

## 인장시험과 유한요소해석으로 구한 파단 진변형률을 이용한 진응력-진변형률 선도 획득

이경윤\* · 김태형\*\* · 이형일†

(2009년 4월 16일 접수, 2009년 8월 18일 수정, 2009년 8월 24일 심사완료)

### Acquirement of True Stress-strain Curve Using True Fracture Strain Obtained by Tensile Test and FE Analysis

Kyoungyoon Lee, Taehyung Kim and Hyungyil Lee

**Key Words :** Tensile Test(인장시험), Load-Displacement Curve(하중-변위 선도), True Stress-Strain Curve(진응력-진변형률 선도), Finite Element Model(유한요소모델), Bridgman Correction Factor(브리짓만계수), True Fracture Strain(파단 진변형률)

#### Abstract

In this work, we predict a true fracture strain using load-displacement curves from tensile test and finite element analysis (FEA), and suggest a method for acquiring true stress-strain (SS) curves by predicted fracture strain. We first derived the true SS curve up to necking point from load-displacement curve. As the beginning, the posterior necking part of true SS curve is linearly extrapolated with the slope at necking point. The whole SS curve is then adopted for FE simulation of tensile test. The Bridgman factor or suitable plate correction factors are applied to pre and post FEA. In the load-true strain curve from FEA, the true fracture strain is determined as the matching point to test fracture load. The determined true strain is validated by comparing with test fracture strain. Finally, we complete the true SS curve by combining the prior necking part and linear part, the latter of which connects necking and predicted fracture points.

#### 1. 서론

기계나 구조물을 구성하는 재료는 최소의 양으로 최대성능을 발휘하도록 하는 안전설계의 가장 기본이다. 따라서 기계 또는 구조물들을 구성하는 재료의 정확한 물성평가가 선행되어야 한다. 재료가 여러 환경, 온도, 응력상태 등에 노출되면 물성들이 다양하게 변화된다. 이와 같은 이유로 최근 재료의

정확한 물성확보를 위한 평가방법들이 다수 소개되고 있으며,<sup>(1~7)</sup> 여러 산업분야들에서 실험적 응력-변형률 곡선 회귀를 통한 물성확보 연구가 확대되고 있다. 인장 및 압축시험으로부터 얻은 하중-변위 선도를 재료의 응력-변형률 곡선으로 변환해 회귀를 거쳐, 영률, 항복강도 및 변형경화지수 등의 다양한 기계적 물성들을 얻게 된다. 특히 진응력-진변형률 곡선은 설계자 및 연구자들 모두에게 있어 매우 중요한 필수요소라 할 수 있으나, 통상 실험적 획득이 쉽지 않은 관계로 정확한 물성확보가 어렵다.

대부분 재료의 응력-변형률 곡선은 초기 선형탄성 영역과 항복 이후의 비선형 탄-소성영역으로 구분된다. 이와 같은 특징을 갖는 재료의 응력-변형률 곡선을 수학적으로 표현하는 두 가지 대표모델로서

† 책임저자, 회원, 서강대학교 기계공학과

E-mail : hylee@sogang.ac.kr

TEL : (02)705-8636 FAX : (02)712-0799

\* 회원, 서강대학교 기계공학과 대학원

\*\* 회원, 한국원자력연구원

Ramberg-Osgood 관계식과 Hollomon 의 구간멱함수법<sup>(8)</sup> (Hollomon piecewise power law)이 있다. 그러나 이 두 수학적 관계식들로는 단순히 실재료의 응력-변형률 곡선을 변형률 전구간에 걸쳐 정확히 나타낼 수는 없다. 즉 회귀되는 변형률구간에 따라 재료들의 물성치들이 크게 달라지므로, 회귀 구간은 재료 고유의 특성을 결정짓는 주요인자가 된다.<sup>(9)</sup> 일반적으로 실험식을 이용해 큰 변형률 범위에 대한 진응력-진변형률 곡선을 얻는다. 그러나 이들의 정확도는 매우 낮다고 보고된 바 있다.<sup>(10)</sup> 한편 최근 들어 인장시험과 유한요소해석을 함께 수행해 금속 재료의 네킹 이후 진응력-진변형률을 얻기 위한 연구들도 소개되고 있다.<sup>(11-13)</sup> 그러나 단순원형단면을 가지는 환봉시편에 대한 연구가 대부분이며, 인장시험 후 응력-변형률 곡선 또한 구간멱함수법을 정확히 따르는 일부 재료들에 대해서만 소개되었을 뿐, 시편의형상 및 다양한 재료들에 대한 범용성이 다소 약하다.

네킹 이후에는 재료의 거동이 불규칙해, 일반 인장시험으로는 진응력-진변형률 곡선을 획득하기 힘들다. 재료파단점은 소성영역 내의 중요한 지표로서, 소성영역에서 정확한 진응력-진변형률 곡선을 얻기 위해 반드시 필요하다. 통상의 파단 진응력은 파단하중을 파단 시의 실제 면적으로 나눈 값이다. 그러나 시편형상과 재료에 따라 정확한 파단면적을 구하기 어렵고, 이로 인해 파단진응력을 얻기가 쉽지 않다. 환봉시편의 경우 Fig. 1과 같이 파단면 이 비교적 균일해 면적계산이 쉬우나, 평판시편의 경우 Fig. 2와 같이 파단면이 슬립라인을 따라 경사지고, 부분적으로 cup & cone 형태의 파단 양상을 보여, 정확한 파단면적의 산출이 어렵다. 또한 네킹부가 삼축응력상태이기 때문에 네킹이 시작된 후로 측정된 하중값은 단축응력상태의 하중값보다 큰 값을 주기 때문에 적절한 보정이 필요하다.

이에 본 연구에서는 인장시험과 유한요소법을 이용해 네킹 이후의 삼축응력상태를 고려한 재료의 진응력-진변형률 곡선을 얻는 방법을 제안한다. 인장시험은 SCM4, SS400 및 Al6061 소재 들로 환봉 및 평판시편들을 제작해 수행했으며, 이로부터 재료의 하중-변위 곡선들을 얻었다. 이후 유한요소 해석과 Bridgman 계수와 같이 삼축응력상태를 단축응력상태로 보정해 주는 방법을 적용해 파단 진응력-진변형률 점을 예측해, 재료의 전체적인 진응력-진변형률 곡선을 확보한다.



Fig. 1 Fractured cylindrical specimens from tensile tests

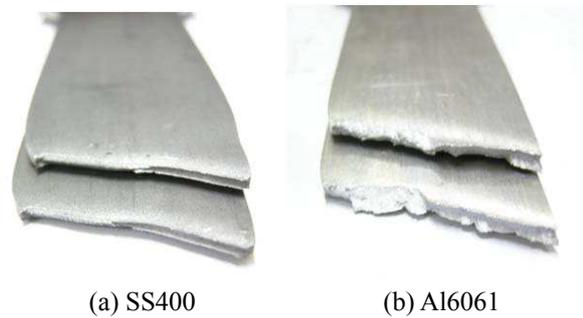


Fig. 2 Fractured plate specimens from tensile tests

## 2. 인장시험 및 유한요소모델

SCM4, SS400, Al6061 재료에 대해 세가지 환봉 시편을 제작해 인장시험을 수행하였다. KS 4호 시편규격에 따라 시편의 직경  $d = 14\text{mm}$ , 표점거리  $L = 50\text{mm}$ , 평행부의 길이  $P = 60\text{mm}$ , 어깨부의 반지름  $R = 15\text{mm}$  로 제작했으며, 시험시 측정할 표점거리는  $40\text{mm}$  이다. 평판시편은 SS400, Al6061 두 재료에 대해 인장시험을 수행하였다. KS 1호 시편규격에 따라 시편의 너비는  $w = 40\text{mm}$ , 표점거리  $L = 200\text{mm}$ , 평행부의 길이  $P = 220\text{mm}$ , 어깨부의 반지름은  $R = 25\text{mm}$ , 두께  $t = 4\text{mm}$ 로 제작했으며, 시험시 측정할 표점거리는  $100\text{mm}$  이다. 인장실험은 인장속도에 영향을 적게 받기 때문에 인장속도 차이를 고려하지 않았으며, 인장속도는  $5\text{mm/min}$  속도로 고정시켰다.

본 해석에서는 상용 유한요소해석 프로그램인 ABAQUS<sup>(14)</sup>를 사용하였다. Fig. 3는 환봉 및 평판 시편의 유한요소모델들을 보여주고 있다. KS B 0801 규격을 준수하여, 축대칭 8절점 요소 (CAX8, ABAQUS)<sup>(14)</sup>들로 4호 환봉시편의 표점거리  $L = 50\text{mm}$ , 직경  $d = 14\text{mm}$ 에 해당하는 유한요소망을 구성했다. 축대칭 하중특성을 고려해, 시편길이 방향에 대해 중앙부를 대칭 ( $U_z = 0$ ) 처리했다. 이에 해석 모델의 표점거리는 대칭을 고려해  $L$ 의 1/2인  $25\text{mm}$

가 된다. 축 중심은 시편반지름  $R$  방향으로만 구속 ( $U_r=0$ ) 처리했다. 요소의 최소크기  $L_e$ 는 시편 반지름  $R$ 의 1% ( $L_e/R = 0.01$ )인 0.2mm로 했다. 또한 해석시 NLGEOM(Non Linear Geometry, ABAQUS)<sup>(14)</sup> 옵션을 사용해 비선형해석을 수행했으며, 실제 인장시험 시의 네킹(necking) 현상을 구현하고자 해석모델 하단 반지름을 상단반지름에 비해 1% 정도 작게 하였다. 이때 MPC(Multi Point Constraints)<sup>(14)</sup>를 사용해, 해석시 변형이 큰 해석 모델하단부는 조밀하게, 변형이 작은 시편상단부는 조대하게 유한요소망을 구성했다. 해석모델의 요소 수와 절점 수는 각각 6875개 및 21076개이다.

또한 KS B 0801 규격에 따라, 3차원 20절점 요소(C3D20, ABAQUS)<sup>(14)</sup>들로 1호 평판시편의 표점거리  $L = 200\text{mm}$ , 폭  $W = 40\text{mm}$ , 두께  $t = 4\text{mm}$ 에 해당하는 유한요소망을 구성했다. 이때 시편형상과 하중의 대칭을 고려해 시편중심을 기준으로 3축( $x, y, z$ )에 수직하게 1/2씩 절단해 1/8로 모델링을 했다. 세 절단면들에 대칭( $U_x = 0$ , 또는  $U_y = 0$ , 또는  $U_z = 0$ ) 처리했으며, 이에 해석모델의 표점거리  $L$ 은 100mm, 폭  $W$ 는 20mm, 두께  $t$ 는 2mm가 된다. 최소요소크기  $L_e$ 는 시편 폭  $W$ 의 2% ( $L_e/W = 0.02$ )인 0.8mm로 했다. NLGEOM 옵션을 사용했고, 네킹현상을 구현하고자 해석모델 하단폭을 상단폭에 비해 1% 작게 했다. 요소수와 절점수는 각각 9375개 및 48532개이다.

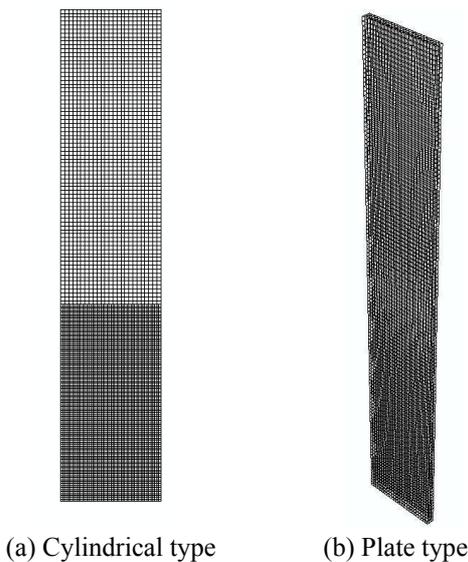


Fig. 3 FE models for cylindrical and plate tensile test specimens

하단폭을 상단폭에 비해 1% 작게 한 (테이퍼) 이유는 네킹을 구현하기 위함이다. 테이퍼가 없이 해석을 한다면 응력집중이 생기지 않아 네킹 없이 늘어나기만 한다. 보통 1% 보다 작은 테이퍼를 줘도 (0.1% ~ 0.01%) 해석상 네킹이 발생하지만, 재료 물성치에 따라 네킹이 발생하지 않는 경우도 있다. 그렇기 때문에 본 연구에서는 경험적으로 대부분의 재료 물성에서 네킹이 발생하는 1%의 테이퍼를 적용했다.

### 3. 파단진변형률 점 예측을 위한 인장시험 및 유한요소해석

#### 3.1 환봉시편의 파단진변형률 점 예측

인장시험을 통해 하중-변위 곡선을 얻은 후, 이로부터 재료의 물성들을 얻는다. 우선 하중-변위 곡선에서 하중감소 시작점, 즉 네킹점을 찾는다. 곡선 초기부터 네킹점까지 하중을 초기의 단면적으로, 변위를 초기 표점거리로 나누어 하중-변위 곡선을 공칭응력-공칭변형률 ( $\sigma_e - \epsilon_e$ )곡선으로 바꾼다. 이어 탄성영역에서 선형기울기로 영률과 0.2% offset 항복강도를 얻는다. 아래식 (1)과 (2)로 진응력 ( $\sigma_t$ )과 진변형률 ( $\epsilon_t$ )을 계산해, 네킹점까지 진응력-진변형률 곡선을 얻는다. 식 (3)은 미소진변형률에 대한 미소 진응력의 변화율을 나타낸다. 네킹점에서 식 (3)으로 구한 근사화된 기울기로 선형외삽해 임의의 초기 진응력-진변형률 곡선을 얻는다 (Fig. 4 참조).

$$\sigma_t = \sigma_e(1 + \epsilon_e) \tag{1}$$

$$\epsilon_t = \ln(1 + \epsilon_e) \tag{2}$$

$$\frac{d\sigma}{d\epsilon} \doteq \frac{\Delta\sigma}{\Delta\epsilon} \tag{3}$$

인장시험 시 네킹 이전에는 단축응력이 걸리지만, 큰 변형이 발생하는 네킹 이후부터는 삼축응력 상태의 응력이 발생한다. 이 때 측정되는 하중은 단축응력 시 하중보다 크기 때문에 적절한 보정이 필요하다. Bridgman은 경험적, 실험적 결과를 바탕으로 강 재료에 대한 근사적인 보정계수를 제시했다. 이를 Bridgman 계수라 하며, (4)와 같은 근사식으로 나타낼 수 있다. 본 연구에서는 네킹 이후의 데이터를 이 계수로 보정한다.<sup>(15)</sup>

$$B = 0.83 - 0.186 \log \varepsilon_t \quad (0.15 \leq \varepsilon_t \leq 3) \quad (4)$$

Fig. 5(a)는 SCM4 재료의 진응력-진변형률 곡선들이다. 인장시험 후 시편의 파단면적을 측정해 구한 진응력-진변형률 선도, 네킹 이후 Bridgman 계수를 적용해 구한 진응력-진변형률 선도, 네킹 점에서 근사화된 기울기로 선형외삽해 구한 진응력-진변형률 선도들이 나타나 있다.

네킹점까지 세 선도들은 거의 동일하고, 네킹 후의 진응력-진변형률 선도들은 다소 차이를 보인다. 근사화된 선형기울기로 외삽하여 구한 진응력-진변형률 선도가 시편의 파단면적을 고려한 파단 진응력-진변형률 선도에 매우 근접된다. 그러나 파단하중을 단순히 파단면적으로 나누어 얻은 삼축 응력상태에서의 값이므로, 단축응력상태의 값으로 보정해 주어야 한다. 이에 본 연구에서는 선형으로 외삽한 진응력-진변형률 선도에서 외삽한 영역을 Bridgman 계수로 보정해, 변형률 구간 0-1 에서 단축 응력상태의 진응력-진변형률 선도를 얻고, 변형률 1 이후는 해석 시 비경화 재료로 간주한다. 각 하중증분에 따른 단면적 ( $A_t$ )을 구하고, 아래식 (5)에 대입하여 진변형률을 구한다.

$$\varepsilon_t = \ln(A_o / A_t) \quad (5)$$

이로부터 해석된 삼축응력상태의 유한요소하중을 Bridgman 계수로 보정해, 단축응력상태의 “유한요소 하중-진변형률” 선도를 얻는다.

Fig. 5(b)는 Bridgman 계수로 보정된 실험 및 유한요소 하중-진변형률 선도들이다. 유한요소곡선이 실험곡선에 매우 근접함을 알 수 있다. 이로부터 실험

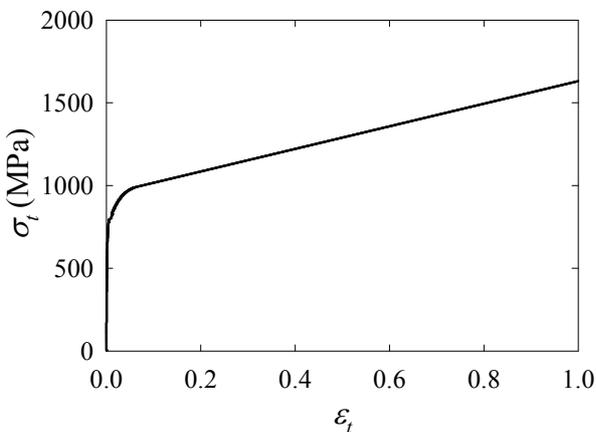
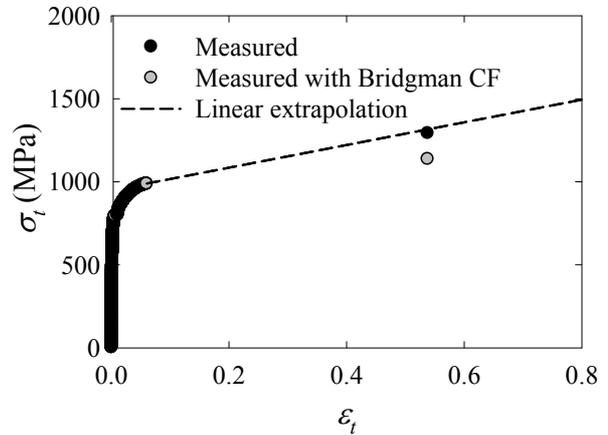
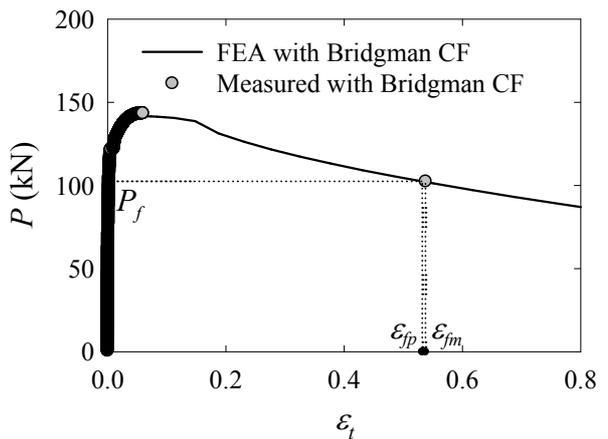


Fig. 4 A true stress-strain curve for SCM4 cylindrical specimen

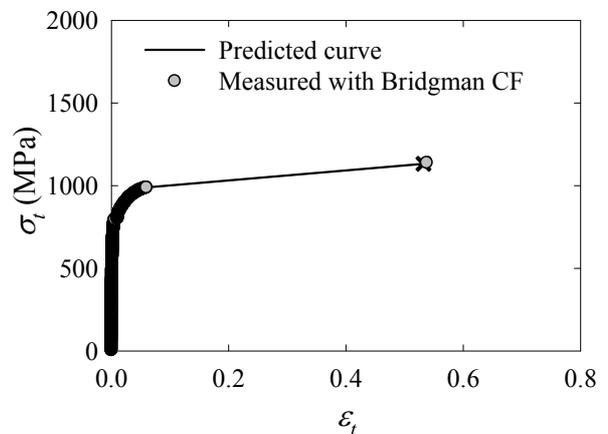
파단하중을 Bridgman 계수로 보정한 단축응력상태의 파단하중  $P_f$ 에 대응되는 파단진변형률  $\varepsilon_{fp}$ 를 얻는다. Fig. 5(c)는 유한요소해석을 이용해 최종 예측된 단축



(a) True stress-strain curve from test and linearly-extrapolated one



(b) FE and measured load-true strain curves with Bridgman correction factors



(c) Measured true stress-strain curve with Bridgman correction factor and the predicted one

Fig. 5 Process of obtaining  $\sigma_t - \varepsilon_t$  curve for SCM4 cylindrical specimen

응력상태의 진응력-진변형률 선도와 측정 진응력-진변형률 선도들이다. 예측된 파단진변형률은  $\epsilon_{fp} = 0.532$  로서, 측정된 파단진변형률  $\epsilon_{fm} = 0.538$  에 대해 1.1%의 오차를 가진다.

### 3.2 평판시편에서의 파단진변형률 점 예측

평판시편의 경우 환봉시편과 달리, Bridgman 계수를 사용하지 못하므로,<sup>(2)</sup> 새로운 수정계수를 구했다. 우선 선형외삽한 진응력-진변형률 선도를 유한요소 해석에 채택하고, 해석 후 각 하중증분에 따른 단면적들을 구해, 상기 식 (5)에 대입해 진변형률을 구한다. 또한 하중을 이들 단면적들로 나누어 삼축 응력상태의 진응력을 얻는다. 이후 각 증분들에서 유효응력들을 구해, 이들을 삼축응력상태의 진응력들로 나누어 초기 수정계수를 구한다.

Fig. 6는 진변형률 0 - 1 범위에서 진변형률에 따른 초기 수정 계수와 Bridgman 계수들의 변화를 보여준다. Bridgman 계수와 초기수정계수의 차가 크음을 알 수 있다. 본 계수는 평판시편 유한요소해석에 유용하게 활용된다. Fig. 7(a)는 Al6061 평판시편에 대해 네킹점에서의 선형기울기로 외삽해 구한 진응력-진변형률 선도와 파단면적을 고려해 구한 파단 진응력-진변형률 선도, 수정계수로 보정후의 파단 진응력-진변형률 선도 들이다. 환봉시편과 같이, 네킹점까지 세 선도들은 모두 같다. 네킹점에서 선형기울기로 외삽해 구한 진응력-진변형률 선도는 파단 진응력-진변형률 선도 에 근접된다. 이 또한 파단하중을 단순히 파단 면적으로 나누어 얻은 삼축응력상태의 값이므로, 단축응력상태의 값으로 보정해야 한다. 이에 본 연구에서는 선형 외삽한 진응력-진변형률 선도에서 외삽영역을 수정 계수로 보정해, 변형률 구간 0 - 1 에서 단축응력 상태의 진응력-진변형률 선도를 얻고, 변형률 1 이후는 해석시 비경화 재료로 간주한다.

유한요소해석을 한 후 하중증분에 따른 각각의 단면적을 식 (5)에 대입해 진변형률을 구한다. 이어 삼축응력상태의 유한요소 하중 값을 수정계수로 보정해, 단축응력상태의 “유한요소 하중-진변형률” 선도를 얻는다. Fig. 7(b)는 수정계수로 보정된 실험 및 유한요소 하중-진변형률 선도들이다. 유한요소 곡선이 실험곡선에 매우 근접함을 알 수 있다. 이로부터 실험 파단하중을 수정계수로 보정한 단축 응력상태의 파단하중  $P_f$ 에 대응되는 파단 진변형률  $\epsilon_{fp}$ 를 구한다. Fig. 7(c)는 유한요소해석으로 구한 최종 예측된 단축응력상태의 진응력-진변형률 선도와 측정 진응력-진변형률 선도들이다. 예측 파단 진변형률은  $\epsilon_{fp} = 0.601$  로서, 측정 파단진변형률  $\epsilon_{fm} = 0.568$  에 대해 5.8%의 오차를 가진다.

상기의 유한요소해에 기초한 초기 수정계수를 이용, 선형기울기로 외삽한 진응력-진변형률 선도를 1차 수정한다. 1차 수정된 선도를 유한요소해석에 재차 채택해, 해석 후 각 증분에서의 유효응력과 삼축응력상태의 진응력을 비교, 새로운 수정계수를 얻는다. 이를 1차 수정계수라 하고, 본 과정을 재차 반복한다. Fig. 8은 초기 수정계수, 1차 및 2차 반복 계산에 의해 얻어진 진변형률에 따른 수정계수들을 보여주며, Table 1은 초기 수정계수를 이용한 예측 파단진변형률과 반복수정계수를 이용한 예측 파단 진변형률 값들을 비교하고 있다. 반복횟수가 증가함에 따라서 예측 파단진변형률 값이 측정 파단 진변형률 값에 상당히 근접되며, 특히 2회 반복 계산 후, 0.2%의 오차를 보여 수정계수 값의 빠른 수렴성을 확인할 수 있다. Fig. 9은 2차 수정계수를 통한 단축응력상태의 예측 진응력-진변형률 선도와 측정 진응력-진변형률 선도들이다. 두 선도들의 일치된 분포들로부터 예측 진응력-진변형률 선도의 유효성을 확인할 수 있다.

**Table 1** Predicted and measured fracture strains with two correction factors for plate specimens

Iterated number for correction factor	Predicted fracture strain	Measured fracture strain	Error (%)
Initial	0.601	0.568	5.8
1 <sup>st</sup>	0.567	0.568	0.2
2 <sup>nd</sup>	0.567	0.568	0.2

## 4. 금속재료들의 진응력-진변형률 예측

### 4.1 주요 금속재료들에서의 진응력-진변형률 예측

본 연구에 사용된 환봉 인장시편 재료들은 SCM4 및 SS400 소재들이다. SCM4의 탄성계수  $E = 215\text{GPa}$ , 항복강도  $\sigma_0 = 767\text{MPa}$ 이며, SS400의 탄성계수  $E = 294\text{GPa}$ , 항복강도  $\sigma_0 = 762\text{MPa}$ 이다. Table 2는 SCM4 및 SS400 소재들의 측정 및 예측 파단진변형률 값들을 보여준다. 환봉시편의 경우 Bridgman 계수를

채택했다. SCM4 시편에서 예측 파단진변형률의 오차는 모두 2% 이내이다. SS400 시편의 경우, 1번 시편이 6.6%의 오차를 보이거나 나머지 시편들에서의 오차는 1.5% 이내이다.

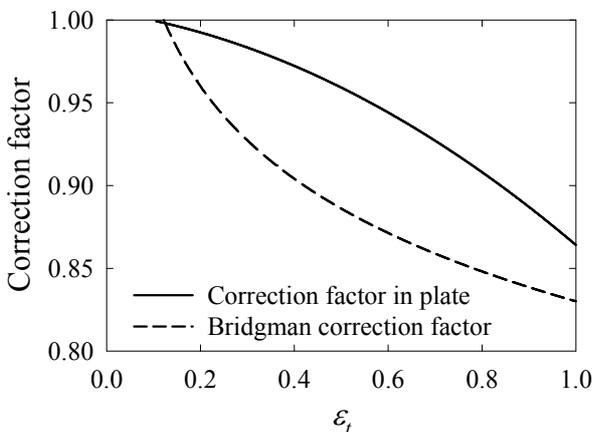
평판 인장시편 재료들로서 Al6061 및 SS400를 사용했다. Al6061의 탄성계수  $E=85\text{GPa}$ , 항복강도  $\sigma_0 = 270\text{MPa}$ 이며, SS400의 탄성계수  $E = 210\text{GPa}$ , 항복강도  $\sigma_0 = 301\text{MPa}$ 이다. Table 3는 Al6061 소재들의 측정 및 예측 파단진변형률 값들을 보여준다. 평판시편의 경우, 2회 반복계산으로 얻은 수정계수를 사용하였다. Al6061소재의 예측 파단진변형률은 약 3% 이내의 오차를 보인다.

**Table 2** Predicted and measured fracture strains for cylindrical specimens

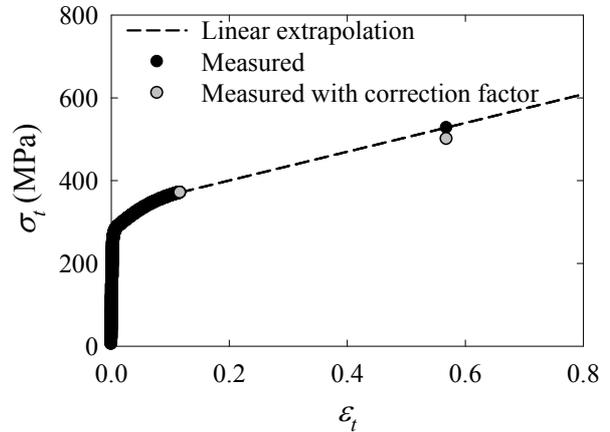
Material	Specimen	Predicted fracture strain	Measured fracture strain	Error (%)
SCM4	1	0.532	0.538	1.1
	2	0.526	0.538	2.2
	3	0.582	0.598	2.7
SS400	1	0.367	0.393	6.6
	2	0.381	0.376	1.3
	3	0.405	0.402	0.7

**Table 3** Predicted and measured fracture strains for Al6061 plate specimens

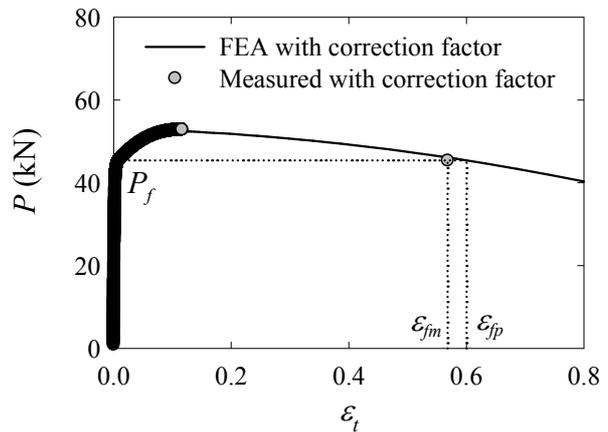
Material	Specimen	Predicted fracture strain	Measured fracture strain	Error (%)
Al6061	1	0.567	0.568	0.2
	2	0.478	0.462	3.5
	3	0.492	0.481	2.3



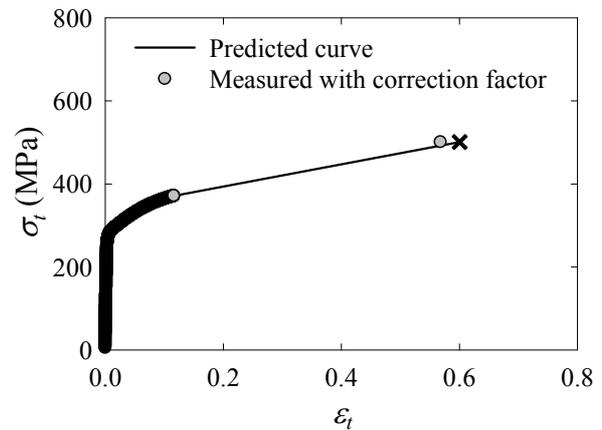
**Fig. 6** Comparison of correction factors for Al6061 plate specimen with Bridgman correction factor



(a) True stress-strain curve from test and linearly-extrapolated ones



(b) FE and measured load-true strain curves with correction factor



(c) Measured true stress-true strain curve with correction factor and the predicted one

**Fig. 7** Process of obtaining  $\sigma_t$ - $\epsilon_t$  curve for Al6061 plate specimen

SS400 평판시편 같은 경우, 예측 파단진변형률은 얻었으나, 측정 파단진변형률은 쉽게 구할 수 없었다. 이는 SS400 평판시편의 경우 파단면적을 정의할 수 없기 때문이다. SS400 평판시편은, 먼저 시편중앙부에서 초기균열이 발생되고, 또한 네킹발생과 동시에 단면적과 하중이 감소한다. 파단직전 시편 길이방향 중앙부는 이미 충분히 파단 되었으나, 중앙부의 폭 방향 양끝에서는 시편의 끊어짐 없이 매우 작은 단면적을 유지한다. 이에 상응하는 파단하중은 Fig. 10(a)처럼 매우 작아져 있다. 파단하중시 실제파단면적은 시편 양끝의 국소 잔류면적이지만, 측정되는 파단면적은 시편중앙부의 파단면적과 양끝 국부잔류면적들의 합이다. 이와 같은 이유로, 파단하중에 상응하는 파단면적을 얻을 수 없고, 그렇기 때문에 측정 파단진변형률도 구할 수 없다.

SS400 평판시편과는 달리, SS400 환봉시편에서는 파단면적이 명확해 파단진변형률을 구할 수 있다. 동일소재에서 채취한 환봉과 평판시편들의 파단 진

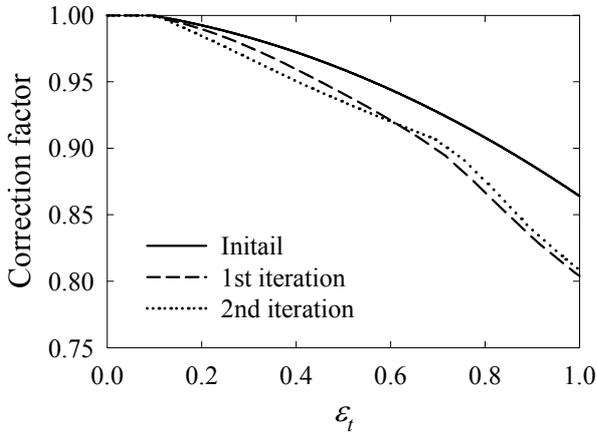


Fig. 8 Comparison of correction factors for Al6061 plate specimen

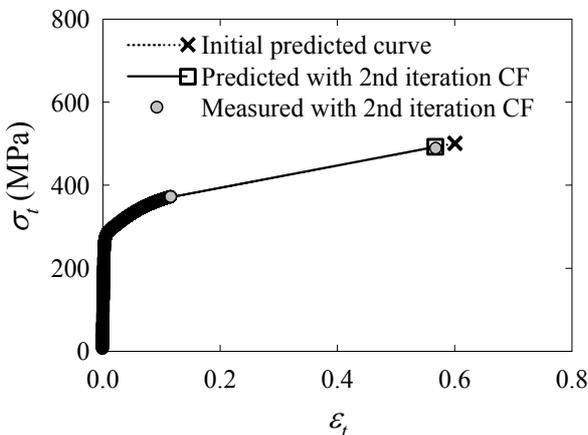
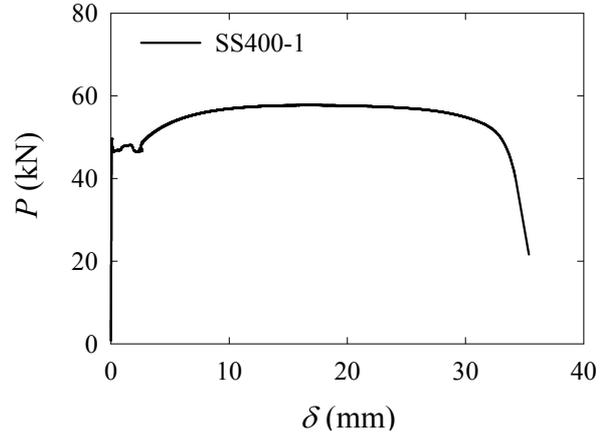
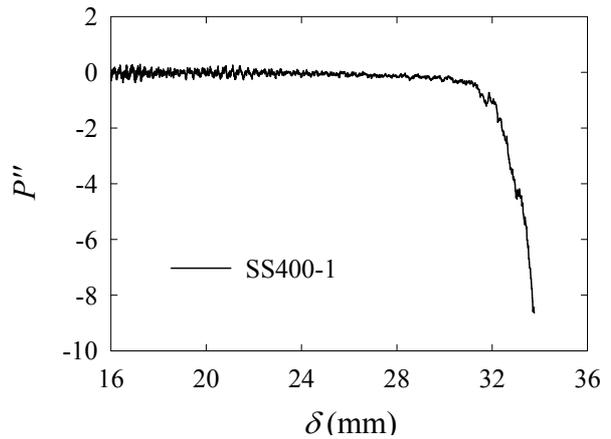


Fig. 9 Predicted and measured  $\sigma_t$ - $\varepsilon_t$  curves for Al6061 plate specimen

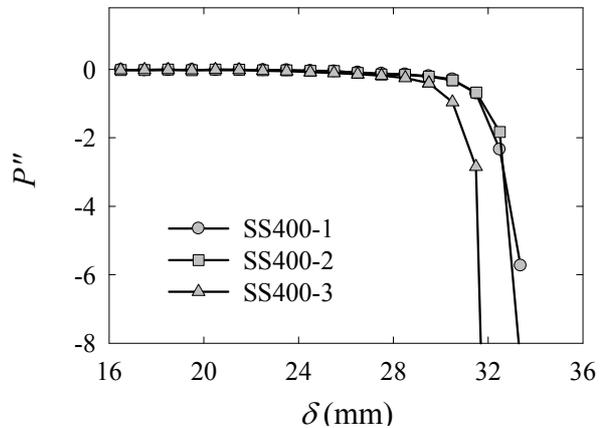
변형률들이 서로 같다는 가정하에 아래 방법으로 평판시편의 실험 파단 진응력-진변형률 곡선을 구해 볼 수 있다. Fig. 10(a)는 SS400 평판시편의 하중-변위 선도를 보여준다. 네킹 이후 하중이 완만히 감소하다



(a) Experimental load-displacement ( $P$ - $\delta$ ) curve



(b) Twice differentiated  $P$  vs.  $\delta$  curve



(c) Mean of twice differentiated  $P$  vs.  $\delta$  curves

Fig. 10 Process of obtaining  $\sigma_t$ - $\varepsilon_t$  curves for SS400 plate specimens

파단이 시작되면 급격히 감소된다. 따라서 파단하중은 급격한 하중감소 시작 점으로 정의할 수 있다. Fig. 10(b)는 SS400-1 평판시편의 하중을 변위로 2번 미분한 곡선이다. 이 곡선은 불규칙한 주기성과 중간중간 돌출부를 보인다. 하중 급감소 시작점을 찾으려면 곡선을 좀더 보편적인 형태로 바꿀 필요가 있다. 이를 위해 변위를 1mm 간격으로 나누어, 하중을 변위에 대해 2차 미분한 값의 구간평균을 구했다. Fig. 10(c)는 SS400 평판시편에서 2차 미분 평균값-변위 곡선들이다. 여기서 하중 급감소 시작점을 식 (6) 과 같이 정량적으로 정의해 본다.

$$\frac{P_{i+1}'' - P_i''}{P_i''} \geq 1, \quad i = \text{interval number} \quad (6)$$

이는 구간 ( $i, i+1$ ) 에서 평균값의 감소율이 1 이상이면 하중이 급격히 감소했다고 보고, 구간 시작점  $i$  에서의 하중을 파단하중으로 택하는 것이다. Fig. 11은 SS400 각 평판시편에서의 감소율-변위 곡선들이다. 감소율이 1을 넘어가는 구간을 찾을 수 있고, 진한 점이 하중 급감소 시작점이다. 정의된 하중 급감소 시작점의 파단하중값과 환봉시편에서 얻어진 파단진변형률을 이용해 평판시편의 진응력-진변형률 선도를 얻었다.

Fig. 12는 이렇게 구한 SS400-1 평판시편의 진응력-진변형률 선도과 네킹점에서 응력기울기로 예측된 진응력-진변형률 선도들이 매우 근접함을 보여준다. Table 4에 새로 측정된 파단하중에서의 파단진응력과 예측 곡선상의 파단 진응력과의 차이를 나타냈다. 세 시편들에서의 오차는 모두 1% 미만이다. 이는 평판시편의 하중-변위선도와 유한요소해석으로 얻은 예측 진응력-진변형률 곡선의 유효함을 보여준다.

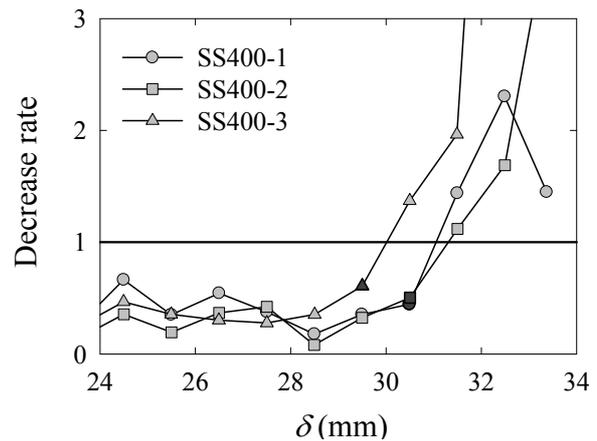
#### 4.2 수정계수의 영향

Fig. 13은 유한요소해석에 사용된 진응력-진변형률 선도과 해석 후의 진응력-진변형률 선도들을 보여준다. 해석 후의 곡선이 해석에 채택된 곡선보다 큰 값을 보이는데, 이는 해석 후 응력이 단축응력 상태에서 삼축응력상태로 변환됐기 때문이다. 수정계수는 이와 같이 네킹후 삼축응력상태의 응력들을 단축응력상태로 재 변환할 때 사용된다. 평판시편의 경우, 폭  $W$ 와 두께  $t$ 에 따라 다양한 수정계수를 주므로, 특정한 값을 적용하는데 무리가 따른다. Fig. 14는 다양한  $t/W$  비에 따른 2회 반복 유한요소해석 후의 수정계수들을 보여준다. 시편의

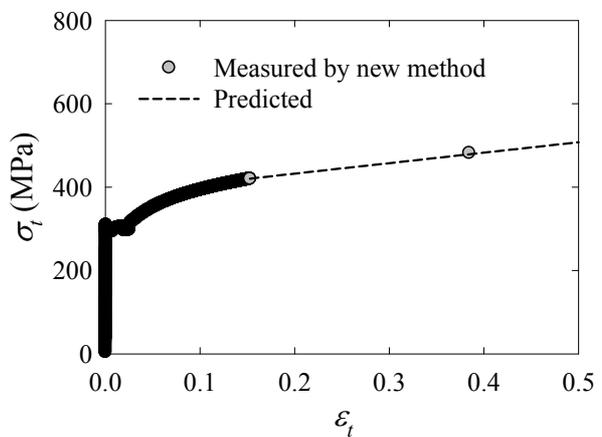
수정계수는 파단면적형상의 영향을 받기 때문에, 정확한 파단진변형률을 얻으려면 다양한 파단면적들에 대한 진변형률 해석연구들이 좀더 수행되어야 한다. Table 5에 각 모델에서의 진변형률에 따른 2회 반복 계산된 평판수정계수와 평판시편의 초기 수정계수를 나타냈다.

**Table 4** Predicted and newly-measured true fracture stress for SS400 plate specimens

Material	Specimen	Predicted true fracture stress (MPa)	Newly measured true fracture stress (MPa)	Error (%)
SS400	1	479	482	0.6
	2	482	484	0.4
	3	485	481	0.8



**Fig. 11** Decrease rate vs.  $\delta$  curves for SS400 plate specimens



**Fig. 12** Newly-measured & predicted  $\sigma_t$ - $\epsilon_t$  curves for SS400-1 plate specimen

**Table 5** Plate correction factors of each FE model

ln( $A_0/A$ )	Plate correction factor				
	Iteration $t/w$	Initial 10%	2nd 10%	2nd 20%	2nd 40%
0.10		1.000	0.999	0.998	0.999
0.20		0.993	0.984	0.987	0.988
0.30		0.983	0.968	0.972	0.974
0.40		0.972	0.951	0.952	0.955
0.50		0.959	0.935	0.930	0.934
0.60		0.944	0.920	0.904	0.909
0.70		0.927	0.905	0.870	0.881
0.80		0.908	0.875	0.834	0.848
0.90		0.887	0.839	0.798	0.811
1.00		0.864	0.808	0.766	0.772

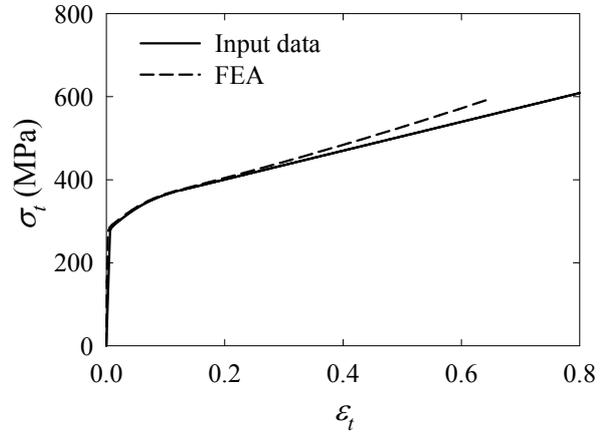
**Table 6** Strain hardening exponent of SCM4, SS400, Al6161 specimens for two regressions ranges

Material	Specimen	$n$ NP to FP	$n$ YP to FP
SCM4 cylindrical	1	12.6	11.8
	2	12.0	10.4
	3	11.4	9.0
SS400 cylindrical	1	29.5	29.3
	2	26.8	26.4
	3	27.5	27.5
Al6061 plate	1	8.4	9.3
	2	8.6	9.7
	3	8.9	9.9

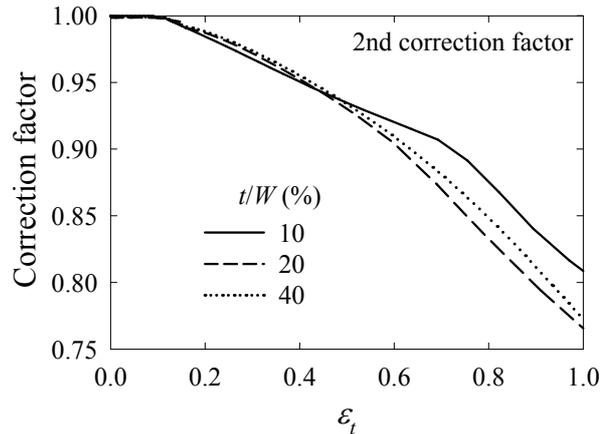
4.3 회귀곡선과 예측곡선과의 비교

진응력과 진변형률의 관계는 수학적으로 구간 멱함수법의 형태로 나타낼 수 있다.<sup>(8)</sup>

$$\frac{\epsilon}{\epsilon_0} = \begin{cases} \frac{\sigma}{\sigma_0} & \text{for } \sigma \leq \sigma_0 \\ \left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)^n & \text{for } \sigma \geq \sigma_0; \quad 1 < n \leq \infty \end{cases} \quad (7)$$



**Fig. 13** Comparison of input  $\sigma$ - $\epsilon$  curve with FEA curve for Al6061 plate specimen



**Fig. 14** Comparison of 2<sup>nd</sup> iterated correction factors for  $t/W$  ratio in Al6061 plate specimen

Fig. 15은 4.1절에서 얻어진 전체 진응력-진변형률 곡선과 이를 구간멱함수법으로 회귀한 곡선들을 비교한 것이다. (네킹점, 파단점), (항복점, 파단점)의 두 구간에서 회귀해 변형경화지수  $n$ 을 얻었고, 회귀곡선들을 얻을 수 있었다. Fig. 15(a), (b)에서 세 곡선이 모두 비슷하며, 네킹 후는 네킹점에서부터 파단점을 회귀한 곡선이, 네킹 전은 항복점에서부터 파단점까지 회귀한 곡선이 예측곡선에 좀 더 근접한다. Fig. 15(c)는 재료가 구간멱함수법을 잘 따르지 않는 형태로서 두 회귀곡선 모두 예측곡선을 명확히 따르지 않는다. Table 6에 재료와 시편형상에 따른 구간별 변형경화지수  $n$ 을 나타냈다. 회귀곡선들의 예측곡선에 대한 접근성은 변형경화지수의 수학적 정의<sup>(9)</sup>와 관련이 있기에 추후 보완연구가 필요하다.

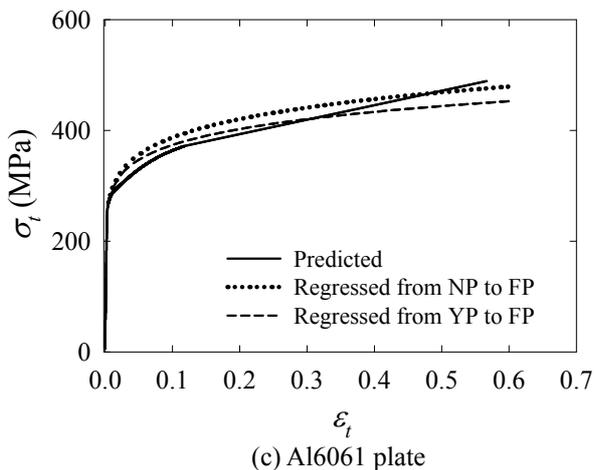
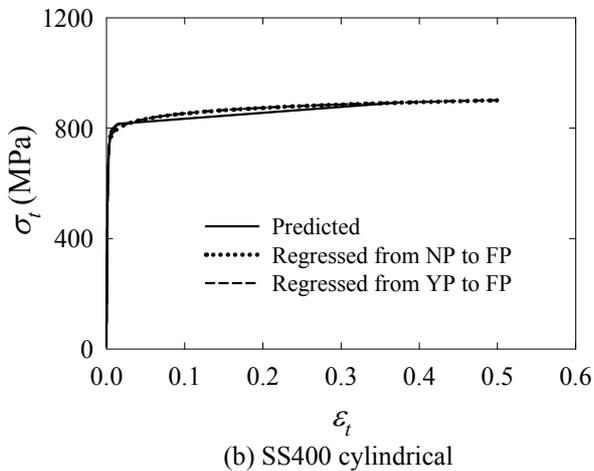
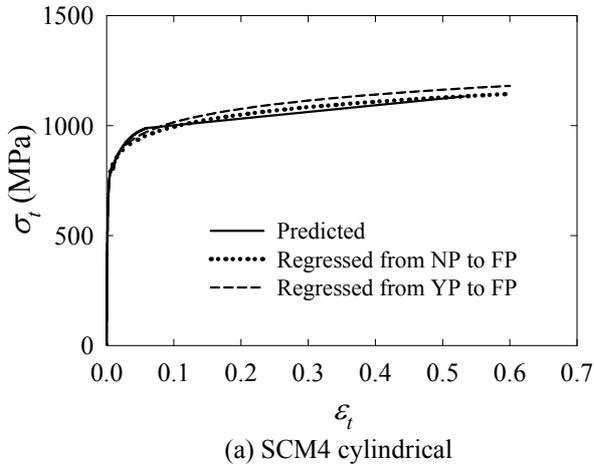


Fig. 15 Comparison of predicted & regressed  $\sigma_t$ - $\epsilon_t$  curves.

### 5. 요약

본 연구에서는 인장시험 및 유한요소해석으로 재료의 파단 진변형률을 구하고, 궁극적으로 재료의 진응력-진변형률을 얻는 방법을 제안했다. 먼저 인장시험으로 얻은 응력-변형률 선도를 네킹점에서 선형

외삽해, 초기 진응력-진변형률 곡선을 설정하고, 이를 유한요소해석에 채택했다. 유한요소해석 후 Bridgman 계수 및 평균 수정계수들을 사용해, 단축상태의 하중-진변형률 선도를 얻어 파단진변형률을 실험-해석적으로 구했다. 이 예측 파단진변형률의 실험치 대비 오차는 3% 미만이다. 이렇게 구한 파단진변형률과 이에 상응하는 파단진응력을 구해 파단점을 결정한다. 이어 네킹점과 결정한 파단점을 연결하는 네킹 후 진응력-진변형률 선형선도를 확보하고, 이를 네킹 전의 실험선도와 결합해 최종적으로 재료의 진응력-진변형률 선도를 완성했다. 본 연구에서 제시한 실험-해석적 진응력-진변형률 곡선 획득 방법은 SS400 평판시편과 같이 파단면적 측정이 어려운 경우, 그 유용함이 배가된다.

### 후 기

본 연구는 2008년도 한국과학재단 특정기초연구(KOSEF R01-2007-000-10942-0)의 일부로 수행되었으며, 이에 감사드립니다.

### 참고문헌

- (1) Mirone, G., 2004, "A New Model for the Elastoplastic Characterization and the Stress-Strain Deformation on the Necking Section of a Tensile Specimen," *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 41, No.13, pp. 3545~3564.
- (2) Cabezas, E. E. and Celentano, D. J., 2004, "Experimental and Numerical Analysis of the Tensile Test Using Sheet Specimens," *Finite Element in Analysis and Design*, Vol. 40, No. 5~6, pp. 555~575.
- (3) Dumoulin, S., Tabourot, L., Chappuis, C., Vacher, P. and Arrieux, R., 2003, "Determination of the Equivalent Stress-Equivalent Strain Relationship of a Copper Sample under Tensile Loading," *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 133, No.1~2, pp. 79~83.
- (4) Gelin, J. C. and Ghouati, O., 1995, "The Inverse Approach for the Determination of Constitutive Equations in Metal Forming," *CIRP Annals - Manufacturing Technology*, Vol. 44, No. 1, pp. 189~192.
- (5) Huber, N. and Tsakmakis, C., 1999, "Determination of Constitutive Properties from Spherical Indentation Data Using Neural Networks. Part 2: Plasticity with Nonlinear Isotropic and Kinematic Hardening," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 47, No.7, pp. 1589~1607.
- (6) Lee, H., Lee, J. H. and Pharr, G. M., 2005, "A Numerical Approach to Spherical Indentation Techniques for Material Property Evaluation," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 53, No.9, pp. 2037~2069.

- (7) Bressan, J. D. and Unfer, R. K., 2006, "Construction and Validation Tests of a Torsion Test Machine," *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 179, No. 1~3, pp. 23~29.
- (8) Rice, J. R. and Rosengren, G. F., 1968, "Plane Strain Deformation Near a Crack tip in a Power-Law Hardening Material," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 16, No.1, pp. 1~12.
- (9) Hyun, H. C., Lee, J. H. and Lee, H., 2008, "Mathematical Expression for Stress-Strain Curve of Metallic Material," *Transactions of the KSME A*, Vol. 32, No. 1, pp. 21~28.
- (10) Bridgman, P. W., 1952, *Studies in Large Plastic Flow and Fracture*, McGraw Hill Book Company Inc., New York.
- (11) Joun, M. S., Choi, I. S., Eom, J. G. and Lee, M. C., 2007, Finite Element Analysis of Tensile Testing with Emphasis on Necking," *Computational Materials Science*, Vol. 41, No.1, pp. 63~69.
- (12) Joun, M. S., Eom, J. G. and Lee, M. C., 2008, "A New Method for Acquiring True Stress-strain Curves over a Large Range of Strains Using a Tensile Test and Finite Element Method," *Mechanics of Materials*, Vol. 40, No.7, pp. 586~593.
- (13) Lee, C. H. and Kobayashi, S., 1973, "New Solutions to Rigid-plastic Deformation Problems Using a Matrix Method," *Transactions of the ASME*, Vol. 95, pp. 865~873.
- (14) ABAQUS User's Manual, 2004, Version 6.5, Hibbitt, Karlsson and Sorensen, Inc., Pawtucket, RI.
- (15) Dowling, N. E., 2006, *Mechanical Behavior of Materials*, Third Edition, Prentice Hall, Inc.