大 韓 土 木 學 會 論 文 集
第29卷 第3B號・2009年 5月
pp. 259 ~ 267

Generalized Extreme Value 분포 자료의 교차상관과 L-모멘트 추정값의 교차상관의 관계 유도

Derivation of Relationship between Cross-site Correlation among data and among Estimators of L-moments for Generalize Extreme value distribution

정대일*
Jeong, Dae-Il

Abstract

Generalized Extreme Value (GEV) distribution is recommended for flood frequency and extreme rainfall distribution in many country. L-moment method is the most common estimation procedure for the GEV distribution. In this study, the relationships between the cross-site correlations between extreme events and the cross-correlation of estimators of L-moment ratios (L-moment Coefficient of Variation (L-CV) and L-moment Coefficient of Skewness (L-CS)) for data generated from GEV distribution were derived by Monte Carlo simulation. Those relationships were fit to the simple power function. In this Monte Carlo simulation, GEV+ distribution were employed wherein unrealistic negative values were excluded. The simple power models provide accurate description of the relationships between cross-correlation of data and cross-correlation of L-moment ratios. Estimated parameters and accuracies of the power functions were reported for different GEV distribution parameters combinations. Moreover, this study provided a description about regional regression approach using Generalized Least Square (GLS) regression method which require the cross-site correlation among L-moment estimators. The relationships derived in this study allow regional GLS regression analyses of both L-CV and L-CS estimators that correctly incorporate the cross-correlation among GEV L-moment estimators.

Keywords : *cross-correlation, frequency analysis, GEV distribution, L-CS, L-CV*

요 지

GEV분포는 세계 여러 나라에서 홍수와 극한강우 등의 빈도분포로 널리 활용되고 있다. L-모멘트법은 GEV분포의 매개변수 추정을 위해 일반적으로 사용되고 있는 추정법이다. 본 연구에서는 Monte Carlo 실험을 이용하여 GEV분포를 따르는 서로 다른 두 지점의 자료의 교차상관계수를 이용하여 L-모멘트 추정값인 L-변동계수와 L-왜도계수들 간의 교차상관계수를 Simple Power 함수를 이용하여 유도하였다. 실험과정에서 생성된 비현실적이며 실험결과에 큰 영향을 미치는 음수값들을 배재한 GEV+분포를 이용하였다. 결과로, Simple Power 함수가 두지점간 자료의 교차상관과 L-모멘트 추정값들간의 교차상관 계수의 관계를 잘 모사하고 있음을 확인하였다. 다양한 GEV 분포의 매개변수 조합에 대한 Simple Power 함수의 매개변수 추정값과 정확성은 표로 제시하였다. 또한 위 연구결과를 활용할 수 있는 Generalised Least Square(GLS) 지역회귀 기법에 대해 설명하였다. 따라서 본 연구에서 도출된 관계식은 향후 GLS 회귀식을 이용한 GEV 분포의 지역 매개변수를 추정하는 데 있어 L-모멘트 추정값들간의 정확한 교차상관관계를 제시할 수 있을 것으로 기대한다.

핵심용어 : GEV 분포, L-변동계수, L-왜도계수, 교차상관, 빈도분석

1. 서 론

최근 우리나라는 매년 되풀이되는 집중호우와 태풍에 의한 홍수에 시달리고 있으며, 홍수에 의한 피해 규모는 해를 거듭할수록 증가하는 추세이다. 2006년도에 발표된 재해연보에 따르면 최근 10년(1997~2006년)간 발생한 재산피해의 약 90%에 달하는 19조 3천억원이 호우와 태풍에 의한 것이며, 이를 복구하기 위해 예산은 이보다 더 많은 약 34조원이 투입되었다고 한다. 효율적인 홍수관리를 위해 신뢰성 있는 확률 홍수량 산정이 선행 되어야 하나, 관측자료의 기간이 짧고, 인구분포에 비해 미계측 지점이 많은 우리나라에서 확률 홍수량을 정확히 추정하기란 쉽지 않다. 부족한 자료의 길이를 지형학적 정보를 이용하여 보충하는 방안으로 제안된 지역 빈도해석(regionalized frequency analysis)은 자료 기간이 짧은 지점이나 미계측 지점의 확률 수문량을 추정하기 위해 국내에서 매우 유용한 방법이다(이동진과 허준행,

*정회원・INRS-ETE, University of Quebec・Post-doctoral Fellow (E-mail : dae_il_jeong@ete.inrs.ca)

2001). 본 연구는 국내에서 강우 또는 홍수량에 대한 지역빈도해석을 적용하기 위해 기본적으로 필요한 정보를 제공하기 위해 수행되었다.

Jenkinson(1955)에 의해 1950년대에 제안된 Generalized Extreme Value(GEV) 분포는 홍수, 극한강우 등 수문분야의 극한사상(extreme event)에 대한 빈도분석분포로 빈번히 사용되고 있다. GEV 분포는 우리나라(김경덕 등, 1996a; 이동진과 허준행, 2002; 이길성과 진락선, 2004; 문영일 등, 2006)를 비롯한 영국(NERC, 1975), 뉴질랜드(Pearson, 1991), 방글라데시(Karim and Chowdury, 1995), 미국(Vogel and Wilson, 1996) 등의 여러 나라에서 홍수빈도분포로서의 적합성이 검증되었다. 연최대 계열의 강우량의 빈도해석을 위해서도 GEV 분포가 자주 활용되고 있는데, 대표적인 국내의 연구사례 들로는 김경덕 등(1996b), 이순혁 등(2004), 맹승진과 이현규(2006), 한만신 등(2006), 남우성 등(2008)을 들 수 있다. 언급된 이외에도 GEV 분포를 이용한 수문자료의 극한사상에 대한 빈도분석 연구사례는 국내외에서 쉽게 찾아볼 수 있다. 이렇듯 위치(location) 규모(scale) 형상(shape)을 대표하는 3개의 매개변수로 이루어진 GEV 분포는, 미국의 공식적인 홍수빈도분포인 Log Pearson Type III 분포, 영국의 홍수빈도분석에 활용되는 Generalized Logistic 분포와 함께 수문분야에서 중요한 3변수 분포의 하나라고 할 수 있다.

보다 간단한 형태로 위치와 규모 매개변수만을 이용하는 Gumbel 분포에 비해, GEV 분포는 형상 매개변수를 이용하여 극한변수의 주 관심대상인 오른쪽 꼬리 부분을 보다 잘 모사할 수 있다. 그러나 표본오차(sampling error)의 영향이 큰 형상 매개변수를 정확히 추정하기 위해서는 긴 관측자료가 필요하다는 단점이 있다. Hosking *et al*.(1985)의 연구에 따르면 확률가중 모멘트(probability-weighted moment)법을 이용하여 15개의 자료로부터 형상 형상매개변수를 추정한 경우 표준편차는 0.18~0.20의 값을 갖는데, 이는 GEV 분포의 오른쪽 꼬리부분에 막대한 영향을 줄 수 있는 큰 값이다. 100개의 자료를 이용하여 형상매개변수를 확률가중 모멘트법으로 추정하면 형상매개변수의 표준편차는 0.8~0.11로 줄어들게 된다. 정도의 차이는 있으나 규모 매개변수 역시 정확한 추정을 위해서는 긴 자료를 확보하는 것이 필수적이다.

국내 유량자료의 경우 관측길이가 30년을 넘지 못하는 지점들이 대부분이며, 강우자료의 경우 사정이 조금 좋기는 하나 지점분석을 수행하기에 충분한 자료길이를 확보하고 있는 지점은 많지 않다. 따라서 GEV 분포와 같은 3변수 매개변수 분포를 이용하여 지점빈도분석을 수행하는 것은 충분한 자료가 축적된 일부 지점에서나 가능한 일이다. 이와 같은 문제점을 극복하고자 시간적 공백을 유역의 지형특성 정보를 이용하여 보완하거나 추정할 수 있는 지역화 추정기법이 사용되어 왔다(성장현 등, 2008). 대표적인 예로서 동질성을 가진 유역의 유량 자료를 모아 지역 매개변수를 추정하는 지수홍수법(index flood method)의 적용을 들 수 있다(건설교통부 1973; 윤용남과 박무종, 1997; 이동진과 허준행, 2001; 김남원 등 2004; 김경덕과 허준행, 2007), 그러나 수문자료의 이질성이 큰 우리나라의 경우 동질성을 가진 유역들을 구분하는데 큰 주위와 노력이 필요할 뿐 아니라, 이어지는 분석 결과도 큰 영향을 미치게 된다.

Stedinger와 Tasker(1986)는 GLS(Generalized Least Square) 회귀기법을 이용하여 미계측 지점의 강우 또는 홍수빈도분포의 규모 또는 형상 매개변수를 유역의 특성인자를 이용하여 추정하는 지역화 추정기법을 제시하였다. GLS 회귀기법을 이용한 지역화 추정기법(이후 GLS 기법이라고 함)은 미계측 유역은 물론 자료기간이 짧아 정확한 규모와 형상 매개변수를 추정하기 어려운 지점에도 확대 적용할 수 있다. 또한 GLS 기법은 지수홍수법과 달리 유역을 동질지역으로 구분하지 않고, 지점들간의 상관관계와 이분산성을 고려할 수 있는 기법으로 미계측 유역이 많고 자료의 길이가 짧은 국내의 수문 자료 현황이나, 산악지형으로 이루어졌으며 3면이 바다에 인접하여 지역간 이질성이 큰 국내의 지형적 여건에 활용하기 적합한 방법이다(정대일 등, 2007). 미국의 홍수빈도분석 가이드라인인 Bulletin 17B에서는 이미 GLS 기법을 이용하여 Log Pearson III 분포의 지역왜도를 산정하고 이를 관측자료에서 추정된 지점왜도와 가중 평균하여 사용할 수 있도록 절차를 제시하고 있다.

GLS 기법이 제안되기 이전에 일반적으로 사용되던 OLS(Ordinary Least Square)기법에 의한 매개변수 지역화는 오차항의 등분산성과 독립성의 가정이 위배되는 단점에 항상 노출되어 있었으므로, 이러한 문제점을 극복하기 위해서 WLS(Weighted Least Square) 기법과 GLS 기법을 이용한 지역화 기법이 제안되었다(Stedinger와 Tasker, 1986). 따라서 GLS 회귀기법은 OLS(Ordinary Least Square) 회귀기법과는 달리 모형오차의 오차공분산행렬을 이용하여 매개변수를 추정함으로써, 종속변수의 변량들 간의 상관관계를 고려한 매개변수를 추정할 수 있다. 일반적으로 GLS 회귀기법에 필요한 오차공분산행렬은 알 수 없으므로 추정하여 대입하게 된다. 따라서 GLS 기법을 이용하여 GEV 분포의 매개변수를 지역화 하기 위해서는 서로 다른 두 지점의 관측 자료로부터 추정된 GEV 분포의 매개변수 사이의 교차상관관계가 필요하며, 이를 이용해 GLS 기법에 필요한 오차공분산행렬을 추정하여야 한다.

Madsen and Rosbjeg(1997)는 지수홍수법에서 지점간의 상관관계에 대한 영향을 평가하기 위해 서로 다른 두 지점에서 추정된 분산이 두 지점간의 자료간 상관관계와 제곱관계가 있음을 가정하였다. 미국의 공식적인 홍수빈도분포인 Log Pearson III의 왜도와 분산 매개변수에 대해서는 서로 다른 두 지점의 교차상관관계에 대해 이미 연구된 바 있다. 로그 변환된 자료의 서로 다른 두 지점의 왜도에 대한 교차상관관계는 Monte Carlo 실험을 통해 Martins and Stedinger (2002)가 제시하였으며, 마찬가지로 Log 변환된 자료의 왜도와 분산에 대한 서로 다른 두 지점의 교차상관관계 역시 Griffis(2006)가 제시하였다. 상대적으로 GEV 분포에 대해서는 Martins and Stedinger(2002)에 의해 두 지점간의 형상매개변수 간의 교차상관관계 만이 Monte Carlo 실험을 통해 제안되었다. Kjeldsen and Jones (2006)는 GLO(Generalized Logistic)분포를 잘 따른다고 알려져 있는 영국의 1731개 쌍의 관측소에 대해 bootstrap 표본기법을 이용하여 L-분산계수와 L-왜도계수의 교차상관계수가 두 지점간의 연최대홍수량의 교차상관계수와 각각 제곱과 세제곱 관계임을 설명하

였다. 그러나 이들이 bootstrap 표본기법을 통해 실제 관측 자료로부터 제시한 결과는 매우 큰 분산을 가지고 있어 L-분산계수와 L-왜도계수의 교차상관계수를 단순히 연최대 유출량의 교차상관계수의 제곱과 세제곱으로 표현하기에는 다소 무리가 있음을 암시하기도 하는데, 이들의 결과에서 발생한 큰 분산은 관측된 연최대유출량이 가진 분산이나 왜도 등의 분포 특성에 따라 L-분산계수와 L-왜도계수의 교차상관과 연최대 유출량의 교차상관과의 관계가 달라지는 특성에 대한 고려하지 않은 것으로, 이 결과만을 근거로 L-분산계수와 L-왜도계수의 교차상관관계를 정확히 추정할 수는 없다.

본 연구에서는 Monte Carlo 실험을 통해 서로 다른 두 지점(X, Y)에 대해 GEV 분포를 모분포로하며 교차상관계수 ρ_{xy}를 갖는 자료를 생성한 후 L-모멘트 추정법을 이용하여 L-변동계수(L-moment Coefficient of Variation; L-CV: τ_2)와 L-왜도계수(L-moment Coefficient of Skewness; L-CS; τ_3)를 각각 추정하였다. GEV 분포를 모분포로 하는 자료의 생성 과정에서 비현실적으로 발생하는 음수값의 자료들은 제외한 GEV+분포를 이용하여 실험을 수행하였다. 이어서, 추정된 L-모멘트값 간의 교차상관계수($\hat{\tau}_{2x}-\hat{\tau}_{2y}, \hat{\tau}_{3x}-\hat{\tau}_{3y}, \hat{\tau}_{2x}-\hat{\tau}_{3y}$)와 자료간의 교차상관의 관계를 Simple Power 함수를 이용하여 유도하였다. 따라서 서로 다른 두 지점의 유출량 또는 강우량 자료의 상관계수(ρ_{xy})를 이용하여 L-변동계수와 L-왜도계수간의 교차상관계수를 추정할 수 있도록 관계식을 제시하였다. 본 연구를 통해 유도된 L-모멘트 추정값들 간의 교차상관관계는 GLS 기법을 이용한 GEV 분포의 매개변수를 추정하기 위한 기초자료로 활용성이 클 것으로 기대한다. 또한 L-변동계수와 L-왜도계수 사이의 교차상관관계가 유도되었으므로, 이 결과를 이용하면 GEV분포의 규모와 형상 매개변수의 상관관계를 고려하여 동시에 추정하는 것도 가능하다. Fig. 1은 위에서 설명한 연구내용과 절차를 유출량을 예로 들어 개념적으로 나타내기 위해 그린 것이다.

2. Generalized Extreme Value 분포

GEV 분포의 확률분포함수(probability density function)와 누가분포함수(cumulative distribution function)는 식(1), (2)와 같다(Stedinger *et al.*, 1993).

$$f(x) = \frac{1}{\alpha}\left(1-\frac{\kappa}{\alpha}(x-\xi)\right)^{1/\kappa-1}\cdot\exp\left(-1-\frac{\kappa}{\alpha}(x-\xi)^{1/\kappa}\right) \quad \kappa\neq 0 \quad (1a)$$

$$f(x) = \frac{1}{\alpha}\exp\left(-\frac{x-\xi}{\alpha}-\exp\left(\frac{x-\xi}{\alpha}\right)\right) \quad \kappa = 0 \quad (1a)$$

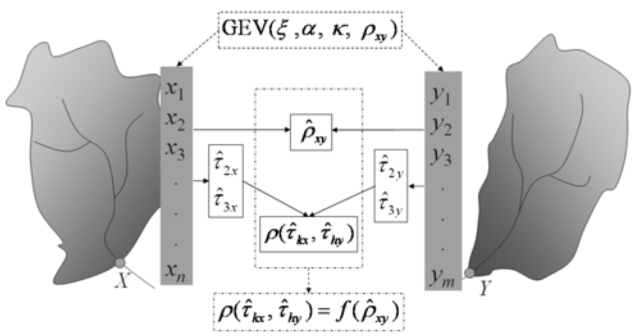

Fig. 1 Research concept and procedure

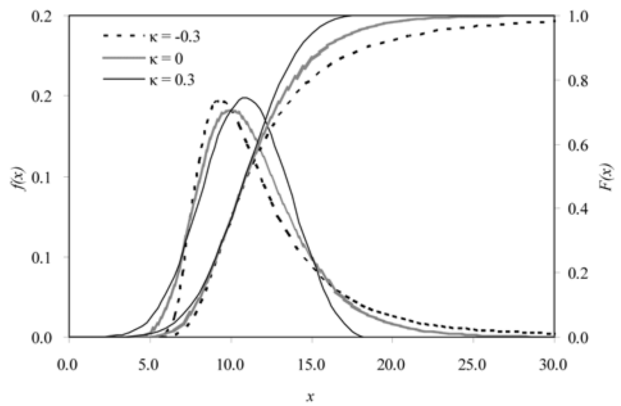

Fig. 2 Probabilistic density functions and cumulative distribution functions of GEV distribution with κ= -0.3, 0, and 0.3 (where ξ=10 and α=2.6)

$$F(x) = \exp\left(-1\left(1-\frac{\kappa}{\alpha}(x-\xi)\right)^{1/k}\right) \quad \kappa\neq 0 \quad (2a)$$

$$F(x) = \exp\left(-\exp\left(-\frac{x-\xi}{\alpha}\right)\right) \quad \kappa = 0 \quad (2b)$$

여기서, ξ, α, κ는 각각 위치(location), 규모(scale), 형상(shape)에 관한 매개변수이며, κ=0(τ_3=0.17)인 경우 잘 알려진 Gumbel 분포가 된다. 식(1)에서 확률변수 x는 형상계수 κ에 따라, $\kappa<0$일 때는 $\xi+a/\kappa\leq x<\infty$, $\kappa=0$일 때는 $-\infty<x<\infty$, $\kappa>0$일 때는 $-\infty<x\leq x+a/\kappa$의 범위를 갖는다.

Fig. 2는 ξ=10, α=2.6 일 때 κ=-0.3, 0, +0.3에 대한 GEV 분포의 확률분포함수와 누가분포함수를 그린 것이다. 그림에서 보는 바와 같이 $k\leq 0$일 때 오른쪽 꼬리부분은 극한함수의 빈도분석 분포로서 적당한 형태를 보임을 확인할 수 있다. 이와 반면 κ=+0.3일 때 x가 18.7에서 상한값을 갖으며 극한사상의 빈도분포로 적당하지 않은 형태이다.

Hosking and Wallis(1997)가 제시한 L-모멘트와 GEV 분포의 매개변수들과의 관계는 다음과 같다.

$$\lambda_1 = \xi + \alpha(1-\Gamma(1+\kappa))/\kappa \quad (3a)$$

$$\lambda_2 = \alpha(1-2^{-\kappa})\Gamma(1+\kappa)/\kappa \quad (3b)$$

$$\tau_3 = 2(1-3^{-\kappa})/(1-2^{-\kappa})-3 \quad (3c)$$

$$\tau_4 = (5(1-4^{-\kappa})-10(1-3^{-\kappa})+6(1-2^{-\kappa}))/(1-2^{-\kappa}) \quad (3d)$$

여기서, Γ(・)는 감마함수를 의미하며 L-변동계수 $\tau_2=\lambda_1/\lambda_2$이다. τ_3와 τ_4는 각각 L-왜도계수와 L-첨도계수를 의미한다. L-왜도계수와 L-첨도계수는 GEV 분포의 형상매개변수 κ의 함수로 표현되는데 이 관계를 도시하면 Fig. 3과 같다. 가 0을 기준으로 -0.5까지 감소할수록 L-왜도계수와 L-첨도계수가 증가하는데, 이는 GEV 분포의 오른쪽 꼬리부분이 점점 두터워 지는 것을 의미하며, 같은 비초과확률에 대한 확률변수 값이 증가하는 것을 의미한다. 이와는 반대로 κ가 0을 기준으로 +0.5까지 증가하면 L-왜도계수는 계속 감소하고 κ가 약 0.3에서 0이 된다. L-첨도계수는 감소하다 약 0.1에 점근하게 된다.

GEV 분포는 일부 매개변수 조합에서 음수의 확률변수 값을 갖게 되는데 Fig. 4는 GEV 분포가 음수의 확률변수를 가질 확률을 각각 0, 1, 3, 5, 10%에 대한 L-변동계수와 L-왜도계수의 조합에 대해 그린 것이다. L-왜도계수가

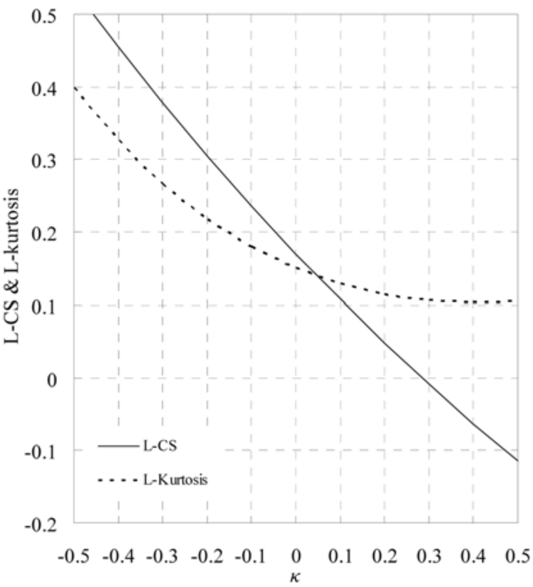

Fig. 3 Relationship between κ and L-CS κ and between and L-Kurtosis for GEV distribution

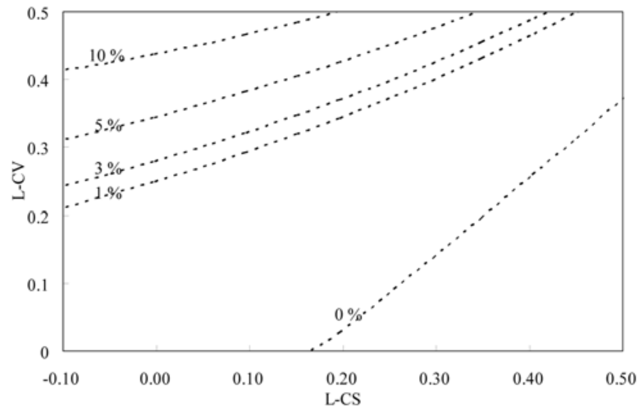

Fig. 4 Probabilities of negative flows for GEV distributions with L-CV and L-CS combination

0.17(0) 이상을 기준으로 볼 때 L-변동계수가 0.3 이하이면 GEV 분포가 음수의 확률변수를 가질 확률은 약 1% 미만으로 매우 작다. 또한 L-변동계수가 0.2 이하이면 음수의 확률변수 확률은 1% 미만으로 크지 않다. 그러나 L-변동계수가 0.3 이상으로 증가하면 경우에 따라 음수의 확률변수를 가질 확률이 10% 이내로 증가하며 특히 L-왜도계수가 작을수록 그 확률이 증가함을 알 수 있다. 이와 같은 확률변수의 음수발생은 극한사상에 대한 관측자료로부터 매개변수를 추정하고 빈도분석을 수행하는 과정에는 큰 영향을 미치지 않으나, 본 연구에서와 같은 Mote Carlo 실험에서는 경우에 따라 결과에 큰 영향을 미칠 수 있어 음수값을 배재한 GEV+분포를 이용하였다.

3. Monte Carlo 실험

Martins and Stedinger(2002)는 Monte Carlo 실험을 이용하여 Log Person Type III 분포의 왜도(skewness)계수와 GEV와 Generalized Pareto 분포의 형상계수에 대한, 두 지점간의 상관관계를 유도하였다. 본 연구의 Monte Carlo 실험은 기존의 Martins and Stedinger(2002)가 사용한 방법과 같은 맥락에서 이루어 졌다. 연최대 유출량 또는 강우량을 대변하는 두 지점(X, Y)의 자료를 Table 1의 길이를 갖도록 생성하였다. Table 1에서 n_{xy}는 두 지점의 유출량 자료가 겹치는 길이를 의미하며, n_x와 n_y는 서로 겹치지 않는 자료의 길이를 의미한다. 따라서 Monte Carlo 실험은 두 지점에서 20년간의 극한자료가 함께 존재하는 경우를 가정하였으며 자료의 관측 시작년도가 다른 경우나 한 지점에서 관측이 중단되어 자료가 없는 경우에도 이용할 수 있도록 계획 하였다.

Table 1. Sample sizes of the series in the Monte Carlo experiments used to verify the effect of sample size difference

Series	n_x	n_{xy}	n_y
1	0	20	0
2	20	20	0
3	20	20	20

GEV분포의 L-변동계수와 형상계수 κ의 범위는 현실에서 실현 가능한 대부분의 연최대 유출량이나 강우량의 경우를 고려할 수 있도록 $0.1 \leq \tau_2 \leq 0.5$와 $-0.5 \leq \kappa \leq 0.5$로 정하였으며, 비현실적으로 발생된 음수값은 자료에서 배재한 GEV+분포를 이용하였다. Monte Carlo 실험의 절차를 설명하면 아래와 같다.

1. 2변수 정규분포에서 상관계수 $-0.75 \leq \rho(z_x,\ z_y) \leq 0.95$를 갖는 z_x와 z_y 자료를 Table 1의 길이를 갖도록 생성한다.
2. 생성된 z_x와 z_y를 x와 y지점의 연최대 유출량 또는 강우량 자료를 대변할 수 있도록 주어진 모분포의 τ_2와 κ를 갖는 GEV 분포로 변환한다. 이 과정에서 음수값이 발생하면 자료에서 배재한다.
3. 생성된 자료로부터 X와 Y지점의 L-모멘트 추정값 $(\hat{\tau}_2, \hat{\tau}_3)$을 추정한다.
4. 1에서 3까지의 과정을 10,000번 반복 수행한다.
5. L-모멘트 추정값 간의 상관계수($\rho(\hat{\tau}_{2x}, \hat{\tau}_{2y})$, $\rho(\hat{\tau}_{3x}, \hat{\tau}_{3y})$, $\rho(\hat{\tau}_{2x}, \hat{\tau}_{3y})$)를 계산한다.
6. 생성된 X와 Y지점의 모든 유출량 시나리오($10{,}000 \times n_{xy}$)의 상관계수 ρ_{xy}를 계산한다.

Fig. 5는 Monte Carlo 실험과정을 나타내는 순서도이다.

이와 같은 실험과정을 통해 얻어진 $\rho(\hat{\tau}_{2x}, \hat{\tau}_{2y})$, $\rho(\hat{\tau}_{3x}, \hat{\tau}_{3y})$, $\rho(\hat{\tau}_{2x}, \hat{\tau}_{3y})$와 ρ_{xy}의 관계는 Simple Power 함수를 이용하여

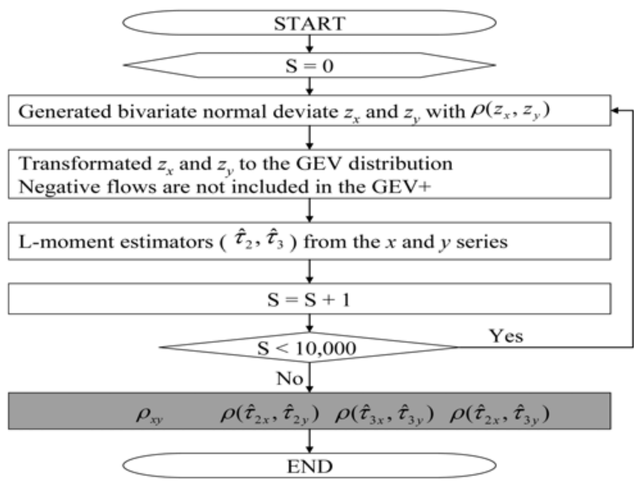

Fig. 5 Flow chart of the Monte Carlo experiments

정의하였으며, 이를 수식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\rho(\hat{\tau}_{kx}, \hat{\tau}_{hy}) = a \cdot cf_{xy} \cdot |\rho_{xy}|^{b} \tag{4}$$

여기서, k와 h는 2또는 3을 의미하며, a와 b는 Monte Carlo 실험을 통해 도출된 결과로부터 추정되는 값이다. cf_{xy}는 Martins and Stedinger(2002)가 제시한 두 지점의 유출량 자료간의 길이가 같지 않을 경우 이를 보정해주는 상수로서 다음과 같다.

$$cf_{xy} = \frac{n_{xy}}{\sqrt{(n_{xy}+n_x)(n_{xy}+n_y)}} \tag{5}$$

4. 결과분석

Fig. 6의 (a)~(c)는 Monte Carlo 실험에 사용된 GEV 모분포의 여러 가지 매개변수 조합 중에서 극한사상 빈도분석의 가장 일반적인 조합이라고 생각할 수 있는 $\kappa_x = \kappa_y = -0.3$, $\tau_{2x} = \tau_{2y} = 0.3$인 경우에 대해 두 지점간 자료의 교차상관계수 ρ_{xy}와 L-모멘트 추정값 사이의 교차상관계수, $\rho(\hat{\tau}_{2x}, \hat{\tau}_{2y})$, $\rho(\hat{\tau}_{3x}, \hat{\tau}_{3y})$, $\rho(\hat{\tau}_{2x}, \hat{\tau}_{3y})$의 관계를 도시한 것이다. 실험과정에서 생성된 음수의 확률변수값은 제외한 GEV+분포를 이용하여 Simple Power 함수의 매개변수를 추정하였으며 Fig. 6에서 실선으로 표시하였다. 그림에서 Simple Power 함수는 $\rho_{xy} \geq 0$인 경우에 대해서만 제시하였는데 그 이유는 연최대유출량이나 강수량과 같은 극한사상의 두지점간의 상관계수 ρ_{xy}가 음수인 경우는 물리적으로 발생가능성이 매우 낮기 때문에 크게 고려할 만하지 않기 때문이다. 또한 Fig. 6에서 볼 수 있듯이 ρ_{xy}가 0을 기준으로 서로 대칭이 이루지 않기 때문에 이를 Simple Power로 추정하기 위해서는 $\rho_{xy} \geq 0$의 경우와 $\rho_{xy} < 0$의 경우에 서로 다른 매개변수를 추정해야 하나 활용 가능성이 크지 않으므로 생략하였다.

Fig. 6(a)는 모집단의 매개변수가 $\kappa_x = \kappa_y = -0.3$, $\tau_{2x} = \tau_{2y} = 0.3$인 경우에 대해 ρ_{xy}와 $\rho(\hat{\tau}_{2x}, \hat{\tau}_{2y})$의 Monte Carlo 결과를 도시하고 추정된 Simple Power 곡선을 함께 그린 것이다. Simple Power 함수가 ρ_{xy}와 $\rho(\hat{\tau}_{2x}, \hat{\tau}_{2y})$의 관계를 잘 모사하고 있음을 확인할 수 있다. 그림의 범례에서 Series 1~Series 3은 Table 1에서 설명한 자료의 길이가 각각 다른 경우를 의미하는데, 식(5)에서 설명한 보정계수 cf_{xy}를 이용하여 보정한 후 그림에 도시하였다. Series 2와 Series 3의 $\rho(\hat{\tau}_{2x}, \hat{\tau}_{2y})$가 Series 1의 값에 매우 근접하게 도시되어 있어 cf_{xy}가 두 지점의 자료 길이의 차이에서 발생하는 $\rho(\hat{\tau}_{2x}, \hat{\tau}_{2y})$의 차이를 잘 보정하고 있음을 확인하였다. 두 변수간의 관계는 을 기준으로 0에서 멀어질수록 $\rho(\hat{\tau}_{2x}, \hat{\tau}_{2y})$가 양으로 증가하는 우함수의 형태를 보였다.

Fig. 6(b)는 마찬가지로 $\kappa_x = \kappa_y = -0.3$, $\tau_{2x} = \tau_{2y} = 0.3$인 경우에 대해 ρ_{xy}와 $\rho(\hat{\tau}_{3x}, \hat{\tau}_{3y})$의 결과를 도시한 것이다. Fig. 6(a)와 마찬가지로 Simple Power 함수가 두 값들의 관계를 잘 모사하고 있으며, cf_{xy}도 두 지점의 자료 길이의 차이에서 발생하는 차이를 잘 보정하고 있다. 두 변수간의 관계는 $\rho_{xy}=0$을 기준으로 음수로 증가할수록 역시 음수로 증가하고, 가 양수로 증가할수록 $\rho(\hat{\tau}_{3x}, \hat{\tau}_{3y})$ 역시 양수로 증가하는 기함수의 형태를 보였으며, 이는 Martins and Stedinger(2002)의 형상 매개변수 에 대한 결과와 유사한 것이다.

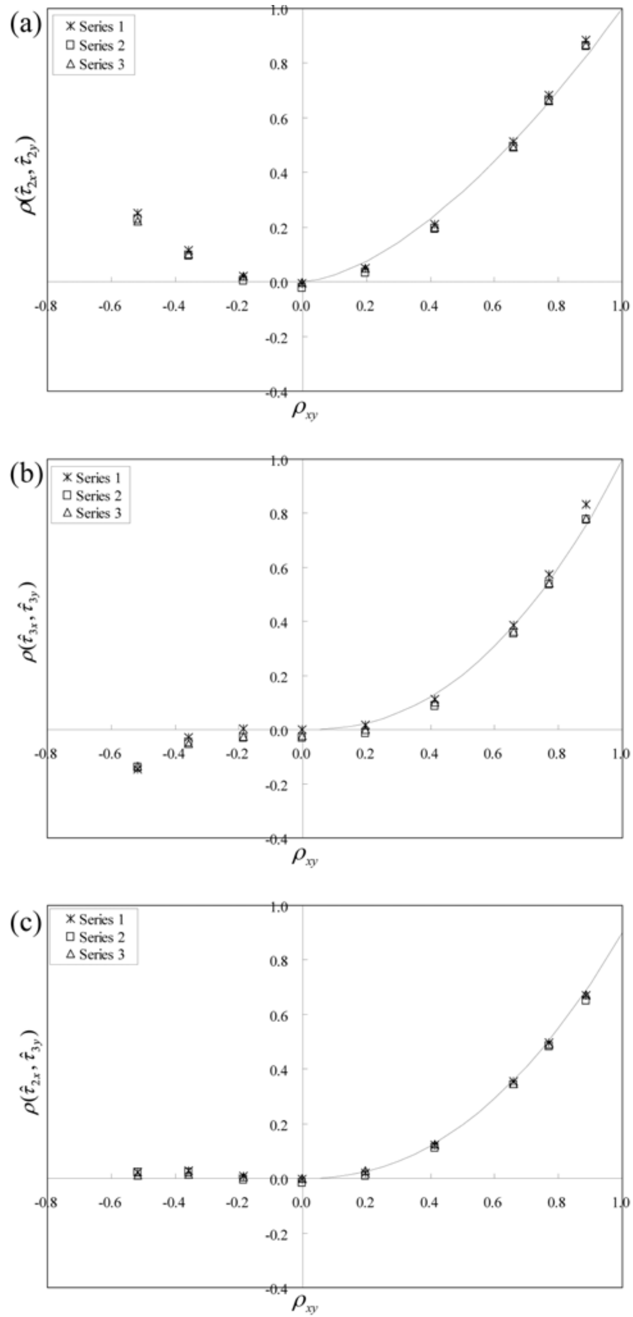

Fig. 6 Monte Carlo results for the GEV+ experiments: for (a) L-CV, (b) L-CS, and (c) L-CV and L-CS pairs when $\kappa_x = \kappa_y = -0.3$ and $\tau_{2x} = \tau_{2y} = -0.3$. Series 1~3 represent to sample size presented in Table 1.

Fig. 6(c)는 $k_x = k_y = -0.3$, $\tau_{2x} = \tau_{2y} = 0.3$인 경우 GEV+ 분포에 대한 ρ_{xy}와 $\rho(\hat{\tau}_{2x}, \hat{\tau}_{3y})$의 관계를 그림으로 나타낸 것이다. 앞의 두 그림과는 달리 상관계수 ρ_{xy}가 1일 지라도 $\rho(\hat{\tau}_{2x}, \hat{\tau}_{3y})$는 1이 되지 않는 특징을 보이고 있다. 이는 단일 지점에서의 L-왜도계수와 L-변동계수의 교차상관관계가 1이 되지 않는 물리적인 현상을 잘 설명하고 있는 것으로 판단할 수 있다. Simple Power 함수는 앞에서와 마찬가지로 두 자료간의 관계를 잘 표현하고 있으며, cf_{xy}도 두 지점의 자료 길이가 서도 다름으로 해서 발생하는 $\rho(\hat{\tau}_{3x}, \hat{\tau}_{3y})$의 차이를 잘 보정하고 있다.

Table 2는 모집단의 매개변수가 $0.1 \leq \tau_2 \leq 0.5$와 $-0.5 \leq \kappa \leq 0.5$일 때 GEV+분포에서의 ρ_{xy}와 $\rho(\hat{\tau}_{2x}, \hat{\tau}_{3y})$의 관계에 대한 Simple Power 함수의 매개변수 a, b와 결정계수 R^2를 정리

Table 2. Estimated parameters and R^2 of simple power function for positive ρ_{xy} versus $\rho(\hat{\tau}_{2x}, \hat{\tau}_{2y})$ for GEV+ distribution

		τ_{2x}, τ_{2y}= 0.1	τ_{2x}, τ_{2y}= 0.2	τ_{2x}, τ_{2y}= 0.3	τ_{2x}, τ_{2y}= 0.4	τ_{2x}, τ_{2y}= 0.5	τ_{2x}, τ_{2y}= 0.1, 0.5	R^2
κ_x, κ_y= -0.5	a	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	> 0.987
	b	1.4	1.4	1.4	1.5	1.5	1.7	
κ_x, κ_y= -0.4	a	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	> 0.987
	b	1.4	1.4	1.5	1.5	1.6	1.9	
κ_x, κ_y= -0.3	a	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	0.9	> 0.988
	b	1.5	1.5	1.6	1.6	1.7	1.8	
κ_x, κ_y= -0.2	a	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	0.9	> 0.989
	b	1.5	1.6	1.6	1.7	1.7	2.0	
κ_x, κ_y= -0.1	a	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	0.9	> 0.989
	b	1.6	1.6	1.7	1.7	1.8	2.2	
κ_x, κ_y= 0.0	a	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	0.8	> 0.990
	b	1.6	1.7	1.7	1.8	1.8	2.1	
κ_x, κ_y= 0.1	a	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	0.8	> 0.991
	b	1.7	1.7	1.7	1.8	1.9	2.1	
κ_x, κ_y= 0.2	a	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	0.8	> 0.991
	b	1.7	1.7	1.7	1.8	1.9	2.0	
κ_x, κ_y= 0.3	a	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	0.8	> 0.992
	b	1.7	1.6	1.7	1.8	1.8	1.8	
κ_x, κ_y= 0.4	a	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	0.8	> 0.993
	b	1.6	1.6	1.7	1.7	1.8	1.7	
κ_x, κ_y= 0.5	a	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	0.9	> 0.992
	b	1.5	1.6	1.6	1.7	1.8	1.8	
-0.3, 0.1	a	0.9	0.9	0.9	0.9	0.9	0.6	> 0.994
	b	1.8	2.1	2.3	2.1	1.9	2.5	

Table 3. Estimated parameters and R^2 of simple power function for for ρ_{xy} positive $\rho(\hat{\tau}_{3x}, \hat{\tau}_{3y})$ versus for GEV+ distribution

		τ_{2x}, τ_{2y}= 0.1	τ_{2x}, τ_{2y}= 0.2	τ_{2x}, τ_{2y}= 0.3	τ_{2x}, τ_{2y}= 0.4	τ_{2x}, τ_{2y}= 0.5	τ_{2x}, τ_{2y}=0.1, 0.5	R^2
κ_x, κ_y= -0.5	a	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	> 0.990
	b	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	
κ_x, κ_y= -0.4	a	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	> 0.989
	b	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	
κ_x, κ_y= -0.3	a	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	> 0.989
	b	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	
κ_x, κ_y= -0.2	a	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	> 0.989
	b	2.3	2.3	2.3	2.3	2.2	2.2	
κ_x, κ_y= -0.1	a	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	> 0.989
	b	2.4	2.4	2.4	2.4	2.3	2.4	
κ_x, κ_y= 0.0	a	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	> 0.988
	b	2.5	2.5	2.5	2.5	2.3	2.5	
κ_x, κ_y= 0.1	a	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	> 0.988
	b	2.6	2.6	2.7	2.6	2.4	2.6	
κ_x, κ_y= 0.2	a	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	> 0.988
	b	2.7	2.7	2.7	2.6	2.5	2.7	
κ_x, κ_y= 0.3	a	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	> 0.989
	b	2.7	2.7	2.7	2.6	2.5	2.8	
κ_x, κ_y= 0.4	a	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	> 0.989
	b	2.6	2.8	2.7	2.6	2.5	2.8	
κ_x, κ_y= 0.5	a	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	> 0.990
	b	2.6	2.7	2.7	2.5	2.4	2.8	
κ_x, κ_y= -0.3, 0.1	a	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	> 0.987
	b	2.4	2.4	2.4	2.4	2.3	2.4	

Table 4. Estimated parameters and R^2 of simple power function for for positive ρ_{xy} versus $\rho(\hat{\tau}_{3x}, \hat{\tau}_{3y})$ for GEV+ distribution

		τ_{2x}, τ_{2y}= 0.1	τ_{2x}, τ_{2y}= 0.2	τ_{2x}, τ_{2y}= 0.3	τ_{2x}, τ_{2y}= 0.4	τ_{2x}, τ_{2y}= 0.5	τ_{2x}, τ_{2y}= 0.1, 0.5	R^2
κ_x, κ_y= -0.5	a	0.8	0.9	0.9	1.0	1.0	0.8	> 0.997
	b	1.7	1.9	1.8	2.1	2.1	1.7	
κ_x, κ_y= -0.4	a	0.8	0.9	0.9	0.9	1.0	0.8	> 0.997
	b	1.8	2.0	1.9	1.9	2.2	1.8	
κ_x, κ_y= -0.3	a	0.8	0.8	0.9	0.9	0.9	0.8	> 0.996
	b	2.0	1.9	2.2	2.2	2.0	1.9	
κ_x, κ_y= -0.2	a	0.8	0.8	0.8	0.8	0.9	0.8	> 0.995
	b	2.4	2.3	2.3	2.2	2.2	2.2	
κ_x, κ_y= -0.1	a	0.6	0.7	0.7	0.7	0.8	0.7	> 0.995
	b	2.1	2.5	2.5	2.0	2.1	2.2	
κ_x, κ_y= 0.0	a	0.5	0.5	0.5	0.7	0.7	0.6	> 0.989
	b	2.5	2.4	2.2	2.3	1.9	2.3	
κ_x, κ_y= 0.1	a	0.3	0.3	0.4	0.6	0.6	0.5	> 0.982
	b	2.5	2.4	2.0	2.1	1.7	2.2	
κ_x, κ_y= 0.2	a	0.1	0.2	0.4	0.5	0.6	0.4	> 0.911
	b	2.1	3.3	2.1	1.8	1.8	2.0	
κ_x, κ_y= 0.3	a	0.0	0.0	0.3	0.5	0.5	0.3	> 0.972
	b	*	*	1.4	1.8	1.4	1.4	
κ_x, κ_y= 0.4	a	0.0	0.0	0.3	0.4	0.5	0.3	> 0.946
	b	*	*	1.3	1.2	1.4	1.4	
κ_x, κ_y= 0.5	a	0.0	0.0	0.3	0.4	0.5	0.3	> 0.915
	b	*	*	1.1	1.2	1.4	1.3	
κ_x, κ_y= -0.3, 0.1	a	0.6	0.7	0.7	0.8	0.9	0.7	> 0.984
	b	2.5	2.8	2.4	2.3	2.3	2.8	

*When 0, fit is independent of b value, and is undefined.

한 것이다. 모든 모분포의 매개변수 조합에 대해 R^2는 0.987이상으로 매우 높아 추정된 매개변수들이 ρ_{xy}와 $\rho(\hat{\tau}_{2x}, \hat{\tau}_{2y})$ 의 관계를 잘 설명하고 있음을 알 수 있다. 매개변수 a는 모분포의 형상계수와 L-변동계수가 같은 경우 즉, $\kappa_x=\kappa_y$이거나 $\tau_{2x}=\tau_{2y}$일 때에는 모두 1이였으나 κ_z와 κ_y가 각각 -0.3과 0.1로 다를 때와 τ_{2x}와 τ_{2y}가 각각 0.1과 0.5로 다를 경우에는 1보다 작은 값을 보였다. 매개변수 a가 1보다 작다는 것은 ρ_{xy}가 1이 되더라고 $\rho(\hat{\tau}_{2x}, \hat{\tau}_{2y})$ 는 1이 되지 않는 것을 의미하므로 상대적으로 작은 $\rho(\hat{\tau}_{2x}, \hat{\tau}_{2y})$ 을 갖는 것으로 생각할 수 있다. 매개변수 b의 값은 $\kappa_x=\kappa_y$가 증가할수록 또는 $\tau_{2x}=\tau_{2y}$가 감소할수록 증가하는 현상을 보였는데 a값이 1인 경우에 b값이 증가하면 ρ_{xy}가 1일 때를 제외하고는 $\rho(\hat{\tau}_{2x}, \hat{\tau}_{2y})$ 가 작은 값을 갖게 된다.

Table 3은 모집단의 매개변수가 $0.1 \leq \tau_2 \leq 0.5$와 $-0.5 \leq \kappa \leq 0.5$일 때 GEV+ 분포에서의 ρ_{xy}와 $\rho(\hat{\tau}_{3x}, \hat{\tau}_{3y})$ 의 관계에 대한 Simple Power 함수의 매개변수 a, b와 결정계수 R^2를 정리한 것이다. 모든 모분포의 매개변수 조합에 대해 R^2는 0.988이상으로 매우 높아 추정된 매개변수들이 ρ_{xy}와 $\rho(\hat{\tau}_{3x}, \hat{\tau}_{3y})$ 의 관계를 잘 설명하고 있음을 알 수 있다. 매개변수 a는 Table 2와는 달리 모든 조합에 대해 1이어서 ρ_{xy}가 1일 때 $\rho(\hat{\tau}_{3x}, \hat{\tau}_{3y})$ 역시 1이 되는 특징을 보였다. 매개변수 b는 a가 1일 때 전반적으로 Table 2의 값보다 커 같은 ρ_{xy}에 대해 $\rho(\hat{\tau}_{3x}, \hat{\tau}_{3y})$ 가 $\rho(\hat{\tau}_{2x}, \hat{\tau}_{2y})$ 보다 작음을 알 수 있었으며, Table 2에서와 마찬가지로 $\kappa_x=\kappa_y$가 증가할수록 또는 $\tau_{2x}=\tau_{2y}$가 감소할수록 b값은 증가하였다.

Table 4는 모집단의 매개변수가 $0.1 \leq \tau_2 \leq 0.5$와 $-0.5 \leq \kappa \leq 0.5$일 때 GEV+ 분포에서의 ρ_{xy}와 $\rho(\hat{\tau}_{2x}, \hat{\tau}_{3y})$ 의 관계에 대한 Simple Power 함수의 매개변수 a, b와 결정계수 R^2를 정리한 것이다. 매개변수 a는 앞의 두 경우에서와 달리 0.0~1.0 사이에서 다양한 값들이 추정되었으며 특히 $\kappa_x=\kappa_y$가 증가할수록 또는 $\tau_{2x}=\tau_{2y}$가 감소할수록 감소하였다. 이는 $\kappa_x=\kappa_y$와 $\gamma_{2x}=\gamma_{2y}$가 증가함에 따라 또는 $\tau_{2x}=\tau_{2y}$가 감소함에 따라 $\rho(\hat{\tau}_{2x}, \hat{\tau}_{3y})$ 가 감소하는 현상이 뚜렷함을 나타내는 것이다. 일부 모분포 매개변수 조합($\kappa_x=\kappa_y$=0.3, 0.4, 0.5, $\tau_{2x}=\tau_{2y}$=0.1, 0.2)에서는 a값이 0이여서 b값과 R^2를 구할 수 없는 경우도 발생하였다. R^2는 매개변수 a값이 0~0.1 정도로 작은 경우를 제외하고는 0.982 이상으로 높았다.

5. 결 론

본 연구에서는 Monte Carlo 실험을 통해 GEV 분포를 따르는 서로 다른 두 지점의 유출량 또는 강우량 자료의 상관계수를 이용하여 L-변동계수와 L-왜도계수간의 교차상관계수를 추정할 수 있도록 관계식을 제시하였다. Monte Carlo 실험과정에서 비현실적이며 결과에 큰 영향을 미칠 수 있는 음수의 자료들은 제외한 GEV+ 분포를 사용하였다. 두

지점간 자료의 교차상관계수와 L-변동계수, L-왜도계수, L-변동계수와 L-왜도계수간의 교차상관계수의 관계식은 Simple Power 함수를 통해 제시되었다.

두지점간 자료의 교차상관과 L-변동계수의 교차상관계수의 경우 본 연구에서 고려한 모든 모분포의 형상계수와 L-변동계수의 조합에서 두 교차상관계수의 관계를 설명하는 Simple Power 함수의 R^2가 0.987이상으로 매우 높았다. 두 지점간의 L-변동계수의 교차상관계수는 모분포의 형상계수가 $-0.5 \leq \kappa \leq 0.5$ 사이에서 증가할수록 $0.1 \leq \tau_2 \leq 0.5$ 사이에서 감소할수록 감소하는 경향을 나타내었다. 두지점간 자료의 교차상관과 L-왜도계수의 교차상관계수의 경우도 모든 모분포의 형상계수와 L-변동계수의 조합에서 두 교차상관계수의 관계를 Simple Power 함수가 잘 설명하였으며 R^2가 0.988이상으로 높았다. 두 지점간의 L-왜도계수의 교차상관계수 역시 모분포의 형상계수가 $-0.5 \leq \kappa \leq 0.5$ 사이에서 증가할수록 $0.1 \leq \tau_2 \leq 0.5$ 사이에서 감소할수록 감소하는 경향을 나타내었다. 두지점간 자료의 교차상관계수와 L-변동계수와 L-왜도계수의 교차상관계수 경우 모분포의 형상계수가 증가할수록 L-변동계수와 L-왜도계수의 교차상관계수가 감소하는 경향이 뚜렷하였으며, 일부의 매개변수 조합에서는 L-변동계수와 L-왜도계수의 교차상관계수가 모든 두지점간 자료의 교차상관계수에 대해 0과 다르지 않음을 확인할 수 있었다. 그러나 대부분의 GEV 모분포의 매개변수 조합에서는 R^2가 0.982 이상으로 Simple Power 함수에 의해 두 교차상관계수의 관계가 잘 모사되었다. 또한 두지점간의 상관관계가 1일 때에는 (즉 동일한 지점에서는) L-왜도계수와 L-변동계수의 교차상관계수가 1보다 작게 되는 물리적인 현상을 잘 설명하였다.

GLS 기법은 지점들간의 상관관계와 이분산성을 고려할 수 있는 지역화 매개변수기법으로 미계측 유역이 많고 자료의 길이가 짧은 국내의 수문 자료 현황이나, 산악지형으로 이루어졌으며 3면이 바다에 인접하여 지역적 이질성이 큰 국내의 지형적 여건에 활용하기 적합한 방법이다. GLS 기법을 이용하여 GEV 분포의 매개변수를 지역화 하기 위해서는 서로 다른 두 지점의 관측 자료로부터 추정된 GEV 분포의 매개변수 사이의 교차상관관계가 필요하며, 본 연구에서 제시한 결과를 이용하여 GLS 기법에 필요한 오차공분산행렬을 추정할 수 있다. 따라서 본 연구에서 제시한 L-모멘트 추정값들 간의 교차상관관계는 향후 GLS 기법을 이용하여 GEV 분포의 매개변수를 지역화기법으로 추정하기 위한 중요한 기초자료로 활용성이 클 것으로 기대한다.

참고문헌

건설교통부, 산업기지개발공사(1973) **낙동강 하구지역 및 지류 유역 조사 보고서**.

김경덕, 서규우, 허준행, 조원철(1996a) 한강 인도교지점에서의 홍수빈도해석(II)-확률홍수량 산정, **대한토목학회논문집**, 대한토목학회, 제16권, 제II-1호, pp. 23-31.

김경덕, 허준행(2007) 모의실험을 통한 지수홍수법의 수행능력 해석 연구, **대한토목학회논문집**, 대한토목학회, 제27권, 제1B권, pp. 9-20.

김경덕, 허준행, 조원철(1996b) 연최대 강우자료의 적정 확률분포형 선정에 관한 연구, **대한토목학회논문집**, 대한토목학회, 제16권, 제II-4호, pp. 335-334.

김남원, 원유승(2004) 우리나라의 빈도홍수량의 추정, **한국수자원학회논문집**, 한국수자원학회, 제37권 제12호, pp. 1019-1032.

남우성, 김태순, 신주영, 허준행(2008) 다변량 분석 기법을 활용한 강우 지역빈도해석, **한국수자원학회논문집**, 한국수자원학회, 제41권, 제5호, pp. 517-525.

맹승진, 이현규(2006) GEV 분포에 의한 강우자료의 지역빈도분석, **2006 한국콘텐츠학회 추계종합학술대회**, 한국콘텐츠학회, pp. 403-407.

문영일, 정민수, 최병규, 유승연(2006) 지역가중다항식을 이용한 빈도해석에 관한 연구, **2006 한국수자원학회 학술발표회논문집**, 한국수자원학회, pp. 804-808.

성장현, 정대일, 김영오(2008) 홍수빈도해석 지침서 제정을 위한 연구, **2007 대한토목학회 정기학술대회**, 대한토목학회, CD.

윤용남, 박무종(1997) L-Moment 법을 이용한 얼 강우량 자료의 지역가뭄빈도해석, **한국수자원학회논문집**, 한국수자원학회, 제30권 제1호, pp. 55-62.

이길성, 진락선(2004) L, LH, LQ-모멘트의 비교와 GEV 분포의 매개변수 추정, **2004 한국수자원학회 학술발표회논문집**, **한국수자원학회**, pp. 1137-1141.

이동진, 허준행(2001) L-모멘트법을 이용한 한강유역 일강우량자료의 지역빈도해석, **한국수자원학회논문집**, 한국수자원학회, 제34권 제2호, pp. 119-130.

이동진, 허준행(2002) GEV 분포형을 이용한 홍수빈도해석에서의 불확실성 해석, **2002 한국수자원학회 학술발표회논문집**(II), 한국수자원학회, pp. 1322-1327.

이순혁, 맹승진, 류경식(2004) 3변수 확률분포에 의한 설계강우량 추정, **2004 한국수자원학회 학술발표회논문집**, 한국수자원학회, pp. 595-598.

정대일, Stedinger, J.R., 김영오, 성장현(2007) 국내 지역 홍수빈도해석을 위한 기법 제안: Bayesian-GLS 회귀, **2007 한국수자원학회 학술발표회논문초록집**, 한국수자원학회, pp. 241-245.

한만신, 최계운, 정연중, 안경수(2006) 최대강우 패턴 변화를 고려한 인천지방 확률강우강도식의 제안, **한국수자원학회논문집**, 한국수자원학회, 제39권, 제6호, pp. 521-531.

Griffis, V.W. (2006) *Flood frequency analysis: Bulletin 17, regional information, and climate change*, Doctoral thesis, Department of Civil and Environmental Engineering, Cornell University, Ithaca, N.Y. USA.

Hosking, J.R.M. and Wallis, J.R. (1993) *Regional frequency analysis: An approach based on L-moments*, Cambridge University Press, Cambridge, UK.

Hosking, J.R.M., Wallis, J.R., and Wood, E.F. (1985) Estimation of the generalized extreme-value distribution by the method of probability weighted moments, *Technometrics*, Vol. 27, No. 3, pp. 251-261.

Jenkinson, A.F. (1955) The frequency distribution of annual maximum (or minimum) values of Meteorological elements, *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, Vol. 81, pp. 158-171.

Karim, M.A. and Chowdhury, J.U. (1995) A comparison of four distributions used in flood frequency analysis in Bangladesh, *Hydrological Science Journal*, Vol. 40, No. 1, pp. 55-66.

Kjeldsen, T.R. and Jones, D.A (2006) Prediction uncertainty in a median-based index flood method using L moments, *Water Resources Research*, Vol.42, doi:10.1029/2005WR004069.

Martins, E.S. and Stedinger, J.R. (2002) Cross correlations among estimators of shape, *Water Resources Research*, Vol. 38, No. 11, 1252, doi:10.1029/2002WR001589.

Natural Environmental Research Council (1975). *Flood studies report*, Vol. 1-5, NERC, London, UK.

Madsen, H. and Rosbjerg, D. (1997) The partial duration series method in regional index-flood modeling, *Water Resources Research*, Vol. 33, No. 4, pp. 737-746.

Pearson, C.P. (1991) New zealand regional flood frequency analy-

sis using L-moments, *Journal of Hydrology-New Zealand*, Val. 30, No. 2. pp. 53-64.
Stedinger, J.R. and Tasker, G.D. (1986) Regional hydrologic analysis, 2 model-error estimation, estimation of sigma and Log-pearson type III distribution, *Water Resources Research*, Vol. 22, No. 10, pp. 1487-1499.
Stedinger, J.R., Vogel, R.M., and Foufoula-Georgiou, E. (1993) Frequency Analysis of Extreme Events, Chapter 18, *Handbook of Hydrology*, Maidment D.(ed.), McGraw-Hill, Inc., N.Y. USA.
Vogel, R.M. and Wilson J.I. (1996) Probability distribution of annual maximum, mean, and minimum streamflows in the United States, *Journal of Hydrologic Engineering*, Vol. 1, No. 2, pp. 69-76.

(접수일: 2009.2.4/심사일: 2009.3.13/심사완료일: 2009.4.24)