

## $k-\varepsilon$ 모형을 이용한 불연속 유입 밀도류의 수치모의

### Numerical Simulations of Discontinuous Density Currents using $k-\varepsilon$ Model

이혜은\* · 최성욱\*\*

Lee, Hea Eun · Choi, Sung-Uk

#### Abstract

This study presents a numerical model to simulate density currents developing two dimensionally. The  $k-\varepsilon$  model is used for the turbulence closure. Elliptic flow equations are solved by the finite volume method. In order to investigate the applicability of the numerical model, discontinuous density currents are simulated numerically. The vortices due to the instability at the interface are simulated, showing a good agreement with the experimental visualizations in the literature. It is also investigated that the transition from slumping phase to inertial phase occurs when a bore generated at the end wall overtakes the front. However, the propagation of the density current is retarded compared with the experimental results. Two-dimensional modeling seems to have an effect on underestimating the front velocity of the density current.

**Keywords** : discontinuous density current,  $k-\varepsilon$  model, instability, vortex, propagation, bore

#### 요 지

본 연구에서는 2-방정식 난류모형인  $k-\varepsilon$  모형을 이용하여 2차원적으로 발달하는 하층 밀도류를 모의하기 위한 수치모형을 제시하였다. 타원형 편미분 방정식으로 흐름에 대한 지배방정식을 구성하였으며, 수치기법으로는 유한체적법을 사용하였다. 연구를 통해 개발된 수치모형을 기존의 실험결과와 비교하여 적용성을 검토하였다. 불연속 유입조건 밀도류의 시간별 진행에서 흐름의 불안정에 의한渦의 발생을 확인하였으며, 진행중인 불연속 유입 밀도류의 진행단계 변화와 선단부 속도의 관계를 살펴보았다. 또한, 무거운 유체 위로 이동하던 주변수체가 벽면을 접하면서 발생된 단파가 밀도류의 진행에 미치는 영향을 수직구조를 통해 살펴보았다. 한편, 개발된 모형을 이용한 수치모의에서 선단부의 진행 속도가 실험보다 느리게 모의되었다. 이는 3차원 현상인 난류의 불안정성을 모의하는 2차원 모형의 한계인 것으로 판단된다.

**핵심용어** : 불연속 유입 밀도류,  $k-\varepsilon$  모형, 흐름 불안정,渦, 선단부 진행 속도, 단파

#### 1. 서 론

밀도류란 유체의 밀도차에 의해 발생하는 흐름현상이다. 유체내의 밀도차는 온도, 용질의 농도, 부유사 등에 의해 발생하며, 이러한 밀도차에 의한 부력이 유체의 흐름을 일으킨다. 밀도류는 유입유체의 밀도가 주변수체와 비교하여 크고 작음에 따라 상층 밀도류(overflow), 층간 밀도류(interflow), 하층 밀도류(underflow)로 나눌 수 있다. 그 중 하층밀도류는 주변수체보다 밀도가 커 바닥을 따라 흐르는 밀도류이다. 대기 중의 따뜻한 기류 아래를 흐르는 찬 기류, 하구에서의 염수 유입, 하천 및 해저에서의 부유사 밀도류(turbidity current) 등이 이에 속한다. 이처럼 하층 밀도류는 자연 현상에서 쉽게 관찰할 수 있는 흐름이며, 부유사의 저수지 퇴적, 해저 대륙붕 형성, 오염물질의 해양방류 등에서 공학적·환경적 관심을 끄는 대상이기도 하다. 한편, 밀도류는 유입 조건에 따라 연속 유입 밀도류(continuous density current)와

불연속 유입 밀도류(discontinuous density current)로 나눌 수 있다. 연속 유입 밀도류는 유입부에서 지속적으로 밀도류가 공급되는 흐름을 의미하며, 불연속 유입 밀도류는 일시적으로 한정된 부피의 유체에 의해 발생하는 흐름이다. 본 연구에서는 수치모의를 통하여 불연속 유입 밀도류의 흐름특성을 살펴보았다.

밀도류와 주변수체의 경계부에서는 유속차이로 인해 자유전단층(free shear layer)이 형성되며, 이는 Kelvin-Helmholtz 불안정을 발생시키는 원인이 된다. Kelvin-Helmholtz 불안정은渦를 발생시키고, 이는 주변수체의 연행에 영향을 미친다. 이러한 층간의 상호작용은 매우 불안정하고 복잡한 흐름현상을 야기시킨다. 현장에서 실제 스케일의 밀도류를 관측하는 것도 어려운 일이기 때문에 Chikita(1989) 등의 연구를 제외하고는 그 사례가 흔하지 않으므로, 기존연구의 대부분은 실험을 통해 이루어져왔다. Huppert와 Simpson(1980)은 경사가 없는 수로에서 분리되어 있던 밀도가 다른 두 유체가 혼합되

\*한국건설기술연구원 하천·해양환경연구실 연구원 · 전 연세대학교 대학원 토목공학과 (E-mail : nunari@kict.re.kr)

\*\*정회원 · 교신저자 · 연세대학교 토목환경공학과 교수 (E-mail : schoi@yonsei.ac.kr)

는 실험을 수행하였다. 두 유체의 혼합이 시작된 후 시간의 경과에 따른 밀도류의 진행을 2차원적으로 관찰하였으며, 선단부의 진행 위치를 살펴보았다. 이를 통해 밀도류의 진행을 slumping phase, inertial phase, viscous phase의 세 단계로 구분하였다. Rottman과 Simpson(1983)은 불연속 유입 밀도류의 선단부 진행 속도와 벽면으로부터의 교란이 전파되는 속도로부터 slumping phase에서 inertial phase로의 흐름단계의 변화를 관찰하였다. 실험을 통한 연구로 밀도류 선단부의 진행거리, 밀도류와 주변수체의 경계면 형상을 살펴볼 수는 있으나, 밀도류의 시간에 따른 미시적인 흐름 특성을 살펴보는 데에는 한계가 있다. 이를 극복하기 위해 수치모형을 이용한 연구가 필요하다.

기존의 수치모의는 적분모형을 이용한 연구(Ellison과 Turner, 1959; Alavian, 1986; Parker 등, 1987; Garcia, 1993; Choi와 Garcia, 1995)와 수치모형을 이용한 연구(Stacey와 Bowen, 1988; Eidsvik과 Brors, 1989; Brors와 Eidsvik, 1992; Choi와 Garcia, 2002; Huang 등, 2005)가 있다. 일반적으로 적분모형은 밀도류 거동에 대한 거시적인 특성만을 살펴볼 수 있는 단점이 있으며, 본 연구와 같은 수치모형은 밀도류 진행에 따른 미시적인 난류구조 및渦 구조 등을 자세히 살펴볼 수 있다. Hartel 등(2000)은 경사가 없는 수로에서 밀도가 다른 두 유체가 혼합되는 과정의 흐름구조를 2차원과 3차원 직접수치모의(DNS: Direct Numerical Simulation)를 통하여 살펴보았다. 특히, Hartel 등(2000)의 수치모의에서는 선단부에서 흐름의 정체점이 발생하는 위치가 기존의 연구(Simpson, 1997)에서 알려진 바와 달리 바닥에 인접하게 나타났고, 이 때문에 선단부의 nose 부근에서 무거운 유체 아래에 가벼운 유체가 위치하더라도 가벼운 유체가 무거운 유체와의 경계면을 따라 위로 이동한다고 하였다. Cantero 등(2003)은 유한요소법을 이용해 사면을 따라 흐르는 불연속 유입 조건의 보존성 밀도류에 대한 수치모의를 수행하였다. 밀도류의 시간에 따른 진행 형상을 살펴보았으며, 2차원 모의와 3차원 모의의 비교를 통해 시간에 따른 밀도류 선단부 진행위치를 실험과 비교하여 3차원 모의가 2차원 모의에 비해 실험과 잘 일치함을 확인하였다. Patterson 등(2005)은 큰渦 수치모의(LES: Large Eddy Simulation)를 이용하여 직선수로와 방사형 수로에서의 밀도류 진행을 수치모의 하였다.渦의 발생은 모의할 수 있었으나, 밀도류의 진행 형상은渦의 발생 위치가 실험과 일치하지 않았다. 밀도류의 진행 과정에 대한 Cantero 등(2003)의 연구는 밀도류 흐름의 정량적인 특성만을 기존 실험과 비교하였으며, Hartel 등(2000)과 Patterson 등(2005)의 연구는 밀도류 선단부의 구조나 진행 형상에 대한 비교에 그쳤다.

밀도류의 수치모의에 가장 정확한 방법은 Navier-Stokes 방정식을 직접 해석하는 DNS이지만, 이는 방대한 계산시간과 기억용량을 요구한다. 현재 시점에서 DNS는 작은 레이놀즈수, 이상화된 흐름 조건에 대해서만 적용이 가능하다. 따라서, 많은 공학 문제의 해결을 위하여 시간적분된 Navier-Stokes 방정식을 난류모형을 이용하여 해석하는 RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes Equations) 기법을 사용한다. 개발된 다양한 난류모형 중에서 2-방정식 모형에 해당

하는  $k-\epsilon$  모형은 그 적용 범위가 넓어 현재 많이 사용되고 있고, 밀도류의 해석에도 많은 적용 사례를 찾아볼 수 있다. 그럼에도 불구하고 지금까지  $k-\epsilon$  모형을 이용한 밀도류의 수치모의는 완전히 발달한 밀도류의 수직구조에 대한 연구가 대부분이었으며,  $k-\epsilon$  모형으로는 밀도류 진행시 발생하는 Kelvin-Helmholtz 불안정을 모의할 수 없는 것으로 알려져 있었다. 하지만, 최근의 연구 결과인 Eghbalzadeh 등(2009)에 의하면, 격자를 조밀하게 구성할 경우  $k-\epsilon$  모형으로도 불연속 유입 밀도류에서 발생하는 Kelvin-Helmholtz 불안정을 모의할 수 있는 것으로 보고되고 있다. 이는 기존의 연구동향에 대치되는 것으로 본 연구의 동기를 제공하였다.

본 연구에서는  $k-\epsilon$  모형을 이용하여 불연속 유입조건의 2차원 하층 밀도류를 수치모의 하였다. 타원형 편미분 방정식으로 흐름에 대한 지배방정식을 구성하여 상·하류 경계조건에 의한 평형이 이루어지도록 하였다. 수평·수직 방향으로 각각 간격이 균일한 균일격자를 사용하였고, 수치모의의 결과를 실험 및 기존의 연구 결과와 비교하여 적용 가능성을 확인하였다. 그리고 수치모형의 적용을 통해 불연속 유입 밀도류의 발달에 따른 흐름특성을 알아보았다.

## 2. 지배방정식 및 난류모형

자연에서 발생하는 대부분의 밀도류는 가벼운 유체와 무거운 유체간의 밀도차가 크지 않아 흐름의 지배방정식에서 부력(buoyancy)항을 제외한 나머지 항에 대한 밀도차의 영향이 매우 작다. 이에 따라 밀도류의 해석에 이용하는 보존방정식과 운동량방정식에 Boussinesq 가정을 적용하고 시간평균하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial(\overline{\rho u_j})}{\partial x_j} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\overline{\rho u_i})}{\partial t} + \frac{\partial(\overline{\rho u_i u_j})}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \mu \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \overline{\rho u_i' u_j'} \right) + \rho \bar{g}_i \quad (2)$$

$$\frac{\partial(\overline{\rho \delta})}{\partial t} + \frac{\partial(\overline{\rho u_j \delta})}{\partial x_j} = -\frac{\partial(\overline{\rho u_j' \delta})}{\partial x_j} \quad (3)$$

여기서  $\rho$ 는 주변수체의 밀도,  $\bar{u}$ 는 유속의 시간평균성분,  $\bar{\delta}$ 는 주변수체에 대한 밀도류 상대밀도의 시간평균성분,  $t$ 는 시간,  $\bar{p}$ 는 압력의 시간평균성분,  $\mu$ 는 점성계수,  $g$ 는 중력 가속도이다. 또한,  $-\overline{\rho u_i' u_j'}$ 와  $-\overline{\rho u_j' \delta}$ 은 레이놀즈 응력과 레이놀즈 플럭스로 각각 난류점성개념과 난류확산개념을 적용하여 표현하면 다음과 같다.

$$-\overline{\rho u_i' u_j'} = \mu_t \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \quad (4)$$

$$-\overline{\rho u_j' \delta} = \frac{\mu_t}{\sigma_d} \left( \frac{\partial \bar{\delta}}{\partial x_j} \right) \quad (5)$$

여기서  $\delta_{ij}$ 는 Kronecker delta,  $\mu_t (= C_\mu \rho k^2 / \epsilon)$ 는 난류점성계수,  $k$ 는 난류운동에너지,  $C_\mu$ 는  $k-\epsilon$  난류모형상수,  $\sigma_d$ 는 Schmidt 수이다.  $k-\epsilon$  모형에서 밀도류의 해석에 이용하는 난류운동에너지 방정식과 난류운동에너지 소산률 방정식은 각각 다음과 같다.

$$\frac{\partial(\overline{\rho k})}{\partial t} + \frac{\partial(\overline{\rho u_j k})}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_{ij} - \rho \epsilon + G_b \quad (6)$$

$$\frac{\partial(\rho\varepsilon)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho\bar{u}_j\varepsilon)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} (G_{ij} + C_{\varepsilon 3} G_b) - C_{\varepsilon 2} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (7)$$

여기서  $\varepsilon$  은 난류운동에너지 소산률이며, 전단응력에 의한 생성항  $G_{ij}$ 와 부력에 의한 생성항  $G_b$ 는 각각 다음과 같다. 그리고 모의에 사용한 난류모형상수는 표 1과 같다(Launder와 Spalding, 1974).

$$G_{ij} = -\rho \overline{u_i' u_j'} \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \quad (8)$$

$$G_b = -\rho g_i \frac{v_i \partial \bar{\delta}}{\sigma_d \partial x_i} \quad (9)$$

본 연구에서 사용한  $k-\varepsilon$  모형은 공학 분야 다양한 흐름에서 가장 널리 사용되고 있는 난류모형이다. 그러나 레이놀즈 수가 작거나 비등방성이 강한 경우에는 적용이 제한된다는 단점이 있다. 개수로 흐름에서 유속의 변화가 가장 급격하게 일어나는 위치는 바닥 부근이므로 수치모의를 위해 격자를 구성하면 바닥 경계 근처의 격자 크기는 매우 조밀해져야 한다. 이는 전체 계산 영역 중에 아주 작은 부분을 차지하므로 벽면 근처에 많은 격자점을 배치하는 것은 비효율적이다. 또한, 점성 효과가 지배적인 벽면에서는 국부적으로 레이놀즈 수가 작기 때문에 큰 레이놀즈 수에서 유도된  $k-\varepsilon$  모형은 잘 맞지 않는다. 이러한 이유 때문에  $k-\varepsilon$  모형의 수치계산에서는 일반성을 갖는 경험공식인 벽 법칙(law of wall)을 사용한다.

### 3. 수치모형

본 연구에서 지배방정식의 해석을 위한 수치기법으로 유한 체적법(FVM: Finite Volume Method)을 사용하였다. 2차원 수치모의를 위해 엇갈린 격자 체계를 사용하였는데, 이는 경계처리가 용이하고 임의의 제어체적을 지나는 질량흐름을 구하는 데에 관련 속도성분의 보간이 필요하지 않다는 장점이 있다. 한편, 차분된 식의 각 항에는 Patankar(1980)의 Power-Law 기법을 적용하여 수렴조건을 만족하는 차분식을 구성하였다. Power-Law 기법은 Hybrid 기법의 단점을 보완하여 개발된 기법으로 Hybrid 기법 보다 더 정확한 것으로 알려져 있다(Patankar, 1980; Versteeg와 Malalasekera, 2007). 차분식은 Patankar(1980)가 제시한 SIMPLER(SIMPLE Revised) 알고리즘을 통해 반복계산 하였다. 이때, 시간에 따른 밀도류의 진행을 살펴보기 위해 계산 시간 간격  $\Delta t$ 를 두고 매 진행시간마다 전체 계산영역의 종속변수를 수렴시키는 과정을 거쳤다.

### 4. 모형의 적용

본 연구에서 개발된 수치모형으로 Huppert와 Simpson(1980)의 실험을 수치모의하여 불연속 유입 밀도류의 흐름특성을 살펴보았다. Huppert와 Simpson(1980)은 경사가 없는 수로에서 그림 1과 같이 분리되어 있던 두 유체가 밀도차에 의해 혼합되기 시작하면서 발생하는 흐름을 관찰하였다. 여

표 1.  $k-\varepsilon$  난류모형의 모형 상수 (Launder와 Spalding, 1974)

$C_\mu$	$C_{\varepsilon 1}$	$C_{\varepsilon 2}$	$C_{\varepsilon 3}$	$\sigma_d$	$\sigma_k$	$\sigma_\varepsilon$
0.09	1.44	1.92	0.3	0.85	1.0	1.3

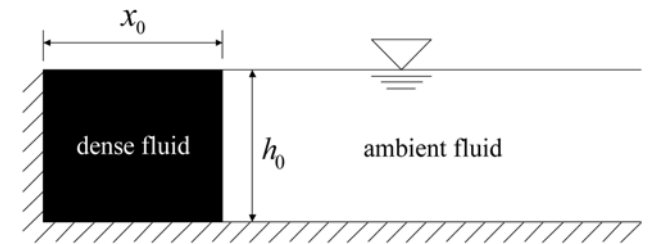


그림 1. Huppert와 Simpson (1980)의 실험 개략도

표 2. Huppert와 Simpson (1980)의 실험조건

Experiment	$L(m)$	$x_0(m)$	$h_0(m)$	$\Delta\theta$
Case 1	1.2	0.30	0.100	0.0114
Case 2	8	0.39	0.149	0.0093

기서 가벼운 유체는 용질이 포함되지 않은 물, 무거운 유체는 염수이다.  $x_0$ 와  $h_0$ 는 각각 무거운 유체가 담겨있던 수로의 길이와 높이를 의미한다.

Huppert와 Simpson(1980)의 실험조건을 표 2에 나타내었다.  $L$ 은 수로의 길이이며,  $\Delta\theta$ 는 유입유체의 주변수체에 대한 상대밀도이다. CASE 1의 모의에서는 본 연구의 수치모형이 두 유체 층 사이의 불안정에 의한渦를 모의할 수 있는지 보기 위해  $\Delta x=0.0034$  m,  $\Delta z=0.0013$  m(350×75)의 조밀한 격자를 구성하였다. 또한,  $\Delta t=0.004$  s로 설정하였다. CASE 2의 모의에서는 시간에 따른 밀도류 선단부 위치와 벽으로부터의 교란 전파를 살펴보기 위해  $\Delta x=0.016$  m,  $\Delta z=0.0037$  m(500×40)의 격자를 구성하였으며,  $\Delta t=0.025$  s로 설정하였다. 이때, 격자는  $x$ 방향과  $z$ 방향 모두 균일한 간격으로 배치하였다.

본 연구에서 바닥과 왼쪽 벽의 경계는 모두 2층 벽법칙을 적용하였다. 2층 벽법칙은 벽으로부터의 무차원 거리  $z^+$ 와 벽과 평행한 방향의 무차원 유속  $u^+$ 의 관계를 경험식으로 나타낸 것으로 다음과 같다.

$$u^+ = z^+ \quad \text{for } 0 < z^+ < 11.63 \quad (10a)$$

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \log(Ez^+) \quad \text{for } 11.63 < z^+ \quad (10b)$$

여기서 무차원 거리  $z^+$ 는  $z u_* / \nu$ 이고, 무차원 유속  $u^+$ 는  $u/u_*$ , 마찰속도  $u_*$ 는  $C_\mu^{1/4} k^{1/2}$ 이다. 그리고  $\kappa$ 는 von Karman 상수로서 0.41이다. 경계면의 조도를 나타내는 매개변수  $E$ 는 개수로에서 매끄러운 벽면의 경우 9.0을 사용한다. 난류운동에너지와 난류운동에너지 소산률, 상대밀도에 대한 바닥 경계조건은 다음과 같이 적용하였다.

$$k = \frac{u_*^2}{\sqrt{C_\mu}} \quad (11)$$

$$\varepsilon = \frac{u_*^3}{\kappa z_0} \quad (12)$$

$$\frac{\partial \delta}{\partial z} = 0 \quad (13)$$

자유수면과 하류단의 경계조건은 대칭조건이며 각각

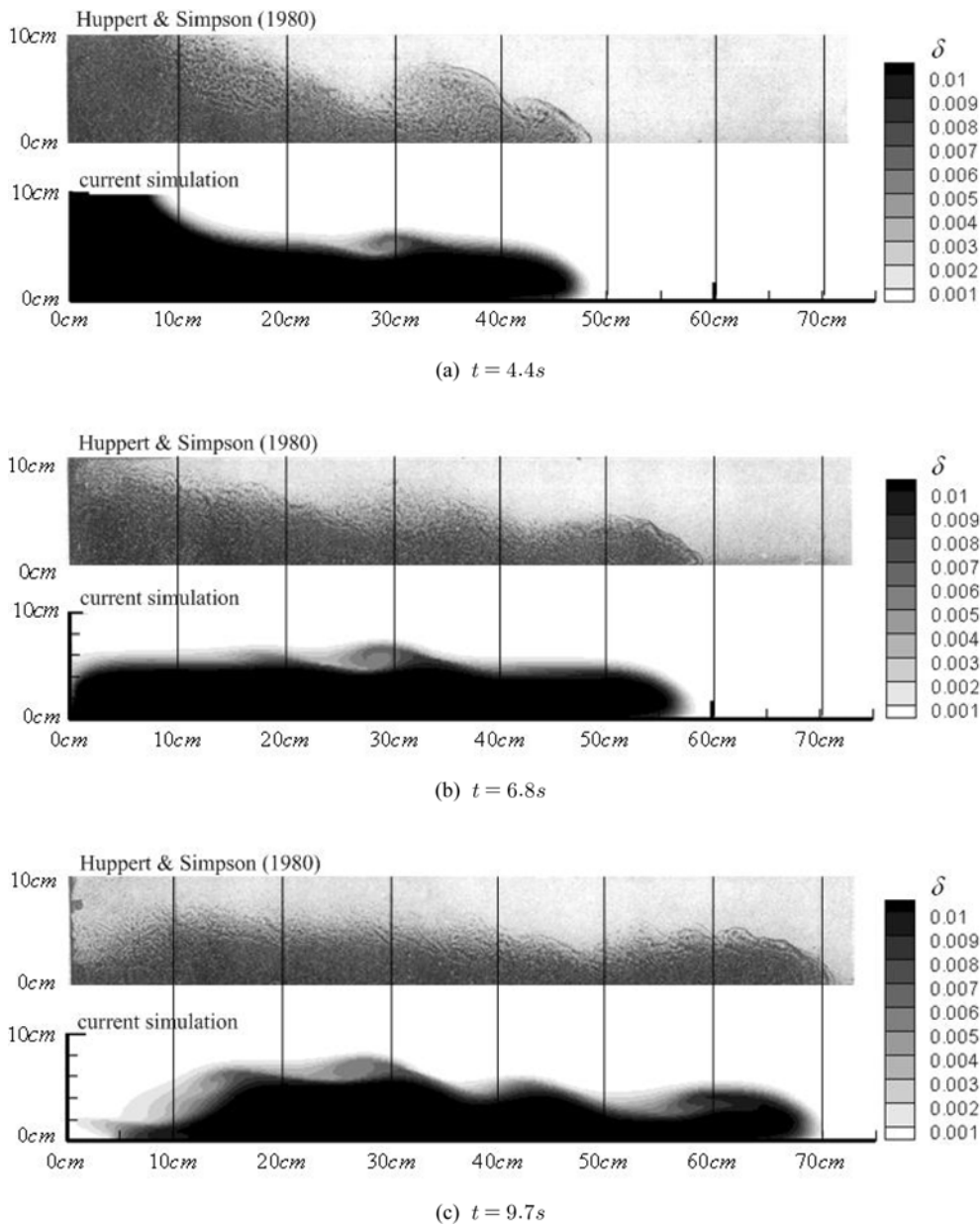


그림 2. 불연속 유입 밀도류의 시간에 따른 진행

$\partial/\partial z = 0$  과  $\partial/\partial x = 0$  의 형태이다.

그림 2는 CASE 1에 해당하는 불연속 유입 밀도류의 시간에 따른 진행을 실험과 비교한 것이다. 그림에서 밀도류의 진행을 상대밀도를 통해 나타내었는데, 각 시간대 별로 위의 그림은 Huppert와 Simpson(1980)의 실험결과이고 아래 그림은 모의 결과이다. 가로축은 흐름 진행방향으로의 거리를 나타내며, 세로축은 바닥으로부터의 높이이다. Huppert와 Simpson(1980)의 분류에 따르면 그림 2의 흐름 상태는 주변수체에 의해 밀도류의 진행이 지연되는 slumping phase에 해당한다. 시간  $t=4.4$  s에는 아직 상층부의 주변수체가 왼쪽 경계까지 이르지 못했고, 유입되는 밀도류의 진행 방향 높이가 확실히 드러난다. 시간  $t=6.8$  s와  $t=9.7$  s에는 유입된 밀도류가 진행 방향으로 혼합되면서 점차 일정한 높이를 형성해 가고 있다. 수치모형이 실험 사진에서 관찰되는 밀도류와 주변수체 사이의 경계면을 유사하게 모의하며, 주변수체와의 전단에 의해 형성되는渦도 모의함을 확인 할 수 있다. 그러나 시간  $t=9.7$  s의 0 cm~10 cm 구간과 밀도류 선단부가 진행한 거리로부터 수치모형이 실험에 비해 주변수체와

의 혼합을 적게 모의하고 있음을 알 수 있다.

그림 3은 불연속 유입 밀도류의 시간에 따른渦度(vorticity)를 나타낸 것으로, 실선은 반시계방향, 점선은 시계방향의 와도를 의미한다. 가로축은 흐름 진행방향으로의 거리를 나타내며, 세로축은 바닥으로부터의 높이이다. 모든 시간대에서 공통적으로 바닥의 영향에 의해 발생하는 시계방향의渦와, 주변수체와의 상대적인 움직임에 의한 반시계방향의渦를 확인할 수 있다. 밀도류가 진행하면서 시계방향과 반시계방향의渦가 반복적으로 나타나면서 주변수체와 혼합되며, 그림 2에서 살펴본 바와 같은 밀도류와 주변수체의 경계면을 형성하고 있다. 또한, 시간이 경과할수록 두 유체의 경계부 뿐만 아니라 바닥 근처에서도 서로 반대방향의 와가 번갈아 발생함을 알 수 있다. 그림 2에서 상층 경계면의渦가 형성되는 위치마다 그림 3에서 바닥에 반시계방향의渦가 형성되고 있으므로, 상층 경계면에 발생한渦가 바닥의 흐름에도 영향을 미치고 있는 것으로 판단된다. 한편, Hartel 등(2000)은 DNS를 이용하여 Lock-Exchange 흐름 형태의 밀도류를 모의하였는데, 바닥면에 非滑 조건

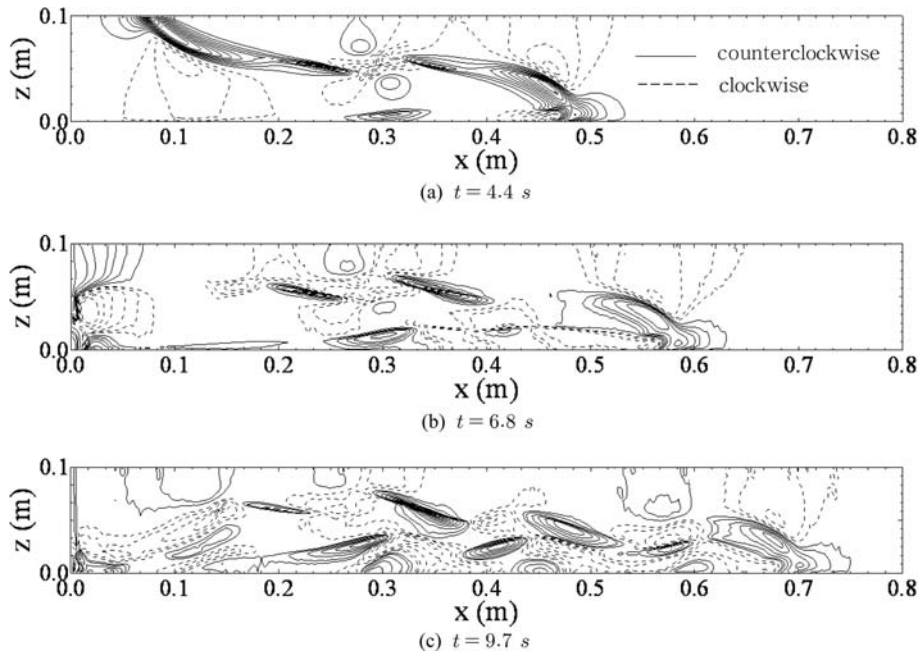


그림 3. 불연속 유입 밀도류의 시간에 따른 渦度 분포

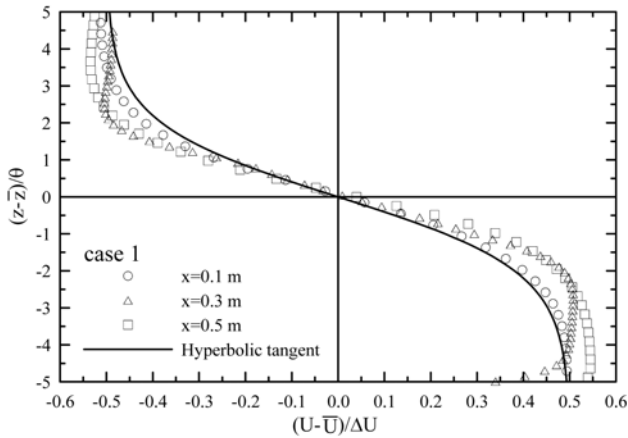


그림 4. 밀도류와 혼합층의 유속 분포 ( $t = 6.8$  s)

(no-slip condition)을 부여한 경우 상층 경계면에 음의渦만 주기적으로 나타나며 이는 수면과 바닥면의 양의渦와 평형을 이루는 것을 보였다.

그림 4는 CASE 1의 수직방향 유속 분포를 혼합층 (mixing layer)에서의 일반적인 유속 분포인 hyperbolic tangent 함수의 형태로 도시한 것이다. 그림에서 가로축의 무차원화에 사용된  $\Delta U$ 는 가벼운 유체의 유속( $U_2$ )과 무거운 유체의 유속( $U_1$ )의 차이이며,  $\bar{U}$ 는 각 유속( $U_1$ 과  $U_2$ )의 산술평균이다. 세로축의 무차원화에 사용된  $\bar{z}$ 는 혼합층의 평균 높이이며,  $\theta$ 는 혼합층의 운동량 두께이다(Ghisalberti와 Nepf, 2002). 기호는 그림 2(b)에 제시된 수치모의 결과이며, 실선은 hyperbolic tangent의 형태로 나타나는 혼합층의 유속 분포이다. 수치모의 결과를 살펴보면 시간  $t = 6.8$  s에 0.1, 0.3, 0.5 m지점 모두에서 hyperbolic tangent 함수의 유속 분포를 보이고 있는 것을 확인할 수 있으며, 이는 일반적으로 밀도류의 몸체부분이 혼합층 흐름과 유사한 것을 나타낸다.

그림 5는 CASE 2 조건하에 모의된 밀도류의 전파를 시간대 별로 도시한 것이다. 그림 5(b)에서 볼 수 있듯이, 밀

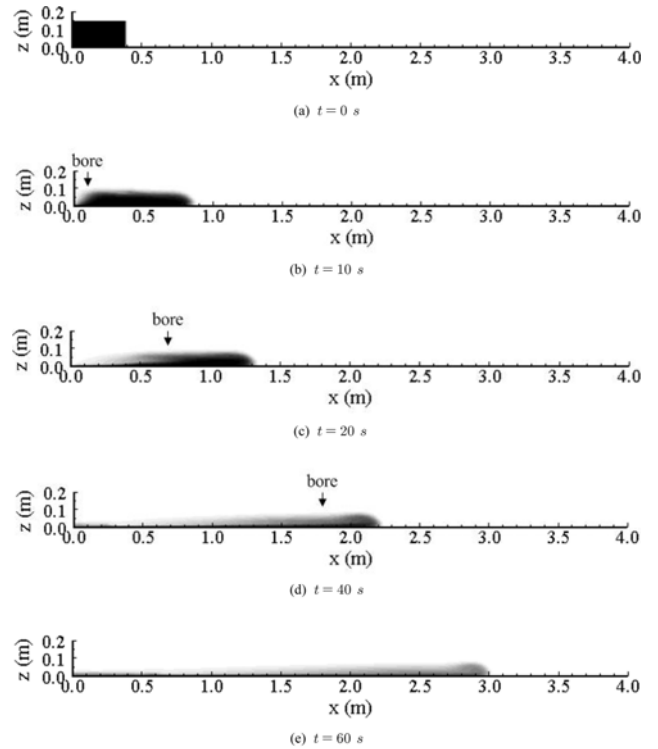


그림 5. Slumping phase에서의 밀도류 진행

도가 다른 두 유체가 혼합되면서 가벼운 유체가 좌측 벽에 이르면 hydraulic drop이 발생한다(Rottman과 Simpson, 1983). 이 段波(bore)는 벽으로부터 점차 밀도류의 진행방향으로 전파되며, 결국은 무거운 유체의 선단부를 따라잡게 된다. 이때, 선단부와 단파가 만나기 전까지 선단부의 진행 속도와 단파의 전파 속도는 모두 일정하게 유지되며, 그 후 밀도류의 진행 속도는 늦춰진다. Rottman과 Simpson(1983)은 실험을 통해 이러한 현상들을 관찰하였으며, 이것이 slumping phase에서 inertial phase로의 변화라고 하였다. 그림 5의 가로축은 밀도류 진행방향으로의 거리를 나타내며, 세로축은 바닥으로부터의 높이이다. 그림 5(a)-(c)를 통해 밀도류 유입

후 초기에 벽면( $x=0$ 인 지점)에서 발생하는 단파를 확인할 수 있으며, 시간이 경과함에 따라 이 단파는 선단부보다 빠른 속도로 진행하여 그림 5(e)에서는 선단부와 단파의 구분이 모호해지며 하나가 되어 이동함을 알 수 있다. 한편, 그림 2(c)에서 역시 벽면에 의한 단파를 확인할 수 있다.

그림 6은 선단부의 위치와 무차원으로 표현된 단파 진행 거리를 도시한 것이다. 그림에 CASE 2 조건하에 모의된 계산결과와 Huppert와 Simpson(1980), Keulegan(1957)의 실험 관측결과를 함께 제시하였다. 가로축은 무거운 유체의 유입 후 경과 시간을  $t_0=x_0/(g/h_0)^{1/2}$ 을 이용하여 무차원화 시켰으며, 세로축은 선단부와 단파의 진행 위치를 무거운 유체가 담겨있던 수로 길이  $x_0$ 를 이용하여 무차원화 시켰다. 그림에서 실선과 점선은 각각 실험과 모의 결과에서 초기 선단부와 단파가 시간에 따라 진행한 거리를 나타내는 선을 연장한 것이다. 그림으로부터 선단부와 단파의 위치를 나타내는 선이 교차하는 지점까지는 밀도류가 일정한 속도로 진행하다가 그 이후에는 선단부 진행 속도가 감소함을 알 수 있다. 수치모의 결과가 실험 결과에 비해 선단부와 단파의 진행 속도는 작지만 선단부와 단파의 교차점 전과 후의 진행특성을 유사하게 모의함을 알 수 있다. 여기서 수치모의의 단파 진행 위치는 벽에서 반사된 낮은 밀도의 유체가 높은 밀도의 유체 아래로 파고 들어간 위치를 기준으로 하였으며, 시간  $t=45\text{ s}(t/t_0=14)$  이상에서는 밀도류와 주변유체와의 밀도차가 크지 않아 단파의 위치 파악이 어려웠다. 반면, 선단부는 낮은 상대밀도에도 불구하고 주변수체와의 경계가 뚜렷히 나타나  $t=130\text{ s}$ 까지 그 진행 위치를 파악할 수 있었다. 그림 6에 의하면 수치모의에 의한 밀도류 선단부의 전파속도가 측정결과에 비해 느림을 알 수 있다. 이와 유사한 결과를 Hartel 등(2000), Cantero 등(2003), 그리고 Patterson 등(2005)의 2차원 수치모의에서도 찾아볼 수 있다. Hartel 등(2000)은 2차원 및 3차원 밀도류에 대한 DNS를 수행하여 비교하였다. 3차원 밀도류의 수치모의를 통하여 선단부에서 발생하는 lobes와 clefts를 관찰할 수 있었으나 계산된 선단부의 모양과 구조는 2차원 결과와 매우 유사한 것을 확인하였다. 유한요소법을 이용하여 사면을 따라 진행하는 불연속 유입 밀도류에 대해 모의한 Cantero 등(2003)의 연구에서도 2차원과 3차원 모의를 실험과 비교한 결과 3차원 모의가 실제 밀도류의 진행 속도를 더 잘 모의하였으며, 2차원 모의

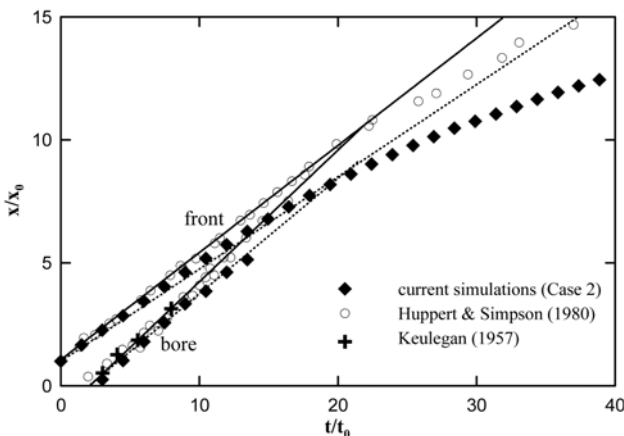


그림 6. 시간에 따른 선단부와 단파의 위치 (CASE 2)

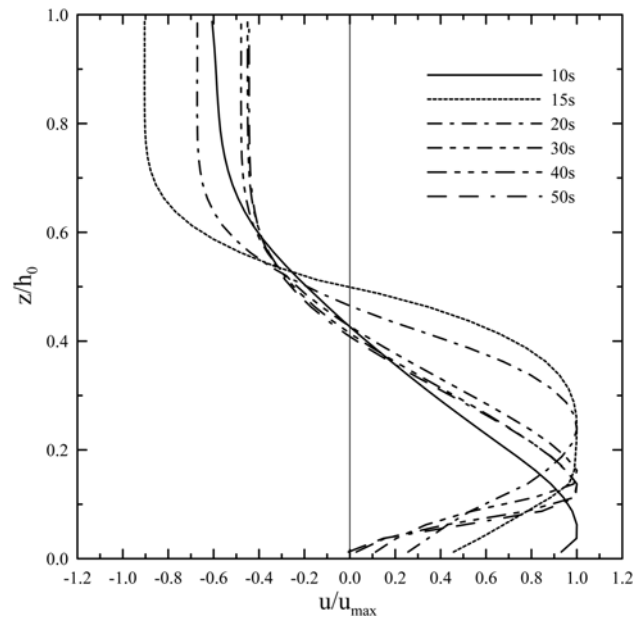


그림 7. 시간에 따른 유속의 수직구조

에 의한 밀도류 선단부의 속도는 느리게 모의되었다. Cantero 등(2003)은 그 이유를 난류의 비선형적 상호작용이 vortex stretching에 의해渦가 잘게 쪼개지면서 발생하는 현상이라고 설명하였다. Patterson 등(2005)은 LES를 이용한 2차원 수치모의에서 Kelvin-Helmholtz 불안정에 의한渦의 형성을 확인하였으나 실험과의 비교에서는 수치모의 결과가 실제 경계면의 굴곡과 相의 차이를 보였으며, 밀도류의 진행 속도 역시 느리게 모의되었다.

그림 7은 CASE 2 조건에 의해 발생된 밀도류에 대하여 진행거리 1/2 지점에서 유속의 수직구조를 시간별로 나타낸 것이다. 가로축과 세로축은 최대유속( $u_{max}$ )과 수심( $h_0$ )으로 각각 무차원화 하였다. 시간  $t=10\text{ s}$ 의 유속분포는 선단부가 아직 단파의 영향을 받지 않은 상태로, 바닥 근처에서 최대 유속이 발생한다. 하지만, 시간  $t=15\text{ s}$ 에서의 단면은 단파의 영향을 받기 직전으로, 무거운 유체의 유속이 높이 방향으로 일정해 지고 있다. 시간  $t=20\text{ s} \sim 40\text{ s}$ 의 유속분포는 단파의

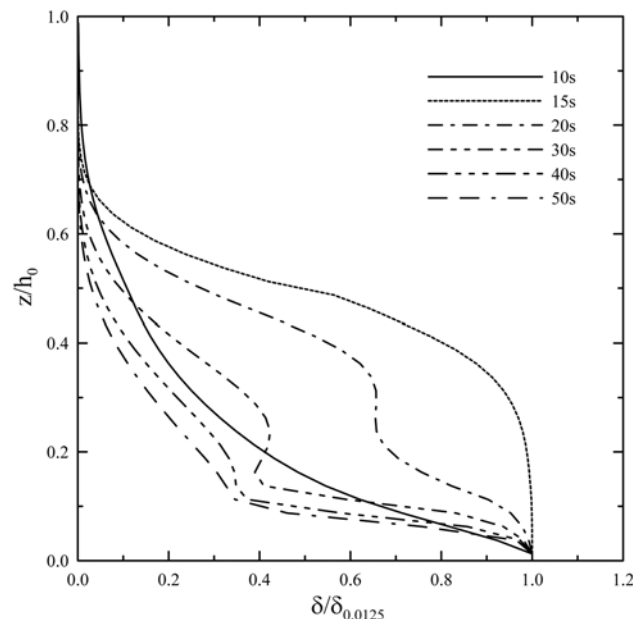


그림 8. 시간에 따른 상대밀도의 수직구조

영향을 받는 단면으로, 최대 유속의 발생 위치가 단파의 전파 전 보다 높아진다. 그러나 시간이 경과함에 따라 이 최대 유속 발생 위치는 다시 낮아지는데, 이는 시간 별 해당 단면이 단파의 영향에서 점차 멀어지기 때문이 것으로 판단된다. 이러한 최대 유속 발생위치의 변화는 그림 8의 상대 밀도 분포와 관련이 있다.

그림 8은 앞의 그림과 동일한 경우에 해당하는 상대밀도의 수직구조이다. 가로축은 상대밀도를 바닥 근처( $z=0.0125h_0$ )의 상대밀도( $\delta_{0.0125}$ )로 나누어 무차원화 하였다. 시간  $t=10$  s의 상대밀도의 분포는 아직 단파의 영향 전으로, 성층화가 이루어진 안정된 밀도분포를 보인다. 시간  $t=15$  s의 분포는 단파의 영향을 받기 직전으로, 무거운 유체의 상대 밀도가 높이 방향으로 점차 일정해 진다. 시간  $t=20$  s~40 s에 해당하는 분포는 가벼운 유체 위에 무거운 유체가 위치하는 불안정한 밀도분포를 보인다. 이는 단파의 영향으로, 그림 7에서도 밀도분포가 역전되어 가벼운 유체가 유입된 높이에서 최대유속이 발생함을 살펴볼 수 있다. 시간의 경과에 따라 단파의 영향도 선단부를 따라 진행하기 때문에 단파가 단면의 수직구조에 미치는 영향은 점차 줄어들어 시간  $t=50$  s의 분포에서는 다시 성층화가 회복되고 있다.

## 5. 결 론

본 연구에서는 2-방정식 난류모형인  $k-\epsilon$  모형을 이용하여 2차원 보존성 하층 밀도류를 수치모의 하였다. 타원형 지배 방정식을 통해 하류의 영향을 모의에 반영하였으며, 수치기법으로는 유한체적법을 사용하였다. Power-Law 기법을 사용하여 수렴조건을 만족시켰으며, SIMPLER 알고리즘을 통해 반복계산을 수행하였다. 개발된 모형으로 경사가 없는 수로에서의 불연속 유입 밀도류를 모의하였다. 모의 결과를 기존의 실험과 비교하여 모형의 적용성을 확인하였으며, 이로부터 얻은 결론은 다음과 같다.

개발된 모형이 밀도류와 주변수체의 경계면에서 발생하는渦를 모의할 수 있는 것으로 나타났다. 이에 따라 기존의 실험 사진에 제시된 경계면의 형상을 유사하게 예측하였다. 특히, 선단부에서 바닥과 주변수체의 영향으로 상·하부에 반대방향의渦가 발생함을 확인할 수 있었다. 불연속 밀도류의 모의에서 밀도가 큰 유체와 주변수체의 깊이가 같은 경우, 밀도가 큰 유체가 담겨있던 벽면을 향해 진행한 주변수체가 벽면에서 단파를 일으키는 것으로 나타났다. 이 단파가 전파되어 무거운 유체의 선단부를 따라잡을 때까지 밀도류의 진행 속도는 일정하게 유지됨을 확인하였다. 또한, 유속과 상대밀도의 수직구조로부터 단파의 영향을 받는 경우 가벼운 유체가 무거운 유체 아래로 유입되는 불안정한 밀도분포를 보이며, 이렇게 가벼운 유체가 유입된 높이에서 최대유속이 발생하고 있음을 확인하였다. 한편, 수치모형이 기존의 실험보다 밀도류의 진행을 느리게 모의하였으며, 이는 3차원 현상인 lobe와 cleft의 발생을 2차원 모의에 반영할 수 없기 때문인 것으로 보인다. 본 연구를 통하여 자연에서 발생하는 밀도류의 여러 다른 형태인 부유사밀도류(turbidity current), 염수썰기(saline wedge), 뇌우유출(thunderstorm outflow) 등의 수리현상을 비교적 단순한 RANS 모형으로도 정확하게

모의할 수 있음을 보였다.

## 감사의 글

본 연구는 국토해양부 및 한국건설교통기술평가원 건설기술 혁신사업 연구비지원(06건설핵심 B01)에 의해 수행되었습니다.

## 참고문헌

- 최성욱, 강형식(2001) 부유사 밀도류 점화현상의 수치해석, **대한토목학회논문집**, 대한토목학회, 제21권 제3B, pp. 193-200.
- Cantero, M.I., Garcia, M.H., Buscaglia, G.C., Bombardelli, F.A., and Dari, E.A. (2003) Multidimensional CFD simulation of a discontinuous density current. *30th IAHR Congress*, Thessaloniki, Greece.
- Chikita, K. (1989) Field study on turbidity currents initiated from spring runoffs. *Water Resources Research*, Vol. 25, No. 2, pp. 257-271.
- Choi, S.-U. and Garcia, M.H. (1995) Modeling of one-dimensional turbidity currents with a dissipative Galerkin finite element method. *Journal of Hydraulic Research*, IAHR, Vol. 30, No. 5, pp. 623-648.
- Choi, S.-U. and Garcia, M.H. (2002)  $k-\epsilon$  turbulence modeling of density currents developing two dimensionally on a slope. *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 128, No. 1, pp. 55-63.
- Eghbalzadeh, A., Paik, J., and Sotiropoulos, F. (2009) Two- and three-dimensional unsteady RANS modeling of discontinuous gravity currents in rectangular domains. *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE (submitted).
- Ellison, T.H. and Turner, J.S. (1959) Turbulent entrainment in stratified flows. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 6, pp. 423-448.
- Ghosalberti, M. and Nepf, H.M. (2002) Mixing layers and coherent structures in vegetated aquatic flows. *Journal of Geophysical Research*, Vol. 107(C2), pp. 1-11.
- Hartel, C., Carlsson, F., and Thunblom, M. (2000) Analysis and direct numerical simulation of the flow at a gravity-current head. Part 2. The lobe-and-cleft instability. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 418, pp. 213-229.
- Hartel, C., Meiburg, E., and Necker, F. (2000) Analysis and direct numerical simulation of the flow at a gravity-current head. Part 1. Flow topology and front speed for slip and no-slip boundaries. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 418, pp. 189-212.
- Holmes, P., Lumley, J.L., and Berkooz, G. (1996) *Turbulence, coherent structures, dynamical systems and symmetry*, Cambridge University Press.
- Huppert, H.E. and Simpson, J.E. (1980) The slumping of gravity currents. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 99, No. 4, pp. 785-799.
- Lauder, B.E. and Spalding, D.B. (1974) The numerical computation of turbulent flows. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 3, pp. 269-289.
- Patankar, S.V. (1980) *Numerical heat transfer and fluid flow*, Taylor & Francis.
- Patterson, M.D., Simpson, J.E., Dalziel, S.B., and Nikiforakis, N. (2005) Numerical modelling of two-dimensional and axisymmetric gravity currents. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 47, pp. 1221-1227.
- Rottman, J.W. and Simpson, J.E. (1983) Gravity currents produced by instantaneous releases of a heavy fluid in a rectangular channel. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 135, pp. 95-110.
- Simpson, J.E. (1997) *Gravity Currents*, Cambridge University Press.
- Versteeg, H.K. and Malalasekera, W. (2007) *An Introduction to Computational Fluid Dynamics - The Finite Volume Method*, 2nd. edition, Pearson Prentice Hall, England.
- (접수일: 2008.10.15/심사일: 2008.11.25/심사완료일: 2009.3.26)