

공극의 시간변화를 고려한 3상 BLDC 모터의 동특성 해석

박기선* · 임형빈** · 정진태 †

(2009년 3월 13일 접수, 2009년 8월 14일 수정, 2009년 8월 14일 심사완료)

Dynamic Analysis of a 3-Phase BLDC Motor Considering Variation of an Air-Gap

Kisun Park, Hyungbin Im and Jintai Chung

Key Words : Brushless DC Motor(브러쉬리스 직류 전동기), Inductance(인덕턴스), Flux Linkage(쇄교자속), Air-Gap(공극), Electromechanical Equation(기전연성방정식), Lagrange's Equation(라그랑지 방정식)

Abstract

In this study, vibrations of an electric motor are analyzed when the motor has the interaction between mechanical and electromagnetic behaviors. For this vibration analysis a 3-phase 8-pole brushless DC motor is selected. Vibrations of the motor are influenced by coupled electromechanical characteristics. The variation of air-gap induced by vibration has an influence on the inductance of the motor coil. To analyze dynamic characteristics of the rotor, we studied inductance by the variation of an air-gap. After obtaining the kinetic, potential and magnetic energies for the motor, the equations of motion are derived by using Lagrange's equation. By applying the Newmark time integration method to the equations, the dynamic responses for the displacements and currents are computed.

1. 서론

모터는 산업 및 가정용 뿐만 아니라 차량용으로 많이 사용되는 운동 발생장치 중의 하나이다. BLDC 모터(brushless DC Motor)는 전기적, 기계적 소음이 적고, 고속회전, 고 신뢰성을 보유하고 있어 정밀제어를 위한 구동력이 필요한 로봇산업과 IT 산업 분야에서 널리 사용되고 있고, 가정용 기기와 같이 작은 동력이 필요한 분야에도 이용되고 있다. 근래에 이르러 BLDC 모터는 자동차와 관련된 구동용 모터, 그리고 의료분야 등으로 응용분

야가 확장되고 있으며 특히, 환경 친화적이며 저 연비를 실현하기 위한 하이브리드 전기자동차에 대한 관심이 고조되면서, 이에 대한 연구 개발이 활발히 진행되고 있다.

모터는 일반적으로 전자기적 가진력을 발생시키는 코일과 영구자석 그리고 가진력에 의해서 구동되는 회전자로 구성되어 있다. 따라서, 모터의 특성을 파악하기 위해서는 전자기적 가진력을 발생시키는 전압, 전류와 같은 전자기적 특성과 회전자의 위치나 회전속도와 같은 기계적인 특성을 연성하여 파악하는 것이 중요하다.

장건희^(1,2)는 맥스웰 방정식과 전압 방정식, 그리고 뉴턴 오일러 방정식에 의해 BLDC 모터를 기전 연성의 방법으로 해석하여 모터의 전자기적인 가진력과 회전자의 동적 응답과의 상호 관계를 파악하였다. 황상문^(3,4)은 회전자의 동적 편심과 전자기적 불평형력을 고려하여 과도 동적 해석을 연구하였다. 회전자에 매입되어 있는 영구자석의 여러

† 책임저자, 회원, 한양대학교 기계공학과
E-mail : jchung@hanyang.ac.kr
TEL : (031)400-5287 FAX : (031)406-6964

* 한양대학교 대학원 기계공학과
(현: LIG NEX1 기계연구센터 재직)

** 한양대학교 대학원 기계공학과

형상에 관한 동특성 연구는 Hendershot⁽⁵⁾ 등이 수행하였다. 그러나 회전자가 회전을 하면서 발생하는 진동에 의해 공극의 크기가 변화하게 되고 이로 인해 각 상에서 발생하는 인덕턴스의 변화를 고려한 연구는 수행되지 않았다.

본 연구에서는 공극의 변화에 따른 인덕턴스의 값의 변화가 회전자의 진동에 어떠한 영향을 미치는지에 대하여 연구하였다. 우선 Krause⁽⁶⁾의 문헌을 통하여 3상 8극 BLDC 모터의 기계적/전자기적 특성을 파악하였다. 파악한 기계적/전자기적 특성들을 고려하여 모터의 운동에너지, 위치에너지, 그리고 자기에너지를 구한 다음, Lagrange 방정식을 이용하여 모터의 운동 방정식을 유도하였다. 유도된 운동 방정식은 모터의 회전자 중심의 변위와 코일에 흐르는 전류와 서로 연성된 비선형 방정식이다. 이 비선형 방정식에 J. N. Buxton⁽⁷⁾이 제시한 Newmark 방법을 적용하여 모터의 변위와 전류의 동적 응답들을 계산하였다. 특히 진동에 따른 공극의 변화는 모터 코일의 인덕턴스에 영향을 준다. 따라서 공극의 변화를 고려하였을 때와 고려하지 않았을 때의 회전자의 진동을 비교해 봄으로써 공극의 변화가 모터의 진동에 미치는 영향을 확인하였다.

2. 비선형 지배방정식

2.1 3상 BLDC 모터

본 연구에서는 모터 중에서 현재 하이브리드 자동차용으로 각광받고 있는 BLDC 모터를 대상으로 삼았다. Fig. 1에서는 3상 BLDC 모터의 개략도를 나타내었다. Fig. 1에서 as , bs , cs 축은 고정자에 고정된 축으로 각각의 상전류에 의해 생성되는 기자력(magnetic-motive force)의 방향축이다. 그리고 d 축은 PM 회전자의 자기가 생성되는 N 극의 방향 축을 나타내고, q 축은 d 축과 반 시계방향으로 직각을 이루는 축이다. s 는 고정자 as 축을 중심으로 회전자의 각변위를 나타내고, r 은 회전자의 q 축을 중심으로 한 회전자의 각변위를 나타낸다. θ_r 은 s 와 r 의 상대적인 차이를 나타내며 동시에 회전자의 전기적 각변위 (electrical angular displacement)를 나타낸다. 각변위들의 관계식은 식 (1)에 나타내었다.

$$\phi_s = \phi_r + \theta_r \quad (1)$$

BLDC 모터는 회전자계와 회전자의 회전속도를

일치시켜야 하는 동기모터이다. 회전자계와 회전자의 회전속도를 일치시키기 위해서는 회전자의 정확한 위치를 측정해야 한다. 본 연구의 대상인 BLDC 모터는 Fig. 1에서와 같이 위치 측정 센서로 홀효과 센서(HES)를 사용한다. 홀효과 센서는 PM이 N 극일 경우에 켜지고, S 극일 경우 꺼지는 센서이다. 이 홀효과 센서의 상태는 인버터의 스위치 로직을 결정하게 된다. 실제로 홀효과 센서는 고정자 안쪽에 체결된 링 위에 설치된다. 인버터의 스위치 로직이 결정되면 입력파형의 주파수가 결정되어 고정자에 전압을 인가하게 된다. 인가된 전압은 고정자의 권선에 전류를 발생시키고 발생된 전류는 기자력을 발생시키는데 이를 회전자계라고 한다. 이 회전자계와 PM 회전자의 극들의 가속과 상호 작용에 의해 전자기 토크가 발생하게 되는데, 이것이 BLDC 모터의 회전 원리이다.

2.2 3상 BLDC 모터의 비선형 방정식

BLDC 모터의 회전자계의 각변위 혹은 회전자의 전기적 각변위(electrical angular displacement)는 식 (2)와 같이 나타낼 수 있다. 또한 회전자의 전기적 각속도(electrical angular velocity)와 회전자의 전기적 각변위는 식 (3)과 같은 관계를 가지고 있다.

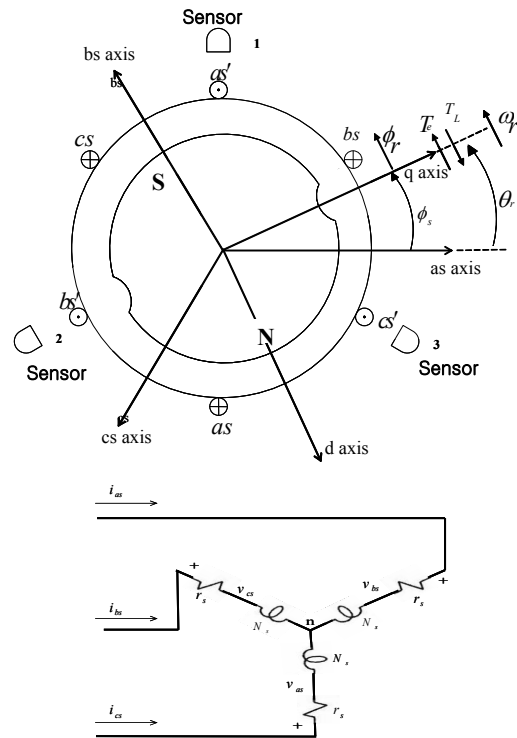


Fig. 1 Three-phase permanent-magnet synchronous machine

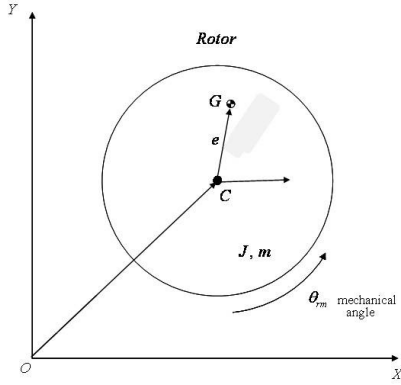


Fig. 2 Mathematical modeling of rotor

전기적 각변위와 각속도는 실제 회전자의 기계적 각속도(mechanical angular velocity)의 절반의 극수를 곱한 값과 같다. 이 관계는 식 (4)에 나타내었다.

$$\theta_r = \int_0^t \omega_r(\xi) d\xi + \theta_r(0) \quad (2)$$

$$\omega_r = \dot{\theta}_r \quad (3)$$

$$\omega_r = \frac{p}{2} \omega_{rm}, \quad \theta_r = \frac{p}{2} \theta_{rm} \quad (4)$$

여기서 p 는 극수를 의미하고, r 은 전기적인 특성을 나타내고, rm 은 실제 혹은 기계적인 특성을 나타낸다.

BLDC 모터의 회전자의 개략도는 Fig. 2와 같이 나타내었는데, 이는 회전자의 비선형방정식을 구하기 위한 수학적 모델이다. Fig. 2에서 보면 회전자의 도심을 C , 무게중심을 G 라고 가정하였고, 도심으로부터 무게중심까지의 거리를 e 라고 정의하였다. θ_{rm} 은 회전자의 기계적 각변위를 나타낸다. 회전자의 질량을 m , 질량관성모멘트를 J 라고 정의하면, 회전자 도심에서의 위치벡터와 질량중심에서의 위치벡터, 속도벡터는 다음 식 (5), (6), 그리고 (7)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{r}_C = x\hat{i} + y\hat{j} \quad (5)$$

$$\mathbf{r}_G = (x + e \cos \theta_{rm})\hat{i} + (y + e \sin \theta_{rm})\hat{j} \quad (6)$$

$$\mathbf{v}_G = (\dot{x} - \omega_{rm} e \sin \theta_{rm})\hat{i} + (\dot{y} + \omega_{rm} e \cos \theta_{rm})\hat{j} \quad (7)$$

BLDC 모터 회전자의 운동에너지와 위치에너지를 구하면, 운동에너지는 실제 각변위의 회전 운동에너지와 병진 운동에너지의 합으로 다음과 같은 식으로 나타낼 수 있다.

$$T^* = \frac{1}{2} J \dot{\theta}_m^2 + \frac{1}{2} m_e v_G^2 \quad (8)$$

또한, 회전자 시스템의 위치 에너지는 베어링과 축 등의 상당강성을 k 라고 정의하면 다음과 같은 식으로 표현할 수 있다.

$$V = \frac{1}{2} k r_C^2 \quad (9)$$

BLDC 모터의 기전 연성된 지배방정식을 구하기 위해서는 운동에너지, 위치에너지뿐만 아니라 전류와 영구자석에 의한 자기에너지를 구해야 한다. 자기에너지를 구하기 위해서는 BLDC 모터의 쇄교 자속(Flux linkage)을 구해야 한다. Fig. 1을 보면 쇄교 자속(Flux linkage)은 상전류(i_{as}, i_{bs}, i_{cs})에 인덕턴스를 곱한 것과 영구자석에서 발생하는 자속($\lambda_{asm}, \lambda_{bsm}, \lambda_{csm}$)을 더한 값과 같다. 식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{cases} \lambda_{as} = L_{asas} i_{as} + L_{asbs} i_{bs} + L_{ascs} i_{cs} + \lambda_{asm} \\ \lambda_{bs} = L_{bsas} i_{as} + L_{bsbs} i_{bs} + L_{bscs} i_{cs} + \lambda_{bsm} \\ \lambda_{cs} = L_{csas} i_{as} + L_{csbs} i_{bs} + L_{cscs} i_{cs} + \lambda_{csm} \end{cases} \quad (10)$$

식 (10)의 전체 자속을 행렬-벡터 형태로 표현하면 다음과 같다.

$$\boldsymbol{\lambda}_{abc} = \mathbf{L}_s \mathbf{i}_{abc} + \boldsymbol{\lambda}'_m \quad (11)$$

$$\boldsymbol{\lambda}'_m = \begin{bmatrix} \lambda_{asm} \\ \lambda_{bsm} \\ \lambda_{csm} \end{bmatrix} = \lambda'_m \begin{bmatrix} \sin \theta_r \\ \sin(\theta_r - \frac{2}{3}\pi) \\ \sin(\theta_r + \frac{2}{3}\pi) \end{bmatrix} \quad (12)$$

여기서 λ'_m 는 고정자 상전류 권선에서 바라본 영구자석에서 생성된 전체 자속의 크기이다. λ'_m 벡터가 회전자의 전기적 각변위에 대한 삼각함수의 곱으로 나타나는 이유는 상전류 권선에서 발생하는 기자력의 방향과 영구자석의 기자력이 일치하는 경우에 가장 크고 수직일 경우 발생하지 않기 때문이다. 식 (11)에서 나타나는 인덕턴스 벡터 \mathbf{L}_s 는 상호 인덕턴스($L_{asbs}, L_{ascs}, L_{bsas}, L_{bscs}, L_{csas}, L_{csbs}$)와 자기 인덕턴스($L_{asas}, L_{bsbs}, L_{cscs}$)로 나눌 수 있다. 인덕턴스들은 각각 식 (13)과 식 (14)로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} L_{asbs} &= L_{ascs} = L_{bsas} = L_{csas} \\ &= L_{csbs} = L_{ms} \cos \frac{2}{3}\pi = -\frac{1}{2} L_{ms} \end{aligned} \quad (13)$$

$$L_{asas} = L_{bsbs} = L_{cscs} = L_{ss} \quad (14)$$

여기서 자기인덕턴스 (L_{ss})는 누설인덕턴스(leakage inductance)와 자화인덕턴스(magnetizing inductance)의 합으로 나타낼 수 있다. 식으로 표현하면 다음과 같다.

$$L_{ss} = L_{ls} + L_{ms} \quad (15)$$

전기기기의 설계에 있어서 누설 인덕턴스를 최소화하는 것은 중요한 설계 요소이다. 일반적으로 누설 인덕턴스는 자화 인덕턴스의 10% 미만으로 설계한다. 자기 인덕턴스와 상호 인덕턴스를 행렬로 표현하면 식 (16)와 같이 나타낼 수 있다.

$$L_s = \begin{bmatrix} L_{ss} & -\frac{1}{2}L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} \\ -\frac{1}{2}L_{ms} & L_{ss} & -\frac{1}{2}L_{ms} \\ -\frac{1}{2}L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} & L_{ss} \end{bmatrix} \quad (16)$$

자기에너지는 as , bs , cs 코일에 의한 인덕턴스와 영구자석에 의한 식으로 표현할 수 있다. 식으로 표현하면 식 (17)과 같이 나타내어진다.

$$\begin{aligned} W_m^* &= \frac{1}{2}L_{ss}(\dot{q}_{as}^2 + \dot{q}_{bs}^2 + \dot{q}_{cs}^2) \\ &\quad - \frac{1}{2}L_{ms}(\dot{q}_{as}\dot{q}_{bs} + \dot{q}_{bs}\dot{q}_{cs} + \dot{q}_{cs}\dot{q}_{as}) \\ &\quad + \lambda'_m\dot{q}_{as}\sin\theta_r + \lambda'_m\dot{q}_{bs}\sin\left(\theta_r - \frac{2}{3}\pi\right) \\ &\quad + \lambda'_m\dot{q}_{cs}\sin\left(\theta_r + \frac{2}{3}\pi\right) + W_{pm} \end{aligned} \quad (17)$$

여기서 W_{pm} 은 영구자석이 가지고 있는 고유의 자기 에너지이다. 또한, 전하량의 시간에 대한 변화량은 전류로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\dot{q} = i \quad (18)$$

기전 연성된 비선형 지배방정식을 라그랑지 방정식(Lagrange's equation)을 이용하여 구한다. 일반 좌표와 라그랑지안은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$[\xi_i]^T = [x, y, q_{as}, q_{bs}, q_{cs}, \theta_{rm}] \quad (19)$$

$$L(\xi_i, \dot{\xi}_i) = T^* - V + W_m^* \quad (20)$$

일반화된 비보존력에 의한 일은 식 (21)과 같이 표현할 수 있다. 비보존력은 축 또는 베어링 등에 상당하는 댐핑(c)과 외력 토크(T_L)에 의한 기계적인 비보존력과 입력 상전압(v_{as}, v_{bs}, v_{cs})과 각상의 코일권선의 저항(r_s)에 의한 전기적인 비보존력으로 나눌 수 있다. 이 비보존력들을 식 (21)에 대입하여 계산하면 식 (22)와 같이 된다.

$$\sum_i \Xi_i \delta \xi_i \quad (21)$$

$$\begin{aligned} &-c\dot{x}\delta x - c\dot{y}\delta y + (v_{as} - r_s\dot{q}_{as})\delta q_{as} \\ &+ (v_{bs} - r_s\dot{q}_{bs})\delta q_{bs} + (v_{cs} - r_s\dot{q}_{cs})\delta q_{cs} - cr\dot{\theta}_{rm}\delta\theta_{rm} \end{aligned} \quad (22)$$

식 (20)에 식 (8), (9) 그리고 (17)을 대입하여 라그랑지안을 계산하고 이 라그랑지안과 비보존력 식 (22)를 라그랑지 방정식 (23)에 대입하여 기전 연성된 6 자유도의 비선형 지배 방정식을 식 (24)~(29)와 같이 구할 수 있다.

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\xi}_i}\right) - \frac{\partial L}{\partial \xi_i} = \Xi_i \quad (23)$$

$$\begin{aligned} m_e\ddot{x} + c\dot{x} + kx - \frac{1}{2}\frac{\partial L_{ss}}{\partial x}(\dot{q}_{as}^2 + \dot{q}_{bs}^2 + \dot{q}_{cs}^2) \\ + \frac{1}{2}\frac{\partial L_{ms}}{\partial x}(\dot{q}_{as}\dot{q}_{bs} + \dot{q}_{bs}\dot{q}_{cs} + \dot{q}_{cs}\dot{q}_{as}) \\ - \frac{\partial \lambda'_m}{\partial x}\left[\dot{q}_{as}\sin\theta_r + \dot{q}_{bs}\sin\left(\theta_r - \frac{2}{3}\pi\right) + \dot{q}_{cs}\sin\left(\theta_r + \frac{2}{3}\pi\right)\right] \\ - \frac{2}{p}m_e\dot{\theta}_r e \sin\left(\frac{2}{p}\theta_r\right) - \frac{4}{p^2}m_e\dot{\theta}_r^2 e \cos\left(\frac{2}{p}\theta_r\right) = 0 \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} m_e\ddot{y} + c\dot{y} + ky - \frac{1}{2}\frac{\partial L_{ss}}{\partial y}(\dot{q}_{as}^2 + \dot{q}_{bs}^2 + \dot{q}_{cs}^2) \\ + \frac{1}{2}\frac{\partial L_{ms}}{\partial y}(\dot{q}_{as}\dot{q}_{bs} + \dot{q}_{bs}\dot{q}_{cs} + \dot{q}_{cs}\dot{q}_{as}) \\ - \frac{\partial \lambda'_m}{\partial y}\left[\dot{q}_{as}\sin\theta_r + \dot{q}_{bs}\sin\left(\theta_r - \frac{2}{3}\pi\right) + \dot{q}_{cs}\sin\left(\theta_r + \frac{2}{3}\pi\right)\right] \\ + \frac{2}{p}m_e\dot{\theta}_r e \sin\left(\frac{2}{p}\theta_r\right) - \frac{4}{p^2}m_e\dot{\theta}_r^2 e \cos\left(\frac{2}{p}\theta_r\right) = 0 \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} L_{ss}\ddot{q}_{as} - \frac{1}{2}L_{ms}(\ddot{q}_{bs} + \ddot{q}_{cs}) + \lambda'_m\dot{\theta}_r \cos\theta_r + \dot{L}_{ss}\dot{q}_{as} \\ - \frac{1}{2}\dot{L}_{ms}(\dot{q}_{bs} + \dot{q}_{cs}) + \lambda'_m\sin\theta_r + r_s\dot{q}_{as} = v_{as} \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} L_{ss}\ddot{q}_{bs} - \frac{1}{2}L_{ms}(\ddot{q}_{as} + \ddot{q}_{cs}) + \lambda'_m\dot{\theta}_r \cos\left(\theta_r - \frac{2}{3}\pi\right) + \dot{L}_{ss}\dot{q}_{bs} \\ - \frac{1}{2}\dot{L}_{ms}(\dot{q}_{as} + \dot{q}_{cs}) + \lambda'_m\sin\left(\theta_r - \frac{2}{3}\pi\right) + r_s\dot{q}_{bs} = v_{bs} \end{aligned} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} L_{ss}\ddot{q}_{cs} - \frac{1}{2}L_{ms}(\ddot{q}_{as} + \ddot{q}_{bs}) + \lambda'_m\dot{\theta}_r \cos\left(\theta_r + \frac{2}{3}\pi\right) + \dot{L}_{ss}\dot{q}_{cs} \\ - \frac{1}{2}\dot{L}_{ms}(\dot{q}_{as} + \dot{q}_{bs}) + \lambda'_m\sin\left(\theta_r + \frac{2}{3}\pi\right) + r_s\dot{q}_{cs} = v_{cs} \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} \frac{2}{p}(J + m_e e^2)\ddot{\theta}_r + \frac{2}{p}cr\dot{\theta}_r \\ - m_e e \left[\dot{x}\sin\left(\frac{2}{p}\theta_r\right) - \dot{y}\cos\left(\frac{2}{p}\theta_r\right) \right] \\ - \frac{p}{2}\lambda'_m \left[\dot{q}_{as}\cos\theta_r + \dot{q}_{bs}\cos\left(\theta_r - \frac{2}{3}\pi\right) + \dot{q}_{cs}\cos\left(\theta_r + \frac{2}{3}\pi\right) \right] = 0 \end{aligned} \quad (29)$$

3. 공극의 변화에 따른 인덕턴스

상전류에 의한 쇄교 자속은 다음과 같은 식으로 표현된다.

$$\lambda_i = N\Phi_i = N \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = L_{ms} i \quad (30)$$

여기서 자속 \mathbf{B} 는 암페어의 법칙(Ampere's law)에 의해서 다음과 같은 식으로 표현된다.

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = 2H(g + l_m) = Ni \quad (31)$$

$$B = \frac{\mu_0 Ni}{2(g + l_m)}$$

여기서 g 는 공극, l_m 은 영구자석의 길이, μ_0 는 투자율, N 은 코일의 감은수를 의미한다. Fig. 3 에서와 같이 회전자의 편심으로 인하여 위치가 변한다고 가정하였을 때 공극의 길이는 다음과 같이 정의된다.

$$l_{eq}(\alpha) = g(\alpha) + l_m = R_s - R_r + l_m - r \cos \alpha \quad (32)$$

$$= g_0 - r \cos \alpha$$

따라서 식 (31), (32)를 식 (30)에 대입하여 쇄교 자속과 인덕턴스를 다음과 같은 식으로 정의할 수 있다.

$$\lambda_i(x, y) = \frac{\mu_0 N^2 \pi R_s l}{4\sqrt{g_0^2 - (x^2 + y^2)}} i \quad (33)$$

$$= L_{ms}(x, y) i$$

$$L_{ms}(x, y) = \frac{\mu_0 N^2 \pi R_s l}{4\sqrt{g_0^2 - (x^2 + y^2)}} \quad (34)$$

마찬가지로, 영구자석에 의한 쇄교 자속은 다음과 같은 식으로 표현된다.

$$\lambda'_m = \Phi_m = \int \mathbf{B}_m \cdot d\mathbf{A} \quad (35)$$

상전류에 의한 쇄교자속과 같은 방법으로 영구자석의 쇄교자속은 다음과 같이 정의된다.

$$\lambda'_m(x, y) = \frac{B_r V_m}{4\sqrt{g_0^2 - (x^2 + y^2)}} \quad (36)$$

4. PWM 입력에 따른 비선형 방정식의 시간응답

앞 절에서 구한 6 개의 비선형 지배방정식의 시간응답은 Newmark 방법을 이용하여 구할 수

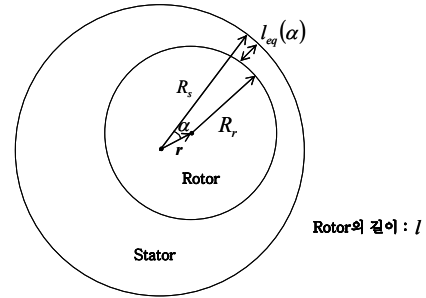


Fig. 3 Position of rotor for vibration

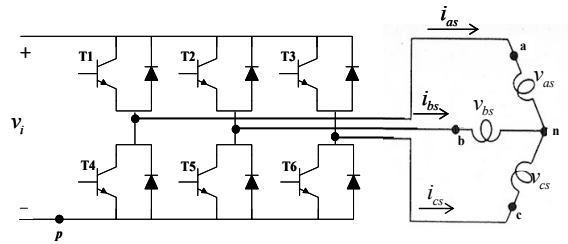


Fig. 4 Brushless dc motor with six-step inverter configuration

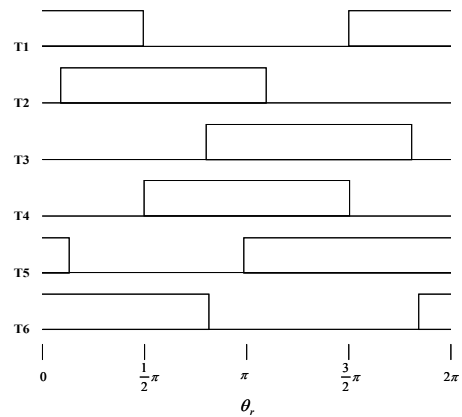


Fig. 5 Transistor switching logic for the 180° continuous-current inverter

있다. 시간응답을 구하기 위해서는 우선 입력전압을 결정해야 한다. 입력 상전류에 대한 회로도 및 스위칭 로직을 Fig. 4 과 Fig. 5 에 나타내었다. 하나의 상전류에 대해서만 고려해보면 T1 은 $\theta_r = -90^\circ$ 에서 전류신호가 들어가서 T4 의 전류신호가 들어가는 $\theta_r = 90^\circ$ 까지 유지된다. 즉, 구형파 상전류가 전기적으로 180° 씩 순차적으로 유지된다. 입력 상전압과 비선형 지배방정식을 이용하여 시간응답을 구하였다. 비선형 지배방정식에서 변위,

Table 1 Parameters of the BLDC motor

Parameters	Value	Unit
Mass of Rotor	4.330	kg
Moment of inertia	0.003	kg·m ²
Input voltage	20	V
Inner diameter of stator	0.044	m
Outer diameter of rotor	0.042	m
Number of pole	8	.

속도, 가속도, 전하량, 그리고 전류의 변수들을 다음과 같이 정의하였다.

$$\mathbf{a} = \begin{Bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{q}_{as} \\ \ddot{q}_{bs} \\ \ddot{q}_{cs} \\ \ddot{\theta}_r \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{v} = \begin{Bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{q}_{as} \\ \dot{q}_{bs} \\ \dot{q}_{cs} \\ \dot{\theta}_r \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{x} = \begin{Bmatrix} x \\ y \\ q_{as} \\ q_{bs} \\ q_{cs} \\ \theta_r \end{Bmatrix} \quad (37)$$

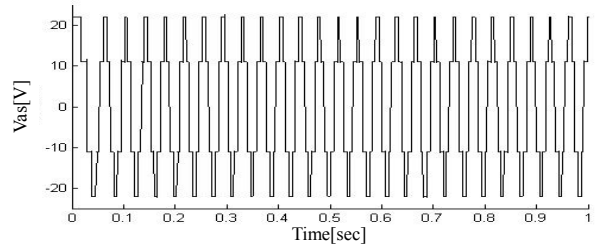
식 (37)을 이용하여 비선형 지배방정식을 행렬-벡터 형태로 나타내면 다음과 같다.

$$\mathbf{M}(x_{n+1})\mathbf{a}_{n+1} + \mathbf{N}(x_{n+1}, v_{n+1}) = 0 \quad (38)$$

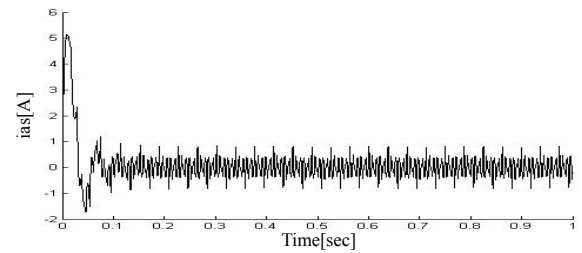
식 (38)에 Newmark 방법을 적용하여 변위, 속도 그리고 전류를 구할 수 있다. *as* 축에서의 입력 상전압과 상전류 그리고 회전자의 회전속도에 대한 1 초까지의 시간응답을 Fig. 6 에 나타내었다. 여기서 사용한 물성치는 Table 1 에 나타내었다. 결과에서 보면 회전 속도가 정상상태인 410rpm 까지 접근하기 위해서는 약 0.3 초의 시간이 걸림을 알 수 있다.

회전자의 진동으로 인한 인덕턴스의 변화는 Fig. 7 에 나타내었다. 회전자가 진동하면서 공극의 크기 변화가 발생되었고 공극의 크기 변화로 인해서 인덕턴스의 값도 변화하게 된다.

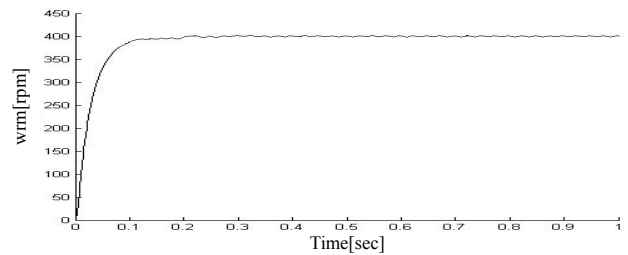
회전자의 진동으로 인해 공극의 크기가 변화하게 되는데 이때에 공극의 크기 변화로 인해 달라진 인덕턴스의 값을 고려했을 때와 고려하지 않았을 때의 회전자의 변위를 비교한 시간응답은 Fig. 8 과 Fig. 9 에 나타내었다. 결과에서도 확인할 수



(a) Voltage of phase as



(b) Current of phase as



(c) Angular velocity

Fig. 6 Time responses of BLDC motor

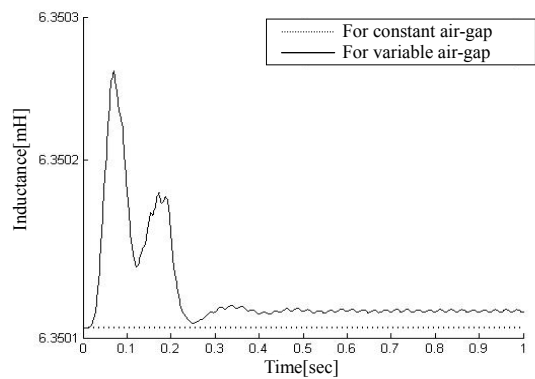


Fig. 7 Inductances of BLDC motor

수 있듯이 과도응답 구간에서 회전자의 *x* 축의 경우 공극의 변화를 고려하지 않은 경우 진동이 2μm 정도이고, 공극의 변화를 고려한 경우에는 4μm 이다. *y* 축의 경우 2μm 에서 12μm 로 진동이 크게 발생하였다. 정상상태 구간에서는 연성효과로 인해서 1μm 정도의 차이가 나는 것을 확인해 볼 수 있었다.

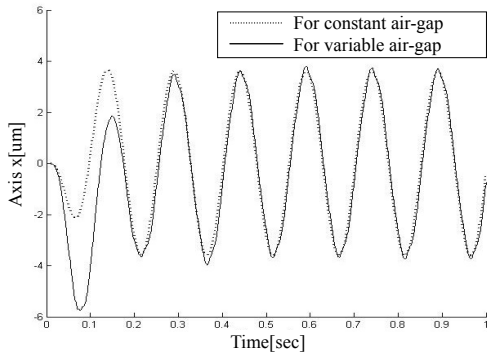


Fig. 8 Displacements of x-axis rotor

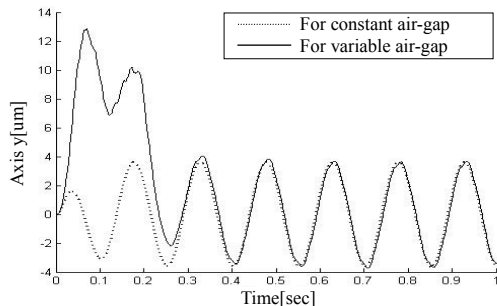


Fig. 9 Displacements of y-axis rotor

5. 결론

본 연구에서는 3 상 8 극 BLDC 모터에 대하여 공극의 크기 변화에 따른 인덕턴스의 변화가 회전자 동특성에 어떠한 영향을 미치는가에 대해 연구하였다. 모터의 각 상에 전압이 인가되었을 때의 전자기적인 특성과 회전자의 기계적인 특성을 연성하여 라그랑지 방정식을 이용하여 비선형 지배방정식을 유도하였으며, Newmark 방법을 이용하여 시간응답을 구하였다. 공극의 변화를 고려하였을 때와 고려하지 않았을 때의 결과를 서로 비교하여 회전자의 진동특성에 미치는 영향을 평가하였다. 결과 값에서 볼 수 있듯이 공극의 크기 변화를 고려했을 때는 과도응답 구간인 0.3 초 구간까지 회전자가 크게 진동하였고, 정상상태 구간에서는 일정한 주기를 갖고 진동하였다. 반면에 공극의 크기 변화를 고려하지 않았을 때는 일정한 주기를 가진 정현파의 형태로 진동을 하는 것을

확인할 수 있다. 모터의 구동 시 인덕턴스에 대한 영향 뿐만이 아니라 중력, 과도전압, 회전에 따른 베어링 강성의 변화 등으로 인해 회전자의 변위가 정확한 정현파의 형태로 나타나는 것은 어렵다. 따라서 본 논문에서는 회전자의 동특성에 영향을 주는 인자 중 공극의 크기 변화로 인한 인덕턴스의 변화를 고려하여 수학적 모델링을 함으로써 좀 더 정확하게 모터의 동특성을 파악할 수 있었다.

후 기

이 논문은 2007 년도 정부재원(교육인적자원부 학술연구조성사업비)으로 한국학술진흥재단의 지원을 받아 연구되었음(KRF-2007-521-D00020).

참고문헌

- (1) Jang, G. H. and Chang, J. H., 2002, "Finite-Element Analysis of an Electromechanical Field of a BLDC Motor Considering Speed Control and Mechanical Flexibility," *IEEE Trans. On Magnetics*, Vol.38, No.2, pp. 945~948.
- (2) Chang, J. H. and Jang, G. H., 2003, "Electromechanical field analysis of Brushless DC motor due to the driving methods," *The Korean Institute of Power Electronics*, pp.659~662.
- (3) Kim, T. J. and Hwang, S. M., 2000, "Transient Dynamic Analysis of a Dynamic Eccentric Rotor with Unbalanced Magnetic Forces in BLDC Motors," *Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering*, Vol. 10, No. 3, pp. 401~409.
- (4) Kim, T. J. and Hwang, S. M., 2000, "Dynamic Behavior Analysis for HDD Spindle Motors with Rotor Eccentricity," *Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering*, Vol. 10, No. 6, pp. 977~984.
- (5) Hendershot J. R. Jr. and Miller, T. J. E., 1994, "Design of Brushless Permanent-Magnet Motors," Clarendon, New York.
- (6) Paul C. Krause and Oleg Wasynczuk., 1989, "Electromechanical Motion Devices."
- (7) Buxton, J. N., Churchhouse, R. F. and Tayler., A. B., 1990, "Practical Time-stepping Schemes."