

# 분할격자기법을 이용한 실험수로 댐붕괴파의 수치모의

## Numerical Analysis of Dam-Break Flow in an Experimental Channel using Cut-Cell Method

김형준\* · 김정민\*\* · 조용식\*\*\*

Kim, Hyung-Jun · Kim, Jung-Min · Cho, Yong-Sik

### Abstract

In this study, dam-break flows are simulated numerically by using an efficient and accurate Cartesian cut-cell mesh system. In the system, most of the computational domain is discretized by the Cartesian mesh, while peculiar grids are done by a cut-cell mesh system. The governing equations are then solved by the finite volume method. An HLLC approximate Riemann solver and TVD-WAF method are employed to calculation of advection flux of the shallow-water equations. To validate the numerical model, the model is applied to some problems such as a steady flow convergence on an ideal bed, a steady flow over an irregular bathymetry, and a rectangular tank problem. The present model is finally applied to a simulation of dam-break flow on an experimental channel. The predicted water surface elevations are compared with available laboratory measurements. A very reasonable agreement is observed.

**Keywords** : cut-cell method, shallow-water equations, finite volume method, approximate Riemann solver, TVD-WAF method

### 요 지

본 연구는 효율적이며 정확한 격자생성기법인 분할격자기법을 이용하여 댐붕괴 흐름을 수치모의한다. 분할격자기법은 부분적으로 비구조격자를 사용하지만, 대부분의 흐름영역을 균일한 크기의 Cartesian 격자로 이산화한다. HLLC Riemann 근사해법과 TVD-WAF기법의 유한체적기법을 적용하여 흐름률을 계산하고 분할격자의 영역을 위한 수치모형을 구성한다. 수치모형을 검증하기 위하여 이상적인 하도에서의 정상류, 불균일하도에 의해 형성되는 정상류 및 사각형수조의 자유진동흐름을 모의하여 해석해와 비교하였다. 마지막으로, 실험수로에서 발생한 댐붕괴파의 흐름을 모의하여 관측값과 비교하여 정확하고 안정된 결과를 확인하였다.

**핵심용어** : 분할격자기법, 천수방정식, 유한체적법, Riemann 근사해법, TVD-WAF기법

### 1. 서 론

홍수는 기후의 변화, 인구의 증가, 토지이용의 변화, 삼림의 개발 및 도시화로 인하여 그 규모가 점차 커지고 있으며, 이에 따르는 재산 및 인명에 대한 피해도 갈수록 증가하고 있는 추세이다. 홍수에 대한 피해를 경감시키기 위하여 하천에 축조한 제방 및 댐과 같은 수공구조물이 그 기능을 상실하여 홍수의 영향을 저감시키지 못할 경우에는 홍수에 대한 피해를 증가시킬 수 있는 위험성을 가지고 있다. 수공구조물의 기능상실에 의한 홍수피해를 예측하고 저감시키기 위하여, 수치기법을 이용한 예측모형의 개발이 국내외적으로 매우 활발히 이루어지고 있다. 국내의 연구로는 한건연과 박재홍(1995)이 일산제의 붕괴에 의한 홍수범람을 수치모의하였으며, 한건연 등(1999)은 1차원 Saint-Venant 방정식을 이용

하여 댐붕괴파의 선단에서 발생하는 수치진동을 McCormack 기법을 적용하여 제어하였다. 이종욱 등(2001)은 TVD-WAF(Total Variation Diminishing-Weighted Average Flux) 기법을 이용하여 구성된 2차정확도의 수치모형을 적용하여 댐붕괴파를 모의하였으며, 이정규와 김태관(2003)은 1차원 수치기법을 이용하여 댐붕괴파의 전파 방향에 따른 차분기법을 적용하였다. 김대홍과 조용식(2005)은 개선경사표면법을 적용하여 천수방정식을 해석함으로써, 불균일한 하도에서 발생하는 사류 및 상류에 대한 흐름을 매우 정확하게 모의하였다. 국외에서는 Glaister(1988)가 유한차분기법에 기반을 둔 flux difference splitting을 정규격자에 적용하여 1차원 댐붕괴 문제를 해석하였으며, Yonus와 Chaudhry(1994)는 곡선형좌표계를 이용하여 지배방정식을 변화한 후 유한차분기법을 적용하여 천이흐름을 모의하였다. Toro(2001)는 선단과

\*한양대학교 대학원 건설환경공학과 박사과정 (E-mail : john0705@hanyang.ac.kr)

\*\*한양대학교 대학원 건설환경공학과 석사과정 (E-mail : kjm1223@hanyang.ac.kr)

\*\*\*정회원 · 교신저자 · 한양대학교 건설환경공학과 교수 (E-mail : ysc59@hanyang.ac.kr)

의 이동특성속도를 이용하여 마른하도에서 전파하는 홍수파의 흐름률을 계산하는 방법을 제안하였으며, Liang 등(2004)은 사면격자기법으로 수치격자를 구성하고 HLLC(Harten, Lax, van Leer and Contact wave) Riemann 근사해법을 천수방정식을 해석하여, 흐름의 성질이 급변하는 영역에서 수치정확성을 향상시켰다.

이와 같은 정확한 수치기법의 연구에도 불구하고, 효율적이고 정확한 수치격자의 생성은 전산유체분야에서 해결해야 하는 중요한 문제 중 하나이다. 지난 수십년 동안, 직교좌표계 내에서 균일격자를 이용하여 흐름영역을 이산화하는 격자생성기법이 가장 널리 사용되었다. 균일격자는 생성이 간편하고 수치기법의 적용이 용이하여 전처리 및 후처리 단계에서 연구자의 노력을 최소화하는 장점이 있으나, 곡선형의 흐름영역을 계단형상으로 간략화하여 표현함으로써 수치오차가 발생하는 문제를 지니고 있다. 이와 같은 부정확한 영역의 표현에 대한 오차를 제어하기 위하여, 지배방정식과 수치격자를 곡선좌표계로 변환한 기법의 수치모형을 적용하거나 불규칙한 형상의 수치격자를 이용하여 흐름영역을 이산화하고 적분형의 지배방정식을 이용하여 홍수의 흐름을 모의하는 연구가 이루어졌다. 이는 복잡한 흐름영역의 형상을 정확히 반영한 격자를 생성할 수 있으나, 지배방정식을 변환하거나 격자생성을 위하여 복잡하고 다양한 정보를 요구함에 있어서 비효율적이라 할 수 있다. 본 연구에서는 구조격자 및 비구조격자의 장점을 혼합하여 쉽고 정확한 격자를 생성하는 분할격자기법을 적용하여 수치격자를 구성한다. 분할격자기법은 흐름의 특성이 변화하는 성질을 가지는 격자를 형상에 맞게 분할하여 흐름영역과 비흐름영역으로 구분하는 간편한 격자생성기법이다(Causon 등, 2000; Causon 등, 2001; Qian 등, 2001). 정확한 정보를 이용하여 구성된 분할격자는 곡선좌표계의 격자와 같은 정확도를 갖는 곡선형 계산격자를 생성할 수 있다(Qian 등, 2003). Gao 등(2006)은 분할격자에 Roe기법의 수치모형을 적용하여 밀도차에 의해 발생하는 Rayleigh-Taylor instability 문제를 다양한 크기의 격자에 적용하여 그 결과를 비교하였으며, 완만한 경사의 방파제에서 발생하는 흐름을 모의하여 해석해와 비교하였다.

본 연구에서는 불균일한 형상의 분할격자에 수치모형을 적용하기 위하여, 유한체적기법을 이용하여 수치모형을 구성하였다. 지배방정식은 2차원 천수방정식이며, 천수방정식의 흐름률을 계산하기 위하여 HLLC Riemann 근사해법을 적용하였다. TVD-WAF기법을 이용하여 수치모형의 2차 정확도 및 불연속면의 안정성을 확보하였다. 이상적인 댐붕괴파와 불균일한 하상에서의 흐름을 모의하여 해석해와 비교함으로써 수치모형을 검증하였으며, Morris(2000)의 수치실험결과와 비교하여 수치모형의 적용성을 검토하였다.

## 2. 분할격자기법

구조격자의 장점을 최대한 활용하기 위하여 사면구조격자(Quadtree grid) 기법, immersed boundary기법, h-box기법 등을 적용하여 곡선형의 흐름영역에 대한 수치모의의 정확성을 향상시키는 연구가 활발히 진행되고 있다. 사면구조 격

자기법은 흐름의 특성이 변화하는 격자에서 기본격자를 4개의 균등한 작은 구조격자로 분할하여 흐름영역을 표현하는 기법으로써 직사각형 격자만을 이용하여 복잡한 흐름영역을 표현할 수 있다(Park, 1999). Immersed boundary기법은 흐름이 존재하지 않는 영역을 운동량방정식의 외력으로 가정하여 복잡한 격자생성기법을 거치지 않고 곡선형의 흐름영역에 대한 모의를 실시하는 기법이다(Peskin, 1982; Kim and Choi, 2004). 마지막으로 h-box기법은 균일격자를 분할함으로써 생기는 매우 작은 격자에 의해서 발생하는 Courant수에 의한 수치안정성의 한계를 극복하고 수치정확성을 향상시키기 위하여 경계영역에  $h=\Delta x$ 의 크기를 갖는 가상의 격자를 구성하여 흐름률을 계산하는 기법이다(Marsha et al., 2003).

그러나, 사면구조격자기법은 이웃격자와의 크기를 항상 2:1의 비율로 유지하여야 하고(인태훈 등, 2003), 곡선지형을 정확하게 표현하기 위해서는 경계영역 부근의 격자도 동시에 분할되어야하므로 계산과정에 소요되는 수치처리과정이 증가하며, 정사각형을 기반으로 흐름영역을 표현하므로 직교격자와 정확하게 일치하지 않는 흐름영역을 구현하게 되는 단점이 있다. 또한, Immersed boundary는 직교좌표계와 일치하지 않고, 흐름의 성질이 변화하는 특성이 있는 격자에서 수치기법을 이용하여 곡선형의 흐름영역의 특성을 구현하고, h-box 기법은 가상의 격자를 추가적으로 고려하여야 하므로 복잡한 수치기법을 필요로 한다. 본 연구에서 제시하는 분할격자기법은 기본이 되는 균일격자를 선형으로 분할하여 부분적으로 비구조격자를 생성하고, CFL 조건을 충족시키기 위하여 이웃격자와 병합을 통한 수치계산을 실시함으로써 수치안정성을 만족시킬 수 있는 장점이 있다.

분할격자를 생성하는 과정은 비구조격자의 생성과 비교하여 매우 간단한 과정으로 이루어진다. 기본적으로 전체의 흐름영역은 균일한 크기의 직사각형 구조격자로 구성된 기본격자로 표현한다. 흐름의 특성이 변화하는 경계영역은 식(1)과 같은 다각형 함수를 이용하여 정의하며, 다각형 함수의 각 지점을 순차적으로 연결하는 정보를 이용하여 기본격자를 흐름영역의 격자와 비흐름 영역의 격자로 분할한다(그림 1참조).

$$P_i = \{(x_0, y_0), (x_1, y_1), \dots, (x_p, y_p), \dots, (x_n, y_n)\} \quad (1)$$

흐름의 특성이 변하는 격자를 분할하여 분할격자를 생성하기 위하여, 분할점의 시점과 종점의 관계를 정의한다. 복잡한 자연지형에 대하여 정확한 분할격자를 생성하기 위해서는 조밀한 정보를 추출하여 다각형 함수를 정의하는 것이 바람직하지만, 격자생성 과정을 단순화하고 효율적으로 수행하기 위해서는 최대한 간략한 지형정보를 이용할 수 있는 기법을 적용하여야 한다. 이와 같은 문제를 해결하기 위하여 Ingram 등(2003)은 각 지점의 사이에 위치한 분할점을 추적하여 분할격자망을 생성하는 방법을 제안하였다.

Eq. (1)과 같이 정의된 곡선함수  $P_i$ 를 따라서 수치격자를 분할하기 위하여  $(x_i, y_i)$ 와  $(x_{i+1}, y_{i+1})$ 을 시점  $(x_s, y_s)$ 와 종점  $(x_e, y_e)$ 으로 하는 영역에 대하여 기본격자와 경계의 형상이 교차하는 부분을 분할격자점으로 계산한다. 시점과 종점의 위치정보를 이용하여 직선의 방정식을 구축할 수 있으며,

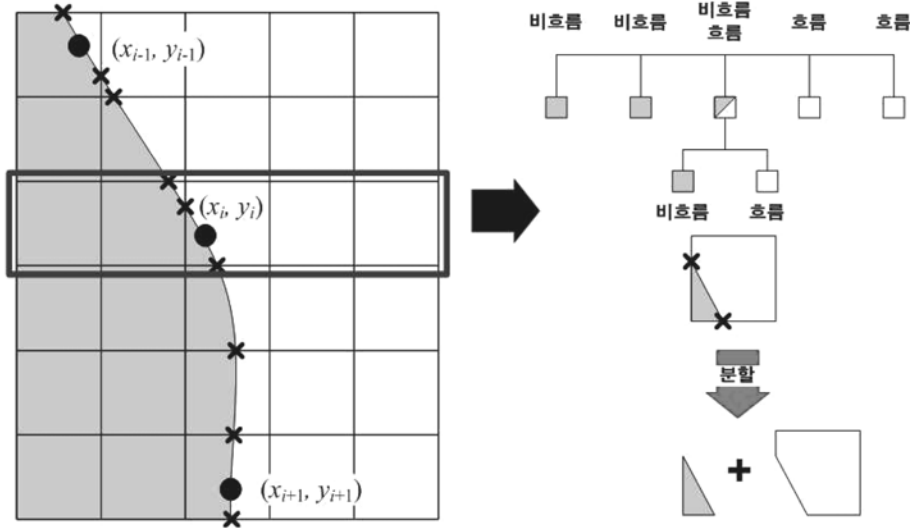


그림 1. 분할격자체계

### A-Type

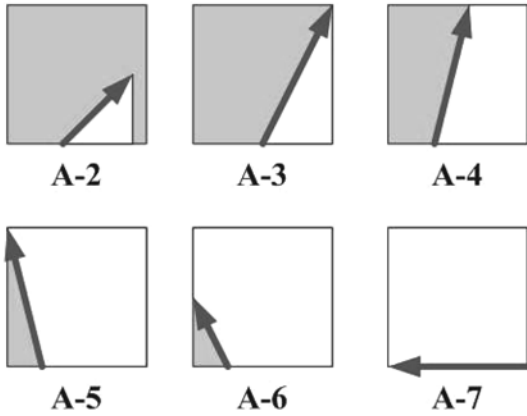


그림 2. 분할격자의 생성(예)

시점부터 시작하여 종점에 이르기까지 기본격자와 분할정보를 가지고 있는 직선이 교차하는 지점의 위치를 계산한다. 시점과 종점을 포함하는 격자의 위치는 Eq. (2)와 같이 계산하며, 시점과 종점의 상대적인 위치정보에 따라서 격자분할이 진행된다. 여기서,  $(x_0, y_0)$ 는 계산영역 원점의  $x$ -축 및  $y$ -축의 좌표를 의미한다. 계산된 분할점을 순차적으로 이어 줌으로서 부분적으로 비구조격자를 생성하고, 곡선형의 흐름영역을 만족시킬 수 있다(그림 2). 3각형에서부터 5각형의 정형화되지 않은 다양한 형태를 갖는 분할격자는 시점과 종점의 위치에 따라서 세부적으로 총 48가지의 경우의 수가 발생한다.

$$I_s = \text{int}\left(\frac{x_s - x_0}{\Delta x}\right) + 1, \quad J_s = \text{int}\left(\frac{y_s - y_0}{\Delta y}\right) + 1 \quad (2)$$

$$I_e = \text{int}\left(\frac{x_e - x_0}{\Delta x}\right) + 1, \quad J_e = \text{int}\left(\frac{y_e - y_0}{\Delta y}\right) + 1$$

### 3. 수치모형

#### 3.1 지배방정식 및 수치기법

지배방정식인 비선형 천수방정식은 Eq. (3)과 같이 보존형의 방정식으로 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial y} = \mathbf{S} \quad (3)$$

보존형 변수 벡터  $\mathbf{U}$ 와  $x$ -축 및  $y$ -축 방향의 흐름률벡터  $\mathbf{E}$ 와  $\mathbf{G}$  및 생성항  $\mathbf{S}$ 는 각각 다음과 같다.

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} h \\ hu \\ hv \end{pmatrix}, \quad \mathbf{E} = \begin{pmatrix} hu \\ hu^2 + gh^2/2 \\ huv \end{pmatrix}, \quad \mathbf{G} = \begin{pmatrix} hv \\ huv \\ hv^2 + hg^2/2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{S} = \begin{pmatrix} 0 \\ ghS_{ox} - ghS_{fs} \\ ghS_{oy} - ghS_{fy} \end{pmatrix} \quad (4)$$

Eq. (4)에서  $h$ 는 수심이며,  $u$ 와  $v$ 는 각각  $x$ -축 및  $y$ -축 방향의 수심평균 유속을 나타낸다. 생성항에 포함된  $S_o$ 와  $S_f$ 는 각각 하상경사와 마찰경사를 나타내며, 마찰경사는 Manning 공식 또는 Chezy 공식을 이용하여 적용할 수 있다.

불규칙한 형상의 분할격자망에 대하여 Eq. (3)을 이산화하기 위하여 Eq. (5)와 같이 적분하여 유한체적법을 적용한다.

$$\frac{\partial}{\partial t} \oint_A \mathbf{U} dA + \oint_{\Omega} \mathbf{H} \cdot \mathbf{n} d\Omega = \oint_{\Omega} \mathbf{S} d\Omega \quad (5)$$

여기서  $A$ 와  $\Omega$ 는 경계면의 면적과 경계이며,  $\mathbf{H}$ 는 계산요소의 경계면에 연직한 흐름률의 벡터,  $\mathbf{n}$ 은 경계면에 연직한 단위벡터이다. Eq. (5)에 변환행렬  $\mathbf{T}$ 를 도입하여 Eq. (6)과 같은 상미분방정식을 적용하여 불규칙한 경계의 흐름률을 적분한다.

$$\frac{d\mathbf{U}}{dt} + \frac{1}{|A|} \sum_{l=1}^L \int_{A_l} \mathbf{T}^{-1} \mathbf{G}(\mathbf{T}\mathbf{U}) dA = \mathbf{S} \quad (6)$$

흐름률을 3개의 특성곡선으로 분할하여 계산하는 HLLC기법(Fraccarollo and Toro, 1995; Billet and Toro(1997)을 적용하여 지배방정식을 이산화하였다. 한방향의 흐름에 대하여 생성항의 영향을 생략하면 지배방정식을 Eq. (7)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial x} = 0 \quad (7)$$

$$S_L = \min(u_L - \sqrt{gh_L}, u_* - \sqrt{gh_*})$$

$$S_* = u_* = \frac{u_L + u_R}{2} + \sqrt{gh_L} - \sqrt{gh_R} \quad (8)$$

$$S_R = \max(u_R + \sqrt{gh_R}, u_* + \sqrt{gh_*})$$

Riemann 해를 Eq. (8)과 같이 경계면의 좌측과 우측의 유속  $u_L, u_R$ 과 수위  $h_L, h_R$ 과 전단흐름의 특성에 의해 계산되는  $u^*$ 과  $h^*$ 를 적용하여 계산되는 3개의 파속을 이용하여 4개의 구간으로 구분하고, 검사체면에서의 흐름률을 Eq. (9)와 같이 4가지로 구분하여 계산한다.

$$H = \begin{cases} H_L & \text{for } 0 \leq S_L \\ H_L^* & \text{for } S_L \leq 0 \leq S_* \\ H_R^* & \text{for } S_* \leq 0 \leq S_R \\ H_R & \text{for } S_R \leq 0 \end{cases} \quad (9)$$

Eq. (9)에서 제시되는 해는 1차 수치정확도를 가지므로 TVD-WAF 기법(Toro, 1999)을 적용하여, 수치정확도를 2차 정확도로 향상시킴과 동시에 수치진동을 제어하였다. Eq. (10)에서  $c_k$ 는 전파속도  $S_k$ 에 대한 Courant 수로서  $\Delta t S_k / \Delta x$  이고  $c_0 = -1, c_4 = 1$ , 이다.

$$H_{i+1/2}^k = \frac{1}{2}(H_i + H_{i+1}) - \frac{1}{2} \sum_{k=1}^m \text{sign}(c_k) \psi_{i+1/2}^k \Delta H_{i+1/2}^k \quad (10)$$

지금까지 TVD-WAF 기법은 수치격자가 구조격자인 경우에 대한 연구가 주로 수행되었다. Loukili and Soulaïmani (2007)는 삼각형 비구조격자에 TVD-WAF 기법을 적용하기 위하여 비구조격자에서의 upwind ratio 계산법을 제안하고 댐붕괴파를 모의하였다. 본 연구에서는 Loukili and Soulaïmani(2007)가 제안한 upwind ratio 계산법을 분할격자에 적용하여 Eq.(11)과 (12)와 같이 구조격자의 경계면과 일

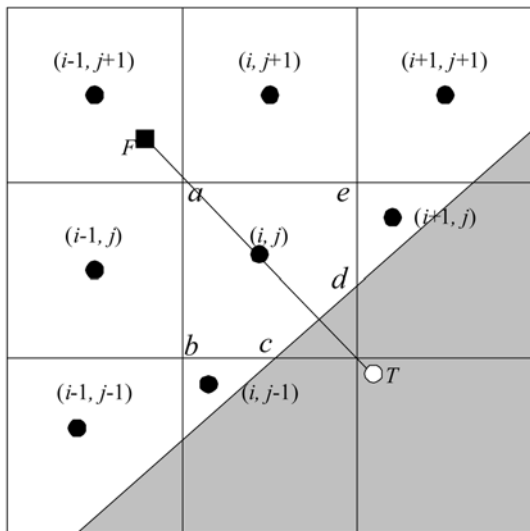


그림 3. 분할격자의 흐름률계산

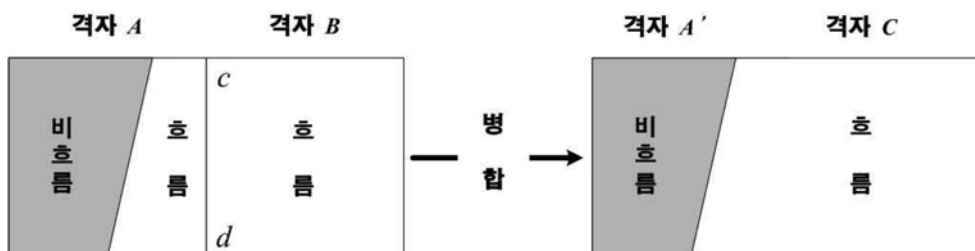


그림 4. 분할격자의 병합

치하지 않는 경계면에서의 upwind ratio를 계산하였다.

그림 3의 격자  $(i, j)$ 는 흐름의 특성이 변화하는 격자로서 분할격자기법을 이용하여 흐름영역과 비흐름영역으로 분할되었다. 격자  $(i, j)$ 에서 밝은 영역으로 표시되어 있는 영역은 분할과정을 통하여 5각형의 형상을 가지게 되며, 5면의 경계면 중에서는 직교격자와 일치하지 않는다. 분할격자  $[abcde]$ 가 흐름영역인 경우, Eq. (11)과 (12)를 적용하여 좌우의 수심의 변화를 계산하고 upwind ratio를 결정하여 TVD 제한자를 계산하여 Eq. (10)에 적용하였다. 여기서  $h^T$ 와  $A^T$ 는 격자  $(i, j)$ 의 중심점과 경계면  $cd$ 과 같은 연직거리에 위치한 가상격자의 수심과 격자의 면적이다.

$$\Delta h_{Rupw} = h^T A^T / (\Delta x \Delta y) - h_{i,j}^{flow} A_{i,j}^{flow} / (\Delta x \Delta y) \quad (11)$$

$$\Delta h_{Lupw} = h_{i,j}^{flow} A_{i,j}^{flow} / (\Delta x \Delta y) - h_{i-1,j} \quad (12)$$

생성항  $S$ 의 마찰경사는 Manning 공식을 적용하여 Eq. (11)과 같이 계산하였으며 하상경사는 Eq. (12) 같이 계산하여 수치계산에 반영하였다.

### 3.2 수치격자의 병합

분할과정을 통하여 다양한 크기와 형태의 분할격자가 구성된다. 분할격자 중에서 매우 작게 생성된 격자는 CFL 조건을 제한하고 수치해의 안정성을 저하시키므로, 매우 작은 크기의  $\Delta t$ 를 적용하여야 한다. 본 연구에서는 작은 크기의 분할격자를 이웃한 격자와 병합하여 시간격자의 크기가 매우 작게 제한되는 것을 해결하였다.

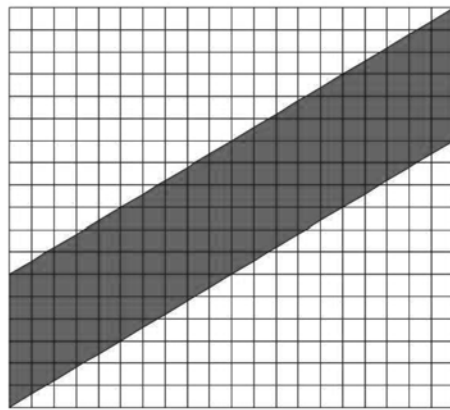
그림 4와 같이 격자 A는 분할격자이고 이웃한 격자 B는 정규격자인 경우, 분할격자의 흐름영역을 균일격자와 하나의 격자로 가정하고 경계면에서 계산된 흐름률을 적분한다. 계산과정에서 중복되는 경계면  $cd$ 의 흐름률은 Green의 법칙에 의하여 서로 상쇄되므로 흐름률의 적분에 영향을 미치지 않는다.

수치격자의 병합은 분할격자의 크기가 정규격자의 50% 이하인 경우에 실시하며, 이웃한 격자가 분할격자와 정규격자인 경우에는 정규격자와 격자병합을 수행하고, 이웃격자가 모두 분할격자인 경우에는 면적이 가장 큰 격자와 병합을 실시하였다.

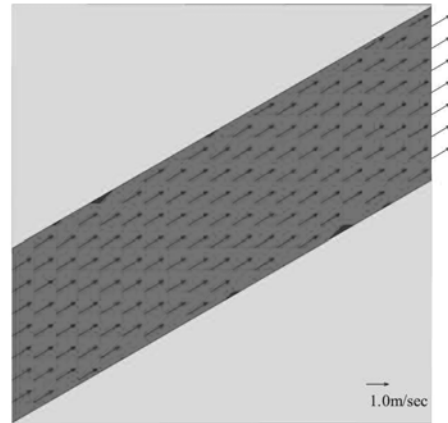
## 4. 모형의 적용

### 4.1 이상하도의 정상류 모의

본 연구에서 적용된 모형을 적용하기 위하여 하상의 경사와 마찰이 없는 수로에서 직교격자체계와 일치하지 않는 흐



(a) 사각형수로의 분할수치격자



(b) 수치모의결과

그림 5. 사각형 수로의 정상류 모의

름영역을 설정하고 유입부와 유출부에 같은 경계조건을 설정하여 흐름이 계산영역의 형상을 반영하고 있는지의 여부를 알 수 있는 수치모의를 수행하였다. 하도는 직교격자체계에서  $\theta=\pi/6$  기울어진 직사각형의 수로를 설정하였으며,  $\Delta x=\Delta y=1.0$  m로 기본격자를 구성하고 유입부와 유출부의 폭은  $B=7.0$  m로 설정하여 수치모의를 수행하였다. 경계에서의 수위와 유속은 유입부와 유출부에서 균일하게  $h_b=1.0$  m,  $V_b(x, y)=(\cos \theta m/sec, \sin \theta m/sec)$ 를 적용하였다. 모든 격자의 계산결과가 수렴할 때까지 수치모의를 진행한 결과 흐름영역의 수심과 유속의 오차  $(h_{cal}-h_b)/h_b$ 와  $(V_{cal}-V_b)/V_b$  모두  $10^{-7}$  이내의 결과를 나타내었으며, 그림 5에서 보는 바와 같이 분할격자체계를 이용하여 직교격자와 일치하지 않는 영역의 흐름을 경계면에서의 수치적인 오차없이 정확하게 계산하고 있음을 알 수 있다.

#### 4.2 불균일한 하상에서 발생한 정상류 모의

수치모형의 생성항 처리의 정확성을 검증하기 위하여, 세 가지 경우의 경계조건 조합에 의하여 불균일한 하도에서 발생하는 정상류의 흐름을 모의하였다. 수로의 길이는 25.0 m이고 하상고가 Eq. (15)와 같은 분포를 갖는 수로를  $\Delta x=0.1$  m로 분할한 균일한 수치격자를 이용하여 모의를 실시하였다. 첫 번째 모의는 상류단에서  $q=4.42$  m<sup>2</sup>/sec의 단위 폭당 유량이 경계조건으로 주어진 경우 발생하는 상류흐름을 수치모의 하였으며, 두 번째로는 유입유량이  $q=1.53$  m<sup>2</sup>/sec인 경우, 변화하는 지형에 의하여 흐름이 상류에서 사류로 변화하여 유출되는 천이류를 모의하였다. 마지막으로  $q=1.8$  m<sup>2</sup>/sec의 유량이 유입되고 유출부의 수위가  $h_{out}=0.33$  m로 제시되었을 경우, 하상고가 변화하는 지점에서 발생하는 도수흐름을 모의하였다. 계산된 수위결과는 Goutal과 Maurel(1997)이 제시한 해석해와 비교하여 그림 6에 도시하였다. 본 연구에서 적용한 수치모형이 하상고가 일정하지 않은 조건에서 발생하는 불연속한 흐름을 정확히 모의하고 있음을 알 수 있다.

#### 4.3 사각형수로에서 발생한 자유진동 모의

본 연구에서 제안한 분할격자의 적용성을 검토하기 위하여

사각형 수조에서 발생하는 자유진동을 모의하여 해석해와 비교하였다. Lynch and Gray(1978)는 유체의 점성 및 마찰을 무시한 경우에 발생하는 정사각형의 수조 내의 자유수면의 진동에 대한 해석해를 Eq. (13), (14) 및 (15)과 같이 유도하였다.

$$\eta(t) = -\frac{\zeta^0}{2} \cos \frac{\pi x}{L} \cos \frac{\pi y}{L} \cos \frac{2\pi t}{T} + d \quad (13)$$

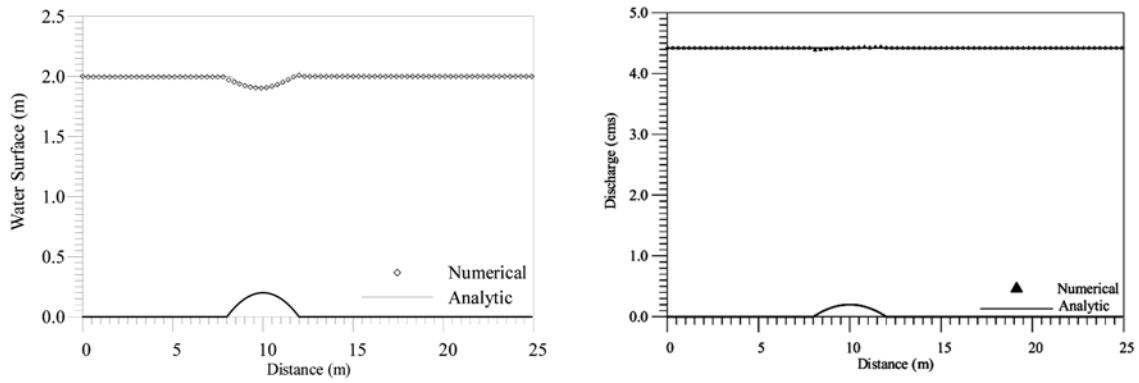
$$u(t) = -\frac{\zeta^0 g T}{4L} \sin \frac{\pi x}{L} \cos \frac{\pi y}{L} \sin \frac{2\pi t}{T} \quad (14)$$

$$v(t) = -\frac{\zeta^0 g T}{4L} \cos \frac{\pi x}{L} \sin \frac{\pi y}{L} \sin \frac{2\pi t}{T} \quad (15)$$

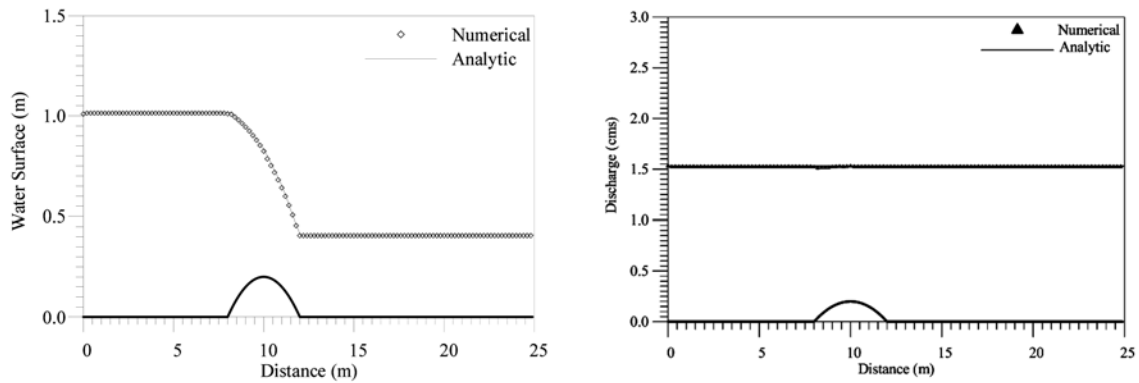
$$T = \sqrt{2L/\sqrt{gd}} \quad (16)$$

$L$ 는 수조 한변의 길이이며  $d$ 는 정지상태의 수심,  $\zeta^0$ 는 자유진동의 최대파고이다. 주어진 조건에서 정사각형 내의 흐름은 1/4 주기에서 수조내의 모든 수심이 동일해지며, 2/4 주기에는 초기의 수면과 대칭이 되는 수심분포를 가지게 된다. 4/4주기에는 초기의 수면분포로 복귀하게 되며, 바닥의 마찰이 없는 상태이므로 지속적으로 위와 같은 변화를 나타내게 된다.

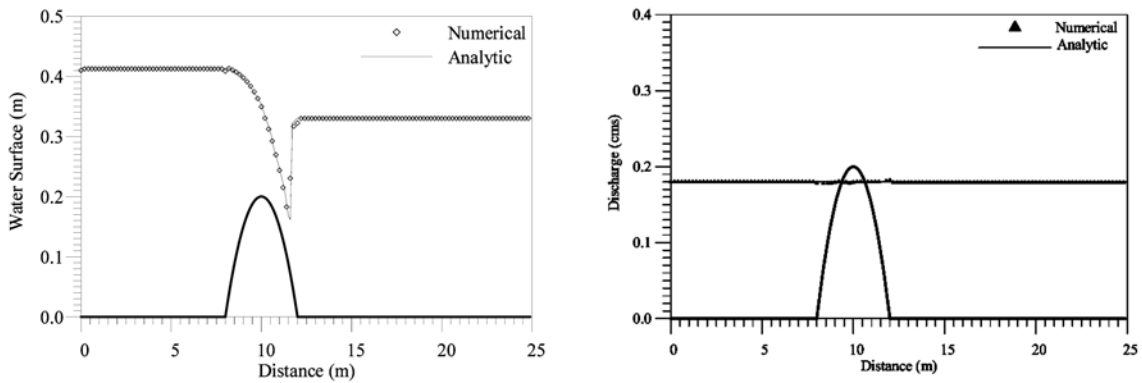
분할격자의 적용성을 알아보기 위하여 그림 7과 같이 직교좌표계에서 회전된 상태의 수조를 흐름영역으로 가정하여 분할격자를 적용하여 모의된 자유수면의 변화와 균일격자만을 적용하였다. 200 m×200 m의 배경격자에 내접하는 사각형 수조에 대하여 흐름영역을 설정하였고, 평균수심  $d=5.0$  m와 최대파고  $\zeta^0=1.0$  m의 조건이 주어진 경우 발생하는 흐름을 수치모의 하였으며, 관측점 A에서 계산된 자유수면의 변화를 해석해와 비교하여 그림 8에 나타내었다. 그림 9과 그림 10은 x-축 및 y-축 방향의 유속결과를 해석해와 각각 비교하여 나타낸 결과이다. 균일격자를 적용한 수치모의의 경우, 계단형상으로 표현된 수치격자와 실제 흐름영역이 일치하지 않음으로 인하여 수치오차가 누적되어 수치모의가 진행됨에 따라 자유수면변위의 파고와 주기가 해석해와 많은 차이를 나타냄을 알 수 있다. 그러나 분할격자체계를 적용하여 모의한 경우, 수치격자가 흐름의 형상을 정확히 반영하고 있으므로 해석해와 잘 맞는 결과를 나타내고 있다.



(a) 상류흐름의 부등류



(b) 도수가 발생하지 않은 천이류



(c) 도수가 발생한 천이류

그림 6. 정상류의 자유수면 모의결과

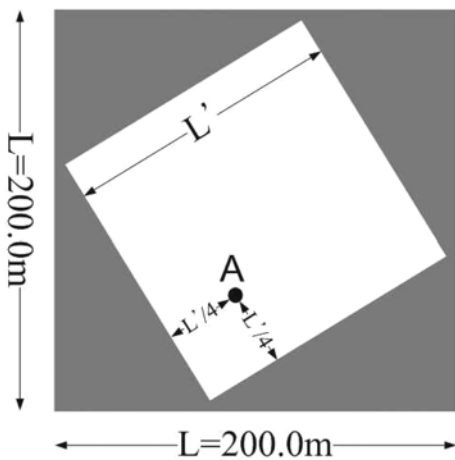


그림 7. 자유진동모의를 위한 사각형수조의 흐름영역

## 5. 실험수로내의 댐붕괴파 모의

분할격자와 유한체적법을 이용하여 이산화된 수치모형을

이용하여 45° 굴절부를 가진 실험수로에서 발생한 댐붕괴파를 모의하였다. CADAM project(Morris, 2000)의 일환으로 1998년부터 2000년 사이에 벨기에의 Université Catholique de Louvain에서 실시한 수리모형실험의 관측값을 이용하여 수치모의결과와 비교하였다. 실험수로의 제원은 그림 11과 같으며, 상류부에 설치된 2.39 m×2.44 m 규모의 수조의 유출부에 설치된 수문을 조작하여 댐붕괴파를 발생시킨다. 수조의 바닥은 하류부의 수로보다 0.33 m 낮게 설치되었으며 초기의 수심은  $h_{ini}=0.58$  m이다. 그림 11에서와 같이 G1에서부터 G9까지의 9개소에서 수심의 변화를 관측하였다. 수조와 수로의 수위차에 의하여 발생된 댐붕괴파는 굴절부에 도달하여 수로의 벽면에 의하여 흐름의 방향이 바뀌게 됨과 동시에 수위가 상승하게 된다. 굴절부에서 상승된 수위에 의한 영향이 수조방향으로 영향을 미치게되어 수조에서 유출되던 흐름의 수위를 상승시키게 된다.

수치모의를 위하여  $\Delta x=\Delta y=0.05$  m의 배경격자를 설정하고,

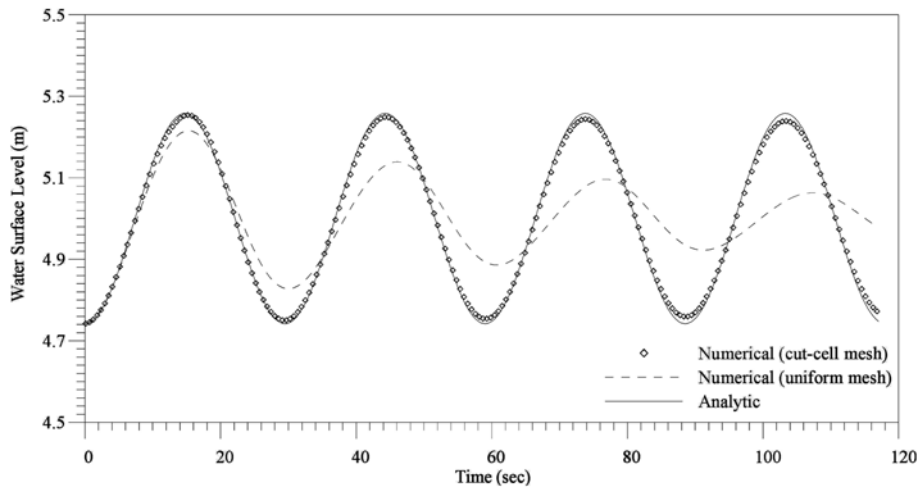


그림 8. 자유수면 모의결과 비교

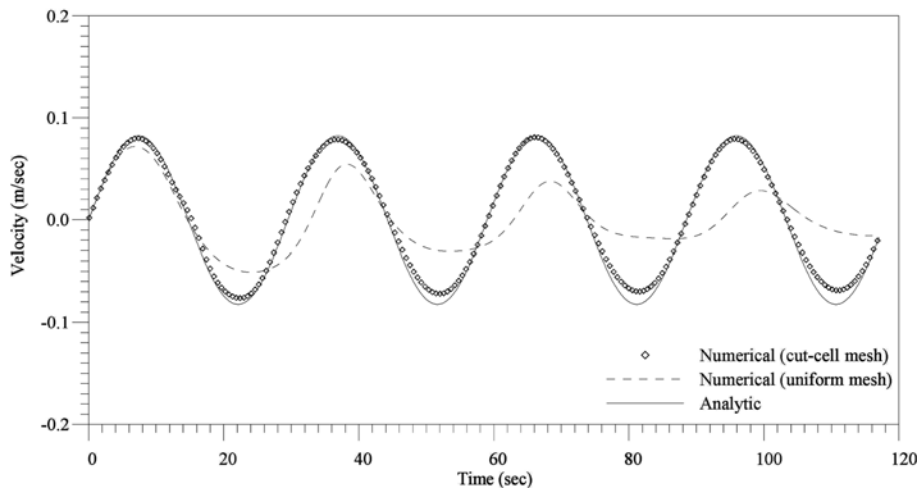


그림 9. x-축 방향 유속 모의결과 비교

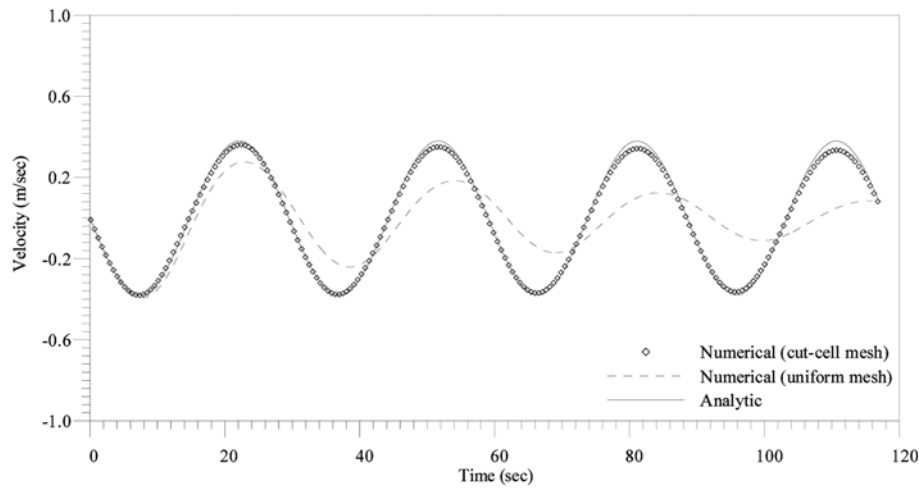


그림 10. y-축 방향 유속 모의결과 비교

수로의 형상에 따라 10개 지점의 형상정보를 이용하여 그림 12과 같은 분할격자망을 구성하였다. 수로의 하상에서 발생하는 마찰은 Manning공식을 이용하여 반영하였으며, 조도계수는  $n=0.013$ 을 적용하였다. G1, G3, G5 및 G8의 수치모의결과와 관측값을 비교하여 그림 13에 나타내었다. 결과에서와 같이 분할격자 및 수치모형을 이용하여 하상의 변화와 마찰이 있는 수로에서 발생한 댐붕괴파를 정확히 모의하고 있음을 알 수 있다.

## 6. 결 론

본 연구에서는 균일한 구조격자의 곡선형 형상을 표현함에 있어서 계단형 격자에 의해 발생하는 수치오차를 제어하기 위하여, 간단한 정보를 이용하여 효율적으로 수치격자를 생성할 수 있는 분할격자기법을 적용하여 계산격자를 생성하고, HLLC Riemann 근사해법과 TVD-WAF기법을 이용한 수치모형을 적용하여 댐붕괴에 의한 흐름을 수치모의하였다.

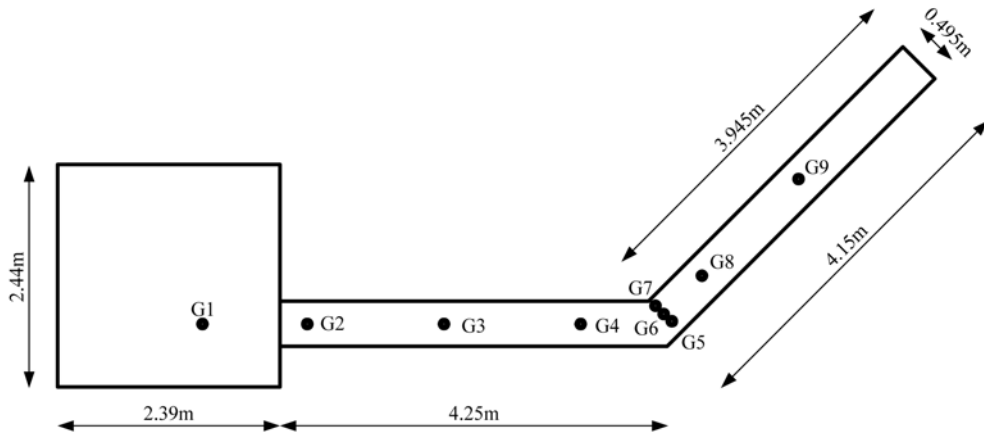


그림 11. 댐붕괴파 실험을 위한 수로의 제원

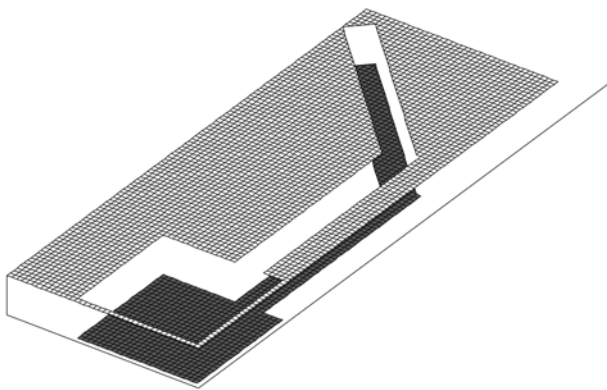


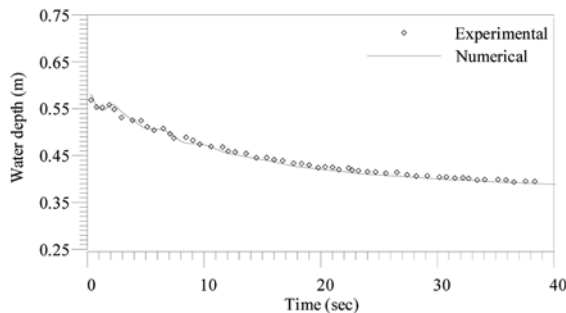
그림 12. 댐붕괴파 모의를 위한 분할격자

경사와 마찰이 없는 하도에서 수렴하는 정상류흐름과 하상 고의 변화에 의해서 발생하는 천이류의 정상상태를 모의하여 해석해와 비교하여 정확한 결과를 얻었다. 또한, 분할격자에 의한 수치모의의 정확성은 직교좌표계와 일치하지 않는 흐름영역을 가진 사각수조의 자유진동을 모의함으로써 검

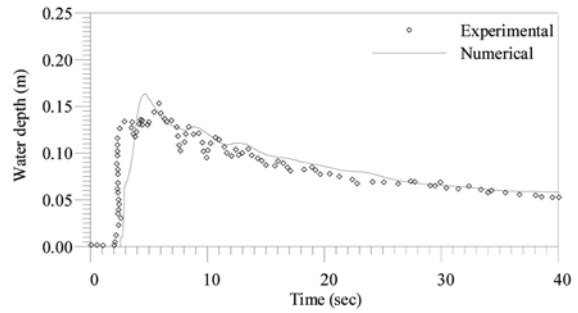
증하였다.  $x$ -축을 기준으로  $30^\circ$  회전된 상태의 수조를 균일한 직교격자와 분할격자로 구분하여 수치모의한 결과, 분할격자에 의한 수치모의결과가 해석해와 정확히 일치함으로써 경계의 형상에 의해 발생하는 수치오차를 제어하고 있음을 알 수 있다. 마지막으로, CADAM(Morris, 2000)의 댐붕괴흐름에 대한 수리모형실험의 관측값과 본 연구에서 제안한 수치모형의 결과를 비교한 결과, 분할격자를 이용하여 직교좌표와 일치하지 않는 흐름영역의 댐붕괴파의 전파를 정확히 모의하고 있음을 확인하였다. 그러므로, 본 연구에서 제시하는 분할격자를 이용하여 쉽고 간편하게 곡선형의 격자를 구성할 수 있으며, 복잡한 형상을 지닌 하천에서 발생하는 흐름을 효율적으로 수치모의 할 수 있을 것으로 판단된다.

### 감사의 글

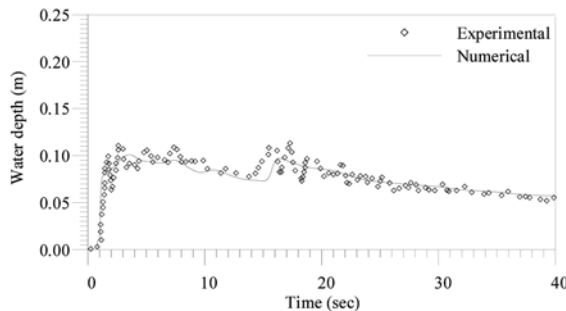
본 연구는 국토해양부 차세대 홍수방어 기술 개발사업 연구비 지원으로 수행되었으며 이에 감사드립니다.



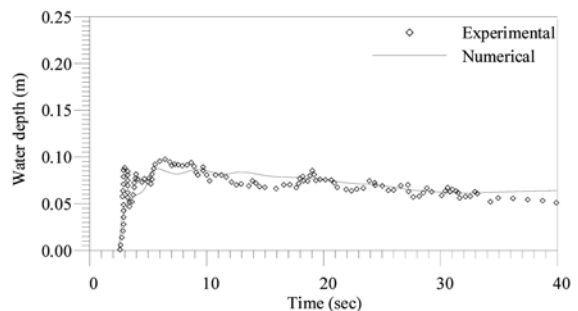
(a) G1의 수심결과 비교



(c) G5의 수심결과 비교



(b) G3의 수심결과 비교



(d) G8의 수심결과 비교

그림 13. 분할점의 추적



## 참고문헌

- 김대홍, 조용식(2005) 불규칙 지형에 적용가능한 쌍곡선형 천수 방정식을 위한 개선표면경사법, **대한토목학회논문집**, 대한토목학회, 제25권, 제3B호 pp. 223-229.
- 이정규, 김태관(2003) 댐붕괴 문제의 해석에 관한 TVD-McCormack기법의 적용, **한국수자원학회논문집**, 한국수자원학회, 제36권, 제3호, pp. 365-374.
- 이종욱, 조용식(2001) TVD수치모형의 개발 : 천수방정식, **한국수자원학회논문집**, 한국수자원학회, 제34권, pp. 187-195.
- 인태훈, 박구용, 조용식(2003) Quadtree격자를 이용한 근해지진해일의 초오름높이 계산, **한국수자원학회논문집**, 한국수자원학회, 제36권, pp. 705-713.
- 한건연, 박재홍(1995) 도시하천에서의 홍수범람도 작성을 위한 2차원 모형의 개발, **한국수자원학회논문집**, 한국수자원학회, 제28권, 제6호, pp. 119-131.
- 한건연, 김동구, 이홍래(1999) McCormack 기법을 이용한 하천 흐름의 동수역학 해석, **한국수자원학회 학술발표회 논문집**, 한국수자원학회, pp. 590-595.
- Berger, M.J., Helzel, C., and Leveque, R.J. (2003) h-Box methods for the approximation of hyperbolic conservation laws on irregular grids, *SIAM J. Numer. Anal.*, Vol. 41, pp. 893-918.
- Billet, S.J. and Toro, E.F. (1997) On the accuracy and stability of explicit schemes for multidimensional linear homogeneous advection equations. *J. Computational Physics*, Vol. 131, No. 4, pp. 247-250.
- Causon, D.M., Ingram, D.M., and Mingham, C.G. (2001) A cartesian cut cell method for shallow water flows with moving boundaries. *Adv. Water Resour.*, Vol. 24, pp. 899-911.
- Causon, D.M., Ingram, D.M., Mingham, C.G., Yang, G., and Pearson, R.V. (2000) Calculation of shallow water flows using a Cartesian cut cell approach. *Adv. Water Resour.*, Vol. 23, pp. 545-562.
- Fraccarollo, L. and Toro, E.F. (1995) Experimental and numerical assessment of the shallow water model for two-dimensional dam-break type problems. *J. Hydr. Res.* Vol. 33, pp. 843-864.
- Gao, F., Ingram, D.M., Causon, D.M., and Mingham, C.G. (2006) The development of a Cartesian cut cell method for incompressible viscous flows. *Int. Journal for Numerical method in fluids*, Vol. 54, pp. 1033-1053.
- Glaister, P. (1988) An approximate linearised Riemann solver for the Euler equations of gas dynamics. *J. Computational Physics*, Vol. 74, pp. 382-408.
- Goutal, N. and Maurel, F. (1997) HE-43/97/016B. *Proceedings of the 2nd workshop on dam-break wave simulation: Department Laboratoire National d'Hydraulic, Groupe Hydraulic Fluviale Electricite de Fracne, France.*
- Ingram, D.M., Causon, D.M., and Mingham, C.G. (2003) Development in Cartesian cut cell methods. *Math. and Computers in simulation*, Vol. 61, pp. 561-572.
- Kim, J. and Choi, H. (2004) An Immersed-boundary finite volume method for simulation of heat transfer in complex geometries, *KSME, International J.*, Vol. 18, pp. 1026-1035.
- Liang, Q., Borthwick, A.G.L., and Stelling, G. (2004) Simulation of dam- and dyke-break hydrodynamics on dynamically adaptive quadtree grids, *International Journal of Numerical Method in Fluids*, Vol. 46, pp. 127-162.
- Loukili, Y. and Soulaeimani, A. (2007) Numerical tracking of shallow water waves by the unstructured finite volume WAF approximation. *International Journal for Computational Methods in Engineering Science and Mechanics*, Vol. 8, pp. 75-88.
- Lynch, D.R. and Gray, W.G. (1978) Analytic solutions for computer flow model testing. *J. the Hydraulic Division, ASCE*, Vol. 104, No. HY10, pp. 1409-1428.
- Morris, M. (2000) CADAM: Concerted action on dambreak modeling-Final report. *Rep. No. SR 571*, HR Wallingford.
- Park, K.Y. (1999) *Quadtree grid numerical model of nearshore wave-current interaction*, Ph. D. thesis, Oxford Univ., U. K.
- Peskin, C.S. (1982) The fluid dynamics of heart valves: experimental, theoretical, and computational methods, *Annual Review of Fluid Mechanics*, Vol. 14, pp. 235-259.
- Toro, E.F. (2001) *Shock-capturing method for free-surface shallow flows*. Wiley.
- Qian, L., Causon, D.M., Ingram, D.M., and Mingham, C.G. (2003) Cartesian cut cell two-fluid solver for hydraulic flow problems. *J. Hydr. Engineering*. Vol. 129, pp. 688-696.
- Qian, L., Causon, D.M., Ingram, D.M., Mingham, C.G., and Zhou, J.G. (2001) A Cartesian cut cell method for incompressible viscous flows. *Proc., European Community on Computational Methods in Applied Sciences (ECCOMAS), CFD 2001*, Institute of Mathematics and its Applications, Southend-on Sea, U.K.
- Younus, M. and Chaudhry, M.H. (1994) A depth-averaged k-e turbulence model for the computation of free-surface flow. *J. Hydr. Res.*, Vol. 32, pp. 415-444.
- Zhou, J.G., Causon, D.M., Mingham, C.G., and Ingram, D.M. (2004) Numerical prediction of dam-break flows in general geometries with complex bed topography. *Hydr. Engineering*, Vol. 130, No. 4, pp. 332-340.

(접수일: 2008.7.25/심사일: 2008.10.15/심사완료일: 2008.12.1)