

## 강제 대류가 있는 열소산 구조물의 구조최적설계

윤길호\* · 강남철\*

### Structural Optimization of Heat Dissipating Structure with Forced Convection

Gil Ho Yoon\* · Namcheol Kang\*

#### ABSTRACT

In this study, a new topology optimization method is developed to design heat-dissipating structure with forced convection. To cool down electrical devices or mechanical machines, two types of convection models have been widely used: the natural convection model with a large Archimedes number and the forced convection with a small Archimedes number. In these days, lots of engineering application areas such as electrochemical conversion devices (Fuel cell) or rocket propulsion engines adopt the forced convection to dissipate the generated heat. Therefore, to our knowledge, it becomes an important issue to design flow channels inside which the generated heat dissipate. Thus, this paper studies optimal topological designs considering fluid-heat interactions. To consider the effect of the advection in the heat transfer problem, the incompressible Navier-stokes equation is solved. This paper numerically studies the coupling phenomena and presents optimal channel design considering forced convection.

#### 초 록

이 연구 논문에서는 위상최적화 방법을 사용하여 강제대류를 이용한 열소산하는 구조물을 설계하는 방법을 개발한다. 전기 부품이나 기계구조물에서 발생하는 열을 낮추기 위해서 자연 대류와 강제 대류가 넓게 사용되고 있다. 또한 현재에는 화학전지(Fuel cell)나 로켓의 추진기관 등에서 발생한 열을 낮추기 위해서 강제 대류를 사용하고 있다. 현재에 이런 시스템을 효과적으로 열을 소산시키기 위해서 유동의 채널을 설계하는 것이 아주 중요한 이슈로 다루어지고 있다. 따라서 이 논문에서는 위상최적화 기법을 사용하여 최적의 채널을 설계하는 연구를 수행한다. 대류 현상을 고려하기 위해서 비압축성 N-S 방정식의 해석을 수행하였다. 이 논문에서는 열과 유체가 연계되어 있는 시스템을 수치적으로 연구하고 강제대류를 고려하는 최적의 채널 설계 결과를 제시한다.

Key Words: Topology Optimization(위상최적화), Forced Convection(강제 대류), Navier-Stokes Equation(나비에 스톡스 방정식), Heat Transfer(열전달)

† 2008년 12월 5일 접수 ~ 2009년 2월 6일 심사완료

\* 정회원, 경북대학교 기계공학과  
연락처, E-mail: ghy@knu.ac.kr

이 논문에서는 유체-열이 연성이 되어 있는 시스템의 연성 해석(Coupled analysis)을 수행하고 이를 이용하여 열소산 구조물의 위상최적화(Topology optimization)에 대하여 연구를 수행한다[1-3].

석유자원의 고갈로 인한 심각한 에너지 문제를 효과적으로 해결하기 위한 연구가 전 세계적으로 이루어지고 있다. 우리나라 학계와 산업계에서도 이 부분에 대한 관심이 커지고 있으며 특히 연료전지(Fuel cell)등의 전기화학반응(Electrochemistry)을 이용한 효율적인 에너지 발생장치를 개발하기 위한 연구가 활발하게 진행되고 있다[1]. 전기화학반응 장치의 정확한 수치해석을 하기 위해선 유체와 열의 연성 해석뿐만 아니라 화학 반응으로 인한 밀도(Density) 및 전도성(Conductivity) 등이 비선형적으로 변하는 것을 고려하는 것이 필수적이다. 이 연구에서는 전기화학반응을 해석하기 위한 초기 연구 단계로 비압축 유체(Incompressible fluid)의 흐름 때문에 열이 소산되는 시스템을 수치 해석하고 최적의 구조물을 설계하는 방법을 연구한다[2].

비압축성 유체와 열이 연성되어 있는 시스템은 압축성 유체를 고려하는 시스템과 비교하여 한 방향의 연성만을 고려하면 되는 특징이 있다. 즉, 비압축성 유체에서의 강제 대류에서는 유체 내의 온도 차이에 따른 밀도의 변화를 고려하지 않음으로 Navier-Stokes 방정식을 푼 후 이 유체의 직접적인 이동에 의한 열의 소산만을 고려해 주면 된다. 이에 반해서 자연대류에서는 유체 내의 온도의 차이에 따른 밀도의 변화로 기인한 유체의 움직임과 이에 따른 열에너지 소산현상을 고려하여야 한다.

자연 대류와 강제 대류를 일으키는 유체는 다음의 아르키메데스 수 (Archimedes number)를 사용하여 구분할 수 있는데 비압축성 유체에는 아주 작은 아르키메데스 수를 가지고 압축성 유체는 큰 아르키메데스 수를 가진다.

$$Ar = \frac{gL^3\rho_l(\rho - \rho_l)}{\mu^2} \quad (1)$$

여기서 중력 가속도, 특성 길이 (Characteristic Length), 유체와 물질의 밀도는 각각  $g$ ,  $L$ ,  $\rho$ ,  $\rho_l$ 로 나타낸다. 자연대류를 수치적으로 모델링하기 위해서는 다상 유체 (Multiphase fluid)를 고려해야하는 어려움 있기 때문에 본 논문에서는 강제 대류만을 해석하고 이를 이용하여 위상최적화를 수행한다[2].

## 2. 위상최적화

위상최적설계(Topology optimization)는 1980년도 후반에 Bendsoe와 Kikuchi가 제안한 후에 여러 가지 물리계의 최적화 문제에 적용되어 왔다[3]. 이 방법은 치수최적화(Size optimization)나 형상최적화(Shape optimization)와 비교하여 더 좋은 설계를 얻을 수 있다는 장점이 있다. 예를 들어 Fig. 1(a)와 같은 경계조건과 하중이 존재할 때 Fig. 1(b-c)와 같이 기존의 치수최적화나 형상최적화와 다르게 Fig. 1(d)와 같이 초기 위상과는 많이 다른 최적의 구조물을 얻는 것을 보여주고 있다[3].

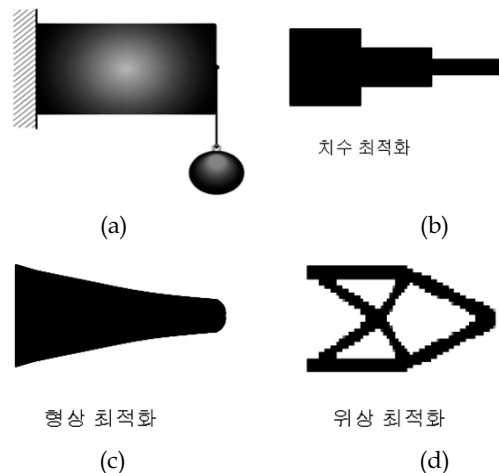


Fig. 1 Structural optimization (a) problem definition, (b) size optimization, (c) shape optimization, and (d) topology optimization

이 위상최적화를 수행하기 위하여 설계변수를 (Design parameters) 매개화하는 방법으로 균질화법을 이용한 위상최적화(Homogenization method-based topology optimization) 기법과 가상재료를 이용한 위상최적화(Artificial material method, Solid Isotropic Material with Penalization method) 기법이 있다. 현재는 균질화법을 이용한 위상최적화 기법보다 가상재료를 이용한 위상최적화 기법이 광범위하게 사용되고 있다[3].

가상재료를 이용한 위상최적설계 기법의 기본 개념은 유한요소법(Finite Element Method)을 이용하여 설계 영역을 이산화(Discretization)하고 각 유한 요소(Element)에 설계 변수(Design Parameter)를 정의한다. 그 후에 이 설계변수를 0과 1사이의 실수로 변화시켜가며 최적의 위상을 찾아가는 방법이다[3]. 이 위상최적화기법은 지금까지는 주로 구조와 관련된 문제에 주로 연구되어 왔다[3]. 현재 ANSYS나 Optistructure 같은 상용소프트웨어들은 구조 문제에서 사용하기 편한 위상최적화 기법을 제공하고 있다.

현재에는 이 위상최적화 기법을 이용하여 다중 물리계가 연성이 되어있는 시스템의 위상최적화와 관련된 연구가 활발히 진행 중이다[1-5]. 다중물리계는 여러 물리계가 연성이 되어 있기 때문에 설계자가 최적의 해를 구하기 어려우며 해석 시간이 많이 소요된다. 이를 해결하기 위한 관련 연구로 음향-구조 연성시스템, 전기-열-구조 연성 시스템, 유체-구조 연성 시스템 등에 관련한 연구가 활발히 진행되어 있다[1-5]. 이 논문에서는 이런 연구 분야의 일환으로 유체와 열 시스템이 연성이 되어 있는 위상최적화를 수행한다. 이 시스템에 관련된 연구는 현재 세계적으로 이루어져 있지 않았고 이 논문에서 처음으로 다루는 문제이다.

### 3. 열-유체 연성시스템의 해석과 설계

#### 3.1 열-유체 연성시스템의 구성방정식

유체와 열시스템이 연성이 되어 있는 시스템의 효과적인 위상최적설계를 위하여 Eq. 2와 3에서와 같이 비압축성 Navier-Stokes 방정식과 Poisson 방정식을 고려한다. 특히, 강제 대류를 모델링하기 위하여 Poisson 방정식에 유체의 속도 항이 포함되어 있다[6]. 이 시스템은 구성방정식이 서로 영향을 주는 다른 멀티피직스 시스템과 비교하여, 한 방향으로만 연성이 되어 있는 아주 간단한 다물리계 시스템이다.

$$\rho_f(\vec{v} \cdot \nabla)\vec{v} = \nabla \cdot \mathbf{T}_f - \alpha \vec{v} \quad (2)$$

$$-\nabla \cdot \vec{v} = 0 \quad (3)$$

$$\nabla \cdot (k \nabla T) = (\rho C_p \vec{v}) \cdot \nabla T \quad (4)$$

여기서  $\rho_f$ 와  $\vec{v}$ 는 유체의 밀도와 속도이며, 유체의 스트레스와 투수율(Permeability) 계수는 각각  $\mathbf{T}_f$ 와  $\alpha$ 이다. 또한, 열전달 방정식에서 열전도율은  $k$ 이고 비열은  $C_p$ 로 표시되어 있다. 그리고, 재료가 유체에서 고체로 서로 바뀔 때 따라 변화하는 밀도는  $\rho$ 로 표현하였다. 유체의 스트레스  $\mathbf{T}_f$ 는 아래와 같이 표현된다.

$$\mathbf{T}_f = -p\mathbf{I} + \mu(\nabla \vec{v} + \nabla \vec{v}^T) \quad (5)$$

여기서 유체의 압력은  $p$ 이고 점성은  $\mu$ 로 표현된다.

위에서 표현한 식을 이산화하기 위하여 다음과 같이 약형식(Weak Form)으로 표현하고 Fig. 2와 같이 일반적인 유한 요소법을 이용하여 해석을 수행한다 [6, 7].

$$\int_{\Omega} \delta \vec{v} (\rho_f \vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} + \mathbf{T}_f d\Omega = - \int_{\Omega} \delta \vec{v} \alpha \vec{v} d\Omega \quad (6)$$

$$\int_{\Omega} \delta p (-\nabla \cdot \vec{v}) d\Omega = 0 \quad (7)$$

$$\int_{\Omega} \delta T (k \nabla T) + \delta T (\rho C_p \vec{v}) \cdot \nabla T d\Omega = 0 \quad (8)$$

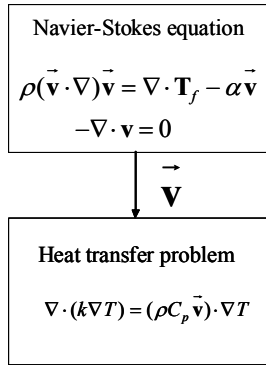


Fig. 2 Fluid-heat coupled analysis

3.2 투수율을 이용한 유체문제의 위상최적화기법

기존의 위상최적화 기법은 기계구조물을 최적화하기 위하여 각 요소에 설계변수를 정의하고 탄성계수(Young's modulus)를 설계변수의 함수로 모델링한 후 이를 이용한 민감도 해석을 수행하고 최적화하는 방법을 사용한다. 그러나 유체문제에서는 유체의 투수율을 조절하는 방법으로 위상최적화를 수행한다[2,7,8,9]. 즉 Navier-Stokes 방정식에서 구조문제의 강성에 대응하는 점성(Viscosity)을 설계변수에 대한 함수로 두는 것이 아니라 마찰 힘(Friction force)에 해당하는 투수율을 설계에 관한 함수로 모델링하여 위상최적화를 수행한다. 경계조건을 만족하기 위하여, Eq. 9와 같이 마찰 힘의 역수인 투수율을 극부적으로 작게 하여 그 지점에서 유체의 속도를 0으로 만드는 방법을 사용하고 유체가 흐르는 부분에는 투수율을 크게 하여 유체가 자유롭게 흐를 수 있도록 하여 유체의 채널(Channel)을 설계하는 것이다.

$$\alpha = \begin{cases} \alpha_{max} : Solid (Velocity = 0) \\ 0 : Fluid \end{cases} \quad (9)$$

여기서 고체부의 유체의 속도를 0으로 만들기 위해선 마찰 힘을 아주 큰 값을 대입해야 한다. 이것에 대한 관련된 연구로 달시넘버(Darcy's number)를 고려하여 최대값을 결정하는 연구가 이루어져있다[6, 7].

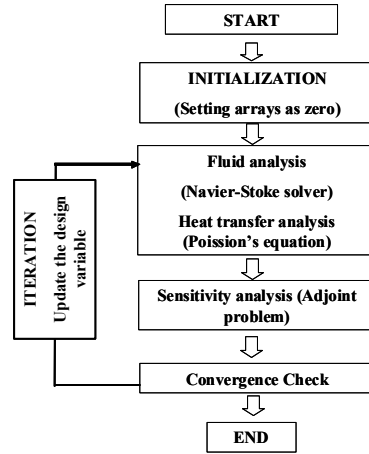


Fig. 3 Flow chart of optimization problem

$$\alpha_{max} = \frac{\mu}{D_a L^2} \quad (10)$$

여기서 달시넘버는  $D_a$ 이며, 유체와 구조가 연성되어 있는 시스템에서는  $10^{-6}$  정도의 값을 사용해야 한다는 것이 알려져 있다. 전체적인 최적화 과정은 Fig. 3에 도시하였다.

3.3 SIMP방법을 이용한 물성치 보간방법

위상최적화를 위하여 위 식들의 물성치들은 다음과 같이 보간을 수행하였다 [2]. 여기서 설계 변수는  $\gamma$ 로 표현하였다.

Table 1. Interpolations of physical parameters

설계변수	$k$	$\alpha$	$C_p$	$\rho$
Solid ( $\gamma = 1$ )	$k_s$	$\infty$	$C_s$	$\rho_s$
Fluid ( $\gamma = 0$ )	$k_f$	0	$C_f$	$\rho_f$

이 보간 함수에서 특이한 사실은 유체방정식의 밀도 부분을 보간하지 않는 것이다. 이는 유체 방정식에서 저항 힘(Friction force)을 조절하여 고체부분을 모델링하기 때문이다.

$$k = (k_s - k_f)\gamma^n + k_f \quad (11)$$

$$C = (C_s - C_f)\gamma^n + C_f \quad (12)$$

$$\rho = (\rho_s - \rho_f)\gamma^n + \rho_f \quad (13)$$

$$\alpha = (\alpha_s - \alpha_f)\gamma^n + \alpha_f \quad (14)$$

여기서  $n$ 은 벌칙상수로 대부분 3과 4사이의 값을 사용하게 된다 [3].

#### 4. 수치해석 및 위상최적설계

##### 4.1 원통형에서의 열-유동 해석 결과

개발된 해석코드를 검증하기 위하여 Fig. 4와 같이 원통 외경에서 열이 유입되는 상황에서 왼쪽입구(Inlet)에서 출구(Outlet) 방향으로 유체를 흘려주었을 때 출구방향에서의 온도를 계산하였다. Eq. 15와 16에서 볼 수 있듯이 개발된 코드로 해석해 본 결과와 일차원 열 유동 해석을 수행하여 해석적인 방법으로 구한 해와 거의 일치함을 알 수 있었다.

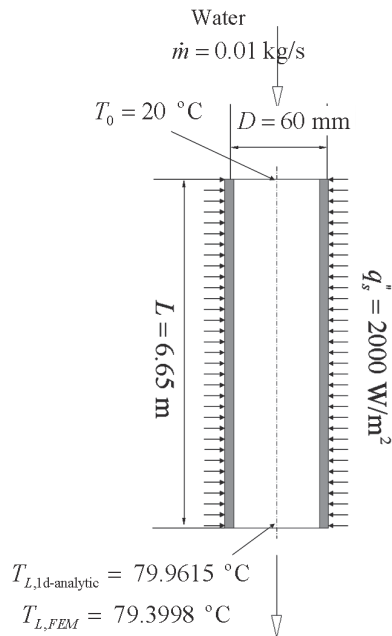


Fig. 4 A benchmark problem

$$T_{L,1d-analytical} = T_0 + \frac{\pi D q''_s L}{m C_p} \approx 79.9615 \quad (15)$$

$$T_{L,FEM} = 79.3998 \quad (16)$$

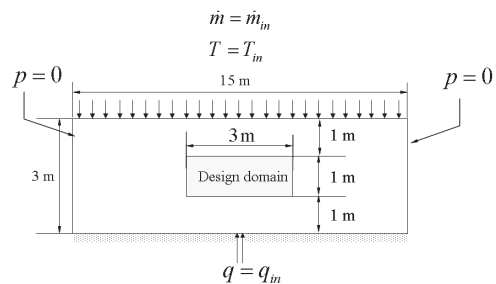
##### 4.2 위상최적설계 예제

위상최적화 예제를 위하여 Fig. 5(a)에서는 설계영역의 아래 부분에 발생하는 열을 소산하기 위하여 최적의 공기의 흐름을 설계하는 문제를 고려하였다. 최적화 문제는 아래 식과 같이 열컴플라이언스(Thermal compliance)를 최소화하는 식으로 정식화 하였다. 이 식에서는 다른 위상최적화 기법과 다르게 재료에 대한 제한 조건(Mass constraint)을 사용하지 않았다.

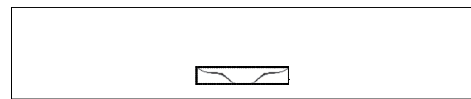
$$\text{Min} \int_{q_{in}} T q_{in} d\Gamma \quad (17)$$

$$0 < \gamma \leq 1 \quad (18)$$

이 예제에서 물의 비중, 비열, 열전도율, 점도는 각각  $1000 \text{ kg/m}^3$ ,  $4184 \text{ J/kgK}$ ,  $0.6 \text{ W/m K}$ ,  $352 \times 10^{-6} \text{ Pas}$ 으로 하였다. 고체부분의 밀도와 열전도율은  $8920 \text{ kg/m}^3$ ,  $401 \text{ W/m K}$ 이다. Fig. 5 (b, c)는 본 연구에서 개발한 최적화 이론으로 얻은 최적의 채널을 보여주고 있다.



(a) A problem definition



(b) An optimized design

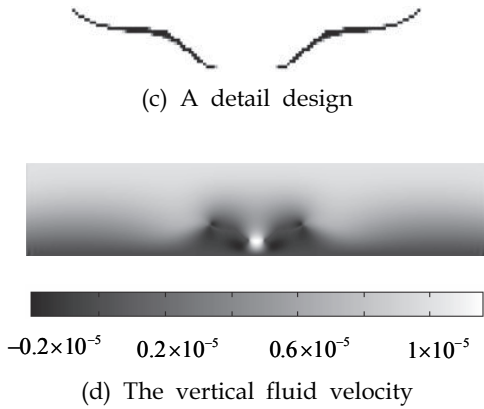


Fig. 5 An optimization problem considering the fluid-thermal interaction ( $T_{in} = 297K$ ,  $\dot{m}_{in} = 0.0025 \text{ kg/s}$ ,  $q_{in} = 10^5 \text{ W/m}$ )

Figure 6에서는 반복횟수에 따른 위상 최적화 과정을 나타내고 있다. Fig. 5와 Fig. 6에서 볼 수 있듯이 위에서 아래로 내려오는 유량을 열이 입력되는 구간에 집중하여 강제 대류를 통한 열 소산을 최대화 하는 구조물을 얻을 수 있었다. 또한 재료 제한 조건이 없어도 최적화 알고리즘이 적절한 재료를 선택하는 것을 알 수 있다. 실제로 이 구조물을 제작할 때에는 아래의 판을 부착하여 최적화된 구조물을 설계 영역과 직교인 방향으로 쌓아 올려서 구조적 안정성을 얻어야 한다.

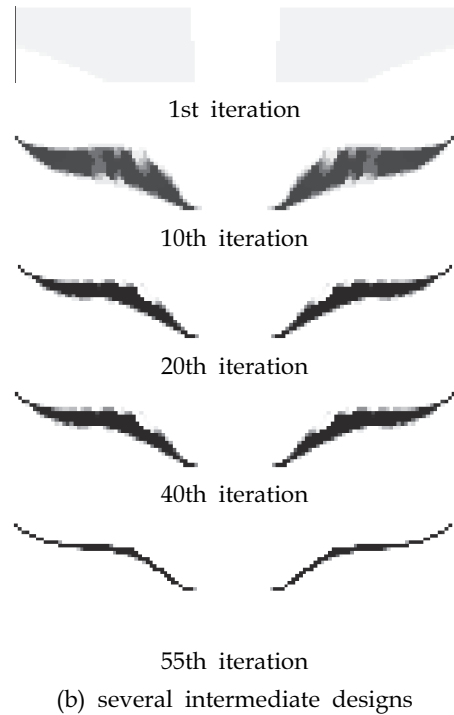
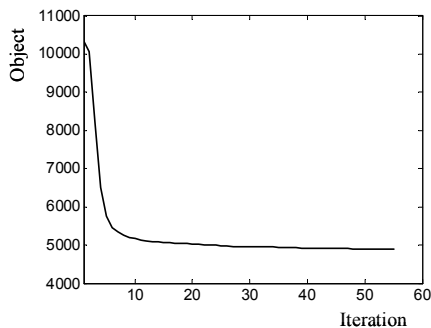


Fig. 6 Optimization histories (Object=  $4.886 \times 10^3 \text{ WK}$ )

## 5. 결 론

이 연구에서는 비압축성 유체와 열전달이 연성되어 있는 멀티 피직스 시스템의 해석 코드를 개발하였고 이를 이용하여 열을 소산하는 구조물의 위상을 최적화하는 구조최적화연구를 수행하였다. 이 멀티 피직스 시스템의 위상최적화는 전 세계적으로 처음이라고 알고 있으며 향후 화학반응까지 고려한 해석을 수행하면 전기 화학반응장치나 로켓엔진 등에 사용할 수 있는 효율적인 유로를 설계할 수 있을 것이라 예상된다. 또한 수치적으로 구한 최적치의 물리적인 의미와 실험을 통한 검증은 현재 진행되는 부분으로 앞으로 꾸준한 연구가 필요하다.

## 후 기

This research was supported by Kyungpook National University Research Fund, 2008.

## 참 고 문 헌

1. Sunden, B., and Faghri, M., 연료전지에서의 수송현상, 2008 (박한웅, 황영진, 정건용 역)
2. Yoon, G. H., "Topological Layout Design of Heat Dissipating Structures Considering Forced Convection," in preparation, 2009
3. Bendsøe, M. P., and Sigmund, O., Topology Optimization Theory, Methods and Applications, Springer-Verlag, New York, 2003
4. Yoon, G. H., Jensen, J. S., and Sigmund, O., "Topology Optimization of Acoustic-Structure Interaction Problems using a Mixed Finite Element Formulation," International Journal for Numerical Method in Engineering, Vol. 70, 2007, pp.1049-1076
5. 강형석, "역 사다리꼴 핀의 최적화에 미치는 내 외 유체의 영향," 한국추진공학학회지, 제 11권, 제5호, 2007, pp.14-22
6. Cook, R. D., Malkus D. S., Plesha M. E., and Witt, R. J., Concepts and Applications of Finite Element Analysis, 4th ed., John Wiley & Sons, 2001
7. Fridolin, O., and Henrik, B., "Design of Microfluidic Bio-Reactors Using Topology Optimization," ECCOMAS CFD (Netherlands) 2006
8. Borrvall, T., and Petersson, J., "Topology Optimization of Fluids in Stokes Flow," International Journal for Numerical Methods in Fluids, Vol. 41, 2003, pp.77-107
9. Guest, J. K., and Prevost, J. H., "Topology Optimization of Creeping Fluid Flows Using a Darcy - Stokes Finite Element," International Journal for Numerical Methods in Fluids, Vol 66, 2006, pp.461-484