
웨이브릿 편이 변조 시스템에서 웨이브릿에 대한 성능분석

정태일* · 김은주*

Performance Analysis for Wavelet
in the Wavelet Shift Keying Systems

Tae-II Jeong* · Eun-Ju Kim*

요 약

웨이브릿 변환은 신호처리, 디지털 통신 등 여러 분야에 널리 사용된다. 본 논문에서는 웨이브릿 편이 변조(WSK : wavelet shift keying) 시스템에서 하리(Haar)와 도비치(Daubechies) 웨이브릿 계열(series)을 중심으로 웨이브릿 종류에 대한 성능을 분석한다. 사용된 웨이브릿은 하려, 도비치 4탭, 8탭, 12탭을 사용하였다. 분석방법은 눈 모양에 의한 방법과 에러확률에 의한 방법을 사용하였다. 모의실험 결과 필터계수의 개수가 적을수록 좋은 성능을 보였다.

ABSTRACT

Wavelet transform is utilized to the field of the signal processing and the digital communication. In this paper, the performance for wavelets is analyzed for Haar and Daubechies series in the wavelet shift keying. It is mainly utilized to Haar, Daubechies 4tap, 8tap and 12tap in this paper. The analysis scheme is utilized by the eye pattern and the error probability. As a results of simulation, we confirmed that the proposed scheme was superior to performance when the number of the filter coefficient is small.

키워드

WSK(wavelet shift keying), Wavelet transform, Eye pattern, Error Probability.

I. 서 론

기존의 대표적인 디지털 통신 방식으로는 진폭 편이 변조(ASK: amplitude shift keying), 위상 편이 변조(PSK : phase shift keying), 주파수 편이 변조(FSK : frequency shift keying)가 있다. 주파수 편이 변조방식은 2개의 반송파 주파수(carrier frequency)로서 2진 데이터를 구분하여 전송하는 방식이다. 즉, 반송파의 주파수가 높으면 1, 주파수가 낮으면 0으로 할당한다[1,2].

웨이브릿 변환(wavelet transform)은 신호처리뿐만 아니라 통신 등 여러 분야에 많이 응용되고 있다[3,4]. 웨이브릿 변환은 스케일링 함수(scaling function)와 웨이브릿으로 나누어진다. 웨이브릿 종류는 하리(Haar), 멕시칸햇(Mexican hat), 메이어(Meyer), 도비치(Daubechies) 등 여러 가지가 있다. 이 중에서 하리는 가장 간단하고, Daubechies 계열(series)은 일반적으로 많이 사용된다[3]. J.Olive[5] 등은 모(mother) 웨이브릿을 반송파로 사용하여 위상 편이 변조(PSK:phase shift keying)하는 방식을 제안하였다.

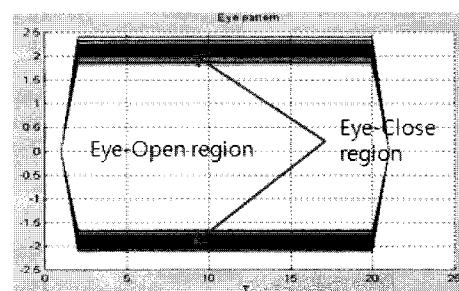
웨이브릿 편이 변조(WSK: wavelet shift keying) 방식은 기존의 주파수 편이 변조 방식에서 2개의 반송파 대신, 스케일 함수는 2진 데이터 1로, 웨이브릿은 2진 데이터 0으로 할당하는 방법이다[6,7]. 오[7]등은 웨이브릿 편이 변조에서 정합필터(match filter)를 이용하여 웨이브릿 편이 변조 신호를 복원하는 방법을 제안하였다.

본 논문에서는 웨이브릿 편이 변조 시스템에서 하리와 도비치 계열을 중심으로 웨이브릿의 성능을 분석코자 한다. 수신기의 성능을 알아보기 위하여 눈 모양에 의한 성능분석 방법과 에러획률에 의한 성능분석 방법을 제안한다. 눈 모양에 의한 방법은 실험적으로 구하였으며, 하리에 대하여 눈 모양의 면적을 계산하는 알고리즘을 제안한다. 에러획률에 의한 방법은 기존의 주파수 변이 변조 방식의 에러획률을 이용하여 웨이브릿 편이 변조에 적용하였다. 본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 본 논문에 필요한 관련이론을 서술하였고, 3장에서는 제안한 성능분석에 대하여 설명하였다. 4장에서는 모의실험 및 결과, 5장에서 결론을 맺는다.

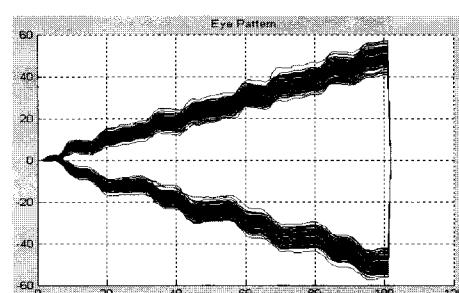
II. 관련이론

2.1 눈 모양(eye pattern)

디지털 수신기의 성능을 평가하는 중요 요소 중의 하나인 눈 모양은 WSK 신호의 동기신호 즉, T_b 동안 N개의 비트를 겹쳐 그린다. 그림 1의 (a)는 하리 웨이브릿을 이용하여 그린 눈 모양을 나타내었다. 가운데 영역(Eye-Open region)은 눈을 뜬(open) 영역이고, 상,하 영역은 눈을 감은(close) 영역(Eye-Close region)이다. 눈을 뜬 영역이 클수록 0과 1의 구분이 잘 되어 수신기의 성능이 향상된다. 그림 (a)에서 위 부분은 데이터 1을 겹쳐 그린 것이고, 아래 부분은 데이터 0을 겹쳐 그린 것이다. 그림 (b)는 FSK 통신 시스템의 눈 모양으로서 통신의 변조방법에 따라서 눈 모양의 형태가 달라짐을 알 수 있다.



(a)



(b)

그림 1. 눈 모양 (a) 하리 (b) 주파수 편이 변조
Fig. 1 Eye Pattern. (a) Haar (b) FSK

2.2 웨이브릿 변환(wavelet transform)

웨이브릿 변환에서 스케일 함수는 $\int_{-\infty}^{\infty} \varphi(t) dt = 1$ 이고, $g_0(n)$ 이 저주파 계수일 때, 다음과 같은 특징을 갖

는다[3].

$$\sum_n g_0(n) = \sqrt{2} \quad (1)$$

즉, 저주파 계수를 모두 합하면 $\sqrt{2}$ 가 된다는 것을 의미한다.

$$\sum_n g_0^2(n) = 1 \quad (2)$$

이 된다.

웨이브릿은 $\int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) = 0$ 이고, $g_1(n)$ 이 고주파 계수일 때,

$$\sum_n g_1(n) = 0 \quad (3)$$

즉, 고주파 계수를 모두 합하면 0가 된다는 것을 의미한다.

$$\sum_n g_1^2(n) = 1 \quad (4)$$

이 된다.

수식 (1)~(4)를 만족하는 웨이브릿 중 도비치 웨이브릿 필터의 계열은 다음 표 1과 같다[3].

표 1. 도비치 필터 계수.

Table 1. Daubechies Filter Coefficient.

$g_0[n]$	N=2	N=3	N=4	N=5	N=6
$g_0[0]$	0.4830	0.3327	0.2304	0.1610	0.1115
$g_0[1]$	0.8365	0.8069	0.7148	0.6038	0.4946
$g_0[2]$	0.2241	0.4599	0.6309	0.7243	0.7511
$g_0[3]$	-0.1294	-0.1350	-0.0280	0.1384	0.3153
$g_0[4]$		-0.0854	-0.1870	-0.2423	-0.2263
$g_0[5]$		0.0352	0.0308	-0.0322	-0.1298
$g_0[6]$			0.0329	0.0776	0.0975
$g_0[7]$			-0.0106	-0.0062	0.0275
$g_0[8]$				-0.0126	-0.0316
$g_0[9]$				0.0033	0.0006
$g_0[10]$					0.0048
$g_0[11]$					-0.0011

여기서 N은 $\omega = \pi$ 에서 영의 개수이다. 저역통과필터 계수 $g_0[n]$ 은 표 1과 같고, 고역통과필터 계수는 $g_1[n] = (-1)^n g_0[-n+2N-1]$ 에 의하여 계산할 수 있다. (본 논문에서는 소숫점이하 4자리까지 표기함)

III. 제안한 웨이브릿 성능분석

웨이브릿 종류는 하러, 멕시칸 햇(Mexican hat), 메이어(Meyer), 도비치 등 여러 가지가 있다. 이 중에서 하러는 가장 간단하고, 표 1에서 소개한 도비치 계열은 가장 일반적으로 사용된다. 본 논문에서는 WSK 시스템에서 하러와 도비치 계열을 중심으로 웨이브릿의 성능을 분석코자 한다. 그림 2는 WSK 시스템에서 웨이브릿의 성능을 분석하기 위한 블록도를 나타내었다. $d_i(t)$ 는 0과 1로 구성된 2진 데이터이며, WSK 변조된 신호 $s(t)$ 는 가우시안 분포를 갖는 백색잡음(AWGN : additive white gaussian noise)과 더해진 후 전송된다. 수신측에서는 눈 모양을 그리고, 에러확률을 계산하기 위하여 에너지와 상관계수를 구한다.

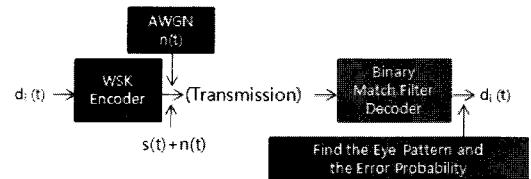


그림 2. WSK 시스템에서 웨이브릿의 성능분석

Fig. 2 The performance analysis of wavelet.

에러확률을 계산할 때, 에러확률 공식은 기존의 주파수 편이변조(FSK:frequency shift keying) 공식을 이용하여 웨이브릿 편이변조(WSK : wavelet shift keying)에 적용하였다.

3.1 눈 모양(Eye Pattern)에 의한 방법

디지털 수신기의 성능을 평가하는 중요한 요소 중의 하나인 눈 모양은 눈은 뜬 면적이 넓을수록 좋은 성능을 나타낸다. 그래서 본 논문에서는 하러 웨이브릿을 이용하여 눈 모양을 그리고, 수신기의 성능을 분석하기 위하여 눈을 뜬 면적을 계산하는 알고리즘을 제안한다.

그림 3은 하려 웨이브릿을 이용하여 입력 데이터 200개를 입력하고, $T_b=0.1[\text{sec}]$ 일 때, SNR이 15[dB]에서 눈 모양의 면적을 계산하는 알고리즘이다. 여기서 가로축의 구간은 20-2=18로 설정하였고, 빨간 사각형 $R(\text{Eye Total})$ 은 전체 면적이고, 초록색 사각형 $R(\text{Eye Open})$ 은 눈을 뜬 면적이다. 눈 모양의 유효면적 계산은 수식 (5)와 같이 정의한다.

$$S = \frac{R(\text{Eye Open})}{R(\text{Eye Total})} \times 100 \quad (5)$$

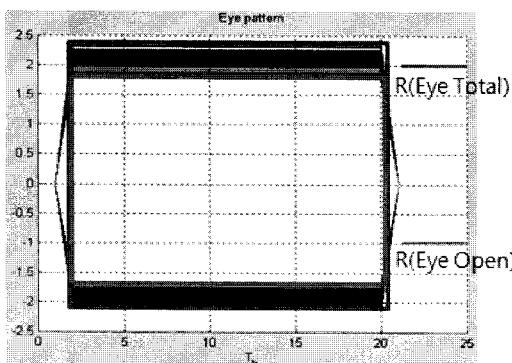


그림 3. 눈 모양 계산 알고리즘.

Fig. 3 The computational algorithm of eye pattern.

3.2 에러 확률(Error Probability)에 의한 방법

디지털 수신기에서 에러 확률을 줄이는 방법은 다음과 같다. 1) 신호의 에너지 E 를 증가시킨다. 2) 신호의 상관도 ρ 를 줄인다. 3) 잡음의 전력을 줄인다. 본 논문에서는 신호의 에너지와 상관계수를 계산하고, 에러확률을 구한다. 기존의 FSK 복조기에서 2진 정합 필터(match filter) 검파기에서 비트의 평균 에너지는 $E = \frac{1}{2} \int_0^{T_b} [\phi_0^2(t) + \phi_1^2(t)] dt$ 로 정의된다[1]. 여기서 $\phi_0(t)$ 는 2진 데이터 0에 대한 신호이고, $\phi_1(t)$ 는 2진 데이터 1에 대한 신호이다.

이를 WSK에 적용하여 평균 에너지를 구하면

$$E = \frac{1}{2} \int_0^{T_b} [\varphi^2(t) + \psi^2(t)] dt \quad (6)$$

여기서 $\varphi^2(t)$ 는 $g_0^2(n)$ 에 해당하고, $\psi^2(t)$ 는 $g_1^2(n)$ 에 해당한다. 그래서 수식 (2)와 (4)를 적용하면

$$E = \frac{1}{2} \int_0^{T_b} [2] dt = T_b \quad (7)$$

가 된다. 이로서 WSK에서 에너지는 T_b 에 비례함을 알 수 있다.

두 신호의 상관계수는 $\rho = \frac{\int_0^{T_b} [\phi_0(t) \phi_1(t)] dt}{E}$ 이므로[1], 이를 WSK에 적용하면

$$\rho = \frac{\int_0^{T_b} [g_0(n) g_1(n)] dt}{E} = \frac{\int_0^{T_b} [\sqrt{2} \cdot 0] dt}{E} = 0 \quad (8)$$

가 된다. 상관계수 ρ 가 작을수록 수신기의 성능이 향상되고, 상관계수가 작을수록 두 신호 $S_1(t)$ 와 $S_0(t)$ 의 상관도가 낮다는 뜻이며, 상관도가 낮다는 것은 그만큼 두 신호가 닮은 점이 없으므로 서로 구별하기가 용이하다는 것을 의미한다. FSK 복조기에서 2진 정합필터 검파기에서 에러확률은 $P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{E(1-\rho)}{2\eta}} \right)$ 로 정의된다[1]. 이를 WSK에 적용하여 에러확률을 구하면

$P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{T_b(1-0)}{2\eta}} \right)$ 가 된다. 여기서 erfc (complementary error function)는 보수오차함수를 나타내고, η 는 잡음전력으로서 $\eta = \text{Watt}/\text{Hz}$ 를 나타낸다.

IV. 모의 실험 및 결과

본 논문에서는 WSK 시스템의 성능을 분석하기 위하여 눈 모양에 의한 방법과 에러확률에 의한 방법을 제안한다. 눈 모양에 의한 방법은 실험적으로 분석하였으며, 눈을 뜬 유효면적(S)은 수식(5)을 사용하였고, 에러확률에 의한 방법은 수식(9)을 이용하였다.

$$P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{T_b(1-0)}{2\eta}} \right) \quad (9)$$

하려 웨이브릿과 표 1에서의 도비치 계열 중 N=2(4탭), N=4(8탭), N=6(12탭)을 사용하였고, PC 환경에서 Matlab 툴(Tool)을 사용하여 모의실험을 수행하였다.

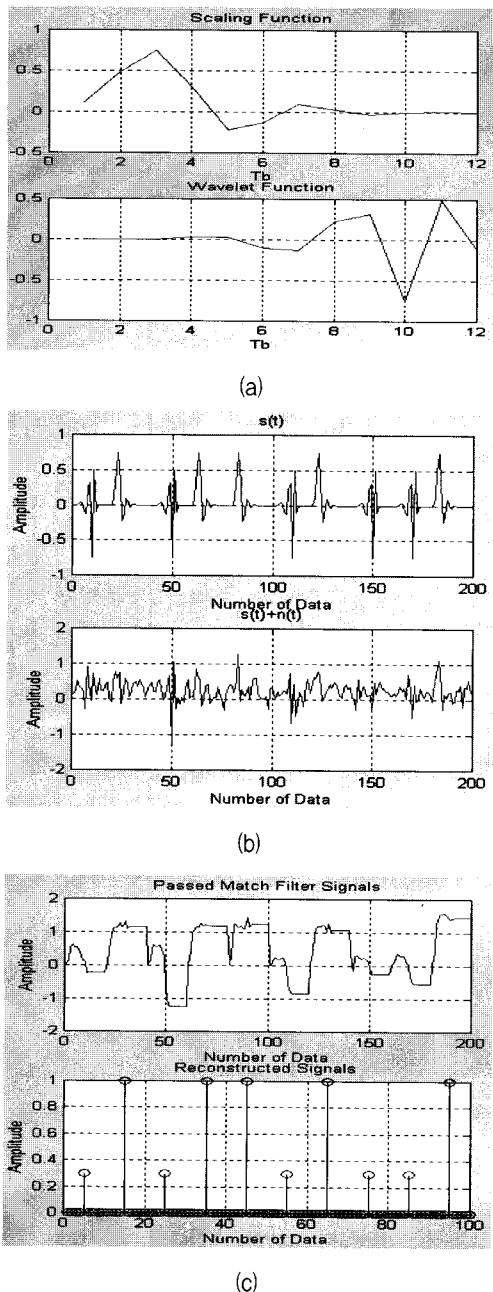


그림 4. 출력파형

(a) 스케일 함수(1)와 웨이브릿(0) (b) $s(t)$ 와 $s(t)+n(t)$
 (c) 정합필터 신호와 복원된 신호

Fig. 4 The output waveform.

(a) scale function(1) and wavelet(0) (b) $s(t)$ and $s(t)+n(t)$ (c) match filter signal and reconstructed signal

그림 4는 도비치 12탭을 사용하고, $SNR=0[dB]$, $T_b=0.5[sec]$ 일 때, 그림 2와 연관 지어 중요부분의 출력파형을 나타내었다. 그림 4의 (a)는 2개의 반송파(carrier frequency)로서 스케일 함수는 2진 데이터 1로, 웨이브릿 함수는 0을 나타낸다. 그림 (b)에서 입력 2진 데이터 (0101 101001) 10비트에 대하여, 위의 그림은 웨이브릿 변조된 보내고자 하는 원래 신호이고, 아래 그림은 가우시안 분포를 갖는 백색잡음(AWGN:additive white gaussian noise)이첨가된 신호를 나타낸다. 그림 (c)에서 위의 그림은 2진 정합필터를 통과한 신호이고, 아래 그림은 마지막으로 복원된 최종신호 (0101101001) 10비트의 출력파형을 나타낸다.

4.1 눈 모양에 의한 방법

그림 5는 $SNR=6[dB]$ 에서 200개 입력에 대해 각각의 웨이브릿에 대한 눈 모양을 나타내었다. WSK 시스템에서 필터계수의 탭 개수가 많아질수록 눈 모양이 찌그러짐을 알 수 있다.

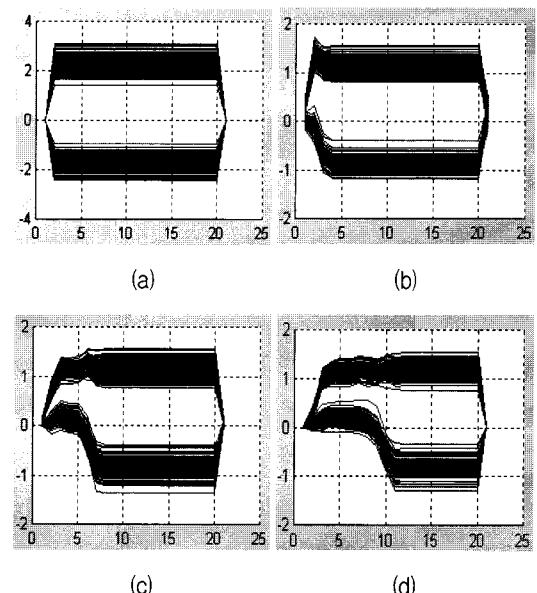
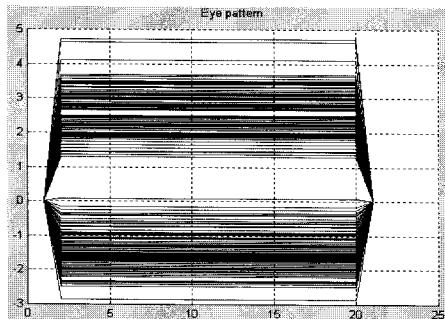


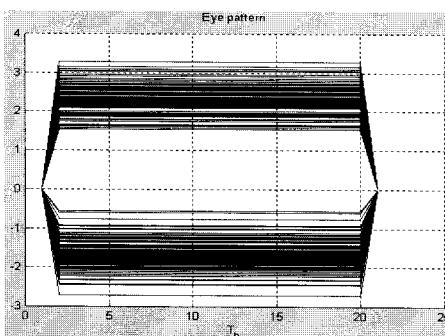
그림 5. 웨이브릿에 대한 눈 모양 (a) 하러 (b) 도비치 4탭 (c)도비치 8탭 (d)도비치 12탭

Fig. 5 The eye pattern for wavelet (a) Haar
 (b) Daubechies 4-Tap (c) Daubechies 8-Tap
 (d) Daubechies 12-Tap

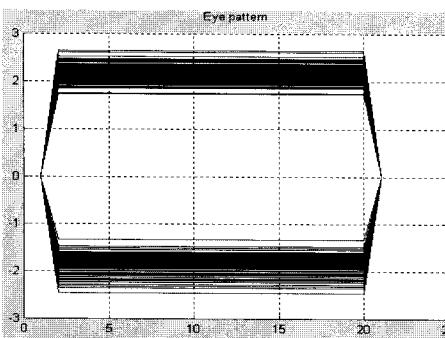
그림 6은 하러 웨이브릿을 이용하여 입력 데이터 200개를 입력하고, $T_b=0.1[\text{sec}]$ 일 때, SNR[dB]이 0, 5, 10, 15[dB]일 때의 수식 (5)를 이용하여 눈 모양의 면적을 계산한 결과이다. SNR=15[dB]일 때, 눈이 열린 면적이 75.56%로서 가장 좋은 성능을 보였다.



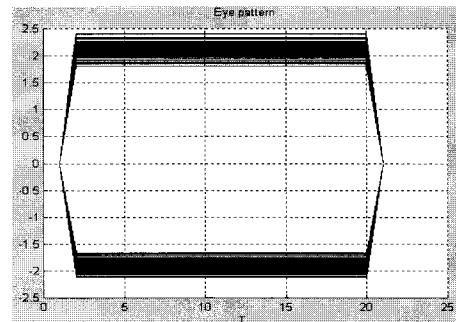
(a)



(b)



(c)



(d)

그림 6. 눈 모양 계산

- (a)SNR[dB]=0일 때, S=15.58(%).
 - (b)SNR[dB]=5일 때, S=32.79(%).
 - (c)SNR[dB]=10일 때, S=57.70(%).
 - (d)SNR[dB]=15일 때, S=75.56(%).
- Fig. 6 The computation for eye pattern.
 (a) for SNR[dB]=0, S=15.58(%). (b) for SNR[dB]=5, S=32.79(%). (c) for SNR[dB]=10, S=57.70(%).
 (d) for SNR[dB]=15, S=75.56(%).

4.2 에러확률에 의한 방법

표 2는 도비치 $N=2$ (4탭), $N=4$ (8탭), $N=6$ (12탭)에 대하여 SNR 변화에 따른 에러확률 P_e 를 나타낸다. 여기서 T_b 가 클수록 에러확률 P_e 가 감소함을 알 수 있다. 논문의 객관적인 검증을 위하여 기준의 주파수 편이 변조와 성능비교를 시도하였으나, 그림 1에서처럼 눈 모양이 서로 다르고, 에러확률 계산에 있어서도 주파수 편이 변조의 반송과 주파수 선택 등 여러 가지 파라미터 선택 때문에 원만한 비교가 어려웠다.

V. 결 론

본 논문에서는 WSK 시스템에서 하러(Haar)와 도비치(Daubechies) 웨이브릿 계열을 중심으로 웨이브릿 종류에 대한 성능을 분석하였다. 수신기의 성능을 알아보기 위하여 하러와 도비치 계열의 웨이브릿을 사용하여 눈 모양에 의한 성능분석 방법을 제안하였고, 도비치 웨이브릿의 종류에 대해서 에러확률에 의한 성능분석 방법을 제안하였다. 모의실험 결과 필터계수의 개수가 적을수록 눈 모양이 좋은 성능을 보였다. 에러확률을 계산하기 위하여 신호의 에너지와 상관계수를 이론적으로

표 2. SNR에 대한 에러확률
Table 2. Error probability for SNR

$\frac{\text{SNR[dB]}}{\text{Pe}}$	0	2	4	6	8	10
Tb=1[sec]	3.87×10^{-6}	9.0×10^{-9}	6.81×10^{-13}	2.26×10^{-19}	1.39×10^{-29}	1.04×10^{-45}
Tb=0.5[sec]	7.83×10^{-4}	3.43×10^{-5}	2.70×10^{-7}	1.40×10^{-10}	9.84×10^{-16}	7.61×10^{-24}
Tb=0.1[sec]	7.86×10^{-2}	3.75×10^{-2}	1.25×10^{-2}	2.40×10^{-3}	1.91×10^{-4}	3.87×10^{-6}
Tb=0.01[sec]	0.3274	0.2867	0.2392	0.1861	0.1306	7.86×10^{-2}

유도하였으며, 에러확률은 주기 T_b 가 클수록 감소하였다. 그러나 필터계수의 개수가 적을수록(구형파에 가까울수록) 대역폭이 증가하는 단점이 있다. 앞으로 이에 대한 연구가 있어야 될 것으로 사료된다.

참고문헌

- [1] 신윤기, 매트랩과 함께하는 통신이론, 인터비젼, 2005.
- [2] 양원영, 조용수, 디지털통신과 Matlab, 대영사, 2001.
- [3] M. Vetterli, *Wavelet and Subband Coding*, Prentice Hall PTR, 1995.
- [4] N.J.Fliege, *Multirate Digital Signal Processing*, JOHN WILEY & SONS, 1994.
- [5] J.Olive, R.Shantha Selva Kumari, and V.Sadasivam, "Wavelet for Improving Spectral Efficiency in a Digital Communication System," *ICCIMA'05*, IEEE, 2005.
- [6] 정태일, "스케일링 함수와 웨이브릿을 이용한 잡음에 강인한 새로운 웨이브릿 편이 변조 시스템", 한국 신호처리 시스템학회 논문지, 제9권, 2호, pp.98-103, 2008.
- [7] 오형진, 정태일, 이태오, "2진 정합필터를 이용한 웨이브릿 편이변조 시스템", 한국해양정보통신학회 논문지, 제12권 11호, pp.1933-1938, 2008.

저자소개



정태일(Tae-il Jeong)

1994년 2월 부경대학교 전자공학과 졸업
1997년 2월 부경대학교 전자공학과 졸업(석사)

2001년 8월 부경대학교 전자공학과 졸업(박사)
2000년 3월~2009년 2월 : 동명대학교 정보통신공학과 전임
※ 관심분야: 신호처리, 멀티미디어 통신



김은주(Eun-Ju Kim)

1984년 경북대학교 전자공학과 졸업
1986년 경북대학교 전자공학과 졸업(석사)

2003년 경북대학교 컴퓨터공학과(박사)
2000 ~ 현재 동명대학교 정보통신공학과 전임강사
※ 관심분야: 멀티페러다임 프로그래밍, 병렬알고리즘, 멀티미디어 통신