

## 적응 슬라이딩 모드 제어 기법을 이용한 철도차량 대차단위 제동시스템

박성환<sup>†</sup>, 이지민<sup>\*</sup>, 김종식<sup>\*\*</sup>

(2008년 11월 3일 접수, 2009년 8월 31일 수정, 2009년 9월 7일 심사완료)

### A Decentralized Brake System for Railway Rolling Stocks Using the Adaptive Sliding Mode Control Scheme

Sung-Hwan Park, Ji-Min Lee and Jong-Shik Kim

**Key Words :** Decentralized Brake System(대차단위 제동시스템), Anti-Slip Control(활주방지제어), Pneumatic Brake System(공기압 제동시스템), Adhesion Force Model(점착력 모델), Adaptive Sliding Mode Control(적응슬라이딩모드 제어)

#### Abstract

In this paper, the performance improvement of a decentralized brake system for railway rolling stocks is investigated. In order to verify the effectiveness of the decentralized brake system, it is compared to the truck unit brake system which has only one control unit per a truck. The adaptive sliding mode control scheme is used to realize a robust anti-slip brake control system. Through computer simulations, it is verified that the decentralized brake system has better braking performance than the truck unit brake system.

#### 1. 서 론

철도차량의 제동시스템은 공기압 제동방식과 전기 제동방식으로 구성된 하이브리드 브레이크 시스템을 사용하고 있다. 특히, 공기압 제동 시스템은 철도차량의 필수적인 장치로써 상대적으로 저속 영역에서 사용되며, 비상 제동장치 및 주차 제동장치의 역할을 담당한다. 공기압 제동 방식은 초기에는 공기 지령식을 사용하였으나, 응답성의 향상을 위해서 전기 지령식으로 발전되었다. 전기 지령식 브레이크의 적용은 지령계의 고속화와 장치의 소형 경량화, 보수성을 향상시키는 결과를

가져왔으며, 제동률을 조절함으로써 활주현상을 방지하는 응하중 제동 방식의 적용을 가능하게 하였다.

기존의 응하중 제어방식은 차량당 하나의 제어기가 설치되어 철도차량에 대한 제동률을 감지하는 방식인 차량단위 제어방식으로 정의할 수 있다. 최근 철도차량의 제동 안정성을 확보하기 위하여 각 대차당 하나의 제어 유닛을 설치하는 대차단위 제동방식이 적용되고 있다. 대차단위 제동시스템은 앞, 뒤 대차 각각에 제어기를 사용하여 제동장치를 제어한다. 또한, 하나의 제어기가 고장을 일으켰을 때, 주변의 다른 제어기가 비상안전장치(fail-safe) 역할을 할 수 있는 장점을 가지며 철도차량 제동시스템의 안전성을 향상시킨다.

한편, 승객의 편중과 제동 시 발생하는 수직하중변화로 인해 차량의 앞, 뒤 대차에 인가되는 하중이 다르게 적용될 수 있으며, 하중변화로 인해 각 대차마다 최대 점착력이 발생할 수 있는 슬립률이 다르기 때문에 대차 별로 슬립률 제어가

<sup>†</sup> 책임저자, 회원, 부산대학교 기계공학부

E-mail : shpark01@pusan.ac.kr

TEL : (051)510-3053 FAX : (051)582-9164

<sup>\*</sup> 부산대학교 대학원 기계공학부

<sup>\*\*</sup> 부산대학교 기계공학부 및 기계기술연구원

필요하다.<sup>(1)</sup> 그러나 기존의 차량단위 제동방식은 개별 대차에 대한 하중보상이 불가능하므로 상대적으로 가벼운 대차에서는 효율적인 제동을 실현할 수 없다.

본 논문에서는 대차단위 제동방식이 기존의 차량단위 제동방식과 다르게 백업 제동 기능을 갖추어 높은 신뢰성을 확보함과 동시에 하중의 변화에 대한 효율적인 제동을 수행할 수 있음을 보이기 위해 컴퓨터 시뮬레이션을 수행한다. 초기제동속도와 하중의 변화를 동시에 고려할 수 있는 점착력 모델식인 빔 모델(*beam model*)<sup>(2)</sup>을 이용하고 하중변화가 고려된 철도 차량의 수학적 모델식<sup>(3,4)</sup> 및 철도차량의 공기압 시스템에 대한 수학적 모델식을 이용하여 기존의 차량단위 제동시스템과 대차단위 제동시스템의 제동성능을 컴퓨터 시뮬레이션을 수행하여 비교 분석한다. 시뮬레이션에서는 철도차량 시스템 파라미터인 차량의 질량과 제동자와 제동륜 사이의 마찰계수의 불확실성 및 실제 점착력 추정 시 레일 조건에 발생하는 점착력의 변동을 고려한다. 또한 철도차량 활주방지 제어 알고리즘으로는 앞서 기술한 시스템의 불확실성 및 외란의 영향에도 강한 제어성능을 실현할 수 있는 적응슬라이딩모드제어(*adaptive sliding mode control*; ASMC) 기법을 적용한다.

## 2. 점착력 모델식

철도차량의 점착력은 바퀴와 레일 사이의 마찰력으로 정의되며 식 (1)과 (2)로 나타낼 수 있다.

$$F_a = \mu(\lambda)N \tag{1}$$

$$\lambda = \frac{v-r\omega}{v} \tag{2}$$

여기서  $F_a$ 는 점착력,  $\mu(\lambda)$ 는 점착계수,  $\lambda$ 는 슬립률,  $N$ 은 수직하중,  $v$ 는 철도차량의 속도, 그리고  $\omega$ 와  $r$ 은 각각 바퀴의 각속도와 반경을 나타낸다.

점착력은 식 (1)과 같이 점착계수의 변화에 따라 변하고, 점착계수는 슬립률, 레일 환경, 수직하중 및 초기 제동속도에 영향을 받는다. 일반적으로는 슬립률이 0.1에서 0.3 사이에 있을 때 점착계수가 최대값을 가진다. 따라서 보다 효율적인 제동을 위해서 전 슬립영역에 대하여 점착력을 묘사할 수 있는 수학적 모델식이 필요하다.

본 논문에서는 점착력 모델식으로 Yamazaki<sup>(2)</sup>

에 의해 철도차량에 적용된 빔 모델을 사용하였다. 빔 모델은 자동차에서 주로 적용되고 있는 모델식으로 전 슬립 영역에 대하여 점착력을 표현할 수 있는 식이다. Fig. 1에 나타낸 바와 같이, 바퀴와 레일 사이의 접촉면의 형상은 정사각형 형상으로 간략화될 수 있다. 빔 모델에서 접촉면에서의 바퀴와 레일 사이에 접하는 압력은 식 (3)과 같이 나타낼 수 있다.

$$p = \frac{6N}{l^3w} \left[ \left( \frac{l}{2} \right)^2 - \left( x_c - \frac{l}{2} \right)^2 \right] \tag{3}$$

여기서  $N$ 은 수직하중,  $x$ 는 접촉면의 끝으로부터 거리, 그리고  $l$ 과  $w$ 는 각각 접촉면 가로와 세로 길이를 나타낸다. 점착력  $F_a$ 를  $x$ 로 미분한 값  $f_x$ 는 로킹 영역 ( $0 \leq x_c \leq l_h$ )과 슬리핑 영역 ( $l_h < x_c \leq l$ )으로 구분하여 식 (4)로 표현된다.

$$f_x = \begin{cases} C_x \lambda w x_c, & 0 \leq x_c \leq l_h \\ \mu_d p, & l_h < x_c \leq l \end{cases} \tag{4}$$

여기서  $C_x$ 는 주행탄성계수,  $l_h$ 는 바퀴와 레일 사이의 접촉면에서 슬리핑 영역의 시작점, 그리고  $\mu_d$ 는 동 마찰계수로 식 (5)와 같이 표현된다.

$$\mu_d = \mu_{\max} - \frac{a\lambda v l}{l-l_h} \tag{5}$$

여기서  $\mu_{\max}$ 는 최대 점착계수,  $a$ 는 동 마찰계수를 결정하는 계수, 그리고  $l_h$ 는 식 (6)과 같다.

$$l_h = l \left( 1 - \frac{K_x \lambda}{3\mu_{\max} N} \right) \tag{6}$$

여기서  $K_x$ 는 주행강성을 나타내며 식 (7)로 표현된다.

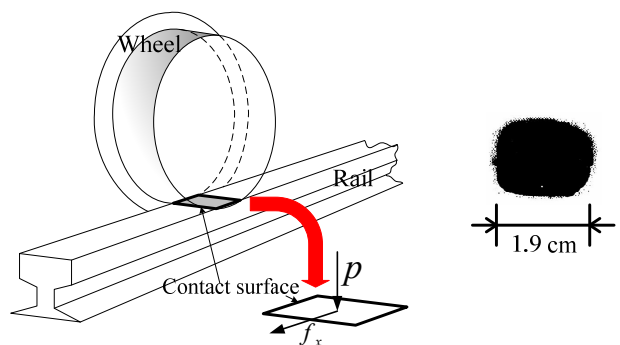


Fig. 1 Simplified contact model of the rail and wheel for rolling stocks

$$K_x = \frac{C_x l^2}{2}. \quad (7)$$

점착력은 식 (4)를 전체 접촉면에 대하여 적분하고 식 (5), (6), (7)을 대입하면 식 (8)과 같이 표현된다.

$$F_a = \frac{1}{2} C_x \lambda w l^2 \left( 1 - \frac{K_x \lambda}{3 \mu_{\max} N} \right)^2 + \frac{1}{2} K_x \lambda - \frac{3}{2} N a (v - r \omega) - \frac{1}{2} \mu_{\max} N \left\{ 1 - 3 \frac{N a (v - r \omega)}{K_x \lambda} \right\} \left\{ 1 - \left( 1 - \frac{2 K_x \lambda}{3 \mu_{\max} N} \right)^3 \right\}. \quad (8)$$

Fig. 2는 빔 모델을 이용하여 초기 제동속도 변화에 대한 점착계수의 변화를 컴퓨터 시뮬레이션 한 결과를 나타낸다. Fig. 2에 나타낸 바와 같이, 빔 모델은 초기 제동속도에 대한 점착력 계수의 변화를 표현할 수 있다. 한편, 철도차량의 점착력은 하중의 변화에 따라 변화한다. 즉, 차륜에 인가

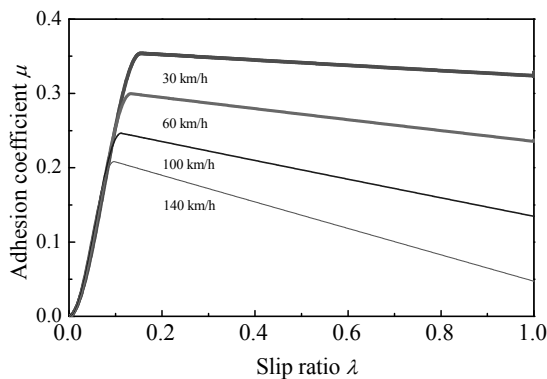


Fig. 2 Adhesion coefficient for the beam model according to the initial braking velocity

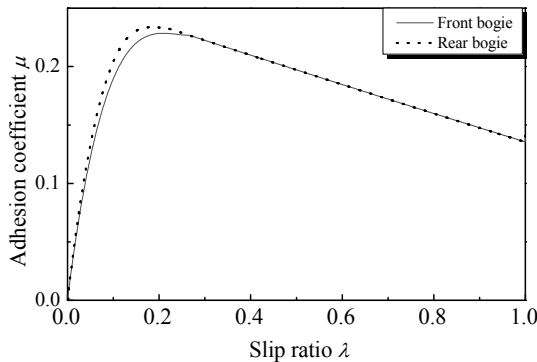


Fig. 3 Adhesion coefficient for the beam model according to the load

되는 수직하중이 증가함에 따라 점착계수의 크기는 감소한다.<sup>(1)</sup> Fig. 3은 식 (8)의 수직하중  $N$ 의 변화에 대한 점착계수의 변화를 컴퓨터 시뮬레이션 한 결과를 나타낸다. 수직하중이 증가함에 따라 점착계수의 크기가 감소하는 것을 확인할 수 있다.

따라서 빔 모델은 초기속도 및 수직하중의 변화에 대한 점착력의 변화를 표현할 수 있다. 또한 Fig. 3에 나타낸 바와 같이, 앞쪽 대차의 경우 최대 점착력을 실현하기 위한 기준 슬립률은 약 0.18이고 뒤쪽 대차의 경우는 약 0.21이다.

### 3. 철도차량의 동역학 모델

#### 3.1 차체에 대한 동역학 모델

본 논문에서 철도차량 시스템을 모델링하기 위한 차량에 대한 구성은 Fig. 4(a)와 같다. 차량 모델은 각 차량과 차량 사이, 바퀴와 차체가 스프링과 댐퍼로 연결되어 있으며, 진행방향 ( $x$  방향), 진행에 수직인 방향 ( $y$  방향), 피칭 방향 ( $\theta$ )의 운동을 고려하였으며, 간략화를 위해 직선구간의 운행으로 가정하였다.

Fig. 4(a)는  $n$  번째 차체를 나타낸다. 여기서  $M$ 은 차체의 질량,  $J$ 는 차체의 관성모멘트,  $F_r$ 은 차체와 바퀴 사이에 작용하는 반력,  $F_{ar}$ 은 차체에 작용하는 주행 저항력,  $W$ 는 차체와 바퀴의 자중 및 관성력을 포함하는 수직하중,  $d$ 는 대차 사이

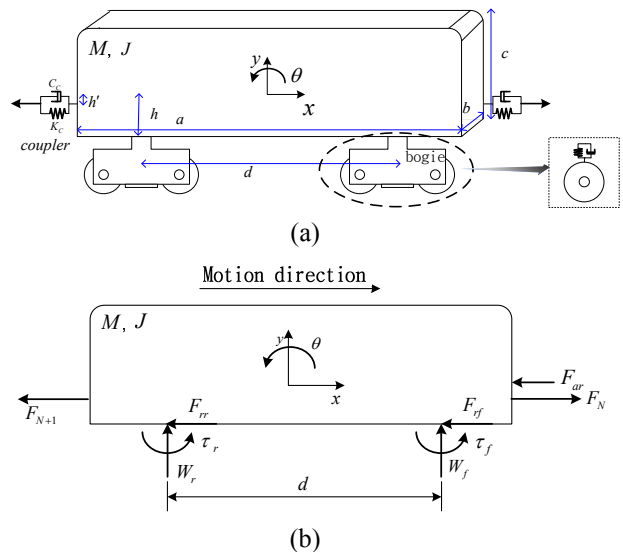


Fig. 4 Free body diagram for the n-th train

의 거리를 나타낸다. 아래첨자  $f$  와  $r$  은 각각 앞, 뒤 대차를 의미한다.

Fig. 4(b)에 나타낸 자유물체도로부터 유도한 차량의 운동방정식은 식 (9), (10), (11)과 같다.

$$M \ddot{x} = F_c [n] - F_c [n+1] - F_{rf} - F_{rr} - F_{ar} \quad (9)$$

$$M \ddot{y} = -W_r - W_f \quad (10)$$

$$J \ddot{\theta} = (F_{rf} + F_{rr}) \times h + (W_f - W_r) \times \frac{d}{2} + (F_c [n] - F_c [n+1]) \times h' + (t_f + t_r) \quad (11)$$

여기서

$$F_c [n] = -K_c \times (x_n - x_{n-1}) - C_c \times (\dot{x}_n - \dot{x}_{n-1}),$$

$$F_c [n+1] = K_c \times (x_n - x_{n+1}) + C_c \times (\dot{x}_n - \dot{x}_{n+1}),$$

$$W_r = -K_b \times \left( y - \frac{d}{2} \times \theta \right) - C_b \times \left( \dot{y} - \frac{d}{2} \times \dot{\theta} \right) + W_{sr},$$

$$W_f = -K_b \times \left( y + \frac{d}{2} \times \theta \right) - C_b \times \left( \dot{y} + \frac{d}{2} \times \dot{\theta} \right) + W_{sf},$$

$K_b$  와  $C_b$  는 각각 대차의 스프링상수와 감쇠계수, 그리고  $K_c$  와  $C_c$  는 각각 연결기의 스프링상수와 감쇠계수이다.

일반적으로 주행저항력은 이론식보다는 실험에 근거한 식 (12)로 표현한다.<sup>(5)</sup>

$$F_{ar} = 0.77\sqrt{mM} + 0.008Mv + (0.0225 + 0.00352T)v^2 \quad (12)$$

여기서  $m$  은 차량의 수,  $M$  은 열차의 총 중량,  $v$  는 차량속도, 그리고  $T$  는 객차의 수이다.

### 3.2 바퀴의 동역학 모델식

Fig. 5은 바퀴의 자유물체도를 나타내며, 휠 동역학식은 식 (13), (14)와 같다.

$$M_w \ddot{x} = -F_a + F_r \quad (13)$$

$$J_w \dot{\omega} = -B\omega + r \times F_a - \tau - T_d \quad (14)$$

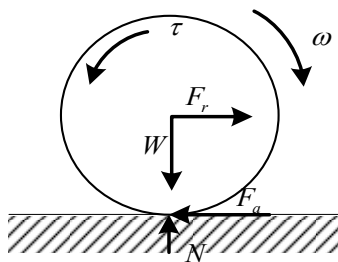


Fig. 5 Free body diagram for the wheel

여기서  $M_w$  과  $J_w$  는 각각 바퀴의 질량과 관성모멘트,  $r$  과  $\omega$  는 각각 바퀴의 반지름과 각속도,  $B$  는 제동자와 제륜자 사이의 마찰계수, 그리고  $\tau$  와  $T_d$  는 각각 바퀴에 작용하는 제동토크와 외란 토크를 나타낸다.

### 3.3 공기압 제동 시스템의 동역학 모델식

Fig. 6은 공기압 제동 시스템의 구성도를 나타낸다. 제동 제어 유니트로부터 전달된 전기적인 제동지령은 전공 변환 밸브를 통해 기계적인 신호로 변환되어 중계밸브로 전달된다. 중계밸브의 공급 및 배기 측에 설치된 ON/OFF 밸브의 동작에 의한 파일럿 압력을 통해서 제동실린더 내의 압력이 조절되는 구조이다.

제동 실린더의 압력에 대한 제동력은 식 (15)와 같다.

$$F = \frac{\pi}{4} d^2 n_b E \eta f p = k_b f p \quad (15)$$

여기서

$$k_b = \frac{\pi}{4} d^2 n_b E \eta,$$

$F$  는 제동력,  $p$  는 제동 실린더 내의 압력,  $d$  는 제동 실린더의 지름,  $n_b$  는 제동 실린더의 개수,  $E$  는 제동 배율,  $\eta$  는 제동 효율, 그리고  $f$  는 제동륜과 제동자 사이의 마찰계수를 나타낸다.

또한, 제동 실린더 압력계의 비선형 모델식은 식 (16)과 같다.

$$\frac{dp}{dt} = k_l k_{nl} s u \quad (16)$$

여기서

$$k_l = \frac{np_s}{\gamma_s V}, \quad k_{nl} = \sqrt{2g\gamma_s} \frac{1}{p_s} \sqrt{p_L (p_H - p_L)}, \quad p_s \text{ 는}$$

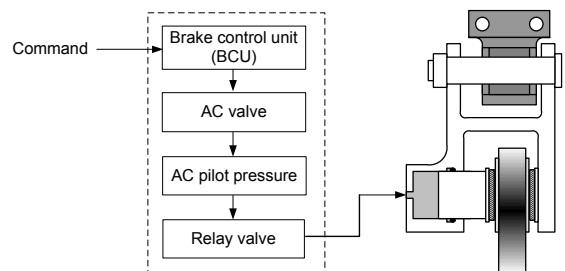


Fig. 6 Schematics of the pneumatic brake system

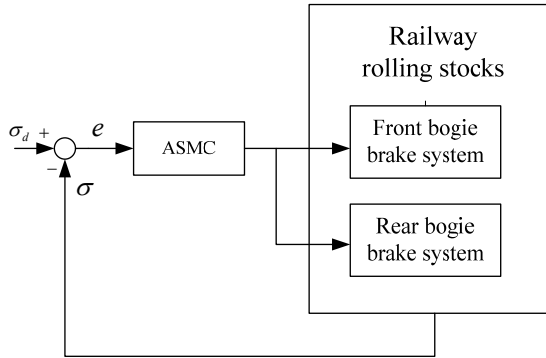


Fig. 7 Block diagram for the truck unit brake system

대기압,  $\gamma_s$  는 공기의 밀도,  $g$  는 중력가속도상수, 그리고  $p_H$  와  $p_L$  은 각각 고압측 및 저압측 압력이다.

중계 밸브의 공급 밸브가 ON 일 경우  $p_H$  는 공급압력이고  $p_L$  는 제동 실린더 내의 압력이 되며, 배기 밸브가 ON 일 경우  $p_H$  는 제동 실린더 내의 압력이고  $p_L$  는 배기 압력이 된다.

#### 4. 제동 시스템

##### 4.1 차량단위 제동 및 대차단위 제동 시스템

차량단위 제동시스템은 하나의 제어기로 앞, 뒤 대차의 제동장치를 제어함으로써 차량에 필요한 제동력을 발생시킨다. 하중변동이나 점착계수의 변화가 없다고 가정하면 하나의 제어기로 앞, 뒤 대차에 최대 점착력을 가지는 슬립 제어가 가능하지만 실제로는 승객의 편중이나 제동 시 차륜에 인가되는 수직하중 변동이 발생하게 되므로 최대 점착력이 발생하는 기준 슬립률이 앞, 뒤 대차 각각 다른 값으로 설정된다.

Fig. 7은 차량단위 제동시스템의 블록선도를 나타내며, 각 대차는 동일한 목표 슬립률 값을 가진다. Fig. 8은 대차단위 제동시스템의 블록선도를 나타내며, 각 대차마다 서로 다른 목표 슬립률 값을 가지며, 각 대차의 휠속도 및 차량속도 사이의 오차를 앞, 뒤 대차의 제어기의 오차로 입력하여 대차 별로 슬립제어를 실행한다.

##### 4.2 적응슬라이딩모드 제어기의 설계

철도차량 공기압 시스템의 비선형성 및 실제 점

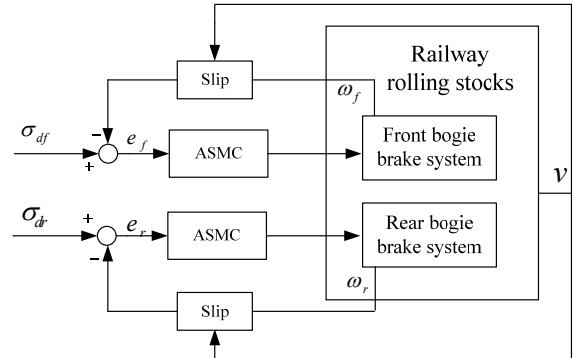


Fig. 8 Block diagram for the decentralized brake system

착계수의 추정 시 발생하는 외란 및 잡음의 영향과 레일 조건의 변화, 철도차량 시스템의 파라미터인 차량의 하중, 제동 시스템의 제동자와 제동륜의 마찰계수 변동 등의 철도차량 제동 시스템의 불확실성 및 외란의 영향을 고려하기 위해서는, 강인제어 기법이 사용되어야 한다. 본 논문에서는 적응슬라이딩모드 제어기를 적용하여 차량단위 제동시스템과 대차단위 제동시스템의 활주방지 제어를 수행하였다.

적응슬라이딩모드 제어기를 설계하기 위하여 슬라이딩 평면  $s$  를 다음과 같이 정의하기로 한다.

$$s = e + \rho \int_0^t e dt \tag{17}$$

여기서  $e = \sigma_d - \sigma$  는 슬립 속도의 추정오차,  $\sigma = \lambda v = v - r\omega$  는 슬립속도,  $\sigma_d$  는 기준슬립속도, 그리고  $\rho$  는 양의 설계파라미터이다. 또한 식 (17)의 슬라이딩 평면을 미분함으로써 다음 식을 구할 수 있다.

$$\dot{s} = \dot{\sigma}_d - \dot{v} + r\dot{\omega} + \rho e \tag{18}$$

식 (9), (13)과 식 (17)을 결합하고 점착력의 랜덤 항  $F_a = F_m + F_r$ , 점착토크의 랜덤 항  $T_a = T_m + T_r$  을 고려하면, 식 (18)은 식 (19)와 같이 다시 쓸 수 있다. 여기서 아래첨자  $m$  과  $r$  은 각각 평균값과 랜덤값을 의미한다.

$$\dot{s} = \dot{\sigma}_d + \left(\frac{1}{rM} + \frac{r}{J}\right) T_m + \left(\frac{1}{rM} + \frac{r}{J}\right) T_r + \frac{1}{M} F_r \tag{19}$$

$$- \frac{r}{J} T_b - \frac{rB}{J} \omega - \frac{r}{J} T_d + \rho e$$

슬라이딩 평면의 미분치가 도달조건을 만족하고

제어입력의 채터링 문제를 경감시킬 수 있는 제어입력을 선정하기 위해 식 (20)과 같이 선정하기로 한다.

$$\dot{s} = -Ds - K \operatorname{sgn}(s) \quad (20)$$

여기서  $D$  와  $K$  는 양의 설계파라미터이다. 식 (19)에서 불확실성과 관련된 항인  $T_r$ ,  $F_r$ , 그리고  $T_d$  는 식 (21)과 같이 가정된다.

$$\kappa_{\min} < \left| \left( \frac{1}{rM} + \frac{r}{J} \right) T_r + \frac{1}{M} F_r - \frac{r}{J} T_d \right| < \kappa_{\max} \quad (21)$$

여기서  $\kappa_{\min}$  과  $\kappa_{\max}$  는 상수이다.

일반적으로 슬라이딩모드 제어법칙은 식 (22)와 같이 등가 제어항  $U_{eq}$  와 강인 제어항  $U_r$  로 구성된다.

$$T_b = U_{eq} + U_r \quad (22)$$

식 (19)와 도달조건으로부터 등가제어 법칙은 식 (23)과 같이 선정된다.

$$U_{eq} = \frac{J}{r} \left\{ \dot{\sigma}_d + \left( \frac{1}{rM} + \frac{r}{J} \right) T_m - \frac{rB}{J} \omega + \rho e \right\} \quad (23)$$

그리고  $\dot{s}$  는 식 (24)와 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\dot{s} = \left( \frac{1}{rM} + \frac{r}{J} \right) T_r + \frac{1}{M} F_r - \frac{r}{J} T_d - \frac{r}{J} U_r \quad (24)$$

강인 제어항을 선정하기 위하여 식 (25)와 같은 가정을 하였다.

$$D_0 |s| + K_0 > \left| \left( \frac{1}{rM} + \frac{r}{J} \right) T_r + \frac{1}{M} F_r - \frac{r}{J} T_d \right| + \eta \quad (25)$$

여기서  $D_0 = \frac{r}{J} D$ ,  $K_0 = \frac{r}{J} K$ , 그리고  $\eta$  는 양의 설계파라미터이다. 위의 가정으로부터 슬라이딩모드 제어기의 강인 제어항은 식 (26)과 같이 선정되었다.

$$U_r = Ds + K \operatorname{sgn}(s) \quad (26)$$

이것은 식 (27)의 도달조건을 만족한다.<sup>(6)</sup>

$$\begin{aligned} \dot{s} &= s \left\{ \left( \frac{1}{rM} + \frac{r}{J} \right) T_r + \frac{1}{M} F_r - \frac{r}{J} T_d - D_0 s - K_0 \operatorname{sgn}(s) \right\} \\ &\leq |s| \left\{ \left| \left( \frac{1}{rM} + \frac{r}{J} \right) T_r + \frac{1}{M} F_r - \frac{r}{J} T_d \right| - D_0 |s| - K_0 \right\} < -\eta |s| \end{aligned} \quad (27)$$

최종적으로 슬라이딩모드 제어기의 제어입력은 식 (28)과 같이 선정된다.

$$\begin{aligned} T_b &= U_{eq} + U_r \\ &= \frac{J}{r} \left\{ \dot{\sigma}_d + \left( \frac{1}{rM} + \frac{r}{J} \right) T_m - \frac{rB}{J} \omega + \rho e \right\} + Ds + K \operatorname{sgn}(s) \end{aligned} \quad (28)$$

시뮬레이션을 통한 제어시스템의 검증은 실제상황과 비슷하도록 수행하고 설계된 제어시스템이 강인성을 가짐을 증명하기 위하여 철도차량의 질량 및 점성마찰계수의 파라미터 변동을 고려하였다. 즉,  $M = M_n + M_p$  과  $B = B_n + B_p$  으로 고려하였다. 여기서 아래첨자  $n$  과  $p$  는 각각 공칭값과 변동값을 나타낸다. 이때 철도차량의 질량 및 점성마찰계수에 있는 불확실성을 포함하는 항  $\psi$  를 식 (29)와 같이 정의한다.

$$\psi = \frac{1}{rM_p} T_m - \frac{rB_p}{J} \omega = \theta^T \varphi \quad (29)$$

여기서  $\theta^T = \left[ \frac{1}{rM_p} \quad -\frac{rB_p}{J} \right]$ ,  $\varphi = \begin{bmatrix} T_m \\ \omega \end{bmatrix}$  이다. 파라미터 벡터  $\theta$  는 갱신법칙을 사용하여 추정되어야 한다. 식 (28)과 추정된 파라미터 벡터  $\hat{\theta}$  을 이용하면 슬라이딩모드 제어법칙은 식 (30)과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \hat{T}_b &= \frac{J}{r} \left\{ \dot{\sigma}_d + \left( \frac{1}{rM_n} + \frac{r}{J} \right) T_m - \frac{rB_n}{J} \omega + \hat{\theta}^T \varphi + \rho e \right\} \\ &\quad + Ds + K \operatorname{sgn}(s) \end{aligned} \quad (30)$$

미지의 파라미터에 대한 갱신법칙을 유도하기 위하여 식 (31)과 같은 Lyapunov 함수를 선정한다.

$$V = \frac{1}{2} s^2 + \frac{1}{2k} \tilde{\theta}^T \tilde{\theta} \quad (31)$$

여기서  $k$  는 양의 파라미터,  $\tilde{\theta} = \theta - \hat{\theta}$  이고,  $\theta$  와  $\hat{\theta}$  은 각각 공칭 및 추정된 파라미터 벡터를 나타낸다. Lyapunov 함수를 미분한 값은 슬라이딩모드 동역학을 포함하는 식 (32)으로 표현된다.

$$\dot{V} = s\dot{s} + \frac{1}{k} \tilde{\theta}^T \dot{\tilde{\theta}} \quad (32)$$

추정된 브레이크 토크 식 (30)을 식 (32)에 대입하면 식 (33)을 얻을 수 있다.

$$\dot{V} = -Ds^2 - Ks \operatorname{sgn}(s) + \tilde{\theta}^T \left( s\varphi - \frac{1}{k} \dot{\tilde{\theta}} \right) \quad (33)$$

식 (33)에서 Lyapunov 안정도를 만족하는 갱신법칙을 식 (34)와 같이 유도할 수 있다.

$$\dot{\tilde{\theta}} = ks\varphi \quad (34)$$

따라서 Lyapunov 함수의 미분치는 다음의 안정도 조건을 만족한다.

$$\dot{V} = -Ds^2 - Ks \operatorname{sgn}(s) \leq 0 \quad (35)$$

식 (33)에 Lashale의 이론<sup>(7)</sup>을 적용하면 점근적 안정도를 만족하는 적응슬라이딩모드 제어를 설계할 수 있다.

### 5. 컴퓨터 시뮬레이션 및 성능검증

본 논문에서는 차체, 바퀴 동역학 모델식, 공기압 제동 시스템의 동역학 모델식, 그리고 점착력에 대한 빔 모델식을 이용하여 철도차량의 제동성능을 컴퓨터 시뮬레이션 하였다. 사용된 철도차량의 주요 파라미터들은 Table 1과 같다. 철도차량의 제동성능을 검증하기 하기 위하여 초기속도 100 km/h로 달리던 철도차량에 제동력을 인가한 것으로 가정하였다. 실차 실험과 가장 근접한 환경을 고려하기 위하여 주행 저항과 제동 시 발생하는 수직 하중변화, 레일의 상태의 변화를 고려하였다.

제동실린더의 제동자와 제동륜 사이의 공칭 점성 마찰 계수를 0.24로 설정하였으며, 슬라이딩 모드 제어의 강인성을 확인하기 위하여 제동 초기 제동자와 제동륜의 접촉으로 발생할 수 있는 진동을 컴퓨터 시뮬레이션에 반영하여 공칭 마찰계수에  $1.6B \sin 6\pi \times e^{-0.5t}$  인 외란을 인가하였다. 또한, 제동에 따른 온도상승으로 마찰계수 값이 감소하는 것을 모사하기 위하여, 제동시간의 증가에 따라 마찰계수 값이  $0.24e^{-0.016t}$ 의 형태로 감소하도록 설정하였다.

객실 승객의 이동에 의해 발생할 수 있는 차량 하중의 변화를 고려하여 차량의 하중이 제동 20초 후에 M에서 1.5M으로 변화하는 것으로 고려하였다.

특히 레일의 상태가 건조한 상태에서 습윤상태로 변화하는 경우를 컴퓨터 시뮬레이션에 반영하였다. 레일 조건은 20초에서 건조한 상태에서 습윤상태로 변화하고, 습윤상태의 점착계수는 건조한 상태의 최대 점착계수의 50% 감소하는 조건으로 컴퓨터 시뮬레이션을 수행하였다.

Fig. 9는 차량단위 제어를 이용하여 앞, 뒤 대차의 슬립률 제어를 한 결과이다. 뒤쪽 대차는 최대 점착력을 가지는 슬립률 제어성능이 우수하지만 앞쪽 대차는 목표 슬립률을 만족시키지 못하는 것

을 알 수 있다. 이러한 목표 슬립률을 만족시키지 못하는 경우에는 최대 제동력을 얻을 수 없게 된다. Fig. 10은 차량단위 활주방지제어를 한 결과이고, 제동시간은 20 km/h로 감속하는데 약 40.5초가 소요된다.

Table 1 Specifications of the rolling stock

Parameter	Notation	Value
Mass of half vehicle	$M$	18810 kg
Inertia moment of wheel axis	$J_w$	182 kgm <sup>2</sup>
Radius of wheel	$r$	0.43 m
Bogie center to center distance	$d$	13 m
Spring constant	$K_b$	$3.5 \times 10^5$ N/m
Damping constant	$C_b$	$2.0 \times 10^4$ Ns/m

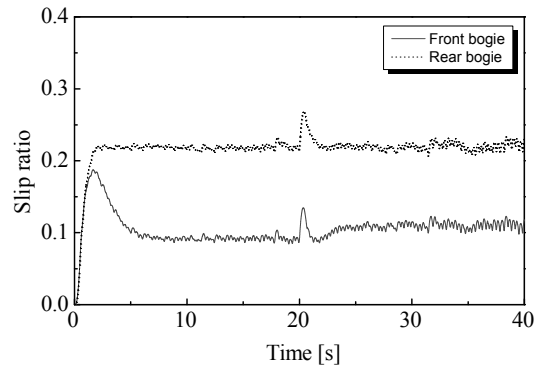


Fig. 9 Tracking performance of front and rear bogies for the truck unit control system

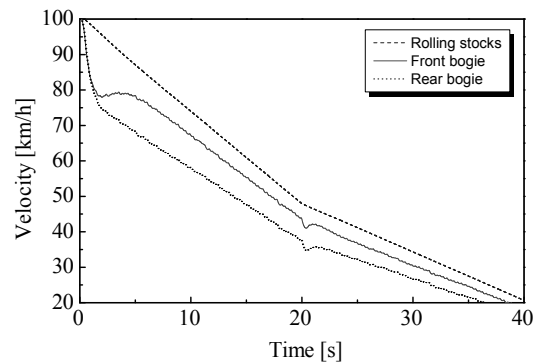


Fig. 10 Braking performance of front and rear bogies for the truck unit control system

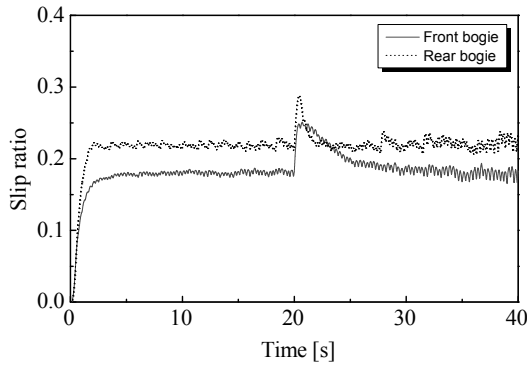


Fig. 11 Tracking performance of front and rear bogies for the decentralized control system

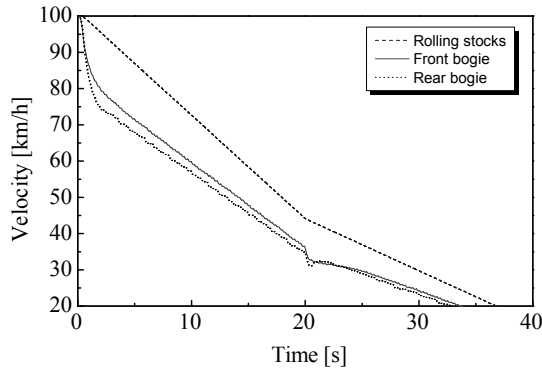


Fig. 12 Braking performance of front and rear bogies for the decentralized control system

Fig. 11은 대차단위 제어를 이용하여 각 대차 별로 슬립 제어를 한 결과이다. 이 그림에서 알 수 있듯이 각 대차 별로 서로 다른 목표 슬립률을 추정하는 성능이 만족스러운 결과를 보여준다. Fig. 12는 대차단위 활주방지제어를 한 결과이다. 그림에서 나타난 바와 같이 36.8초의 제동시간이 소요된다. Table 2에는 제동 초기 속도가 60, 100, 140 km/h일 경우에 대한 차량단위 및 대차단위 제동 특성 컴퓨터 시뮬레이션 결과를 20 km/h로 감속하는데 소요되는 제동시간을 기준으로 정리하여 나타내었다. 이와 같은 차량단위 및 대차단위 제동 특성에 대한 컴퓨터 시뮬레이션 결과로부터 대차단위 제동이 차량단위 제동보다 상대적으로 우수한 제동성능을 발휘함을 확인할 수 있다.

Fig. 13은 식 (34)를 이용하여 추정한 파라미터 변동을 나타낸다. Fig. 13에 나타난 바와 같이,

Table 2 Simulation results

Performance		Brake initial velocity (km/h)		
		60	100	140
Braking time to 20 km/h (s)	Truck unit control system	15.3	40.5	68.7
	Decentralized control system	14.3	36.8	64.2

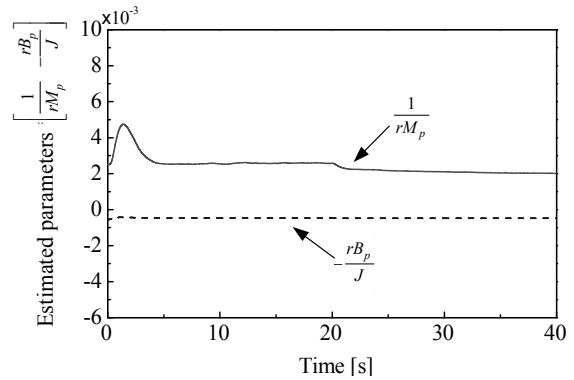


Fig. 13 Estimated parameters obtained by update law

추정된 파라미터들은 열차 하중 및 점성계수의 변화를 만족스럽게 추정하는 것을 확인할 수 있다.

## 6. 결론

본 논문에서는 대차 별로 최대 점착력을 가지는 슬립제어를 이용하는 대차단위 제동시스템이 기존의 철도차량 제동방식인 차량단위 제동방식보다 우수한 제동성능을 발휘할 수 있음을 시뮬레이션을 통해 보였다.

차량단위 및 대차단위 제어의 제동특성을 비교하기 위하여 철도차량의 초기제동속도와 하중변동을 동시에 고려할 수 있는 빔 모델을 이용한 점착력 모델식과 철도차량의 차체, 바퀴 동역학 모델식 및 공기압 제동 시스템의 동역학 모델식 등을 이용하여 컴퓨터 시뮬레이션을 수행하였다. 철도차량 제동시스템의 불확실성 및 파라미터 변동에도 강인한 성능을 구현할 수 있는 적응슬라이딩모드 제어기를 이용한 활주방지 제어를 수행한 결과 대차단위 제동이 차량단위 제동보다 제동성능이 우수함을 입증하였다. 그러므로 대차단위 제동시스템은 하나의 제어기가 고장을 일으켰



을 때, 주변의 다른 제어기에 대한 비상안전장치 역할을 수행할 수 있는 장점뿐만 아니라 철도차량의 제동성능을 향상시킬 수 있음을 확인하였다.

### 참고문헌

- (1) Jin, X. S., Zhang, W. H., Zeng, J., Zhou, Z. R., Liu, Q. Y. and Wen, Z. F., 2004, "Adhesion Experiment on a Wheel/Rail System and Its Numerical Analysis," *Proceedings of the IMechE Part J Journal of Engineering Tribology*, Vol. 218, No. 4, pp. 293~303.
- (2) Yamazaki, H., Nagai, M. and Kamada, T., 2004, "A Study of Adhesion Force Model for Wheel Slip Prevention Control," *JSME International Journal Series C*, Vol. 47, No. 2, pp. 496~501.
- (3) Garg, V. K. and Dukkipati, R. V., 1984, *Dynamics of Railway Vehicle Systems*, Academic Press.
- (4) Park, S. H., Kim, J. S., Choi, J. J. and Yamazaki H., 2008, "Modeling and Control of Adhesion Force in Railway Rolling Stocks," *IEEE Control Systems Magazine*, Vol. 28, No. 5, pp. 44~58.
- (5) Lee, N. J. and Kang, C. G., 2002, "Brake Force Simulation of a High Speed Train Using a Dynamic Model," *Journal of Control, Automation and Systems Engineering*, Vol. 8, No. 1, pp. 46~53.
- (6) Gao, W. and Hung, J. C., 1993, "Variable Structure Control of Nonlinear Systems," *IEEE Transaction on Industrial Electronics*, Vol. 40, No. 1, pp. 45~52.
- (7) Khalil, H. K., 1996, *Nonlinear Systems*, Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall.