

교량의 과하중 확률계산을 통한 상태평가 등급 산정방법에 대한 연구

김두환[†] · 유창욱

서울산업대학교 공과대학 건설공학부
(2008. 11. 18. 접수 / 2009. 7. 20. 채택)

A Study on the Evaluation Methods from Probability Computation of Bridge

Doo-Hwan Kim[†] · Chang-Uk Yoo

School of Civil-Engineering, Seoul National University of Technology
(Received November 18, 2008 / Accepted July 20, 2009)

Abstract : The importance of process for repair and reinforcement of the bridge is increasing because of the lack of the fatigue load and stress, a lowering of the bridge load carrying capacity owing to impact and oscillation, deterioration on cultivation periods of the bridge, etc. Typically the experimenter values the bridge load carrying capacity by the real rating factor and response modification factor in bridge load rating through static load test and dynamic load test. But the error occurred in reliability of response modification factor in bridge load rating according to experience of experimenter. so tests of connecting probability theory and valuation of the bridge recently. The study is to compute the real load carrying capacity of the bridge and the rating factor and response modification factor on grade of the bridge, and calculate the probability of over-loaded truck load from Weigh In Motion(WIM) Data in FORTRAN programming applying to Monte-Carlo Simulation. At the result of this study, it is acquired that the new grade is computed for the probability of over-loaded truck load and surface inspection. The A grade is over 1.95, B grade is 1.55~1.94, C grade is 1.26~1.54, D grade is 1.14~1.25, E grade is under 1.13 of rating factor, respectively.

Key Words : load test, load carrying capacity, Monte-Carlo Simulation, probability of failure

1. 서론

교량의 사용연수 경과에 따라 열화 및 피로하중의 영향으로 구조물 내하력 저하가 발생되어 공용중인 교량의 보수·보강의 중요성은 날이 증가하고 있는 실정이다.

현재 주로 교량의 내하력을 평가하기 위하여 사용되고 있는 방법으로 허용응력평가법(WSD), 하중저항계수평가법(LRFD) 등의 방법이 주로 사용되고 있지만, 기존의 평가방법들이 공용내하력으로 내하력을 평가하고, 이미 보수가 이루어진 교량에 대해서는 정확한 판단을 내리기 어렵다는 단점을 가지고 있어서 최근 교량평가값을 이용하여 이 값을 확률이론에 연결시키려는 시도들이 많이 연구되고 있다¹⁾.

현재는 교량의 안전도를 평가하기 위해서 정·

동적재하시험을 실시하여 처짐 및 변형율에 대한 실측치와 계산치를 실제 내하율과 응력보정계수 산정후 교량의 공용내하력을 평가하고 있으나, 재하시험시 시험자의 기술적 숙련도와 시험방법에 따라 실측치의 현격한 차이를 발생시켜 공용내하력 산정시 반영되는 응력보정계수의 신뢰도에 문제가 발생되곤 하였다.

따라서 본 연구에서는 교량의 안전도를 평가하는 기법과 확률이론을 도입하여 WIM Data에서 얻어진 트럭하중에 대한 과하중 확률과 교량에 누적 피로하중 발생시 외관상 발생하는 균열의 정도를 토대로 5가지 형태의 새로운 등급산정 기준을 선정하는데 본 논문의 목적이 있다.

2. Weigh In Motion^{2,3)}

2.1. 개요

Weigh In Motion(이하 WIM) 시스템이란, 주행하

[†] To whom correspondence should be addressed.
kdh6504@snut.ac.kr

는 차량의 중량을 도로에 매설된 중량측정 센서로 자동적으로 측정하는 장치이다. Fig. 1과 같은 WIM 시스템은 차량하중이 센서에 재하될 때 전기용량 변화를 감지하는 전자기 원리를 적용하여 물리적 변형을 전기적으로 변환시킴으로서 하중을 측정하며, 기본적으로 도로에 주행하는 차량으로부터, 축하중, 총중량, 축거, 차중, 속도 등을 측정하기 위한 센서부분과 센서에서 발생하는 아날로그 신호를 디지털 신호로 변환하여 전기적 신호를 해석함으로써 필요한 자료를 생성하고 분석하는 전산장치로 구성된다. WIM 시스템은 하중을 감지하는 센서의 형태와 시스템의 기술적인 요소에 따라 저항 시스템, 전기용량 시스템 그리고 피에조 일렉트릭 시스템 등으로 나눌 수 있다.

2.2. WIM System의 구성 및 기능

WIM 장비의 구성은 기본적으로 도로면에 매설되어 차중, 속도, 축중을 측정하기 위한 센서 부분과 센서에서의 신호를 해석하여 필요한 통계 자료의 생성, 통계 분석 및 자료의 분석을 위한 전산처리장치로 구성된다.

전산처리장치의 구성은 각 센서로부터의 신호를 분석하여 통계 처리, 자료 보관 및 센터의 주컴퓨터

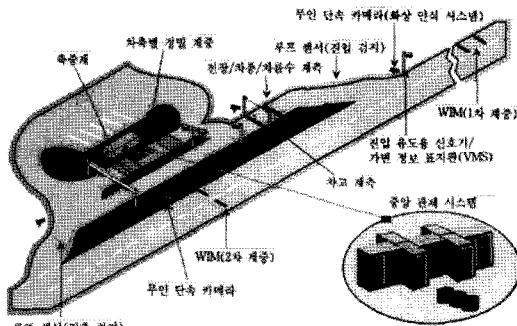


Fig. 1. WIM System.

Table 1. WIM Measurement List

항 목	내 용
교통량	<ul style="list-style-type: none"> · 시간대별, 차종별 교통량 · 교통량 시간·요일 변동측정 · 교통량 월·계절별 변동측정 · 피크시간 교통량 · 연평균 일 교통량
속도	<ul style="list-style-type: none"> · 시간대별 차종별 속도 · 피크시간 교통속도
중량	<ul style="list-style-type: none"> · 차종별 축중 및 총중량 분포 · 차종별 과적차량 비율 · 등가 축하중 환산계수 · 과적차량의 주요 이동경로

로 자료를 전송하는 역할을 하는 주 CPU보드와 루프센서의 신호를 처리하고 통계자료를 생성하는 루프센서 보드, 중량측정센서로부터의 신호를 처리하는 중량측정 센서보드로 이루어져 있다.

이상의 장비 구성으로 측정 가능한 통계자료를 항목별로 정리하면 Table 1과 같다.

2.3. WIM System의 센서별 기능 및 특성

센서부의 일반적인 구성은 2개의 루프 센서와 1개의 중량측정 센서로 이루어져 있다. 루프센서의 역할은 차량의 속도를 측정하며 중량센서와의 조합을 통하여 차중을 구분한다. 중량측정 센서는 타이어로 전달되는 축하중을 감지하는 역할을 하며 센서의 종류는 스트레인 게이지를 이용한 로드셀 방식이 가장 일반적으로 사용되고 있으며, 최근에는 피에조 센서가 널리 보급되고 있다.

2.3.1. WIM Strip 센서

WIM Strip 센서는 교통량 측정장비 센서로 크기는 37×20×15mm로 알루미늄 박스 안에 들어있다. 하중측정 원리는 자동차의 타이어 중량이 센서에 전달될 때 센서의 전기용량(Capacitance)변화를 감지하는 형식이다.

WIM Strip 센서의 장점으로서는 크기가 작고 가벼워 설치가 용이하고 온도 변화에 따른 측정 정도가 비교적 일정하다⁴⁾.

그러나 센서의 설치를 위해서는 도로면을 커팅해야 하므로 교통을 통제해야 하는 번거로움이 있으며, 센서 설치의 기본적인 구성은 2개의 100P 센서와 2개의 WIM Strip 센서로 되어있다.

2.3.2. Piezo 센서

Piezo 센서의 측정원리는 WIM Strip 센서와 같이 센서에 전달되는 타이어의 접지압에 비례하여 발생하는 전기 전도량을 해석하여 중량을 측정하는 센서이다.

Piezo 센서는 타이어 접지압의 수직분력만을 장용시키기 위하여 노면의 진동, 횡방향의 장력, 비틀림, 처짐 응력등 방해 요소를 제거하도록 합성수지, 알루미늄 앵글, 고무판 등을 복합적으로 사용하고 있다.

Piezo 센서는 루프 센서와 함께 구성되어 축하중, 속도, 차종별 교통량 등을 측정할 수 있으며 일반적으로 1 루프와 2 피에조 센서를 사용하고 있다.

3. WIM Data를 이용한 상태평가 등급산정

3.1. Monte- Carlo Simulation^{5,6)}

3.1.1. 개론

수치적분을 위해 심프슨의 공식, 룬버그 적분, 가우스 적분 등 몇 가지 효율적인 방법이 오래전부터 개발되어 변수가 몇 개밖에 없는 경우 상당히 정확하게 적분계산을 할 수 있으나 변수의 수가 많아 지게 되면 사실상 이런 방법들을 사용할 수가 없게 된다.

예를 들어 각 변수마다 적분 구간을 10개로 잘라도 변수가 100개이면 함수계산을 10100번을 해야 한다. 이것은 1초에 함수계산을 1010번씩 할 수 있는 슈퍼컴퓨터로 317년이 걸리는 계산량 이어서 사실상 불가능하다.

컴퓨터 속도의 제약으로 인해 함수계산을 하는 점들의 수 N을 고정시켜야 한다고 가정했을 때, 적분영역이 d차원 초입방체라고 하고 각 차원의 구간을 똑같은 수만큼 자른다고 하면 각 차원에서 취할 수 있는 간격의 수는 N^{1/d}에 비례하고 간격은 N^{-1/d}에 비례할 것이다.

구체적으로 각 구적법에 의한 오차의 공식을 Table 2에 나타내었다.

각 구적법마다 간격의 길이에 따른 오차의 공식이 다르지만 대체적으로 N의 어떤 차수에 역비례하여 오차가 감소하는 경향은 공통적이다.

대략 d가 10 이상일 경우 몬테카를로 방법이 다른 방법에 비하여 압도적으로 정확하다는 것을 알 수 있다.

가장 초보적인 몬테카를로 방법은 주어진 구간 내의 임의의 점에서 함수계산을 하여 그들의 평균을 취함으로써 적분의 근사값을 구하는 것이다.

임의 점의 수가 많아지면 정확도가 좋아지지만 수렴의 속도가 N^{-1/2}에 비례하기 때문에 직설적 방법은 효율성에 문제가 있다.

하지만 균일 분포에 의한 확률변수의 생성이 다른 분포에 의한 확률변수 생성의 시발점이 된 것과 마찬가지로 직설적 몬테카를로 적분은 효율이 별로 좋지는 않지만 다른 더 정교로운 몬테카를로 적분 방법의 바탕이 된다.

N을 너무 많이 늘리지 않고 몬테카를로 적분의 효율을 높이기 위해서는 실효 편차를 줄이는 수밖에 없다.

몬테카를로법으로 적분을 계산하는 방법은 식 (1)과 같다.

Table 2. inaccuracy of Integral Calculus by N

적분공식	1차원	d차원
사다리꼴 공식	N ⁻²	N ^{-2/d}
심프슨의 공식	N ⁻⁴	N ^{-4/d}
가우스의 공식	N ^{-2m+1}	N ^{-(2m-1)/d}
몬테카를로	N ^{-1/2}	N ^{-1/2}

$$I = \int_0^1 g(x) dx \tag{1}$$

임의의 구간 [a,b]에서의 적분을 변수 변환 $\chi = a+(b-a)t$ 에 의하여 식 (2)과 같은 형식으로 쓸 수 있기 때문에 식 (3)은 일반성을 가지고 있다.

$$I = \int_a^b g(x) dx \rightarrow (b-a) \int_0^1 g[a+(b-a)t] dt \tag{2}$$

식 (3)은 구간 [0,1]에서 g(x)의 기댓값이라고 볼 수 있는데 그 분산은 다음과 같다

$$\sigma_g^2 = \int_0^1 [g(x) - I]^2 dx = \int_0^1 g(x)^2 dx - I^2 \tag{3}$$

적분 구간 [0,1]을 $\Delta x = 1/N$ 간격으로 N번 등분하여 i번째 x좌표를 x_i 라고 하면 사각형 공식에 의하여 적분 I를 근사적으로 식 (4)와 같이 쓸 수 있다.

$$I \approx \sum_{i=0}^{N-1} g(x_i) \Delta x = \Delta x \sum_{i=0}^{N-1} g(x_i) \tag{4}$$

만일 구간 [0,1]에서 균열 분포 함수에 의해 N개의 임의의 점을 뽑아내서 $x_{i+1} > x_i$ 가 되게끔 분류했다고 가정하면, N이 충분히 클 경우, 식 (5)와 같이 되어 식 (6)과 같은 근사식을 얻을 수 있다.

$$\Delta x = x_{i+1} - x_i \approx 1/N = \Delta x \tag{5}$$

$$I \approx \sum_{i=0}^{N-1} g(x_i) \Delta x = (1/N) \sum_{i=0}^{N-1} g(x_i) \equiv I_N \tag{6}$$

이 식에서 $g_i \equiv g(x_i)$ 들도 확률변수로서 그 밀도 함수는 $1/(dg/dx)$ 로 주어진다. 확률 변수 g_i 들의 합계인 I_N 역시 매번 시도할 때마다 값이 다르게 나오는 확률 변수이다.

$$\sigma_N^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} g_i^2 - \left(\frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} g_i \right)^2 \tag{7}$$

g_s 들의 분산이 식 (7)과 같을때에 I_N 이 많은 수의 확률 변수 g_s 들의 합을 N 으로 나눈 평균값이고 그 기댓값이 1에 의해 주어지기 때문에 중심 극한 정리에 의해 I_N 이 기댓값 1로부터 $\epsilon\sigma_N/\sqrt{N}$ 이내에 있을 확률은 식 (8)과 같이 된다.

$$\lim_{N \rightarrow \infty} P[-\epsilon < \frac{I - I_N}{\sigma_N/\sqrt{N}} < +\epsilon] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\epsilon}^{\epsilon} \exp(-\frac{t^2}{2}) dt \quad (8)$$

위 식으로부터 몬테카를로법의 두 가지 중요한 특성으로 알 수 있는데 첫째, 몬테카를로 적분의 규격화된 표준편차 $\sigma_s \approx \sigma_N/\sqrt{N}$ 가 N 이 증가함에 따라 $1/\sqrt{N}$ 에 비례해서 감소한다는 것이다. $1/\sqrt{N}$ 에 의한 감소는 다른 1차원 수치 적분 방법에 비해 아주 느린 것이지만 다차원의 경우 몬테카를로 방법은 여전히 $1/\sqrt{N}$ 감소를 보이는 반면에 다른 방법들은 차원이 높아질수록 더욱 더 느린 감소를 보인다.

둘째로는 $\sigma_s \approx \sigma_N$ 가 작으면 작을수록 몬테카를로 적분의 편차도 이에 비례해서 작아진다는 점이다. 따라서 N 을 고정시켜야 하는 상황에서 적분의 편차를 줄일 수 있는 방법은 σ_g 를 줄이는 것이다.

3.1.2. 편차감소기법

피적분 함수가 적분구간 내에서 많은 변화를 하면 분산 σ_g^2 가 커지는 반면 변화가 전혀 없는 상수일 경우에는 편차가 전혀 없다. 따라서 피적분 함수의 모양에 따라서 몬테카를로 적분의 정확도가 달라져서 굴곡이 적은 함수는 표본추출을 적게 해도 적분의 비교적 정확한 추산이 얻어지는 데에 비해 변화가 심한 함수는 표본추출 횟수를 늘려야만 적분의 정확도를 유지할 수 있는 것이다.

편차의 $1/\sqrt{N}$ 감소 경향을 바꿀 수는 없으나 우리가 종종 피적분 함수에 관해 가지게 되는 어느 정도의 정보를 유리한 방향으로 이용하여 피적분 함수를 편차가 적은 함수로 변환하면 몬테카를로 적분의 실효 편차를 줄여줄 수 있다.

편차 감소 기법에는 중점적 방법, 제어 함수 방법, 단층적 방법, 대조 방법 등이 있으나 그중 가장 강력하게 편차를 줄여 주는 방법인 대조 방법이 주로 쓰이고 있다.

3.2. Fortran과 Midas-Civil을 이용한 파괴확률 계산

3.2.1. WIM Data의 축적

과하중 확률계산의 모집단으로 활용 WIM Data는 데이터의 질적이나 양적인 측면에서 외국의 것이 더 정확하였으나, 국내의 도로 교통상황을 감안하기 위하여 중부내륙고속국도로 하행선에서 측정된 약 60,000여개의 데이터를 축적하였다.

3.2.2. Midas -Civil에 의한 모멘트 계산

과하중 확률 계산을 위해 필요한 설계하중에 의한 모멘트를 구하기 위하여 구조해석 범용프로그램인 Midas-Civil을 이용하여 경간 25m 1차선 교량을 모델링하였고, DB-24트럭하중의 통과시와 DB-18트럭하중의 통과시에 발생하는 모멘트를 계산하여 Fig. 2와 3에 나타내었다.

3.2.3. FORTRAN을 이용한 파괴확률 계산

FORTRAN을 사용하여 WIM Data를 통하여 획득한 60,000여개의 데이터 중에서 3축이상 차량의 축중량과 축거리를 이용하여 모멘트를 계산하고, Midas-Civil을 이용하여 얻은 DB-24하중과 DB-18하중에 의한 모멘트로 나누어 주었고, 그 값을 Probability Paper에 그려 중형 그래프를 나타내었다.

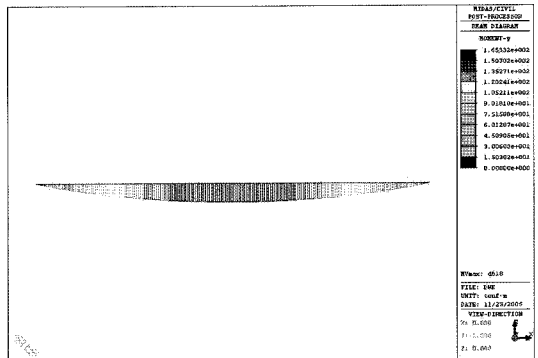


Fig. 2. Moment calculation by DB-18.

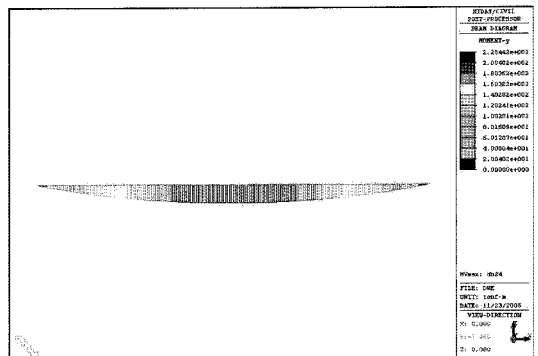


Fig. 3. Moment calculation by DB-24.

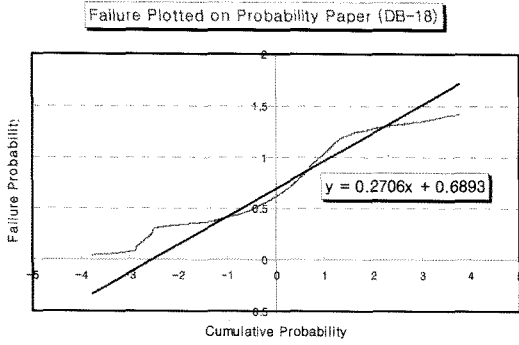


Fig. 4. Failure Plotted on Probability Paper (DB-18).

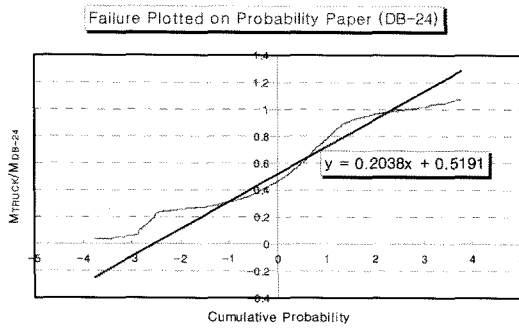


Fig. 5. Failure Plotted on Probability Paper (DB-24).

50개소의 2등급 이상 교량의 내하율을 DB-18하중에 의한 모멘트와 DB-24하중에 의한 모멘트로 나누어 계산한 정규분포 값에 적용하여 각각에 대한 과하중 확률을 계산 하였고, 몬테-카를로법을 적용하여 과하중 확률 면적을 계산하여 그 결과를 Fig. 4와 5에 도식화 하였다.

계산 결과, Fig. 4의 DB-18하중에 의하여 발생된 과하중 확률 평균은 0.6893, 그 표준편차는 0.2706으로 계산되었고, Fig. 5의 DB-24하중의 경우 평균이 0.519, 그 표준편차는 0.2039로 계산되었다.

외국에서 조사된 결과값과 비교한 결과, Table 3과 같이 평균은 약 16.2%의 차이를 보이는 반면에

Table 3. Average and Standard Deviation

구 분	국내교량의 계산결과	외국교량의 계산결과	오차
평 균	0.6893	0.676	16.2%
		0.678	
	0.519	0.744	
		0.785	
표준 편차	0.2706	0.387	45.88%
		0.492	
	0.2039	0.454	
		0.484	

Table 4. Failure Plotted on Probability Paper

구 분	과하중 확률	내하율	균열발생 상태	등 급
1	0	3.390	국부적으로 비구조적균열 발생 (0.1mm미만)	A
2	0	3.200		
3	0	2.980		
4	0	2.810		
5	0	2.760		
6	0	2.495		
7	0	1.950		
8	0	1.785		
9	0	1.756	지속적인 관찰 정도 수준의 보수를 요하지 않는 미세균열 발생 (0.3mm미만)	B
10	0	1.680		
11	2.00×10^{-6}	1.662		
12	3.00×10^{-6}	1.626		
13	3.00×10^{-6}	1.583		
14	6.00×10^{-6}	1.560		
15	2.40×10^{-5}	1.550		
16	1.13×10^{-4}	1.547	주요부재에 보수가 필요한 수준의 균열 발생 (0.3~0.4mm 미만)	C
17	1.30×10^{-4}	1.540		
18	1.37×10^{-4}	1.490		
19	1.65×10^{-4}	1.450		
20	1.99×10^{-4}	1.445		
21	1.99×10^{-4}	1.430		
22	3.70×10^{-4}	1.416		
23	5.01×10^{-4}	1.389		
24	6.76×10^{-4}	1.290		
25	7.64×10^{-4}	1.270		
26	8.00×10^{-4}	1.260	구조적 원인에 의한 균열로 보강여부를 판단해야하는 중형균열 발생 (0.4~0.7mm 미만)	D
27	8.51×10^{-4}	1.250		
28	8.74×10^{-4}	1.240		
29	9.96×10^{-4}	1.240		
30	9.96×10^{-4}	1.210		
31	1.18×10^{-3}	1.170		
32	1.43×10^{-3}	1.170		
33	2.22×10^{-3}	1.160		
34	2.52×10^{-3}	1.150		
35	7.65×10^{-3}	1.150		
36	1.33×10^{-2}	1.140	균열의 발생정도가 심각하여 즉각적인 조치를 시행해야 하는 대형균열 발생 (0.7mm 이상)	E
37	1.85×10^{-2}	1.139		
38	1.92×10^{-2}	1.128		
39	3.81×10^{-2}	1.099		
40	3.81×10^{-2}	1.090		
41	4.86×10^{-2}	1.070		
42	6.99×10^{-2}	1.060		
43	8.02×10^{-2}	1.013		
44	8.59×10^{-2}	0.965		
45	0.154583	0.944		
46	0.208061	0.910		
47	0.229825	0.890		
48	0.340238	0.700		
49	0.484085	0.680		
50	0.513502	0.603		

Table 5. Condition Valuation Grade

등급	내하율	외관 상태
A	1.95 이상	문제가 없는 최상상태 (0.1mm미만 균열발생)
B	1.55~1.94	부분적 미세균열 발생 (0.1~0.3mm미만 균열발생)
C	1.26~1.54	보수를 요하는 균열발생 (0.3~0.4mm미만 균열발생)
D	1.14~1.25	보수를 요하는 균열의 진행여부를 판단, 보강을 결정해야 하는 상태 (0.4~0.7mm미만 균열발생)
E	1.13 이하	긴급보수·보강을 요하는 상태 (0.7mm 이상의 균열발생)

표준편차는 약 46%의 차이를 보였다⁷⁾. 국내 고속도로에서 과하중 화물차량에 대한 단속을 엄격히 하는 현실 등으로 인하여 외국에 것에 비하여 상대적으로 그 편차가 작은 것으로 사료된다.

3.3. 파괴확률계산을 통한 상태평가등급산정

본 연구의 과하중 확률계산을 위하여 현재 고속도로와 국도에서 공용되고 있는 이상 교량 50개소에 대하여 계산된 과하중 내하율을 적용, 그 결과를 Table 4에 나타내었다.

내하율은 강도설계법의 경우 다음 공식에 의하여 계산하였다.

$$RF = \frac{\Phi M_n - Y_{Dead} M_{Dead}}{Y_{Live} M_{DB24} (1+i)} \times \text{보정계수} \quad (9)$$

신뢰성과 내하율 및 외관상태를 기준으로 새로운 5단계의 상태평가 등급을 산정하였고 그 결과는 Table 5와 같다.

상태등급 산정기준은 보수를 요하는 수준인 C 등급에 해당하는 균열(0.3mm)을 기준으로 상태등급을 구분하였다. 이는 안전진단 전문분야에서 근무 중인 전문가 그룹의 설문에 의해 기준을 설정하였으며, 전문가 그룹에서는 보수 및 보강을 판단하는 경계인 C등급을 기준으로 B~C등급은 보수, D~E 등급은 원인규명 후 보강을 원칙으로 한다.

4. 결론

본 연구에서는 정밀안전진단 시 조사된 교량의 실제 내하력과 확률이론을 도입하여 트럭하중에 대한 과하중 확률을 산정하였고, 이와 외관조사 등을 통한 상태평가 자료를 토대로 새로운 방법의 등급산정기준을 마련하였다.

1) 교량의 외관상태와 과하중 확률계산을 기준으로 하여 A~E등급으로 구분하였고, Reliability Index를 감안하여 A등급은 내하율 1.95 이상, B등급은 1.55~1.94, C등급은 1.26~1.54, D등급은 1.14~1.25, E등급은 1.13 이하로 각각 산정하였다.

2) 과하중 확률을 산출하기 위하여 사용된 WIM Data는 국내 교통환경을 감안하기 위하여 국내의 Data를 사용하였으나 정확도면에서 외국의 것에 비하여 부족한 점이 있었고, 국내의 고속도로에서 과하중 차량을 엄격히 제한하는 현실등으로 인하여 데이터의 표준편차가 외국의 것에 비하여 작게 나오는 단점이 있어 국도에 WIM System을 설치하는 방법 등으로 이를 보완한다면 보다 신뢰성 있는 값을 얻을 수 있을 것으로 판단된다.

3) 현재 주로 사용되고 있는 내하력평가 방법의 단점들을 보완하기 위하여 앞으로 시방규정에 신뢰성이론을 도입하여 보다 정확한 내하력 평가가 이루어질 수 있도록 해야 할 것으로 판단된다.

참고문헌

- 1) 시설안전기술공단, “시설안전기술공단 교육교재”, 2005
- 2) 김현석, 유수현, “과적차량 단속을 위한 첨단시스템 소개”, 건설기술정보 도로특집호, pp. 26~31, 1998
- 3) 한국건설기술연구원, “도로교통량조사 운영체계 수립 및 관련기술개발”, 1995
- 4) Alfredo H-S. ANG, Wilson H. TANG, “Probability Concepts in Engineering Planning and Design Volume II-Decision, Risk, and Reliability”, WILEY, 1990
- 5) 양승이, 김진성, “교량내하력 값에 기초한 초과하중 확률계산에 대한 연구”, 한국구조물진단학회, 제7권, 제2호, pp. 125~134, 2003
- 6) 김재삼, “몬테카를로 방법의 물리학적 응용”, 민음사, 1997
- 7) Rao. ingiresus S, “Applied Numerical Method for Engineers and Scientists”, 사이텍미디어, 2003.
- 8) Ruhrberg reinhard and Hagen-Dahl, “교량의 유지관리”, 일광사, 2000.