

<학술논문>

DOI:10.3795/KSME-A.2009.33.10.1045

압전 구동기와 레버 링크지를 이용한 6 자유도 스테이지의 비선형성 평가에 기초한 정밀 위치 제어기의 설계

문준희[†], 이봉구^{*}

(2009년 3월 24일 접수, 2009년 8월 18일 수정, 2009년 8월 19일 심사완료)

Precision Position Controller Design for a 6-DOF Stage with Piezoelectric Actuators and Lever Linkages Based on Nonlinearity Estimation

Jun Hee Moon and Bong-Gu Lee

Key Words : Precision Position Control (정밀 위치 제어), Flexure Hinge (플렉서 힌지), 6-DOF Stage (6 자유도 스테이지), Describing Function(기술 함수), Piezoelectric Actuator(압전구동기), Gain Margin(이득 여유)

Abstract

Precision stages for 6-DOF positioning, actuated by PZT stacks, which are fed back by gap sensors and guided by flexure hinges, have enlarged their application territory in micro/nano manufacturing and measurement area. The precision stages inherently have such limitations as the nonlinearity between input and output in piezoelectric stacks, feedback signal noise in precision capacitive gap sensors and low material damping in precision kinematic linkages of mechanical flexures. To surmount these limitations, the precision stage is modeled with physics-based variables, which are identified by transient response correspondence, and a gain margin calculation algorithm using the Prandtl-Ishlinskii model and describing function is newly developed to assess system performance more precisely than linear controller design schemes. Based on such analyses, a precision positioning controller is designed. Excellent positioning accuracy with rapid settlement accomplished by the controller is shown in step responses of the closed-loop system.

1. 서론

반도체 산업과 디스플레이 산업 등 정밀도가 높은 산업이 발전함에 따라 노광기, 옵티컬 얼라이너, 컬럼 스페이서 검사기 등 사용되는 장비의 정밀도도 높아지고 있다.^(1,2) 특히 기존에 2~3 자유도로 정밀 위치제어를 담당하는 장비들에 더 높은 정밀도가 요구됨에 따라 미세한 자세제어가 가능한 6 자유도 정밀 제어 시스템의 개발에 대한 요구가 증가되고 있다.⁽³⁾

초정밀 위치 제어 시스템의 특징과 한계는 일반적으로 다음과 같다. 먼저 압전 소자 등을 이용하는 초정밀 위치 구동기는 대체로 강한 비선형성을 갖는다. 그래서 진폭이나 경로에 따라 정상상태 오차가 달라지게 된다. 또한 위치 되먹임을 위해 정밀 위치 센서를 사용할 경우, 노이즈에 취약하여 일반적으로 미분제어거나 앞섬 보상기의 사용이 제한된다. 또, 플렉서와 같이 재질에 의한 감쇠가 작은 기구부를 사용함으로써 인해, 시스템의 극점이 허수축에 가까워서 제어이득을 높일 경우 쉽게 시스템이 불안정해진다.

기존의 연구에서는 시스템을 선형으로 간주하여 제어기를 설계하는 방법을 통해 원하는 성능 사양을 갖도록 하였다.^(2,4,5) 하지만, 이러한 방법을 통해 설계된 제어기는 선형 모델에 기초하였기 때문

[†] 책임저자, 회원, 대림대학 메카트로닉스과
E-mail : jhmoon@daelim.ac.kr
TEL : (031) 467 - 4687, FAX : (031) 467- 4869

^{*} 회원, 대림대학 기계과

에 비선형성이 존재하는 실제 시스템에 적용할 경우 의도한 성능을 발휘하지 못하게 된다.

본 연구에서는 이와 같은 한계를 극복하여 6 자유도 정밀 스테이지에 대해서 원하는 성능 사양을 만족시키는 제어기를 설계하는데 목표를 두었다. 이를 위하여 압전 구동기의 히스테리시스를 Prandtl-Ishlinskii 모델로 표현하고 기술 함수를 통해 전체 시스템의 이득 오차를 평가하는 기술을 고안하고자 한다. 또한, 개발된 비선형 시스템의 이득 오차 계산법이 비선형성이 있는 실제 시스템의 제어기 설계에 효과적임을 실험을 통해 검증하고자 한다.

2. 정밀 스테이지의 구조와 모델링

2.1 전체 시스템

초정밀 위치제어 시스템은 구동부, 제어부, 센서부, 정밀 스테이지로 나눌 수 있다. 구동부는 압전 소자(Piezomechanik, PSt 500/10/25 VS18)와 전후의 플렉서 부분으로, 센서부는 정전용량형 간격센서(Lion Precision, C7 type gap sensor)와 고정 치구로 구성하였다. 제어부는 dSpace DS-1103 와 PC(Intel Pentium 4)에 의해 구성된다. 전체 시스템의 제어 구조를 블록 다이어그램으로 나타낸 것은 Fig. 1 과 같다.

여기서, 좌표계 \mathbf{x} , \mathbf{s} 와 \mathbf{a} , 좌표변환 행렬 \mathbf{R}_s 와 \mathbf{R}_a , 압전구동기의 앰프와 스테이지의 전달함수 \mathbf{G}_a 와 \mathbf{G} 는 2 장의 남은 부분에서 자세히 설명될 것이다. 또한, \mathbf{H} 는 압전 구동기의 비선형성을 표시하는 함수로서 3 장에서 기술될 것이고, \mathbf{K}_c 는 제어기로서 4 장에서 설계될 것이다.

2.2 정밀 스테이지

정밀 스테이지는 일반적으로 직렬기구 구조(serial kinematics structure)와 병렬기구 구조(parallel kinematics structure)로 나눌 수 있다.⁽⁴⁾ 직렬기구 구조는 운동의 구속조건이 단순하여 설계가 쉬우며 축간의 간섭도 없어서 제어도 단순한 장점이 있지만, 강성이 낮은 부분이 축의 개수만큼 발생하여 동역학적인 특성은 좋지 않다. 반면에 병렬기구

구조는 축간의 간섭이 생기므로 설계와 제어가 까다로워지나 강성이 낮은 부분이 줄어들어 시스템에 존재하는 공진점을 상대적으로 높은 주파수까지 올릴 수가 있다. 따라서, 병렬기구구조를 선택하였을 때, 넓은 대역을 갖는 시스템을 구축할 수 있게 되므로 많은 정밀 위치결정 시스템은 이러한 방식을 따르고 있다. 본 연구의 시스템도 병렬기구 구조를 채택한다.

정밀 스테이지의 수평방향 구동부는 다축 플렉서 힌지에 의해 제작된다.⁽⁶⁾ 다축 플렉서 힌지는 유니버설 조인트와 같이 반경방향의 2 개의 회전 자유도에 대해서는 힌지의 역할을 수행하고 축방향으로는 힘을 전달하므로, 수평방향 구동부는 축방향의 힘만 전달하는 기구로 볼 수 있다.

정밀 스테이지의 수직방향 구동부인 레버 링크지(lever linkage)는 지렛대의 원리를 사용하여 수평방향의 구동을 수직방향으로 변환한다.⁽⁷⁾ 구동기를 수직으로 하면 시스템의 높이가 높아져서 전체적으로 수평방향의 강성이 낮아지고, 결과적으로 시스템의 수평방향의 대역폭이 좁아지게 된다. 레버 링크지를 사용하여 구동기의 수평운동을 수직 운동으로 변환하여 구동시키면 수평방향의 강성이 증가하여 수평방향의 대역폭을 높일 수 있다. 레버 부분은 단축 플렉서 힌지로서 1 개의 회전 자유도를 허용하고, 전후에 구동기와 상판에 연결되는 부분은 다축 플렉서 힌지를 사용하여 전술한 바와 같이 축방향의 힘만 전달하도록 한다.

제작된 스테이지는 Fig. 2 와 같으며, 수평방향 구동부와 수직방향 구동부는 Fig. 3 에 도시하였다.

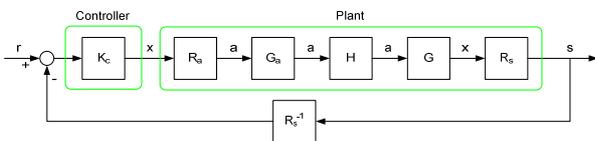


Fig. 1 Block diagram for overall control structure

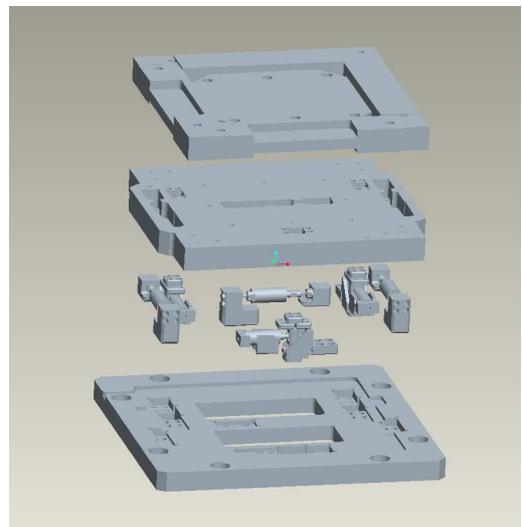
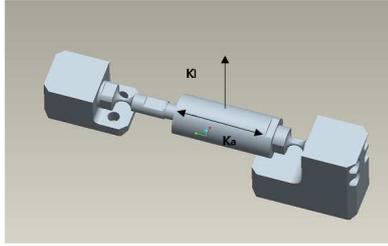
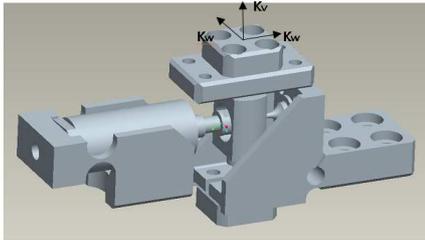


Fig. 2 Six DOF precision stage



(a) Horizontal actuation module



(b) Vertical actuation module

Fig. 3 Horizontal and vertical actuation modules

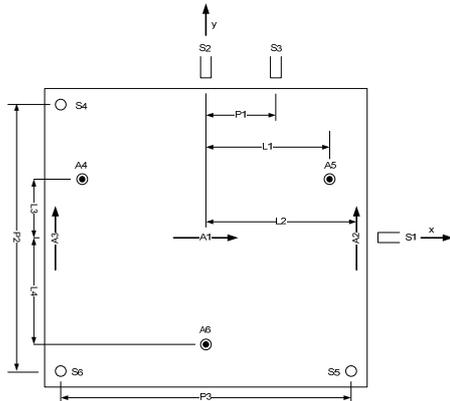


Fig. 4 Positions of support points and sensors for the upper plate

구동부에 의해 움직이는 부분은 스테이지 중에서 구동부의 상부에 위치한 상판(platform)이기 때문에 상판이 어떤 기구학적인 조건을 갖추고 있는지는 모델링에 중요한 열쇠이다. 상판(platform)의 질량과 회전관성 모멘트는 다음과 같다: $m=13.0$ kg, $I_{xx}=0.092$ kg m², $I_{yy}=0.097$ kg m², $I_{zz}=0.177$ kg m².

상판에 작동되는 힘의 작용점과 센서의 위치를 Fig. 4 에 도시하였다. A1, A2, A3 는 각각 수평방향 구동부가 상판에 미치는 작용점을 표시한 것으로서 화살표는 방향을 의미하며, A4, A5, A6 는 수직방향 구동부인 레버 링크지에 의해 구동되는 작용점을 의미하고 구동 방향은 지면에 수직인 방향이다. S1~S6 는 스테이지의 이동을 측정할 센서의 위치이다. 제작된 스테이지의 주요 치수는 다음과

같다: $L_1=115$ mm, $L_2=144$ mm, $L_3=52$ mm, $L_4=104$ mm, $P_1=65$ mm, $P_2=P_3=280$ mm.

2.3 정밀 스테이지의 모델링

각 구동부는 축방향과 반경방향의 강성을 모두 가지지만, 구동기의 전후에 플렉서 힌지를 부착하여 반경방향의 강성을 최소화하였으므로 모델링에서는 반경방향의 강성을 무시할 수 있다고 가정한다. 따라서, 다음과 같은 관계식이 성립한다 (Fig. 3 참조): $k_t/k_a \approx 0$, $k_w/k_v \approx 0$. 따라서 각 구동기의 강성은 축방향으로만 표시할 수 있게 되어, A1 구동기의 강성은 k_x , A2 와 A3 구동기의 강성은 k_y , A4~A6 구동기의 강성은 k_v 로 표현하고 그 외의 방향의 강성은 무시한다. 또한, 스테이지의 상판이 대칭구조로 설계되었기 때문에 회전관성 모멘트는 대각성분만 고려한다. 그 결과로 정밀 스테이지의 동역학적 관계식은 다음과 같이 표현된다.

$$m\ddot{x} = -c_x \dot{a}_1 - k_x a_1 \quad (1)$$

$$m\ddot{y} = -c_y (\dot{a}_2 + \dot{a}_3) - k_y (a_2 + a_3) \quad (2)$$

$$m\ddot{z} = -c_v (\dot{a}_4 + \dot{a}_5 + \dot{a}_6) - k_v (a_4 + a_5 + a_6) \quad (3)$$

$$I_{xx} \ddot{\theta}_x = -L_3 c_v \dot{a}_4 - L_3 c_v \dot{a}_5 + L_4 c_v \dot{a}_6 - L_3 k_v a_4 - L_3 k_v a_5 + L_4 k_v a_6 \quad (4)$$

$$I_{yy} \ddot{\theta}_y = -L_1 c_v \dot{a}_4 + L_1 c_v \dot{a}_5 - L_1 k_v a_4 + L_1 k_v a_5 \quad (5)$$

$$I_{zz} \ddot{\theta}_z = -L_2 c_y \dot{a}_2 + L_2 c_y \dot{a}_3 - L_2 k_y a_2 + L_2 k_y a_3 \quad (6)$$

여기서 지지점 사이의 거리 $L_1 \sim L_4$ 는 Fig. 3 에 도시되어 있으며, m 과 I_{xx} , I_{yy} , I_{zz} 는 각각 상판의 질량과 회전관성 모멘트이고, θ_x , θ_y , θ_z 는 상판의 회전각이다. a_i 는 i 번째 구동점 A_i 에서의 출력변위들이다. 식 (1) ~ (6)을 행렬식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} = -\mathbf{C}\dot{\mathbf{a}} - \mathbf{K}\mathbf{a} \quad (7)$$

$$\mathbf{x} = [x \ y \ z \ \theta_x \ \theta_y \ \theta_z]^T \quad (8)$$

$$\mathbf{a} = [a_1 \ a_2 \ a_3 \ a_4 \ a_5 \ a_6]^T = \mathbf{R}_a \mathbf{x} \quad (9)$$

$$\mathbf{R}_a = \begin{bmatrix} 1 & & & & & \\ & 1 & & & & -L_2 \\ & & 1 & & & L_2 \\ & & & 1 & L_3 & L_1 \\ & & & & 1 & L_3 & L_1 \\ & & & & & & 1 & -L_4 \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m & & & & & \\ & m & & & & \\ & & m & & & \\ & & & I_{xx} & & \\ & & & & I_{yy} & \\ & & & & & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_x & & & & & \\ & c_y & & & & \\ & & c_y & & & \\ & & & c_v & c_v & c_v \\ & & & L_3 c_v & L_3 c_v & -L_4 c_v \\ & & & L_1 c_v & -L_1 c_v & \\ L_2 c_y & -L_2 c_y & & & & \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_x & & & & & \\ & k_y & & & & \\ & & k_y & & & \\ & & & k_v & k_v & k_v \\ & & & L_3 k_v & L_3 k_v & -L_4 k_v \\ & & & L_1 k_v & -L_1 k_v & \\ L_2 k_y & -L_2 k_y & & & & \end{bmatrix} \quad (13)$$

또한 상판의 6 자유도 성분과 센서에서 검출되는 변위 $s_1 \sim s_6$ 사이의 관계식은 다음과 같다.

$$\mathbf{s} = \mathbf{R}_s \mathbf{x} \quad (14)$$

$$\mathbf{s} = [s_1 \ s_2 \ s_3 \ s_4 \ s_5 \ s_6]^T \quad (15)$$

$$\mathbf{R}_s = \begin{bmatrix} 1 & & & & & \\ & 1 & & & & \\ & & 1 & & & \\ & & & P_2/2 & P_3/2 & \\ & & & -P_2/2 & -P_3/2 & \\ & & & 1 & -P_2/2 & P_3/2 \end{bmatrix} P_1 \quad (16)$$

여기서 센서의 위치인 P_1, P_2, P_3 는 Fig. 3에 명시하였다.

2.4 압전 구동기의 증폭기의 모델링

압전구동기의 증폭기의 주파수 응답함수는 스위프(sweep)신호를 입력하여 출력을 측정 후 푸리에 변환을 통해 주파수 응답을 구함으로 얻었으며, Fig. 5에 실험 결과로서의 주파수 응답과 모델링한 주파수 응답함수를 도시하였고, 점선으로 나타낸 모델의 주파수 응답함수는 1차의 저주파 필터로서 다음과 같다.

$$G_a = \frac{100}{1+s/565} \quad (17)$$

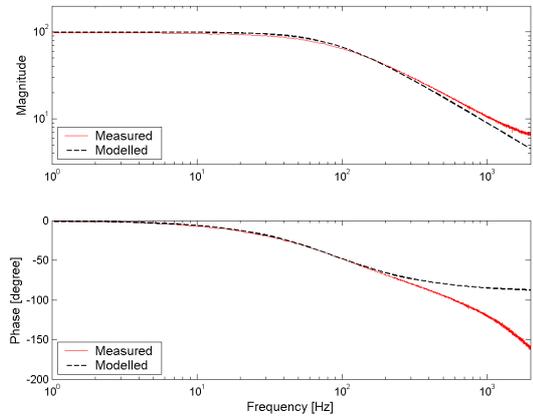


Fig. 5 Frequency response of PZT stack amplifier

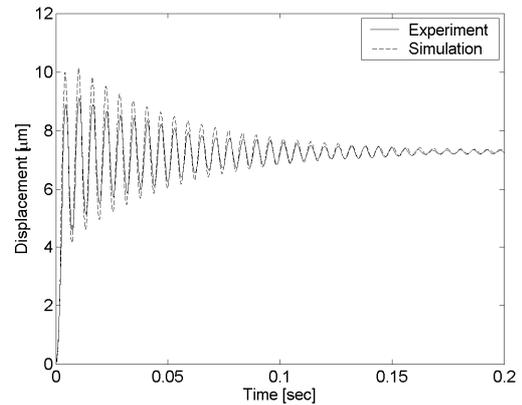


Fig. 6 Open-loop transient responses of the 6-dof precision stage in x-direction at 100 V step input

식 (17)에 의한 주파수 특성은 200 Hz 정도까지는 압전 구동기의 증폭기의 주파수 특성이 아주 흡사한 주파수 특성을 보이고 있다. 우리가 제어하고자 하는 대역이 시스템의 고유진동수보다 작은 영역인 100 Hz 이하이므로 이러한 모델을 사용하는 것이 적절하다고 평가된다.

2.5 계산되지 않는 시스템 변수의 식별

X 축 방향 구동부의 강성과 감쇠계수를 변화시키면서, 식 (7), (14), (17)에 의해 계산되는 모델의 시간영역 시뮬레이션을 200 V 계단 입력의 의한 개루프 과도 응답의 실험결과에 맞추었고, 그 결과를 Fig. 6에 도시하였다. 이와 같은 과정을 나머지 5개의 자유도에 대해서도 수행하였으며, 결과적으로 식별된 계수값들은 다음과 같다: $k_x = 1.37 \times 10^7$ N/m, $c_x = 351$ N s/m, $k_y = 7.9 \times 10^6$ N/m,

$c_y = 202 \text{ N s/m}$, $k_v = 4.7 \times 10^6 \text{ N/m}$, $c_v = 78.1 \text{ N s/m}$.

또한, 식별된 시스템 변수를 대입하여서 식(7), (14)와 (17)를 사용해 구한 각 자유도별 시스템의 개루프 전달함수는 다음과 같다.

$$G_x = \frac{2.215e007}{s^3 + 606.9 s^2 + 1.097e006 s + 6.068e008} \quad (18)$$

$$G_y = \frac{2.504e007 s + 1.416e010}{s^4 + 1162 s^3 + 1.568e006 s^2 + 1.382e009 s + 3.879e011} \quad (19)$$

$$G_z = \frac{2.239e007 s^2 + 2.532e010 s + 7.16e012}{s^5 + 1714 s^4 + 2.075e006 s^3 + 2.038e009 s^2 + 1.044e012 s + 1.962e014} \quad (20)$$

$$G_{\theta_x} = \frac{1.817e007 s^2 + 2.055e010 s + 5.81e012}{s^5 + 1711 s^4 + 1.864e006 s^3 + 1.688e009 s^2 + 8.471e011 s + 1.592e014} \quad (21)$$

$$G_{\theta_y} = \frac{2.787e007 s + 1.576e010}{s^4 + 1153 s^3 + 1.695e006 s^2 + 1.534e009 s + 4.317e011} \quad (22)$$

$$G_{\theta_z} = \frac{4.022e007 s + 2.274e010}{s^4 + 1181 s^3 + 2.325e006 s^2 + 2.22e009 s + 6.231e011} \quad (23)$$

3. 압전 구동기의 비선형성의 모델링

계단입력의 값을 40 V 로 바꾸어서 시간영역에서 관찰한 것이 Fig. 7 이다. 2.5 절에서 같이 시스템 변수들을 모두 식별한 모델로 시간영역 시뮬레이션을 하였는데 실험값과 상당한 차이를 보여준다. 이와 같은 현상은 압전 구동기에 내재하는 비선형성에 기인한다. 압전 구동기의 비선형성으로 인한 현상은 크립(creep)으로 인한 변위의 지속적인 변화와 히스테리시스(hysteresis)로 인한 이득의 감소 등이 있다. 그 중 히스테리시스는 이득의 변화 뿐 아니라 위상 지연도 만들어 내며, 비교적 빠른 속도의 구동이 요구되는 정밀위치제어 시스템에서 가장 큰 영향을 미치는 비선형 요소가 된다.

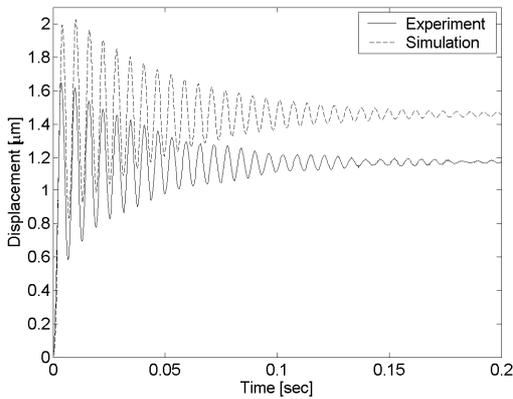


Fig. 7 Open-loop transient responses of the 6-dof precision stage in x-direction at 40 V step input

히스테리시스를 모델링하는 데는 Preisach 모델과 PI (Prandtl-Ishlinskii) 모델의 두 가지 방법이 주로 사용되고 있다.⁽⁹⁾ 이 중에서 PI 모델은 적은 단계의 단위 모델만 소요되고 신호의 불연속성이 없어서 이득 및 위상 변화의 계산과 실제적인 적용에 유리하다.^(10,11) 본 연구에서는 PI 모델의 기본 연산자인 백래시 함수 50 개와 초기 기울기를 갖는 1 개의 직선으로 모델링하였고, Slotine 과 Li 의 방법으로 해석하였다.⁽¹²⁾ 본 연구에서 사용된 압전 구동기의 히스테리시스를 측정된 값과 그의 PI 모델을 Fig. 8 에 도시하였다.

다음의 식(30)은 PI 모델에 의한 압전 구동기의 기술함수이다.

$$h(A) = a + bj \quad (24)$$

여기서

$$a = k_0 + \sum_i k_i \left[\frac{\pi}{2} + \gamma_i + \sin \gamma_i \cos \gamma_i \right] \quad (25)$$

$$b = -\sum_i k_i \frac{4r_i}{\pi A} \left(1 - \frac{r_i}{A} \right) \quad (26)$$

$$\gamma_i = \sin^{-1} \left(1 - \frac{2d_i}{A} \right) \quad (27)$$

계수 중 k_0 는 초기 기울기, k_i 는 기울기의 증가량, A 는 진폭, r_i 는 백래시의 폭을 각각 의미하며 Fig. 8 에 도시되어 있다. 전술한 Fig. 1 의 \mathbf{H} 는 식(24)의 \mathbf{h} 를 대각 원소로 갖는 6×6 행렬이다.

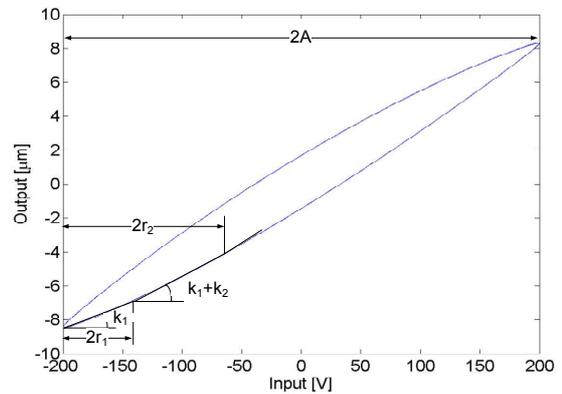


Fig. 8 PI model for hysteresis of the PZT stack

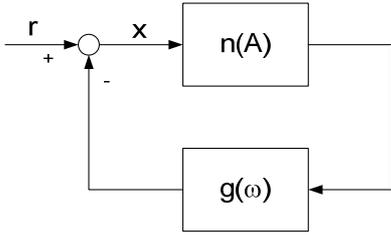


Fig. 9 General single-loop feedback system

4. 구동기의 비선형성을 고려한 초정밀 위치제어기의 설계

4.1 제어기의 안정성 판정 및 비교

구동기의 히스테리시스로 인한 이득의 변화는 일관성 없는 정상상태 오차를 가져오므로 (Fig. 6 과 7 참조) 비례적분제어기를 사용하여 압전구동기의 정상상태오차를 제거하도록 하였으며, 정전용량형 간격 센서가 노이즈가 많으므로 미분제어기는 사용하지 않았다.

비선형성을 가진 요소를 포함한 시스템의 안정성 판정을 위해서 Fig. 1 에 도시한 시스템을 Fig. 9 와 같이 표시한다.

$n(A)$ 은 압전구동기의 히스테리시스로 인해 발생하는 비선형성만을 나타내는 식으로서 최대 변위에서의 이득이 1 인 함수이며 다음과 같이 표현된다.

$$n(A) = h(A) / h_{nom} \tag{28}$$

여기서 $h(A)$ 는 식 (24)~(27)로 표현되는 압전구동기의 비선형성을 표현하는 함수이며, h_{nom} 는 압전구동기의 명목상 이득⁽⁸⁾(=0.05 μ m/V)이다.

또한, $g(\omega)$ 는 제어기와 h_{nom} 과 압전구동기를 제외한 플랜트의 전달 함수를 모두 곱한 선형 함수이며 다음과 같이 표현된다. (아래 첨자 i 는 각 자유도 성분을 나타낸다.)

$$g(\omega) = K_{c,i} h_{nom} G_i \tag{29}$$

한편, Fig. 9 에 나타낸 시스템의 특성방정식은 다음과 같다.

$$n(A) \cdot g(\omega) + 1 = 0 \tag{30}$$

다시 적절한 연산을 거치면 다음과 같이 된다.

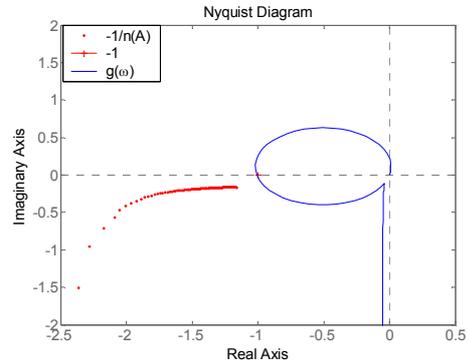


Fig. 10 Complex plane representation of $-1/n(A)$ and $g(\omega)$ for stability evaluation

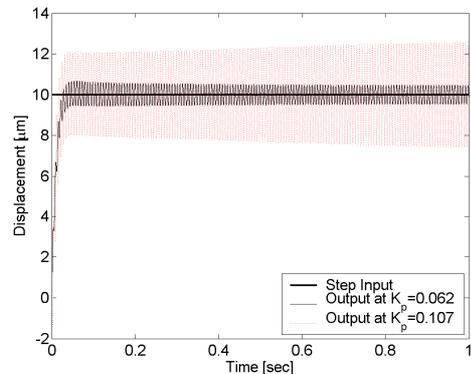


Fig. 11 Experimental stability test by step input

$$g(\omega) = -\frac{1}{n(A)} \tag{31}$$

여기서 좌변은 주파수의 함수이고, 우변은 진폭의 함수이며, 이 두 함수의 교점은 시스템을 불안정하게 하거나 리미트 사이클이 존재하는 진폭과 주파수를 표현한다.^(13,14) 좌변을 복소평면에 표현하면 선형요소만 고려한 나이퀴스트 선도가 된다. 우변은 실험을 통해 얻은 압전구동기의 히스테리시스 데이터를 가지고 식 (24)~(27)의 계수를 맞추어 구한다. 식 (31)를 복소평면에 나타낸 것이 Fig. 10 이며 스테이지의 x 축 성분에 대해 계산하였다. 사용된 비례적분제어기는 식 (32)과 같으며, 비례상수는 $K_{p,x} = 0.062$ 이고 적분시간은 $T_{i,x} = 0.001$ 초이다.

$$K_{c,x} = K_{p,x} \left(1 + \frac{1}{T_{i,x}s} \right) \tag{32}$$

선형적인 요소만 고려한 $g(\omega)$ 가 그리는 나이퀴스트 선도를 볼 때 시스템은 불안정하지만, 비선

형요소를 고려하면 선도가 $-1/n(A)$ 와 만나지 않기 때문에 안정하다.

실제 실험 결과인 Fig. 11 에서도 $K_{p,x} = 0.107$ 은 되어야 불안정 해짐을 보여주고 있어서 비선형 요소를 고려해야 안정성 평가가 정확하여짐을 알 수 있다.

4.2 제어기의 설계와 성능 평가

본 연구에서는, 안정한 제어기가 원하는 성능을 갖도록 설계하는 데에 이득여유를 제어기의 성능 지표로 사용하고자 한다. 이득 여유를 수식으로 나타내면 식 (33)과 같다.

$$GM = -20 \log_{10} |n(A^*)g(\omega^*)| \tag{33}$$

여기서 진폭 A^* 와 주파수 ω^* 는 $n(A) \cdot g(\omega)$ 의 위상이 180 도인 경우의 값들이다. $n(A) \cdot g(\omega)$ 의 위상을 수식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\arg n(A^*)g(\omega^*) = \arg n(A^*) + \arg g(\omega^*) = \pi \tag{34}$$

또한, $\arg -1/n = \pi - \arg n$ 이므로

$$\arg -1/n(A^*) = \arg g(\omega^*) \tag{35}$$

식 (35)을 만족하는 A^* 와 ω^* 는 유일하지 않으므로, 이득 여유는 다음의 두 식으로 정리될 수 있다.

$$GM = -20 \log_{10} \sup_{(A^*, \omega^*) \in S} |n(A^*)g(\omega^*)| \tag{36}$$

$$S = \{(A^*, \omega^*) | \arg -1/n(A^*) = \arg g(\omega^*), |A^*| \leq \text{MaxStroke}, \omega^* \geq 0\} \tag{37}$$

그러므로 식 (36)와 (37)를 통한 이득 여유의 실질적인 계산은 다음과 같은 방법으로 가능하다.

- (A1) 복소 평면에서 원점에 가장 가까운 $-1/n(A)$ 의 A^* 값을 구한다.
- (A2) 이 점과 원점 사이에 직선을 그은 후 그 직선과 $g(\omega)$ 사이의 교점에서의 ω^* 를 구한다.
- (A3) 구한 A^* 와 ω^* 를 가지고 $h(A^*)g(\omega^*)$ 를 계산하여 이득 여유를 구한다.

이러한 방법으로 이득 여유를 평가하면 동일한 제어기를 적용하였을 때 선형적 요소만을 고려한 이득 여유와 다른 값을 얻게 된다. 예를 들어, 선형 시스템인 $g(\omega)$ 에 식(32)와 같은 비례적분제어기를 적용하여 비례상수를 $K_{p,x} = 0.03$, 적분시간은 $T_{i,x} = 0.001$ 초로 하면, 6.24 dB의 이득 여유를

Table 1 Controller gains to make the same gain margin

Direction	Proportional constants for the gain margin of $g(\omega^*)$ to be 8 dB	Proportional constants for the gain margin of $n(A^*)g(\omega^*)$ to be 8 dB
x	$K_{p,x} = 0.0245$	$K_{p,x} = 0.0303$
y	$K_{p,y} = 0.0187$	$K_{p,y} = 0.0227$
z	$K_{p,z} = 0.0107$	$K_{p,z} = 0.0132$
θ_x	$K_{p,\theta x} = 0.0085$	$K_{p,\theta x} = 0.0104$
θ_y	$K_{p,\theta y} = 0.0137$	$K_{p,\theta y} = 0.0170$
θ_z	$K_{p,\theta z} = 0.0315$	$K_{p,\theta z} = 0.0391$

갖게 된다. 이 경우 식 (34)과 (35)를 이용하여 비선형성을 고려한 이득 여유를 계산하면 8.06 dB가 된다.

각 자유도에 대해서 이득 여유가 8 dB이 되도록, 비선형 요소를 고려한 경우와 고려하지 않은 경우의 제어기의 비례상수를 구하여 Table 1에 정리하였다 (식 (32)과 같은 비례적분제어기를 적용하였으며, 적분시간은 모두 0.001 초로 하였다). 또한, Table 1의 제어기를 적용한 시스템의 계단 응답의 선형 시뮬레이션 결과와 실험 결과를 Fig. 12에 도시하였다.

다음의 Fig. 12에서 볼 수 있듯이 압전 구동기의 비선형성 때문에 계단 응답 곡선은 선형 해석 결과와 일치하지 않는다. 또한, 실험에 의한 계단 응답 곡선이 같은 제어 이득(Table 1의 좌측 칸)을 갖는 선형 시뮬레이션보다는, Table 1의 우측 칸의 제어 이득을 갖는 선형 시뮬레이션 결과에 더 근접함을 발견할 수 있다. 이는 원하는 이득 여유를 갖도록 제어기를 설계하고자 할 때, 본 연구에서 개발된 방법을 사용하여 제어 이득을 계산하여야 원래 의도된 성능에 가까운 응답을 얻을 수 있음을 의미한다.

본 연구에서 개발한, 압전구동기를 가진 정밀 스테이지의 제어기 설계 방법을 요약하면 다음과 같다.

- (B1) 스테이지를 선형으로 간주하고 모델링한 후 실험을 통하여 계수를 식별한다.
- (B2) 압전구동기의 히스테리시스를 Prandtl-Ishlinskii 모델로 모델링하고 식(24)~(27)과 같이 기술함수로 나타낸다.
- (B3) 성능 지표로서의 목표 이득 여유를 정한다.
- (B4) 식 (36)과 (37)에 의하여 목표 이득 여유를 갖는 제어기를 설계한다.

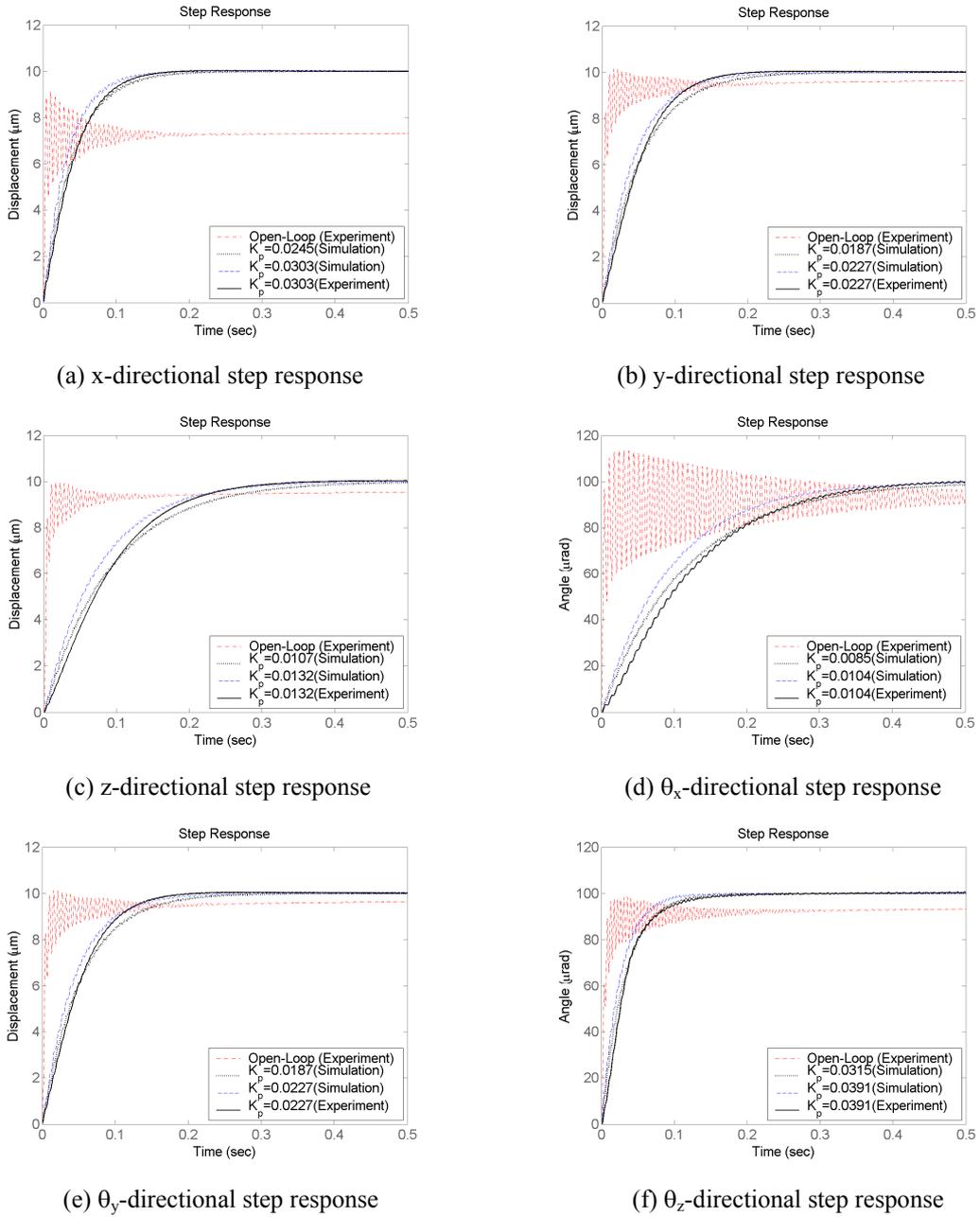


Fig. 12 Step response comparison between simulation and experiment for performance test

결과적으로 본 연구에서 설계된 제어기를 적용한 시스템의 페루트 계단 응답들은 0.15~0.4 초의 정착시간 (2 % 기준)을 가지며, 오버슈트는 1 % 미만이다. 개발된 제어기는 개루프 계단 응답과 비교해 볼 때, 히스테리시스에 의한 이득의 불확실성을 보강할 뿐 아니라 시스템의 저감쇠로 인한 진동도 상당히 감소시킨다.

5. 결론

본 연구의 결과로 다음과 같은 성과를 거두었다.
 (1) 6 자유도 정밀 스테이지의 기구학적/동역학적 관계를 통해, 물리적으로 의미 있는 계수로 이루어진 수학적 모델을 구하였으며, 이 모델을 계산하여 얻은 개루프 과도응답을 실험 결과와 일치시키는 방법으로 각 계수를 식별하였다.

(2) Prandtl-Ishlinskii 모델과 기술함수를 사용하여, 압전구동기와 같이 히스테리시스를 갖는 요소를 포함하는 시스템의 이득 여유를 계산하는 방법을 새롭게 개발하였다.

(3) 개발된 이득 여유 계산법을 이용하여 설계된 제어기는, 기존의 선형 시스템의 이득 여유 계산법에 의해 설계된 제어기보다 원래 의도했던 성능에 더욱 가까운 결과를 만들어 냄을 실험을 통해 입증하였다.

(4) 개발된 제어기를 적용한 6 자유도 정밀 위치 제어 시스템은 0.15~0.4 초의 정착시간과 1% 이내의 오버슈트로 제어가 가능함을 각 자유도 별로 확인하였다.

후 기

본 연구를 지원해 주신 중기청/서울특별시의 산학 공동기술개발지원사업과 관계자 여러분들께 감사드립니다.

참고문헌

(1) Gordon, C. G., 1991, "Generic Criteria for Vibration - Sensitive Equipment," *Proceedings of International Society for Optical Engineering (SPIE), San Jose, CA, November 4-6*, Vol. 1619, pp. 71~85.

(2) Shan, X., Kuo, S., Zhang, J. and Menq, C., 2002, "Ultra Precision Motion Control of a Multiple Degrees of Freedom Magnetic Suspension Stage," *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, Vol. 7, No. 1, pp. 67~78.

(3) Physik Instrumente (PI) GmbH homepage, 2009, www.physikinstrumente.com, accessed March 23, 2009.

(4) Yao, Q., Dong, J. and Ferreira, P. M., 2007, "Design,

Analysis, Fabrication and Testing of a Parallel-Kinematic Micropositioning XY Stage," *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, Vol. 47, pp. 946~961.

(5) Kang, D., Kim, K., Choi, Y., Gweon, D., Lee, S. and Lee, M., 2005, "Design and Control of Flexure Based X Y θ_z Stage," *Journal of Mechanical Science and Technology*, Vol. 19, No. 11, pp. 2157~2164.

(6) Paros, J. M. and Weisbord, L., 1965, "How to Design Flexure Hinges," *Machine Design*, Vol. 37, pp. 151~156.

(7) Park, J. H., 2003, "Development of the 6 DOF Ultra Precision Positioning System using the PZT Actuators and Elastic Hinges", *Ph.D Thesis for mechanical engineering*, Seoul National University.

(8) Piezomechanik GmbH catalog, 2009, www.piezomechanik.com, accessed March 23, 2009.

(9) Bashash, S. and Jalili N., 2007, "Robust Multiple Frequency Trajectory Tracking Control of Piezoelectrically Driven Micro/Nanopositioning Systems," *IEEE Trans. on Control Systems Technology*, Vol. 15, No. 5, pp. 867~878.

(10) Kuhnen, K. and Janocha, H., 2001, "Inverse Feedforward Controller for Complex Hysteretic Nonlinearities in Smart-Material Systems," *Control Intell. Syst.*, vol. 29, pp. 74~83.

(11) Kuhnen, K. and Janocha, H., 2002, "Complex Hysteresis Modeling of a Broad Class of Hysteretic Nonlinearities," *Proc. 8th Int. Conf. New Actuators*, pp. 688~691.

(12) Slotine, J. E. and Li, W., 1991, *Applied Nonlinear Control*, Prentice-Hall, pp. 157~187.

(13) Bergen, A. R., Chua, L. O., Mees, A. I. and Szeto, E. W., 1982, "Error Bounds for General Describing Function Problems," *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, Vol. CAS-29, No. 6, pp. 345~354.

(14) Cavallo, A., Natale, C., Pirozzi, S. and Visone, C., 2005, "Limit Cycles in Control Systems Employing Smart Actuators with Hysteresis," *IEEE/ASME Trans. on Mechatronics*, Vol. 10, No. 2, pp. 172~180.