 관한 것인 이유는 도형을 확대하고 축소하는 실제적인 경험 속에서 잘 드러난다. 그러므로 확대도와 축도를 그려 보는 풍부한 경험 속에서, 도형의 확대, 축소에서 일정한 비율이 넓이가 아닌 길이에 관한 것임을 학생들이 내면화하게 해야 할 것이다. 6차 교육과정에서는 초등학교에서 삼각형이나 사각형의 각 변의 길이를 몇 배로 늘이거나 줄여서 도형을 확대 또는 축소하는 경험, 지도에서 축척을 탐구하는 경험을 하게 하였다. 현 교육과정에서는 이와 같은 경험을 초등학교에서 제공하지 않는다. 이 점을 고려하면, 중학교에서 닮음을 도입할 때 도형을 확대하거나 축소하는 경험을 6차 교육과정기에 중학교에서 제공한 것보다 더 풍부하게 제공해야 할 것으로 보인다. 닮은 두 도형을 주고 관찰하게 하는 간접적인 경험으로는 도형을 확대 또는 축소할 때의 일정한 비율이 넓이가 아니라 선분의 길이에 대한 것이어야 함을 학생들이 체화하는데 충분하지 않을 것이다.

III. 도형을 확대 • 축소하는 두 가지 방식

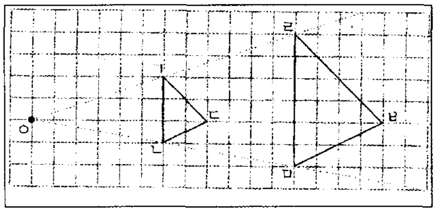
도형을 일정한 비율로 확대 또는 축소하는 첫 번째 방식은 닮음의 중심을 이용하는 것이다. [그림 III-1]에서 닮음의 중심을 이용하여 확대한 도형을 원래의 도형을 2배로 확대한 도형이라고 하는 것의 타당성은 선분 OV와 선분 OV'의 길이의 비로 설명될 수 있다. 점 O를 닮음의 중심으로 하여 사면체를 확대할 때 $\overline{OV'}=2\ \overline{OV}$가 되도록 점 V'를 잡는다. 사면체 VABC 위의 어떤 점 P에 대해서도 $\frac{OP'}{OP}$ =2로 일정하므로, 도형을 일정한 비율 2로 확대한다는 것의 의미가 나름대로 분명하다.



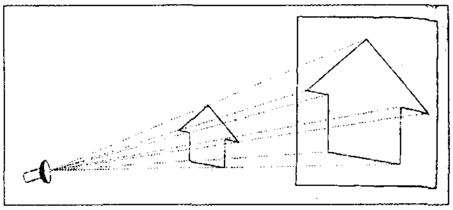
[그림 III-1] 닮음의 중심을 이용한 도형의 확대 (황석근, 이재돈, 2002, p. 99)

이와 같은 방법으로 도형을 확대할 때에는 점 O가 반드시 필요하다. 이를테면 점 O와 도형 F의 임의의 한 점 P를 연장해서 OP : OP' = 1 : 2가 되게 P'을 잡은 뒤, P' 전체로 이루어진 도형을 F'이라고 하면, F'은 F를 2배로 확대한 도형이다. [그림 Ⅲ-1]은 도형의 확대 또는 축소를 수행하는 일반적인 한 가지 방법을 보여준다. 닮음의 중심을 이용하여 도형을 확대 또는 축소하는 것을 제1형 방식이라고 하자.

제1형 방식의 원형은 제6차 초등학교 교육과정에 따른 교과서(이하 간단히 '제6차 초등학교 교과서')에서 볼 수 있다. 제6차 초등학교 교과서(교육부, 1997, p.46)에서는 닮음을 도입할 때, 닮음의 중심이라는 표현을 사용하지 않은 채, 닮음의 중심 ㅇ와 모눈을 이용하여 도형을 확대 또는 축소하는 예에서 시작한다. 제1형 방식은 [그림 III-3]에서 볼 수 있는 바와 같이, 한 점에 광원을 두고 빛을 쏘았을 때 모양이 스크린에 확대되는 현상을 형식화한 것이다. 스크린을 광원으로부터 광원과 물체 사이의 거리의 2배 떨어진 지점에 놓으면 주어진 물체의 2배 확대된 모양이 스크린에 비친다.



[그림 Ⅲ-2] 6차 초등 교과서의 제1형 방식에 의한 도형 확대(교육부, 1997, p.46)

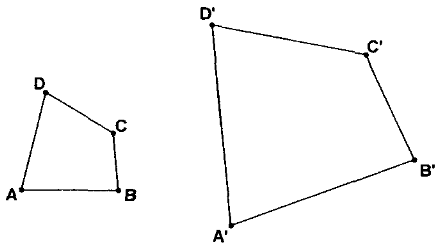


[그림 Ⅲ-3] 빛의 투사에 의한 도형의 확대 (교육부, 1997, p.46)

제1형 방식은 각에 주의를 기울이지 않은 채 확대 또는 축소된 도형의 꼭지점의 위치를 정할 수 있다는 장점이 있다. 그래서 닮은 도형을 그리는데, 특히 다각형과 같이 꼭지점의 위치만 알면 도형을 그릴 수 있는 경우에, 매우 편리하다. 이런 이유에서 중학교 교과서에 제시된 닮은 도형을 그리는 문제들은 거의 제1형의 방식으로 풀게 되어 있다.

그런데 제1형 방식은 일반적인 두 닮은 도형의 관계에 늘 들어맞는 것은 아니다. 닮은 두

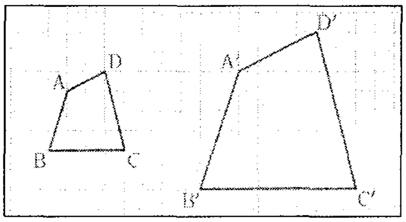
도형이 항상 닮음의 위치에 있는 것은 아니기 때문이다. 이를테면 다음 [그림 Ⅲ-4]의 도형의 확대를 제1형 방식으로 설명할 수 없다. 선분 A'B'가 변 AB에 대응하는 변이 되도록 사각형 ABCD를 2배 확대한 도형을 제1형 방식으로 그릴 수 없다.



[그림 Ⅲ-4] 제1형 방식의 한계

중학교 교과서에 제시된 도형을 확대, 축소하는 두 번째 방식은 닮음의 중심을 이용하지 않는 것이다. 다음 [그림 Ⅲ-5]에서 사각형 A'B'C'D'은 사각형 ABCD를 2배 확대한 도형이다. 배경에 있는 모눈을 이용하여 사각형 ABCD의 각각의 내각의 크기는 그대로 보존하면서 각 변의 길이를 2배로 할 수 있다. [그림 Ⅲ-5]에서 선분 BC와 선분 B'C'가 평행하므로 모눈의 칸을 이용하여 확대한 도형의 꼭지점의 위치를 쉽게 정할 수 있다. 이를테면 점 B에서 오른쪽으로 한 칸, 위로 세 칸 간 지점에 점 A가 있으므로, 점 B'에서 오른쪽으로 두 칸, 위로 여섯 칸 간 지점이 점 A'의 위치가 된다. 모눈이 없거나 선분 BC와 선분 B'C'가 평행하지 않아도 사각형 ABCD를 2배 확대한 사각형을 그릴 수 있다. 자와 컴퍼스를 이용하여 주어진 선분의 길이를 2배로 하고 각을 옮길 수 있기 때문이다.

[그림 Ⅲ-5]에서 사각형 ABCD의 각 변 AB, BC, CD, DA와 그것의 길이를 각각 2배로 한 변 A'B', B'C', C'D', D'A' 사이에 $\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{C'D'}{CD} = \frac{D'A'}{DA} = 2$이고, 그것은 사각형의 어떤 변에 대해서도 일정하므로, 이때도 도형을 일정한 비율 2로 확대한다는 것의 의미가 나름대로 분명하다. 여러 중학교 교과서가 닮음을 도입하는 단계에서 제1형 방식이 아닌 제2형 방식을 사용하고 있는데, 이것은 닮음 도입 단계에서 제1형 방식을 사용하는 것이 닮음을 정의한 후에 닮음의 중심을 취급하는 내용 전개 순서와 맞지 않는다고 보기 때문이다.

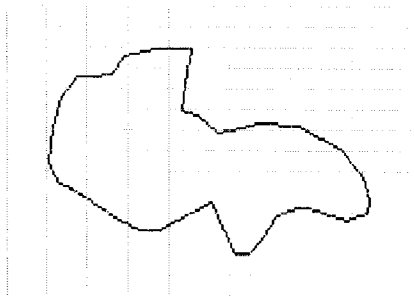


[그림 Ⅲ-5] 확대, 축소의 제2형 방식
(강옥기, 정순영, 이환철, 2002, p.87)

삼각형을 확대하거나 축소하는 경우라면, 내각의 크기를 보존한다는 표현을 사용하지 않아도 무방하다. 삼각형의 결정조건에 따라, 처음 삼각형의 각 변의 길이를 2배로 한 삼각형이 유일하게 결정되기 때문이다. 그러나 삼각형이 아닌 다각형의 경우에는 내각의 크기를 그대로 보존해야 한다는 것이 반드시 필요하다. 그러나 대부분의 교과서에서 제2형 방식으로 도형을 확대하거나 축소할 때 내각의 크기를 보존해야 한다는 것을 명시적으로 언급하고 있지 않다.

제2형 방식으로 다각형이 아닌 도형을 확대 또는 축소하는 것은 쉽지 않다. 이를테면 제1형 방식으로는 원을 확대 또는 축소하는 것이 용이하지만, 제2형 방식으로는 그렇지 않다. 원에서는 내각도 변도 생각할 수 없으므로 다각형의 확대 또는 축소와는 다른 방식을 사용해야 하지만, [그림 Ⅲ-5]에서는 그런 방식을 보여주고 있지 않다. 그러나 이를테면 원을 2배

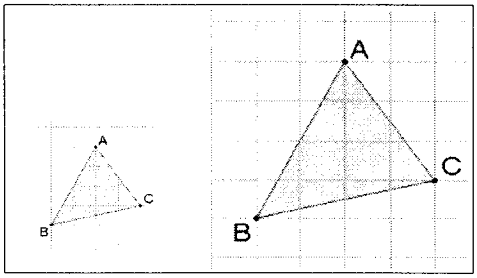
로 확대하기 위해서는 반지름의 길이를 2배로 해야 한다는 것을 직관적으로 생각할 수 있고, 제2형 방식을 사용하는 교과서에서도 비록 암시적이기는 하지만 거의 그렇게 하고 있다. 이때 원 O의 어떤 점 P에 대해서도 반지름 OP의 길이를 2배로 하여 만든 원 O'의 반지름 O'P' 사이에 $\frac{O'P'}{OP}$=2로 일정하므로, 이 방식에서도 원을 일정한 비율 2로 확대한다는 것의 의미가 나름대로 분명하다고 할 수 있다. [그림 Ⅲ-6]과 같이 다각형이나 원이 아닌 부정형의 도형에서는 제2형 방식을 사용하기가 사실상 곤란하지만, 학교수학에서는 부정형인 도형의 닮음을 취급하지 않으므로, 다각형과 원의 닮음만을 취급하는 한 제2형 방식을 사용할 수 있다.



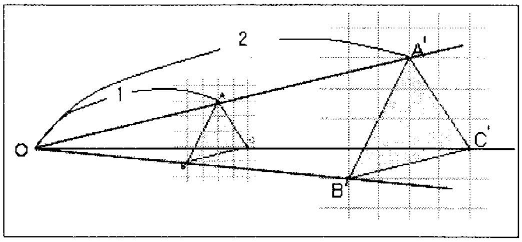
[그림 Ⅲ-6] 부정형 도형

중학교 교과서에서 제1형 방식과 제2형 방식은 모두 모눈을 배경으로 제시되는 것이 보통이다. 원래의 도형과 확대 또는 축소된 도형은, 위의 [그림 Ⅲ-1]과 [그림 Ⅲ-5]에서 볼 수 있듯이, 같은 크기의 눈금으로 된 모눈 위에 함께 나타난다. 모눈은 주어진 도형을 확대한 도형을 쉽게 그리기 위한 도구 또는 주어진 도형과 확대한 도형을 비교하고 분석하기 위한 도구로 추가된 것으로 보인다. 모눈이 주어진 도형과 함께 있었다면 확대한 도형을 그릴 때 모눈도 같이 확대되었어야 하기 때문이다.

원래 도형이 모눈 위에 그려져 있었다면 어떻게 될까? 모눈 위에 그려진 도형을 복사기로 확대 복사하거나 빛을 쏘아 확대된 모양을 스크린에 비추면 도형과 더불어 모눈도 확대된다. 이를테면 [그림 Ⅲ-7]에서 모눈 위에 삼각형 ABC가 그려진 왼쪽 그림을 복사기에 넣고 200%로 확대하여 복사하면 오른쪽과 같은 그림을 얻는다.



[그림 Ⅲ-7] 모눈 위에 그려진 도형의 확대 I

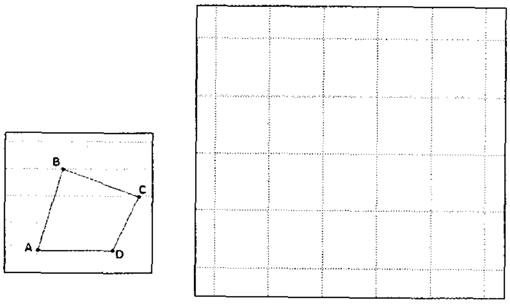


[그림 Ⅲ-8] 모눈 위에 그려진 도형의 확대 Ⅱ

어느 한 점에 광원을 놓고 모눈 위에 그려진 삼각형 ABC를 스크린에 비쳐도 모눈과 도형이 모두 확대된 그림을 얻을 수 있다. 이것을 제1형 방식으로 [그림 Ⅲ-8]과 같이 나타낼 수 있다. 선분 OA와 OA'의 길이의 비가 1:2이므로, 모눈의 한 변의 길이의 비도 1:2가 되고, 대응하는 변의 길이의 비도 1:2가 된다.

여기서 원래의 도형이 그려진 모눈을 2배로 확대한 모눈 위에 원래 도형을 2배로 확대한 도형을 그리는 활동을 생각할 수 있다. 이때 양쪽에서 도형과 모눈 사이의 내적 구조가 동

일하게 되어 원래 모눈과 도형 사이의 관계가 그대로 확대된 도형과 모눈 사이에서도 성립하므로, 원래 모눈에서 도형의 구성 요소 사이의 관계에만 주목하여 확대된 도형을 그릴 수 있다. 이러한 활동은 척도의 차이가 닮음의 본질이라는 것을 이해하는 데 도움이 된다(Clairaut, 2005).



[그림 Ⅲ-9] 확대된 모눈 위에서 도형을 확대하는 활동

이와 같은 활동이 중학교 교과서에 나오지 않는 것은, 중학교 교과서가 도형을 확대하거나 축소하는 상황에서 처음에 주어진 것은 도형뿐이라고 보고 있음을 뜻한다. 주어진 것은 도형뿐이므로 확대된 것도 도형뿐이다. 모눈은 분석 등의 필요에 의해 추가된 것이다. 처음에 (모눈 배경 없는) 도형만 주어지는 상황과 마찬가지로, 처음부터 모눈 배경 위에 도형이 그려져 있는 상황도 있을 수 있다. 확대된(축소된) 모눈 위에 확대도(축도)를 그리는 활동이 닮은 도형의 차이는 본질상 척도의 차이라는 것을 이해하는 데 도움이 된다는 점을 고려할 때, [그림 Ⅲ-5]와 같은 제2형 방식의 확대, 축소 활동의 이전 단계에 이 활동을 도입하는 것이 바람직할 것이다.

Ⅳ. 닮음 정의의 두 가지 형태

중학교 교과서에 나오는 닮음 정의는 합동을 사용하는 형태와 사용하지 않는 형태의 두 가지로 구별할 수 있다. 이를테면 황석근과 이재돈(2002, pp.93-94)은 “두 도형 중에서 한쪽을 일정한 비율로 확대하거나 축소하여 만든 도형이 다른 한쪽과 합동일 때, 이들 두 도형은 닮음인 관계가 있다고 하고, 두 도형을 닮은 도형이라고 한다.”와 같이 합동을 사용하고 있다. 이외에도 여러 교과서에서 합동을 이용하여 닮음을 정의하고 있다(고성은, 박복현, 김준회, 최수일, 강운중, 소순영, 2002; 조태근, 임성모, 정상권, 이재학, 이성재, 2002; 양승갑, 박영수, 박원선, 배종숙, 성덕현, 이성길 외, 2002; 배종수 외, 2002; 강옥기 외, 2002). 논의의 편의를 위해 이러한 정의를 닮음의 제1형 정의라고 하자.[1)]

제1형 정의와는 달리, 이를테면 금종해, 이만근, 이미라, 김영주(2002, p.94)는 “한 도형을 일정한 비율로 확대하거나 축소하여서 새 도형을 얻었을 때, 이들 두 도형은 서로 닮았다 또는 닮음인 관계에 있다고 한다. 또, 이러한 두 도형을 닮은 도형이라 한다.”와 같이 합동을 사용하지 않고 있다. 이외에도 여러 교과서에서 합동을 이용하지 않고 닮음을 정의하고 있다(박윤범, 박혜숙, 권혁천, 육인선, 2002; 박규홍 외, 2002; 강행고 외, 2002; 박두일, 신동선, 강영환, 윤재성, 김인종, 2002). 이러한 정의를 논의의 편의를 위해 닮음의 제2형 정의라고 하자. 이 두 정의와 다소 다른 정의도 있다. 이를테면 전평국 외(2002, p.87)는 “두 도형이 서로 합동이거나 한 도형을 일정한 비율로 확대 또는 축

1) Lang과 Murrow(1997)는 한 도형이 다른 한 도형의 dilation과 합동이면, 그 두 도형은 닮았다고 정의한다. 이때 dilation은 확대 또는 축소한 도형 그 자체를 의미한다. 일본수학교육학회에서 편집한 용어활용사전(東洋館出版社, 2002)에서도 이와 유사하게 어떤 도형을 확대 또는 축소한 도형과 합동인 도형은 원래 도형과 닮았다(相似)고 정의한다.

소할 때, 이들 두 도형은 서로 닮았다 또는 닮음인 관계가 있다고 하며, 서로 닮은 두 도형을 닮은 도형이라고 한다."와 같이 정의하고 있다. 이 정의는 서로 합동인 두 도형은 서로 닮은 도형이라는 것을 특별히 언급했다는 것을 제외하면, 제2형 정의에 해당한다.

제1형 정의에서는 두 도형 F와 F'이 이미 별개로 존재하고 있을 때, 도형 F와 F'이 서로 닮았다는 것의 의미를 약속하고 있다. 이 정의에 따르면, 도형 F가 도형 F'과 닮았다는 것은 도형 F를 일정한 비율로 확대하거나 축소하여 만든 도형 F''이 F'과 합동이라는 것이다. 따라서 서로 다른 두 도형 F와 F'이 있을 때, F∽F'인지 판단하기 위해서는 도형 F를 일정한 비율로 확대하거나 축소한 도형 F''에 대해 F''≡F'인지 확인해야 한다. 이를테면 사각형 ABCD와 그것을 2배로 확대한 사각형 A'B'C'D'이 있을 때 □ABCD∽□A'B'C'D'이라는 것을 제1형 정의를 사용해서 판단하려면, 사각형 ABCD를 2배로 확대한 새로운 사각형 A''B''C''D''을 만들고 그것이 사각형 A'B'C'D'과 합동인지를 확인해야 한다. 그런데 주어진 도형 F를 확대한 새로운 도형 F''을 만들고 그것이 도형 F'과 합동인지 알아보는 것은, 특히 합동조건을 알고 있는 삼각형이 아닌 다각형의 경우에, 매우 번거로운 일이다. 그러므로 실제로 도형 F와 그것을 일정한 비율로 확대하거나 축소한 도형 F'에 대해서 제1형 정의를 사용해 닮음 여부를 판단하지 않는다. 제1형 정의를 택하고 있는 여러 교과서들은 도형 F와 그것을 일정한 비율로 확대하거나 축소한 도형 F'의 닮음에 대해 별도의 판단 근거를 제시하지 않은 채 F∽F'이라고 말하고 있다(고성은 외, 2002: 조태근 외, 2002; 황석근, 이재돈, 2002; 배종수 외, 2002; 양승갑 외, 2002; 강옥기 외, 2002). 그것은 이런 경우에 바로 제2형 정의에 근거해서 F∽F'임을 판단한다는 것을 의미한다. 이와 같이 제1형의 정의를 택하고 있지만, 도형 F와 그것을 일정한 비율로 확대하거나 축소한 도형 F'에 대해서는 제1형 정의대신 제2형 정의를 사용하는 것을 편의상 제1형 딜레마라고 하자.

이 딜레마를 피하기 위한 한 방법으로, 제1형 정의에서 합동을 사용하지 않는 것을 생각할 수 있고 그것이 바로 제2형 정의이다. 제2형 정의에서는 한 도형 F와 그것을 일정한 비율로 확대하거나 축소하여 만든 도형 F'이 서로 닮았다고 약속한다. 이렇게 정의하면 사각형 ABCD와 그것을 2배로 확대한 사각형 A'B'C'D'는 제1형 정의에서와 같은 확인 과정 없이, 곧바로 정의에 의해 닮은 도형이다.

제2형 정의에도 문제점은 있다. 제2형 정의는 처음에 한 도형 F만 있고 이 도형 F를 일정한 비율로 확대하거나 축소하여서 나중에 새로운 도형 F'을 얻는 상황을 상정하고 있다. 제1형 정의가 처음에 이미 두 도형이 있는 상황을 상정하는 것과 달리, 제2형 정의는 처음에 한 도형만 있는 상황을 상정한다. 여기서 처음부터 별개로 제시되어 있는 두 도형 F와 F'에 대해 F∽F'이라는 것을 제2형의 정의를 사용해서 판단할 수 있는가의 문제가 제기된다. 이를테면 두 삼각형 ABC와 A'B'C'가 닮은 도형인지를 판단하는데 제2형 정의를 사용할 수 있는가? 별개로 존재하고 있는 두 삼각형에 대해서 제2형 정의를 사용하기 곤란하므로, 제2형 정의를 택하고 있는 여러 교과서에서 이런 경우에 실제적으로는 제1형 정의에 의존하고 있다(박윤범 외, 2002; 금종해 외, 2002; 강행고 외, 2002). 이와 같이 제2형의 정의를 택하고 있지만, 별개로 존재하고 있는 두 도형 F, F'에 대해서는 제2형 정의대신 제1형 정의를 사용하는 것을 제2형 딜레마라고 하자.

일부 중학교 교과서(박규홍 외, 2002; 전평국

외, 2002)에서는 제2형 정의를 사용하면서 제1형 정의에 의존하지 않고 두 삼각형의 닮음을 설명하려고 시도한다. 두 삼각형 ABC와 DEF가 어떤 조건을 만족할 때 서로 닮았다고 할 수 있는지를 설명하기 위해, 삼각형 ABC와 닮음비가 1:2인 삼각형 DEF를 작도할 수 있는 조건을 모두 찾는다. 처음에 주어진 것은 삼각형 ABC뿐이므로 두 삼각형이 처음에 별개로 주어졌다고 상정하지 않기 때문에 제2형 딜레마를 피할 수 있다. 닮은 삼각형 DEF를 작도할 수 있는 조건은 삼각형의 결정조건에 따라 세 가지뿐이다. 따라서 그 세 가지 조건 중의 어느 하나를 만족하면 삼각형 ABC와 삼각형 DEF는 서로 닮은 도형이 된다. 그 세 조건이 바로 삼각형의 닮음조건이다. 일단 삼각형의 닮음조건을 이와 같이 끌어내면, 별개로 존재하고 있는 두 삼각형의 닮음을 보이기 위해 제2형 정의를 사용해서 얻은 닮음 조건에 의존하므로 딜레마를 벗어날 수 있다. 중학교 수학에서는 닮음의 응용을 삼각형에 한정해서 취급하고, 이때 두 삼각형의 닮음을 알기 위해 삼각형의 닮음조건을 사용하므로, 이렇게 하는 한 제2형 딜레마는 발생하지 않는다.

V. 닮음인 관계

중학교 교과서에서 닮음을 정의할 때, '두 도형은 닮음인 관계가 있다고 한다(황석근, 이재돈, 2002)', '두 도형 사이에 닮음인 관계가 있다고 한다(박규홍 외, 2002)', '두 도형은 닮음인 관계에 있다고 한다(고성은 외, 2002)'와 같이 '닮음인 관계'라는 표현을 사용한다. 이만근 외(2002)와 같은 일부 교과서에서는 '두 도형은 서로 닮았다 또는 닮음인 관계에 있다고 한다'와 같이 '두 도형은 닮았다'는 표현을 병기하기도 한다.

닮음인(의) 관계라는 표현은 중학교 교과서에서 닮음의 정의에 등장한 이후 뒤에서는 거의 사용되지 않는다. 이보다는 '닮은 두 삼각형 ABC와 DEF'와 같이, '닮은 ~'이라는 표현을 훨씬 더 많이 사용한다. 교과서에서 '닮음인(의) 관계'라는 표현 이외에 '서로 닮았다' 또는 '서로 닮은 도형'이라는 표현을 병기하거나, 또는 아예 '닮은 도형'을 정의하고 있기 때문에, '닮은 ~'이라는 표현을 주로 사용하고 '닮음인 관계'라는 표현을 거의 사용하지 않는다고 해서 문제될 것은 없다. 그러나 이러한 현상은 닮음 정의에서 '닮음인(의) 관계'라는 표현이 반드시 필요한 것은 아니라는 것을 말해준다.

그럼에도 불구하고 교과서에서 실제로 거의 사용하지 않을 '닮음인(의) 관계'라는 표현을 사용하는 이유는 무엇인가? '닮음인(의) 관계'라는 표현은 제3차 교육과정기 후반에 발행된 교과서에서 처음으로 나타난다. 제2차 교육과정기에 발행된 교과서와 제3차 교육과정기 전반에 발행된 교과서에서는 '닮음인(의) 관계'라는 표현을 찾을 수 없다. 이를테면 제2차 교육과정기에 발행된 이성헌(1972)의 교과서에서는 '두 평면도형에 있어서 한 도형을 어떤 비율로 확대 또는 축소하여 다른 도형이 될 때, 이 두 도형은 닮는다라 하고, 닮은 두 도형을 닮은도형 (또는 닮은꼴)이라고 한다(p. 196)'고 정의하고 있다. 제3차 교육과정기 전반에는 한국수학교과서편찬위원회에서 발행한 한 종의 교과서만 사용하였는데, 이 교과서(1976, p.186)에서는 닮음을 "한 도형을 어떤 비율로 확대, 또는 축소하여 다른 도형을 만들 때, 이들 두 도형을 닮음이라고 하며, 닮은 두 도형을 닮은도형 또는 닮은꼴이라고 한다."와 같이 정의하고 있다. 제3차 교육과정기 후반인 1979년부터는 한국교육개발원을 편찬자로 하여 한 종의 교과서만

사용하였는데, 이 교과서(1983, p.188)에서는 닮음을 “한 도형을 어떤 비율로 확대 또는 축소하거나 그대로 다른 도형에 포갤 수 있을 때, 이들 두 도형은 서로 닮았다 또는 닮음인 관계가 있다 하고, 닮은 두 도형을 닮은도형 또는 닮은꼴이라 한다.”와 같이 정의하고 있다. 제4차 교육과정기에도 한국교육개발원을 편찬자로 하여 한 종의 교과서만 사용하였는데, 이 교과서(1985, p.239)에서도 닮음을 “한 도형을 일정한 비율로 확대 또는 축소하거나 그대로 다른 도형에 포갤 수 있을 때, 이들 두 도형은 서로 닮았다 또는 닮음인 관계가 있다라고 하고, 닮은 두 도형을 닮은도형 또는 닮은꼴이라고 한다.”와 같이 정의하고 있다. 그 이후 제5차 교육과정기에 사용한 다섯 종의 교과서 전부와 제6차 교육과정기에 사용한 여덟 종의 교과서 중 한 종(오병승, 1996)을 제외한 일곱 종에서 ‘닮음인(의) 관계를 찾을 수 있다.’

이로부터 제3차 교육과정기 후반 이후 ‘두 도형은 닮았다’ 또는 ‘두 도형은 닮음인 관계가 있다’는 표현이 교과서에 정착되었음을 알 수 있다. 여기서 제3차 교육과정기 후반 이전과 이후의 변화에 주목할 필요가 있다. 제2차 교육과정기 교과서의 ‘두 도형은 닮는다’라는 표현은 제3차 교육과정기 후반 이후의 교과서에서 ‘두 도형은 닮았다’라는 표현으로 바뀌고, ‘두 도형은 닮음이다’라는 표현은 ‘두 도형은 닮음인 관계가 있다’라는 표현으로 바뀌었다.

먼저 ‘닮는다’에서 ‘닮았다’로의 변화에 대해서 살펴보자. ‘닮다’는 정적인 상태를 나타내기도 하고, 동적인 변화를 나타내기도 하는 단어이다. ‘닮다’에는 ‘사람 또는 사물의 생김새나 성질 따위가 다른 사람이나 사물과 서로 비슷하다’는 뜻과 ‘어떠한 것을 본떠 그와 같아지다’는 뜻이 있다(국립국어원, 2009). 전자는 정적인 상태를 나타내고, 후자는 동적인 변화를 나타낸다. ‘닮는다’는 표현은 ‘누군가를 좋아하면 그 사람을 닮는다’와 같이 동적인 변화를 나타내는 데는 쓸 수 있으나 정적인 상태를 나타내는 데는 쓰지 않는다. 이렇게 보면 ‘두 도형은 닮는다’라는 표현은 두 도형의 모양이 같다는 정적인 상태를 나타내기에 적합한 표현이 아니다. ‘닮았다’는, ‘닮다’의 과거형이 아니라, ‘닮아 있다’의 줄임말로서 두 도형의 모양이 같은 정적인 상태를 나타내기에 적합한 표현이다.

이제 ‘두 도형을 닮음이라고 한다’에서 ‘두 도형은 닮음인(의) 관계가 있다’로의 변화에 대해 살펴보자. ‘두 도형은 닮았다’, ‘닮은 두 도형’이라는 말과 달리, ‘두 도형은 닮음이다’라는 표현은 주어와 술어의 호응이 어색하다. 제3차 교육과정기 후반의 교과서에서는 이러한 표현의 어색함을 바로잡으려 한 것으로 보이며, 그 결과로 등장한 것이 ‘두 도형은 닮음인 관계가 있다’라는 표현이다. 곧, ‘두 도형은 닮음인 관계가 있다’라는 표현은 ‘두 도형은 닮음이다’라는 이전의 표현을 주어와 술어의 호응 관계가 더 자연스럽도록 수정한 것이다.

제3차 교육과정기 후반 이후의 교과서에서 ‘두 도형은 서로 닮았다 또는 닮음인 관계가 있다’와 같이 표현하고 있는 것을 보면 ‘두 도형은 닮음인 관계가 있다’는 것은 실상 ‘두 도형은 닮았다’ 것의 다른 표현일 뿐임을 알 수 있다. 여기서 현재 중학교 교과서에서 ‘두 도형은 닮았다’는 표현보다 ‘두 도형은 닮음인 관계가 있다’는 표현을 더 선호하는 이유는 무엇인가의 문제가 제기된다. 이것은 ‘닮음’이 교육과정의 ‘용어와 기호’ 항목에 제시된 용어라는 것과 관련이 있다(교육부, 2000). 검정 교과서 집필시 교육과정에 제시된 용어는 본문에 처음 등장할 때 굵은 글씨체로 나타내며, 그 용어의 정의를 기술하는 것이 불문율처럼 되어 있다.

교육과정에 '닮음'이라는 명사형이 용어로 제시되어 있는 이상, 교과서에서는 용어 '닮음'을 '도형의 닮음'과 같이 단원명에만 사용하는 것을 넘어서서, 이 용어의 정의를 본문에 서술하려고 한다. 그런데 3차 교육과정기 이후의 교과서들을 보면 명사형 '닮음'을 자연스런 우리말 표현으로 정의하는 것이 쉬운 일이 아님을 알 수 있다. 3차 교육과정기 전반의 교과서에서는 표현의 어색함을 무릅쓰고 '두 도형을 닮음이라고 한다'라고 하였다. 그 이후의 교과서에서는 '닮음'만 써서는 표현의 어색함을 피하기 어렵다고 보고 '닮음' 뒤에 '..인 관계'를 붙여 '닮음인 관계'라는 표현을 만들었다. '닮음인 관계'라는 표현이 뒤의 내용 전개에서 거의 사용되지 않는다는 것은 이 표현이 '닮음'이라는 용어를 본문에서 정의하기 위해 고안된, 실제로 내용전개상 꼭 필요하지는 않은, 표현이라는 것을 말해준다. 이것은 '닮음'을 교육과정에 용어로 하는 것이 타당한 것인가라는 문제를 제기한다. '닮았다'나 '닮은'과 같은 동사나 관형사를 용어로 하는 방안, 이것이 어색하면 '닮음' 대신 '닮은 도형'을 용어로 하는 방안에 대해 검토할 필요가 있다.

VI. 결 어

이 논문에서는 우리나라 7차 중학교 교과서에서 제시하고 있는 닮음 정의 및 도입의 특징적 모습을 도형을 확대 또는 축소할 때 일정한 비율의 의미, 도형을 확대 또는 축소하는 두 가지 방식, 닮음 정의의 두 가지 형태, 닮음인 관계라는 표현의 문제로 나누어 논의하였다.

중학교 교과서에서는 닮음 정의에 한 도형을 일정한 비율로 확대 또는 축소한다는 표현을 사용한다. 다각형의 크기를 말해주는 것은 변의 길이보다는 넓이이므로, 다각형을 2배 확대한다고 할 때 다각형의 넓이를 2배 확대한다는 의미로 생각하는 것이 더 자연스럽다. 다각형의 확대, 축소에서 변의 길이를 기준으로 일정한 비율을 생각하는 이유는 주어진 도형을 실제로 확대하는 상황 속에서 잘 드러난다. 제7차 교육과정에서는 초등학교에서 도형의 닮음과 관련된 내용을 삭제하였으므로, 중학교에서 닮음 도입시 확대도, 축도를 만들어 보는 풍부한 경험의 뒷받침 속에서 '일정한 비율'의 의미가 내면화될 수 있게 해야 한다.

중학교 교과서에서 제시된 도형을 확대 또는 축소하는 방식에는 닮음의 중심을 이용하는 것(제1형 방식)과 그렇지 않은 것(제2형 방식)이 있다. 또한 중학교 교과서에서 닮음 정의는 합동을 사용하는 형태(제1형 정의)와 사용하지 않는 형태(제2형 정의)의 두 가지가 있다. 이와 같은 서로 다른 두 가지 방식은 각각의 장점과 한계를 지니고 있다. 한편, 중학교 교과서에서 원래의 도형과 확대 또는 축소된 도형을 같은 크기의 눈금으로 된 모눈 위에 제시한다. 원래 모눈을 확대한 모눈 위에 확대도를 그리는 활동을 교과서에 제시할 필요가 있다.

끝으로, '닮음인 관계'라는 표현은 제3차 교육과정기 후반에 발행된 교과서에서 처음 나타난 것으로, '닮음'이 교육과정에 제시된 용어라는 것과 관련이 있다. '닮음'을 교육과정 문서에서 '용어와 기호' 항목에 제시하는 것이 적절한가 검토할 필요가 있다.

모양이 같은 두 대상의 관계를 나타내는 닮음은 수학적으로는 공형등거리사상으로 정의된다. 학교수학에서는 닮음의 수학적인 본질을 훼손하지 않으면서, 학생들의 일상 경험과 관련 속에 학생들이 이해할 수 있는 표현으로 닮음을 정의하고 도입하려고 시도하며, 이 과정에서 일련의 어려움에 직면하게 된다. 중학교

교과서에서 도형을 확대 또는 축소할 때 그리고 닮음을 정의할 때 각각 나름의 한계를 지닌 서로 다른 두 가지 방식이 사용되고 있다는 것은 이 어려움의 일단을 보여준다. '닮음인 관계'라는 표현 또한 교육과정 문서와 교과서의 관련 속에 생겨나는 다른 종류의 문제점을 보여준다. 앞으로 교육과정 및 교과서 개발에서, 닮음 개념의 본질을 학생들이 더 깊게 이해하게 하기 위한 보완 방안과 더불어, 교육과정 개정에 따른 닮음 관련 내용의 변화 및 이와 같은 문제점에 더 주의를 기울일 필요가 있다.

참고문헌

강옥기 · 정순영 · 이환철(2002). **수학 8-나.** 서울: 두산.

강행고 · 이화영 · 박진석 · 이용완 · 한경연 · 이준홍 · 이혜련 · 송미현 · 박정숙(2002). **수학 8-나.** 서울: 중앙교육진흥연구소.

고성은 · 박복현 · 김준회 · 최수일 · 강운중 · 소순영(2002). **수학 8-나.** 서울: 블랙박스.

교육부(1997). **수학 6-2.** 충남: 국정교과서주식회사.

교육부(1999). **초등학교 교육과정 해설(IV): 수학, 과학, 실과.** 서울: 대한교과서.

교육부(2000). **초 · 중 · 고등학교 수학과 교육과정 기준 (1946~1997).**

교육인적자원부(2004). **수학 6-가.** 서울: 대한교과서.

교육인적자원부(2007). **초 · 중등학교 교육과정. 교육부 고시 제 2007-79호.**

국립국어원(2009). 표준국어대사전. http://stdweb2.korean.go.kr/main.jsp

금종해 · 이만근 · 이미라 · 김영주(2002). **수학 8-나.** 서울: 고려출판.

김재홍 · 권석일(2003). **도형의 '닮음'과 닮음의 '활용'.** 대한수학교육학회 2003년도 하계 수학교육학연구 발표대회 논문집, 447-458.

박규홍 · 고성군 · 김성국 · 김유태 · 박재용 · 육산국 · 임창우 · 한옥동(2002). **수학 8-나.** 서울: 두레교육.

박두일 · 신동선 · 강영환 · 윤재성 · 김인종(2002). **수학 8-나.** 서울: 교학사

박윤범 · 박혜숙 · 권혁천 · 육인선(2002). **수학 8-나.** 서울: 대한교과서.

배종수 · 박종률 · 윤행원 · 유종광 · 김문환 · 민기열 · 박동익 · 우현철(2002). **수학 8-나.** 서울: 한성교육연구소.

수학대사전(1995). **서울: 한국사전연구사.**

양승갑 · 박영수 · 박원선 · 배종숙 · 성덕현 · 이성길 · 홍우철(2002). **수학 8-나.** 서울: 금성출판사.

오병승(1996). **중학교 수학 2.** 서울: 바른교육사.

이성헌(1972) **현대 중학 수학 2.** 서울: 동아출판사

이준열 · 장훈 · 최부림 · 남호영 · 이상은(2002). **수학 8-나.** 서울: 디딤돌.

전평국 · 신동윤 · 방승진 · 황현모 · 정석규(2002). **수학 8-나.** 서울: 교학연구사.

조태근 · 임성모 · 정상권 · 이재학 · 이성재(2002). **수학 8-나.** 서울: 금성출판사.

최용준(2002). **수학 8-나.** 서울: 천재교육.

최지선(2008). **닮음 개념에 대한 교수학적 분석.** 서울대학교 대학원 박사학위논문.

한국수학교과서편찬위원회(편)(1976). **중학 수학 2.** 서울: 한국중등수학교과서 주식회사.

한국교육개발원(1983). **중학교 수학 2.** 서울: 국정교과서주식회사.

한국교육개발원(1985). **중학교 수학 2.** 서울: 국정교과서주식회사.

황석근 · 이재돈(2002). **수학 8-나.** 서울: 한서 출판사.

日本數學敎育學會(編)(2002). 和英/英和 算數 · 數學 用語活用辭典. 東京: 東洋館出版社.

Clairaut, A. C. (2005). 기하학 원론. (장혜원 역). 서울: 경문사. (불어 원작은 1741년 출판).

Coxeter, H. S. M. & Greitzer, S. L. (1967). *Geometry revisited.* Washinton D. C. : The Mathematical Association of America.

Encyclopaedia of mathematics (1992). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Lang, S. & Murrow, G. (1997). *Geometry* (2nd ed.). NY: Springer-Verlag New York Inc.

Freudenthal, H. (1983). *Didactical phenomenology of mathematical structures,* Dordrecht: D. Reidel Publishing Company.

Vollrath, H. (1977). The understanding of similarity and shape in classifying tasks. *Educational Studies in Mathematics, 8*(2), 211-224.

A Critical Analysis of the Introduction of Similarity in Korean Mathematics Textbooks

Yim, Jae Hoon (Gyeongin National University of Education)
Park, Kyo Sik (Gyeongin National University of Education)

In this article the definition of similarity and its introduction in Korean middle school textbooks based on the 7th national curriculum are analysed critically. As a result four suggestions are presented. First, on the consideration that the contents related with similarity has been removed in the elementary school curriculum, the meaning of 'constant rate' needs to be understood through the rich experience of drawing enlarged/reduced figures when similarity is introduced in middle school, Second, there are two different ways in enlargement/reduction of figures and in the definition of similarity. Teachers have to keep the limitations of the two ways in mind. Third, the activity of drawing similar figures in enlarged/reduced squared paper needs to be practiced. Last, on 'the relation of similarity' which is in the definition of similarity, it has to be examined whether 'similarity' should be presented in the documents of the national curriculum as a term.

* **Key Words** : similarity (닮음), similar figures (닮은 도형), mathematics textbooks (수학 교과서), analysis of textbooks (교과서 분석)

논문접수: 2009. 7. 1.
논문수정: 2009. 8. 14.
심사완료: 2009. 8. 25.