

이산 시간 접근 방법을 사용하는 2 개의 직렬계 비동일 부품 고장의 와이블 분포 모수의 베이시안 추정에 대한 타당성 조사

정 인 승†

(2009년 7월 27일 접수, 2009년 9월 1일 수정, 2009년 9월 6일 심사완료)

A Feasibility Study on Bayesian Inference of Parameters of Weibull Distributions of Failures for Two Non-identical Components in Series System by using Discrete Time Approximation Method

In-Seung Chung

Key Words : Bayesian Modeling(베이시안 모델링), Discrete Time Approximation Method(이산시간 접근방법), Winbugs(윈벅스), Series System(직렬계)

Abstract

This paper investigates the feasibility of the Bayesian discrete time approximation method to estimate the parameters of Weibull distributions of failures for two non-identical components connected in series system. A Bayesian model based on the discrete time approximation method is formulated to infer the Weibull parameters of two non-identical components with the failure data of the virtual tests. The study of this paper comes to a conclusion that the method is feasible only for some special cases under the given constraints on the concerned parameters.

1. 서 론

하나의 고장을 유발하는 비동일한 2 개의 부품이 직렬로 연결된 시스템에서 고장 데이터를 사용하여 2 개의 부품의 와이블 모수를 추정해야 하는 필요가 있는 상황이 있을 수 있다. 예를 들어 직렬로 연결된 2 개의 전자부품으로 이루어지는 전력 출력단의 고장이 각 구성 부품의 독립적인 고장에 의해서 발생하는 경우를 생각할 수 있다. 실제적인 한계로 인하여 고장을 유발시킨 부품의 선별이 곤란할 경우에는 고장 데이터에 의해서 각 부품의 수명을 예측해야 한다.

직렬계에서의 고장에 대한 통계적 처리 방법은 구성 부품의 고장이 지수 분포를 따르는 경우에 대해서는 체계적 이론이 정립되어 있다.⁽³⁾ 그러나 각 부품의 고장이 독립적인 와이블 분포를 갖는 경우에 대해서는 그 모수에 대한 분석에 한계가 있다. 특히 2 개 이상의 다수의 비동일 분포를 갖는 부품들의 직렬계에 대해서는 통계적 추론이 어려운 경우가 대부분이다. 본 연구에서는 비동일한 2 개의 부품의 형상모수와 척도모수에 대해서 기존의 경험적 정보에 의해 제한조건이 주어지는 상황에서 현실적으로 통계적 모수 추정이 가능한 경우에 대한 타당성 조사를 시도한다. 즉, 모수 간의 상관 관계등이 알려진 경우에 모수의 추정 가능성을 조사한다. 여기서 사용된 방법은 베이시안 모델을 이용하여 이산 시간 정의에 의한 조건부 확률과 신뢰도 함수, 확률밀도함수를 사용한다. 이산 시간은 사건 발생의 초기점으로 부터의 시간 경과를 연속적 시간이 아닌 이산 시간 구간의 인덱스

[이 논문은 2009년도 신뢰성부문 춘계학술대회(2009. 5. 21., BEXCO) 발표논문임]

† 회원, 만도 중앙연구소

E-mail : ischung@mando.com

TEL : (02)6244-2036 FAX : (02)6244-2997

로 지정되며 각 시간 구간별로 조건부 확률을 주어지며 이에 따른 확률밀도함수와 신뢰도함수를 계산한다. 이 때 각각의 시간 구간의 크기는 임의로 설정할 수 있으나 본 연구에서는 모델링의 단순화를 고려하여 일정 시간 구간으로 설정한다. 이산 시간을 사용하는 경우의 이점은 각 구간 별로 신뢰도함수를 설정할 수 있어 확률밀도함수를 각 구간별 비연속 함수로 표현할 수 있다. 이 점은 베이시안 모델을 사용하는 경우에 특히 유리하다. 또한, 사건의 발생에 의한 초기점으로부터 경과된 시간에 따른 누적 손상을 표현할 수 있다.

2. 이론적 전개를 위한 가정

본 논문에서 제기된 문제에 대한 이론 전개를 위해서 다음의 전제 조건을 설정한다.

- ① 직렬계는 2 개의 비동일 부품으로 구성되며 각각의 고장의 확률 분포는 와이블 분포로 표현할 수 있으며 이 분포의 형상모수와 척도모수는 상수이다.
- ② 케이스 스터디에서 사용되는 고장 데이터는 임의로 설정된 와이블 분포 모수에 의해 발생된 것이다. 이것은 베이시안 모델링에 의해 추정된 모수와 미리 설정된 모수에 의한 결과의 차이를 평가하기 위해서 기지(predetermined)의 모수를 사용할 필요가 있기 때문이다.

3. 기본 개념 및 이론

3.1 직렬계 2 개의 비동일 부품에 의한 확률분포

본 연구에서는 2 개의 비동일 부품이 직렬계를 구성할 때의 확률분포의 고장률 함수, 확률밀도함수 및 신뢰도함수를 먼저 설정해야 한다. Fig. 1에 개념도가 나타나 있다. 여기서 h_i 는 각 부품의 고장률 함수(hazard function)이고 λ_i, γ_i 는 각각 척도모수(scale parameter)와 형상모수(shape parameter)를 나타낸다. 또한 이때의 각 부품의 특성수명(characteristic life) η_i 는 식 (1)로 표현된다.

$$\eta_i = \left(\frac{1}{\lambda_i} \right)^{1/\gamma_i} \tag{1}$$

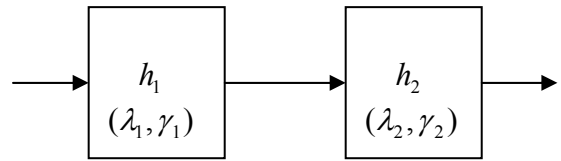


Fig. 1 two-component non-identical series system

이 경우의 확률밀도함수와 신뢰도 함수를 다음과 같이 도출할 수 있다. 먼저 직렬계의 고장률 함수는 각 구성 부품의 고장률 함수의 합으로 식 (2)로 표현된다.⁽²⁾

$$h(t) = h_1(t) + h_2(t) = \lambda_1 \gamma_1 t^{\gamma_1 - 1} + \lambda_2 \gamma_2 t^{\gamma_2 - 1} \tag{2}$$

고장률 함수를 적분하면

$$\begin{aligned} H(t) &= \int_0^t h(u) du \\ &= \int_0^t (\lambda_1 \gamma_1 u^{\gamma_1 - 1} + \lambda_2 \gamma_2 u^{\gamma_2 - 1}) du \\ &= \lambda_1 t^{\gamma_1} + \lambda_2 t^{\gamma_2} \end{aligned}$$

으로 표현된다.

따라서 직렬계의 신뢰도함수와 확률밀도함수는 다음의 식 (3)과 식 (4)으로 표현된다.

$$S(t) = \exp(-H(t)) = \exp[-(\lambda_1 t^{\gamma_1} + \lambda_2 t^{\gamma_2})] \tag{3}$$

$$\begin{aligned} f(t) &= -\frac{dS}{dt} \\ &= (\lambda_1 \gamma_1 t^{\gamma_1 - 1} + \lambda_2 \gamma_2 t^{\gamma_2 - 1}) \exp[-(\lambda_1 t^{\gamma_1} + \lambda_2 t^{\gamma_2})] \end{aligned} \tag{4}$$

3.2 이산 와이블 고장률 모델

본 연구에서는 와이블 분포에 대한 확률밀도함수와 신뢰도 함수를 시간에 대한 연속 함수에서 일정 단위시간으로 분할된 이산시간구간(discrete time interval)으로 변경하여 이론을 전개한다. 이 방법을 사용하는 이유는 2 개의 부품에 의한 직렬계의 수명 분포는 정형적인 형태의 확률밀도함수를 갖지 않기 때문에 시간구간확률을 정의할 수 있는 이산시간접근방법이 적절하다고 판단하기 때문이다. 즉, 원점으로부터 경과한 실제의 시간 $0 < a_1 < a_2 < \dots < a_L < \infty$ 을 이산 분할하고 구간 j 는 원점으로부터 출발한 시간 a_{j-1} 와 a_j 의 시간 구간을 인덱스로 나타내고 이 두 시점의 차이를 d_j 로 표현할 수 있다. 모든 시간구간이 동일하면 $d_j = d = const$ 의 관계가 성립된다. 그리고 원점으로부터의 경과 시간은 $a_j = d \cdot j$ 로 표현된다. 어떤 객체가 이전의 $(j-1)$ 개의 구간에서

고장이 발생하지 않고 j 번째 구간에서 생존할 조건부 확률은 식 (5)로 표현된다.

$$q_j = \exp\left(-\int_{a_{j-1}}^{a_j} h(u)du\right) = \exp\left[-\left\{\lambda_1(a_j^{\gamma_1} - a_{j-1}^{\gamma_1}) + \lambda_2(a_j^{\gamma_2} - a_{j-1}^{\gamma_2})\right\}\right] \quad (5)$$

여기서 $a_j = d \cdot j$ 이면

$$\varphi_{1j} = j^{\gamma_1} - (j-1)^{\gamma_1}, \quad \varphi_{2j} = j^{\gamma_2} - (j-1)^{\gamma_2}$$

으로 정의하면 조건부 확률은

$$q_j = 1 - h_j = \exp\left\{-\left(\lambda_1 d^{\gamma_1} \varphi_{1j} + \lambda_2 d^{\gamma_2} \varphi_{2j}\right)\right\}$$

으로 나타낼 수 있다. 따라서 이 j 구간에서 i 객체가 고장이 날 확률 $\pi_{ij}(=h_j)$ 는 식(6)로 된다.

$$\pi_{ij} = 1 - q_j = 1 - \exp\left\{-\left(\lambda_1 d^{\gamma_1} \varphi_{1j} + \lambda_2 d^{\gamma_2} \varphi_{2j}\right)\right\} \quad (6)$$

다시 식 (7)과 같이 변형되면 베이지안 모델링에서 로짓 함수를 사용할 경우에 유리하다.

$$\pi_{ij} = 1 - \exp\left\{-\exp\left(\log(\lambda_1 d^{\gamma_1} \varphi_{1j} + \lambda_2 d^{\gamma_2} \varphi_{2j})\right)\right\} \quad (7)$$

여기서 $\Phi_j = \log(\lambda_1 d^{\gamma_1} \varphi_{1j} + \lambda_2 d^{\gamma_2} \varphi_{2j})$ 로 정의하면 $\log(-\log(1 - \pi_{ij})) = \Phi_j$ 로 표시된다.

여기서 보수 로그-로그 함수를 식 (8)의 로짓(logit) 함수로 변환시키면 수렴성에 유리하다.

$$\log it(\pi_{ij}) = \log\left(\frac{\pi_{ij}}{1 - \pi_{ij}}\right) = \Phi_j = \log(\lambda_1 d^{\gamma_1} \varphi_{1j} + \lambda_2 d^{\gamma_2} \varphi_{2j}) \quad (8)$$

또한 j 구간에서의 신뢰도 함수는 식 (9)과 같다.

$$S_j = \prod_{k=1}^{j-1} (1 - h_k) = \prod_{k=1}^{j-1} \exp\left\{-\left(\lambda_1 d^{\gamma_1} \varphi_{1k} + \lambda_2 d^{\gamma_2} \varphi_{2k}\right)\right\} \quad (9)$$

따라서 j 구간에서의 확률밀도함수를 식 (10)으로 표현할 수 있다.

$$f_j = h_j S_j = \left[1 - \exp\left\{-\left(\lambda_1 d^{\gamma_1} \varphi_{1j} + \lambda_2 d^{\gamma_2} \varphi_{2j}\right)\right\}\right] \times \prod_{k=1}^{j-1} \exp\left\{-\left(\lambda_1 d^{\gamma_1} \varphi_{1k} + \lambda_2 d^{\gamma_2} \varphi_{2k}\right)\right\} \quad (10)$$

3.3 WINBUGS 를 이용한 베이지안 모델링

본 논문에서는 이산시간접근방법(Discrete Time Approximation Method)를 사용하여 베이지안 모델링에 의한 고장 데이터를 분석한다. 이 모델링의

개념을 요약하면 초기로부터 순차적으로 구분된 시간 구간 j 에서의 i 객체의 사상(event) 확률을 π_{ij} 라 하고 객체의 고장이 관찰된 구간 인덱스를 r_i 로 표시한다. 여기서 척도모수 λ_1 과 λ_2 는 상수라고 가정한다. 구간 j 에서의 객체 i 의 사상 확률 w_{ij} 는 구간 j 에서 고장이 발생하면 1로 정의되고 생존하면 0으로 정의된다.⁽¹⁾

즉, $w_{ij} \sim Bernoulli(\pi_{ij})$

여기서 객체 인덱스 i , 구간 인덱스 j 의 범위는

$$i = 1, 2, \dots, n, \quad j = 1, 2, \dots, r_i$$

$\log it(\pi_{ij}) = \log(\lambda_1 d^{\gamma_1} \varphi_{1j} + \lambda_2 d^{\gamma_2} \varphi_{2j})$ 이고

$$\varphi_{1j} = j^{\gamma_1} - (j-1)^{\gamma_1}, \quad \varphi_{2j} = j^{\gamma_2} - (j-1)^{\gamma_2}$$

로 정의된다. 여기서 n 은 총 객체수이다. 또한 각 모수에 대한 사전분포는 식 (11)과 같이 설정된다.

$$\lambda_i \sim N(\alpha_i, \tau_i), \quad \gamma_i \sim Gamma(1, 0.01) \quad (11)$$

여기서 척도모수의 확률분포의 α_i 와 τ_i 는 적절한 임의의 값으로 설정되나 α_i 는 예상되는 평균과 같은 차수를 갖도록 하는 것이 수렴에 유리하다. 본 논문에서 사용하는 예제는 모두 가상의 시험 데이터이고 이 데이터는 미리 선정된 모수를 사용하여 정의된 이산 확률 분포(discrete density distribution)를 계산하고 이 분포에 의한 난수를 발생시켜 얻은 고장 데이터이다. 여기서 j 구간의 이산확률밀도는 $f_j = h_j S_j$ 의 관계식을 사용하여 구한다. 따라서, $j \geq 2$ 이면 식 (12)로 계산된다

$$f_j = \prod_{k=1}^{j-1} \exp\left\{-\left(\lambda_1 d^{\gamma_1} \varphi_{1k} + \lambda_2 d^{\gamma_2} \varphi_{2k}\right)\right\} - \prod_{k=1}^j \exp\left\{-\left(\lambda_1 d^{\gamma_1} \varphi_{1k} + \lambda_2 d^{\gamma_2} \varphi_{2k}\right)\right\} \quad (12)$$

한편 최소값 $j=1$ 의 경우는 식 (13)로 표현된다.

$$f_1 = 1 - \exp\left\{-\left(\lambda_1 d^{\gamma_1} + \lambda_2 d^{\gamma_2}\right)\right\} \quad (13)$$

2 개의 비동일 부품에 대한 모수는 2 개의 형상 모수와 2 개의 척도모수가 미지의 모수가 된다. 즉 직렬계의 고장률 함수를 나타내는 식 (2)의 $\lambda_1, \lambda_2, \gamma_1$ 및 λ_2 가 미지의 모수이다. 이 때의 기본적 형태의 베이지안 모델링은 아래와 같다.⁽⁴⁾

Model : Weibull mixture distribution of 2 priors in series for $(i = 1, N) \{$

```

wi,ri = faili
for (j = 1, ri - 1) { wij = 0 }
for (j = 1, ri) {
  wij ~ Benroulli(πij)
  logit(πij) = Φj
  LLij = wij log(πij) + (1 - wij) log(1 - πij) }
Priors:
λ1* ~ N(α1, τ1)I(c1, c2)
λ2* ~ N(α2, τ2)I(c1, c2)
γ1 ~ Ga(1, 0.01)
γ2 ~ Ga(1, 0.01)
λ1 = exp(λ1*)
λ2 = exp(λ2*)
for (j = 1, M) {
  φ1j = jγ1 - (j - 1)γ1
  φ2j = jγ2 - (j - 1)γ2
  Φj = log[λ1dγ1φ1j + λ2dγ2φ2j] }

```

여기서 N 은 고장 또는 관측중단 데이터 갯수, M 은 시간구간의 총 개수다. 한편, α_1 와 α_2 는 경험적 정보에 의해 평균값, τ_1, τ_2 는 분산의 역수에 대한 임의의 상수이다. 이 모델링에서 사전 분포의 범위를 나타내는 임의의 상수 c_1 과 c_2 는 λ_1^* (= $\log \lambda_1$) 과 λ_2^* (= $\log \lambda_2$) 의 분포 한계를 제한하여 WINBUGS 의 연산 과정에서의 발산을 방지한다. 즉, 정규 분포로 표현되는 λ_1^* 과 λ_2^* 의 난수가 너무 크거나 작은 값을 갖게 되면 베이시안 모델링에 의한 추정값이 수렴하지 않을 경우가 발생하여 난수의 범위를 제한할 필요가 있다. 그러나 임의로 설정된 경계값 c_1 과 c_2 사이의 구간에 λ_1^* 과 λ_2^* 의 추정값이 존재하도록 c_1 과 c_2 의 차이는 가능한 최대가 되도록 설정하는 것이 필요하다. 본 논문에서 사용된 λ_1^* 과 λ_2^* 의 분포 구간은 $[-20, -5]$ 이고 이 구간의 상한값과 하한값에 의한 특성 수명의 비율은 500 배가 넘도록 설정되어 있다. 따라서 특성 수명에 대한 최소한의 사정 정보만 있어도 실제적인 구간 설정은 상당히 용이하다고 예상된다.

4. 가상 시험에 의한 타당성 분석

베이시안 모델링의 WINBUGS 프로그램을 실행할 때 초기값에 따라 모수의 계산 결과에 상당한 차이가 나타날 수 있다. 따라서 베이시안 모델에 의한 모수의 추정치가 초기값에 따른 모수의 분산이 일정 한계를 벗어나면 합리적인 모수의 추정이 곤란하다고 판단해야 한다. 여기서 4 개의 미지의 모수의 상호 관계에서 특정한 제한 조건이 주어지면 이산시간접근방법을 사용하는 베이시안 추정이 가능한 것으로 예상된다. 다음의 2 가지 경우에 대해서 모수 추정의 적합성을 조사한다.

4.1 Case 1: 2 개의 형상 모수가 동일하고 특성 수명의 비율이 알려진 경우

와이블 분포를 갖는 2 개의 비동일 부품의 고장에 대해서 두 부품의 형상 모수가 동일하며 미지값이고 두 개의 척도모수는 미지값이나 두 척도모수의 비율을 아는 경우의 베이시안 추정을 하는 예를 생각한다. 이 경우의 50 개의 가상 시험에 의한 고장 데이터를 얻기 위해서 4 개의 모수를 $\lambda_1 = 2.5 \times 10^{-5}$, $\lambda_2 = 1.0 \times 10^{-5}$ 및 $\gamma_1 = \gamma_2 = 2.1$ 로 미리 설정한다. 또한, 두 부품의 특성수명의 관계를 $\eta_2 = c\eta_1$ 으로 가정하면 $c = 0.4038$ 이 된다. Fig. 2 에 이 설정 조건에 대한 확률밀도함수(PDF)와 누적분포함수(CDF)가 나타나 있다.

여기서 적색과 청색 점선은 각각의 비동일 부품의 PDF 와 CDF 이고 흑색 실선이 2 개의 독립된 부품의 직렬계의 확률밀도함수와 누적분포함수이다.

와이블 분포를 갖는 2 개의 부품의 형상 모수는

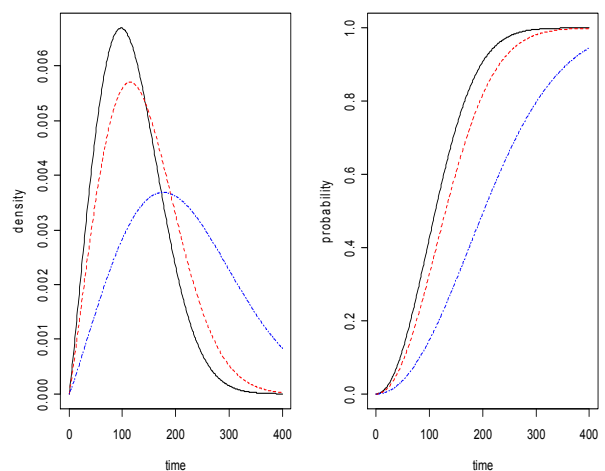


Fig. 2 PDF & CDF of series system of Case 1

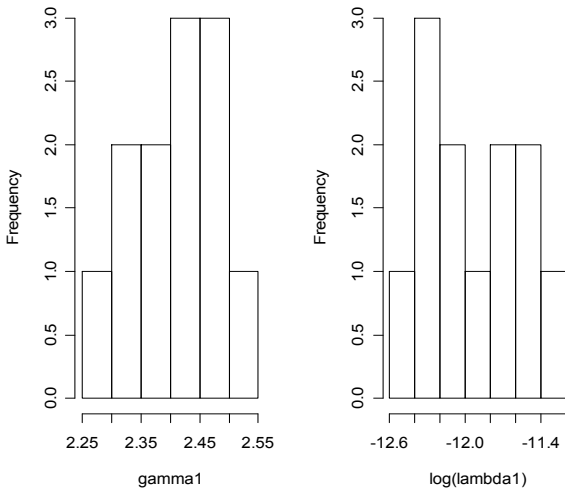


Fig. 3 Means of γ_1 and λ_1^* of Case 1

동일한 미지수이므로 척도 모수의 비가 알려져 있으므로 베이지안 모델링에서

$$\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma = const$$

$$\lambda_2 = \left(\frac{1}{c}\right)^\gamma \lambda_1 \text{ 으로 조건식이 주어진다.}$$

또한 $\lambda_1^* = \log(\lambda_1)$, $\lambda_2^* = \log(\lambda_2)$ 로 정의하고 이 값들에 대해서 사전분포와 초기값을 각각 다른 값을 갖도록 설정한 11 가지 경우에 대해서 베이지안 모델링에 의해서 계산된 γ_1 와 λ_1^* 의 평균값 분포를 Fig. 3에 나타나 있다

따라서 베이지안 모델링의 추정에 의한 형상 모수는 $\gamma_1 = \gamma_2 = 2.3998$, $\lambda_1^* = -11.9475$ 이라고 추정된다. 즉 $\lambda_1 = 6.475 \times 10^{-6}$, $\lambda_2 = 2.590 \times 10^{-6}$ 으로 추정된다. 가상 시험의 데이터에 대한 베이지안 추정에 의한 결과의 적합성을 판단하는 것이 필요하다. 관측된 데이터와 추정에 의한 모수를 근거로 계산된 신뢰도 함수와의 차이의 절대값에 대한 신뢰도 분포의 편차를 정의하는 것을 생각할 수 있다. 따라서 매디안 랭크 법을 사용하면 관찰된 시간 구간별 신뢰도는 식 (14)와 같이 계산된다.

$$R_j = 1 - F_j = 1 - \frac{j - 0.3}{n + 0.4} \tag{14}$$

여기서 F_j 와 R_j 는 각각 j 구간에서의 누적분포 함수와 신뢰도함수를 나타낸다. 한편, 관측된 데이터에 의한 신뢰도와 모수 추정에 의한 신뢰도의 차이의 편차를 식 (15)과 같이 정의한다.

Table 1 Comparison of Deviances of Case 1

Parameters	Deviance
pre-determined	0.2598
estimated	0.2036

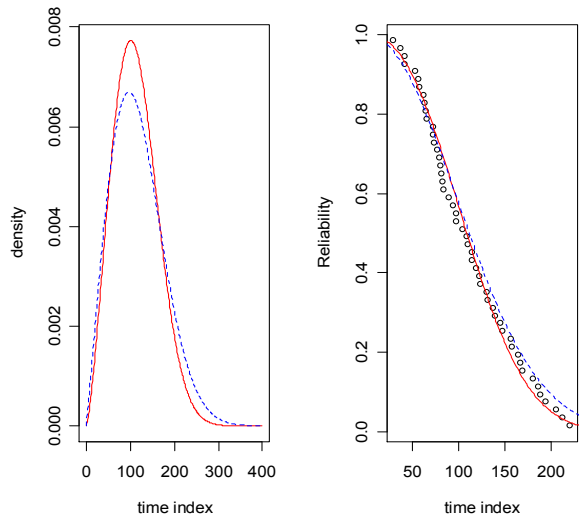


Fig. 4 PDFs and reliability functions due to pre-determined and estimated parameters of Case 1

$$Dev = \left[\sum_{k=1}^n (S_{estimated,k} - S_{observed,k})^2 \right]^{1/2} \tag{15}$$

여기서 $S_{estimated,k}$ 는 베이지안 추정으로 구해진 모수에 의한 k 번째 고장 데이터에서의 신뢰도이고 $S_{observed,k}$ 는 관측된 k 번째 고장 데이터에서의 매디안 랭크 법에 의한 신뢰도를 의미한다. 이 가상 시험의 경우 미리 설정된 모수와 베이지안 추정에 의한 모수를 비교하기 위해서 시간구간에 대한 확률 분포와 신뢰도 함수를 Fig. 4에서 보여주고 있다. 베이지안 추정값에 의한 확률밀도함수와 신뢰도 함수는 적색 실선, 설정된 모수에 의한 확률밀도함수와 신뢰도함수는 청색 점선 그리고 가상 시험의 고장 데이터의 신뢰도함수는 타점 포인트로 나타나 있다

이 때의 적합성 분석을 위한 미리 설정된 모수에 의한 편차와 베이지안 추정에 의해서 구한 모수로 식 (15)로 계산한 각각의 편차가 Table 1에 나타나 있다.

관측된 가상 시험의 신뢰도에 대해서 사전에 설정된 모수로 계산된 신뢰도 함수보다 추정에 의한 얻어진 모수로 계산된 신뢰도 함수가 더 적합성이 우수하다는 것을 보여주고 있다.

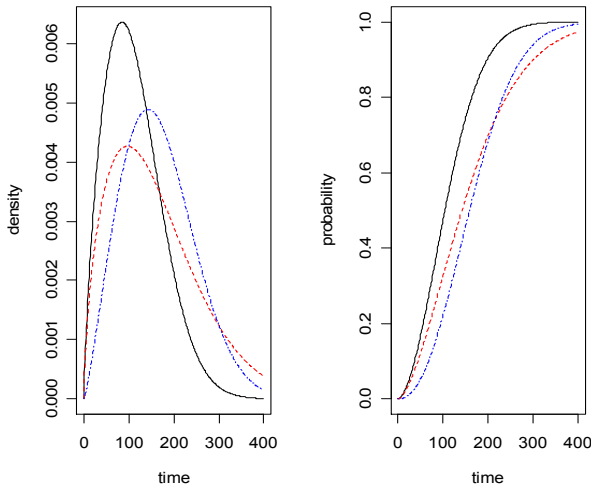


Fig. 5 PDF and CDF of series system of Case 2

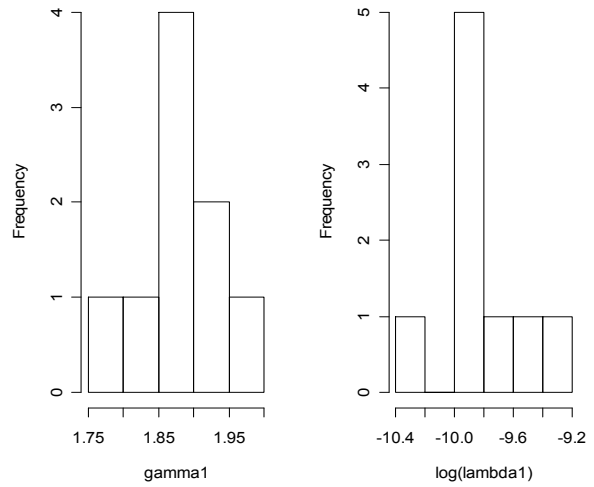


Fig. 6 Means of γ_1 and λ_1^* of Case 2

4.2 Case 2: 2 개의 부품의 형상모수와 특성수명의 비율이 알려진 경우

이 조건에서의 모수 추정의 타당성을 조사하기 위해서 미리 설정된 4 개의 척도모수와 형상모수는 $\lambda_1 = 2.5 \times 10^{-4}$, $\lambda_2 = 1.0 \times 10^{-5}$, $\gamma_1 = 1.6$ 및 $\gamma_2 = 2.2$ 이고 50 개의 가상 시험 데이터를 사용한다. 이 조건에서 $c = 1.05$, $p = 1.375$ 이고 설정된 모수들에 의한 확률밀도함수와 누적분포함수가 Fig. 5 에 나타나 있는데 흑색 실선이 2 개의 부품으로 구성된 직렬계의 확률밀도함수와 누적분포함수를 나타낸다.

와이블 분포를 갖는 2 개의 부품의 형상모수의 비율 p 를 가정하면 $\gamma_2 = p\gamma_1$ 이고 특성수명의 관계식 $\eta_2 = c\eta_1$ 에서 척도모수의 관계를 나타내는 식 (16)을 구할 수 있다.

$$\lambda_2 = \left(\frac{1}{c}\right)^{\gamma_2} \lambda_1^p \tag{16}$$

이 때 $\lambda_1^* = \log \lambda_1$, $\lambda_2^* = \log \lambda_2$ 를 사용하여 베이시안 모델링에 사용되는 식 (17)을 얻을 수 있다.

$$\lambda_2^* = p\lambda_1^* - \gamma_2 \log c \tag{17}$$

이 관계식을 사용하여 γ_1 , λ_1^* 의 평균값의 히스토그램으로 표현된 분포가 Fig. 6 에 나타나 있다. 따라서 이 경우에서의 직렬계의 2 개 부품의 형상모수는 각각 $\gamma_1 = 1.886$, $\gamma_2 = p\gamma_1 = 2.593$ 으로 추정되며 척도모수에 로그를 취한 추정값은 각각 $\lambda_1^* = -9.7959$, $\lambda_2^* = -13.5975$ 으로 예측되어

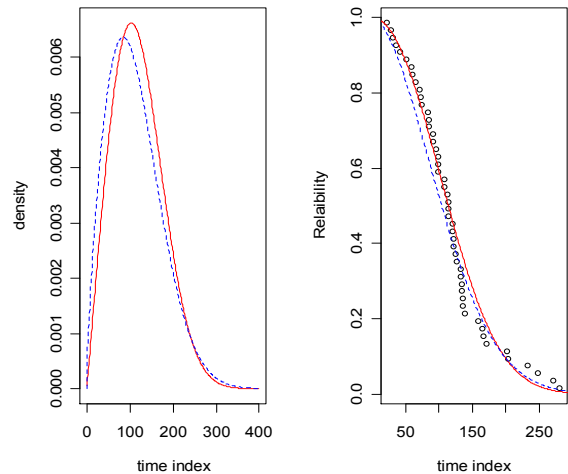


Fig. 7 PDF and survival functions due to pre-determined and estimated parameters of Case 2

두 개의 부품의 척도모수는 $\lambda_1 = 5.5685 \times 10^{-5}$, $\lambda_2 = 1.2458 \times 10^{-6}$ 로 계산된다. 여기서 두 개의 형상모수의 관계와 두 개의 척도모수의 관계는 일정 비율로 표현되었으며 하나의 모수가 다른 모수의 함수식으로 표현하여 베이시안 모델링에 제한 조건을 삽입하여 모수 추정을 한다.

이 때의 확률밀도함수와 신뢰도함수는 Fig. 7 에 나타나 있다. 여기서 청색 점선은 설정된 모수에 의한 함수, 적색 실선은 베이시안 추정에 의한 함수이고 타점 포인트는 관측 데이터에 의한 신뢰도 함수를 나타낸다.

관측된 고장 데이터와의 적합성을 비교하기 위해서 미리 설정된 모수에 의한 신뢰도 함수와

Table 2 Comparison of Deviances of Case 2

Parameters	Deviance
pre-determined	0.4408
estimated	0.3326

베이시안 추정에 의한 신뢰도 함수의 편차를 식 (15)에 의해서 계산하여 비교한 결과가 Table 2 에 나타나 있다.

이 결과에서 설정된 모수의 신뢰도함수보다 베이시안 추정에 의한 신뢰도함수가 관측된 고장 데이터에 의한 신뢰도 타점 포인트에 더욱 적합되는 것을 보여주고 있다.

5. 결 론

와이블 분포를 갖는 2 개의 부품으로 구성되는 직렬계에서의 고장 데이터에 대해서 이산시간접근 방법(discrete time approximation method)에 근거한 베이시안 모델링으로 각 부품의 모수를 추정할 수 있는 경우는 제한적이다. 모수를 합리적인 수준에서 추정할 수 있는 경우는 아래와 같다.

(1) 2 개의 부품의 형상 모수가 동일하고 두 부

품의 척도 모수의 관계에 대한 정보가 알려져 있다.

(2) 2 개의 부품의 형상모수가 기지값(known value)이고 2 개의 부품의 척도 모수의 관계에 대한 정보가 알려져 있다.

(3) 2 개의 부품의 형상 모수의 관계에 대한 정보와 척도 모수의 관계에 대한 정보가 알려져 있다.

참고문헌

- (1) Peter Congdon, 2003, "Applied Bayesian Modeling," Wiley, pp. 372~381.
- (2) John D. Kalbfleisher, Ross L. Prentice, 2002, "The Statistical Analysis of Failure Time Data, 2nd edition," Wiley, pp. 31~48.
- (3) A. Mustafa, 2008, "Reliability Equivalence of Two Non-identical Components," *International Journal of Reliability and Application*, Vol. 9 No. 1, pp. 79~93.
- (4) In-Seung Chung, 2008, "A Discrete Time Approximation Method using Bayesian Inference of Parameters of Weibull Distribution and Acceleration Parameters with Time-Varying Stresses," Th10F047, Proceedings of the KSME 2008 Fall Annual Meeting, pp. 1331~1336.