

## Hack의 법칙과 집수평면의 기하학적 특성

### Hack's Law and the Geometric Properties of Catchment Plan-form

김 주 철\* / 이 상 진\*\*

Kim, Joo Cheol / Lee, Sang Jin

#### Abstract

This study makes a systematic approach to Hack's law considering self-affinity and self-similarity of natural basins as well as the elongation of corresponding catchment-plan forms. Catchment-plan forms extracted from DEM appear to be the population come from the interactions of 2 hypotheses on Hack's law. It is judged that the elongation measures based on inertia moments are more intuitive than the ones based on main channel lengths. The exponent of Hack's law,  $h$ , seems to be similar to the result of Gray's study (1961). However Hurst exponent,  $H$ , being 0.96 imply that catchment-plan forms considered in this study have isotropic increasing properties with scale. From this point of view it is inferred that the shapes of the basins in this study would be more affected from self-similarity of main channel lengths than self-affinity of catchment-plan forms.

**Keywords** : Hack's law, catchment plan-form, elongation, self-affinity, self-similarity

#### 요 지

본 연구에서는 집수평면의 신장도에 대한 검토와 함께 자연유역의 자기유사성 및 자기상사성을 고려하여 Hack의 법칙에 대한 체계적인 접근을 수행하여 보았다. DEM으로부터 추출된 대상유역의 집수평면들은 Hack의 법칙에 대한 두 가설이 상호작용을 할 경우 나타날 수 있는 유역 형상들에 대한 모집단처럼 나타났다. 유역면적에 따른 집수평면 신장도의 변화를 도시해 본 결과 유로연장을 기반으로 한 고전적인 지형인자들보다는 관성적률을 기반으로 한 신장도가 보다 직관적인 결과를 줄 수 있을 것으로 판단되었다. Hack의 법칙에 대한 지수  $h$ 는 Gray (1951)의 연구 결과와 유사하게 산정됨을 확인할 수 있었다. 하지만 대상유역들에 대한 Hurst의 지수  $H$ 는 0.96으로 나타나 본 연구에서 고려한 집수평면들은 규모에 따라 등방성 성장률을 가지고 있는 것으로 사료되었다. 이로부터 본 연구의 대상 유역들의 형상은 집수평면의 자기유사성보다는 유로연장의 자기상사성에 더 영향을 받는 것으로 추론할 수 있었다.

**핵심용어** : Hack의 법칙, 집수평면, 신장도, 자기유사성, 자기상사성

\* 한국수자원공사 수자원연구원 연구원

Korea Institute of Water and Environment, Daejeon 305-730, Korea

\*\* 교신저자, 한국수자원공사 수자원연구원 책임연구원

Corresponding Author, Korea Institute of Water and Environment, Daejeon 305-730, Korea

(e-mail: sjlee@kwater.or.kr)

## 1. 서론

유역은 하천망(channel network)과 구릉지사면(hill-slope)으로 구성된 복합적인 변환계로서 강우 유입량의 효율적인 배수를 위하여 끊임없이 진화해 가고 있다. 이러한 유역의 점진적인 변화과정 속에는 거시적인 규모의 지질구조학적 융기(tectonic uplift)로부터 유수에 의한 국부적인 세굴(fluvial erosion)에 이르기까지 수많은 현상들의 복잡한 상호작용들이 포함된다. 이로부터 현재의 기술 수준으로는 Newton의 운동법칙과 같이 단순한 형태의 물리학적 지배방정식에 따라 이를 해석하는 것이 불가능한 것으로 알려져 있다(Bak, 1996). 따라서 지금까지 주로 하천망을 중심으로 한 유역 표면의 형태학적 특성에 관한 분석이 Horton의 고전적인 연구(Horton, 1932)를 기원으로 하여 지속되어 오고 있다(Strahler, 1964; Shreve, 1966; Smart, 1972; Abrahams, 1984).

최근 지리정보체계(GIS)의 발달은 과거 종이 지도상에서는 시도조차 할 수 없었던 다양한 지형인자들의 추출(Moussa, 2003)과 함께 유역의 형상(shape)에 대한 새로운 형태의 접근을 가능하게 하고 있다. 이에 따라 기존의 연구 성과들에 대하여 보다 발전된 개념의 해석들이 제안되는 경향을 확인할 수 있는데 그 대표적인 예로서 Hack의 법칙을 들 수 있다. Hack (1957)은 배수면적(drainage area)과 유로연장(main channel length) 사이에 존재하는 기하학적 상사성에 관한 분석으로부터 유역은 규모(scale)가 커질수록 가늘고 길게 신장(伸長)되는 특성이 있음을 밝히는 연구결과를 발표한 바 있다(Gray, 1961). 하지만 비교적 최근 등장한 Fractal 기하학은 이러한 결과에 대하여 심도 깊은 의문을 던진다(Mandelbrot, 1982; Hergarten, 2002). 유역의 신장도(elongation)는 수문학 및 지형학 분야에서 상당히 중요한 의미를 갖는 지형인자들 중의 하나이지만 아직까지 통일된 정량적 계량수단을 갖추지는 못하고 있다. 이는 유역경계를 수평면 위에 투영할 경우 얻을 수 있는 집수평면(catchment plan-form)의 형상이 대단히 불규칙한 것에 기인하는 것으로 형상의 정량화가 갖는 어려움을 잘 설명해 준다 할 수 있을 것이다.

Hack의 법칙은 Fractal 기하학이나 SOC (Self-organized criticality) 이론에 관한 각종 문헌(Mandelbrot, 1982; Feder, 1988; Bak, 1996; Hergarten, 2002)들 속에서 Horton의 법칙과 함께 가장 자주 인용되는 수문지형학(hydro-geomorphology) 분야의 경험 법칙이다. 이와 관련하여 주목할 만한 사항 중의 하나로는 Maritan, *et al.* (1996)과 Rigon, *et al.* (1996)의 연

구결과를 들 수 있는데 이들은 집수평면의 자기유사성(self-affinity)과 사행하천의 자기상사성(self-similarity)에 대한 개념을 기초로 Hack의 법칙을 보다 일반화된 형태로 재구성하고자 시도한 바 있다. 본 연구는 이러한 시도의 연장선 위에서 평면도형으로 간주한 집수평면의 기하학적 특성을 기반으로 Hack의 법칙에 대한 체계적인 접근을 주목적으로 한다. 이를 위하여 우선 집수평면의 신장도 계량을 목적으로 제시된 고전적인 지형인자들에 대한 세심한 조사를 수행한다. 그리고 지형정보처리 기술의 발달과 함께 등장한 관성적률(inertia moment)을 기반으로 한 새로운 형태의 신장도 평가수단(Moussa, 2003)을 검토하여 양자 사이의 차이점 및 집수평면의 신장도에 대한 기하학적 의미를 분석하여 본다. 또한 지리정보체계를 수단으로 실제 유역에 대하여 상기한 각종 지형인자들을 추출/분석하여 Hack의 법칙 속에 내포된 집수평면의 형태학적 의미에 대하여 합리적인 추론을 도출해 본다. 이러한 분석은 현재 Fractal 기하학 및 지리정보체계를 기반으로 하여 등장하고 있는 새로운 경향의 수문지형학 분야에 보다 체계적인 접근 수단을 제공할 수 있을 것으로 판단된다.

## 2. 이론적 배경

### 2.1 집수평면의 신장도

집수평면은 유역의 경계를 수평면 위에 투영할 경우 얻어지는 평면도형으로서 정의된다(Eagleson, 1970). Fig. 1은 집수평면의 형상이 유역의 유출현상에 미치는 영향을 개략적으로 예시한 것으로서 유역이 가늘고 길게 신장될수록 유출수문곡선의 첨두유량(peak discharge)은 작아지고 기저시간(base time)은 길어지는 경향을 볼 수 있다. Horton (1932)과 Schumm (1956)은

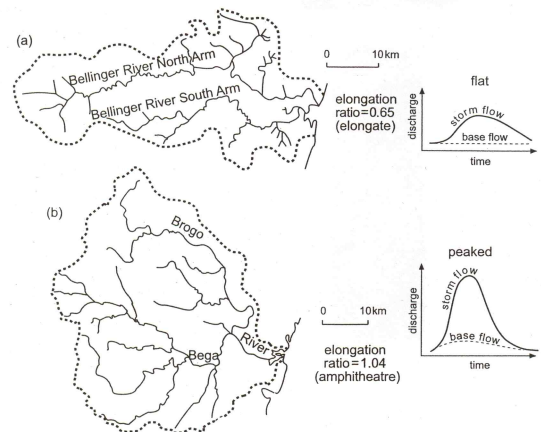


Fig. 1. Catchment Plan-Forms (Brierley and Fryirs, 2005)

집수평면의 신장도를 정량적으로 묘사하기 위하여 Eq. (1) and (2)와 같은 형상비(form factor;  $F$ )와 신장비(basin elongation;  $E$ )를 제안한 바 있다.

$$F = \frac{A}{L^2} \left( = \frac{B}{L} \right) \quad (1)$$

$$E = \frac{2\sqrt{A/\pi}}{L} \left( = \frac{D}{L} \right) \quad (2)$$

여기서  $A$ ,  $L$ 은 각각 유역면적과 유로연장,  $B$ 는 유로연장을 길이 축(longitudinal axis) 상의 한 변으로 하는 집수평면과 동일한 면적을 갖는 직사각형의 폭 그리고  $D$ 는 집수평면과 동일한 면적을 갖는 원의 직경을 의미하는 것으로 Eq. (1) and (2)는 모두 집수평면의 형상을 길이 방향과 폭 방향의 규모(혹은 길이) 사이의 비로서 평가하고 있음을 확인할 수 있다. 한 가지 주지할 사항은 양자 모두 유로연장을 직선과 같은 선형(linear) 모형으로 취급하는 점으로서 만약 사행이 심한 하천을 고려할 경우 해당 집수평면의 형상에 대하여 왜곡된 결과의 산출이 예상된다. Fig. 2는 유역면적  $9,885 \text{ km}^2$ , 유로연장  $407.5 \text{ km}$ 인 금강유역의 배수유역도로서 마치 마름모와 같은 정방형의 집수평면을 시각적으로 확인할 수 있다. 하지만 Eq. (1)에 따라 산정된 형상비는 약

0.06으로서 매우 가늘고 긴 집수평면의 형상을 제시한다. 그렇다면 금강유역의 유출응답특성은 Fig. 1의 (a)와 (b) 중 어느 쪽에 가까운 것일까?

지리정보체계의 발달을 기반으로 프랑스의 수문학자 Moussa (2003)는 집수평면과 동일한 기하학적 특성을 갖는 지형인자인 등가타원(equivalent ellipse)을 개발하였다(김재한, 2005). Fig. 3은 집수평면  $\Sigma$ 를 2차원 평면  $xAy$ 상에 도식한 것으로 여기서  $G$ 는  $\Sigma$ 의 도심이고  $x'Gy'$ 은  $xAy$ 를 원점  $A$ 로부터  $G$ 까지 평행 이동할 경우의 2차원 평면이다. 만약  $\overrightarrow{GX}$ ,  $\overrightarrow{GY}$ 를  $\Sigma$ 의 관성주축이라 할 경우, 단면의 기하학적 성질에 따라 Eq. (3) and (4)는  $\Sigma$ 의 도심축  $\overrightarrow{Gx'}$ ,  $\overrightarrow{Gy'}$ 으로부터의 회전각  $\omega$ 와 신장비  $R_i$ 를 나타낸다(양창현, 1996).

$$\tan 2\omega = \frac{2I_{x'y'}}{I_y - I_x} \quad (3)$$

$$R_i = \frac{I_{\min}}{I_{\max}} \quad (4)$$

여기서  $I_x$ ,  $I_y$ ,  $I_{x'y'}$ 은  $\Sigma$ 의 도심축에 대한 관성적률이고  $I_{\min}$ ,  $I_{\max}$ 은 각각 최소관성적률과 최대관성적률이다(양창현, 1996). 이로부터 집수평면과 동일한 신장도를 갖는 등가타원을 Fig. 3과 같이 작도할 수 있다.

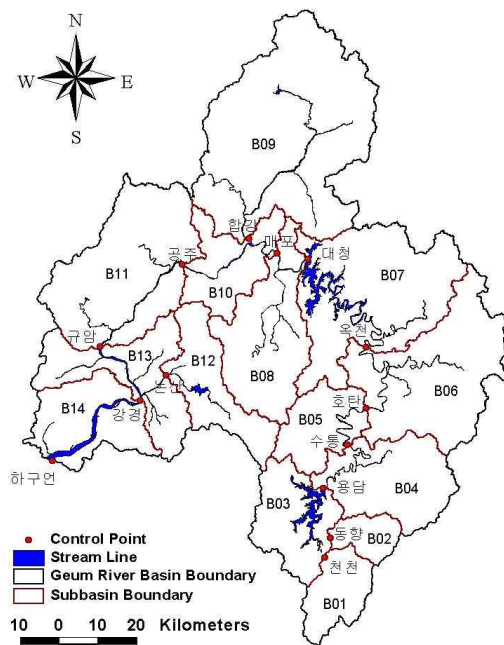


Fig. 2. Geum River Basin

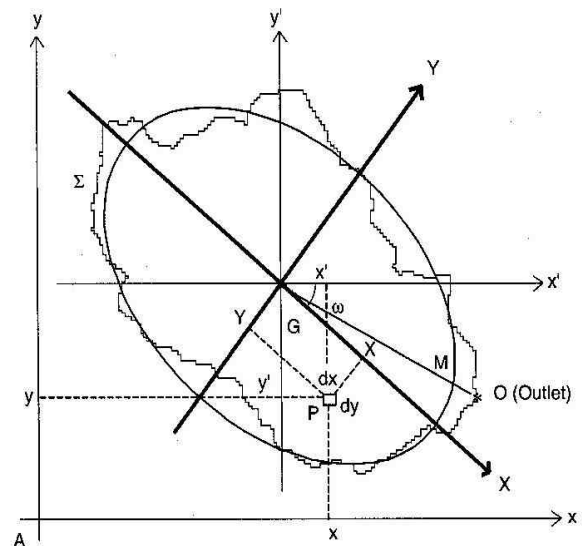


Fig. 3. Equivalent Ellipse (Moussa, 2003)

Eq. (1), (2) and (4)는 모두 집수평면의 신장도를 정량화하기 위하여 제안된 지형인자들로써 다소 개별적인 특성을 가지고 있는 것으로 판단된다. 우선 Eq. (1) and

(2)의 경우 전술한 바와 같이 유로연장의 규모에 주목하고 있음을 확인할 수 있다. 이는 집수평면의 길이 방향을 마치 수로의 1차원 운동방정식과 같이 유로연장(혹은 유선 방향)과 합동으로 정의하는 것을 의미하는 것으로 이에 따른 집수평면의 폭 방향에 대한 정의가 다소 개념적이고 모호해 짐을 알 수 있다. 반면 Eq. (4)는 집수평면을 일반적인 기하학적 도형과 같이 취급하여 유로연장과는 독립적으로 단면의 최소관성적을 및 최대관성적률에 따라 신장도를 평가하고 있다. 이러한 차이는 주로 각 지형인자들이 제시된 시점의 지형정보 처리 기술수준에 기인하는 것으로 판단되는데 실제로 Eq. (4)의 경우 컴퓨터를 기반으로 한 지리정보체계를 이용하지 않을 경우 정확한 값의 산정이 거의 불가능한 집수평면의 속성임을 확인할 수 있다.

## 2.2 Hack의 법칙

유역면적과 유로연장 사이의 기하학적 상관관계를 정의하는 Hack의 법칙은 Eq. (5)와 같이 표현된다.

$$L \propto A^h \quad (5)$$

여기서  $h$ 는 유로연장의 규모별 거동특성(scaling)을 나타내는 지수로서 Hack (1957)과 Gray (1961)는 자신들의 연구에서 각각 0.6과 0.568의 값을 제시한 바 있다. 이러한 값(즉  $h > 0.5$ )은 유로연장과 유역면적 사이에는 기하학적 상사성이 성립하지 않는 것을 의미하는 것으로 현재 Hack의 법칙에 대한 해석을 위하여 다음과 같은 두 개의 개별적인 가설이 제안되고 있다(Fig. 4)(Hergarten, 2002).

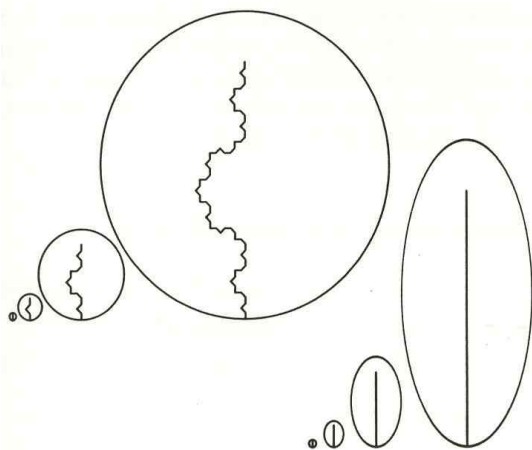


Fig. 4. Hypothesis of Hack's Law (Hergarten, 2002)

① 하천의 사행(meandering)은 모든 규모에서 발생한다. 그러므로 하천의 길이는 수원과 출구 사이의 직선거리(Euclidean length)의 성장률보다 빠르게 증가한다.(Fig. 4의 좌측)

② 유역은 폭 방향에 비하여 길이 방향의 성장률이 더 크다. 따라서 유역은 규모에 따라 개별적인 형상을 갖는다.(Fig. 4의 우측)

상기한 첫 번째 가설은 유로연장을 Koch 곡선과 같은 자기상사성 Fractal 도형으로 간주하는 것으로 Eq. (6)과 같이 나타낼 수 있다.

$$L \propto L_{\parallel}^{\Phi_L} \quad (6)$$

여기서  $L_{\parallel}$ 는 Fig. 5에서 예시한 바와 같이 유역경계와 출구 사이의 최장직선거리로 정의되는 유역의 직경(diameter)이고  $\Phi_L$ 은  $L_{\parallel}$ 를 기반으로 산정된 유로연장의 Fractal 차원이다. 또한 두 번째 가설은 집수평면을 자기유사성 Fractal 도형으로 간주하는 것으로 다음과 같은 비례식으로 표현될 수 있다.

$$L_{\parallel} \propto A^{\frac{1}{1+H}} \quad (7)$$

여기서  $H (< 1)$ 는 Eq. (8)과 같이 집수평면의 길이 방향과 폭 방향의 이방성(anisotropic) 성장률을 정의하는 Hurst의 지수이다(Fig. 5).

$$L_{\perp} \propto L_{\parallel}^H \quad (8)$$

Eq. (6) and (7)의 관계를 Eq. (5)에 대입할 경우 다음과 같은 수정된 형태의 Hack의 법칙을 유도할 수 있다(Maritan, *et al.*, 1996; Rigon, *et al.*, 1996).

$$L \propto A^{\frac{\Phi_L}{1+H}} \quad (9)$$

여기서 만약 집수평면이 상기한 두 가설의 어느 한 쪽만을 따른다고 가정할 경우 Eq. (9)의 지수는 다음과 같이 두 가지 형태로 표현될 수 있다.

$$h = \begin{cases} \frac{\Phi_L}{2} & ; H=1 \\ \frac{1}{1+H} & ; \Phi_L=1 \end{cases} \quad (10)$$

Eq. (9) and (10)은 집수평면의 형상을 체계적으로 분석할 수 있는 주요한 수단으로서 본 연구에서는 이를 이용하여 집수평면의 신장도와 Hack의 법칙 사이의 관계에 대한 논리적 추론을 수행하여 본다.

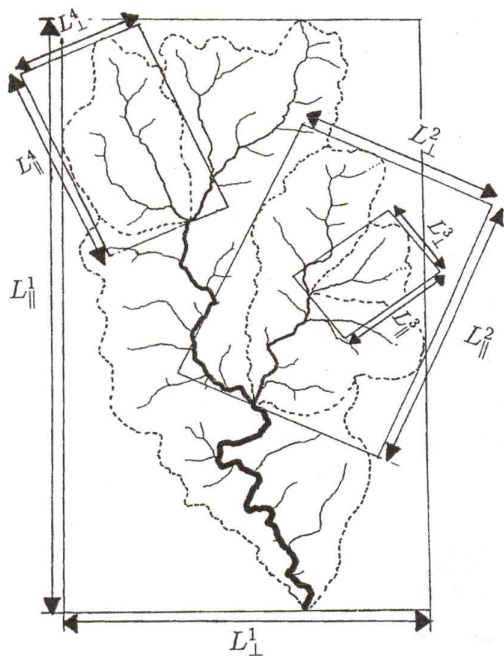


Fig. 5. Baisn Diameter (Rigon, *et al.*, 1996)

### 3. 적용사례

#### 3.1 집수평면의 추출

본 연구에서는 한강 수계의 평창강 유역, 금강 수계

의 보청천 유역 그리고 낙동강 수계의 위천 유역을 대상유역으로 선정하였다(Fig. 6). 3개 대상유역 내 위치한 총 17개 수위표 지점에 대하여 각종 지형인자들을 DEM을 기반으로 추출하였다. DEM의 생성에는 1/25,000 축척의 수치지도를 이용하였고 격자크기는 20 m를 적용하였다. 또한 실제 하천자료와의 오차를 줄이기 위하여 DEM의 전처리에 fill-burn DEM 기법을 적용하였다. 집수평면의 각종 관성적률은 grid형 유역도의 격자 중심점들의 좌표로부터 계산하였다.

Figs. 7~9은 3개 대상유역의 17개 수위표 지점에 대한 집수평면과 그에 해당하는 등가타원을 중첩하여 도시한 것으로 상류로부터 하류방향으로 진행하면서(즉 유역면적의 증가에 따라) 집수평면과 등가타원의 변화를 시각적으로 확인할 수 있다. 여기서 흥미로운 사항은 유역의 규모에 따른 양자의 변화 양상으로서 Hack의 법칙에 대한 고전적인 해석과는 달리 규모의 증가에 따라 유역이 가늘고 길게 신장되어 가는 경향을 찾아 볼 수 없다. 예를 들어 Fig. 8에 수록된 보청천의 5개 유역에 대한 결과에서는 오히려 상류에서는 타원에 가까운 형상을 가지나 하류로 이동함에 따라 신장도가 줄어들어 상하, 좌우가 서로 대칭된 원과 같은 형상으로 진행됨을 볼 수 있다. 이러한 양상을 전술한 Hack의 법칙에 대한 두 가설을 기반으로 고려해 보면 Figs. 7~9의 17개 소유역들에 대한 결과는 양자(즉 두 가설)가 무작위적으로 상호작용을 할 경우 나타날 수 있는 유역 형상들에 대한 모집단(population)처럼 보여진다. 이로부터 집수평면의 신장도 속에는 복잡한 유역의 형성과정에 관련된 중요한 정보가 포함될 수 있음이 예상된다.

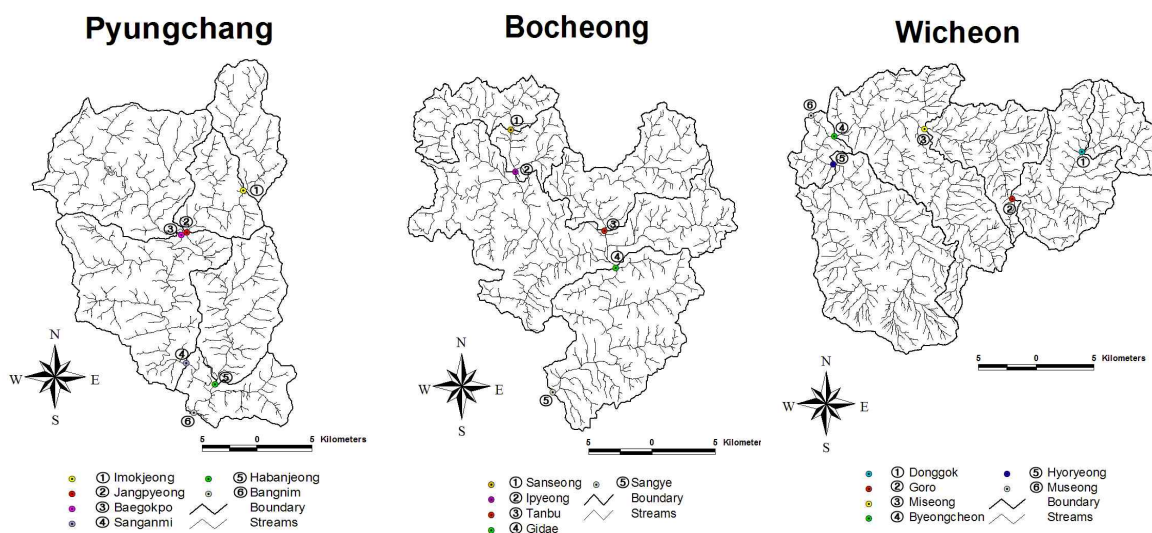
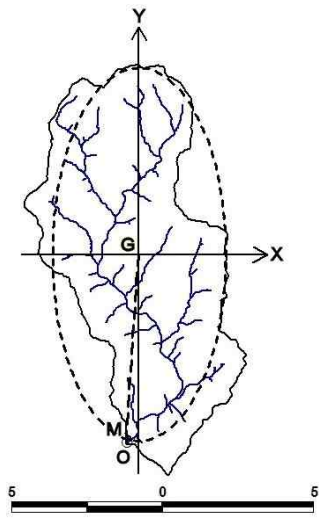
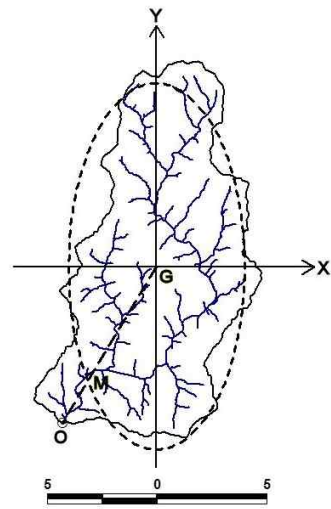


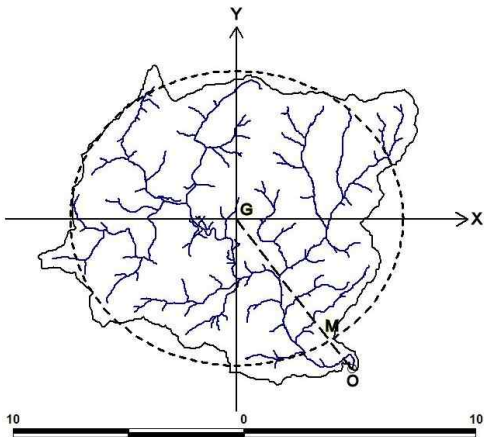
Fig. 6. Drainage Maps of Watersheds of Interest in This Study



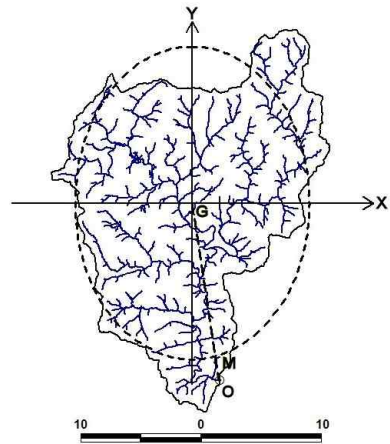
a. Imokjeong



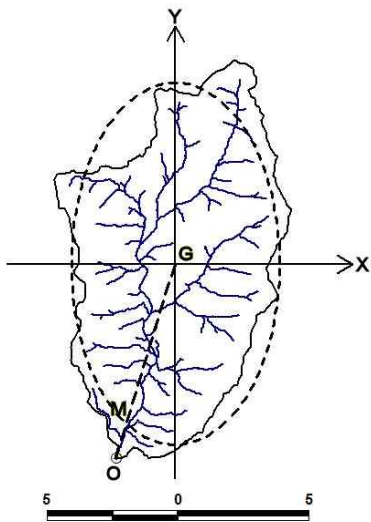
b. Jangpyeong



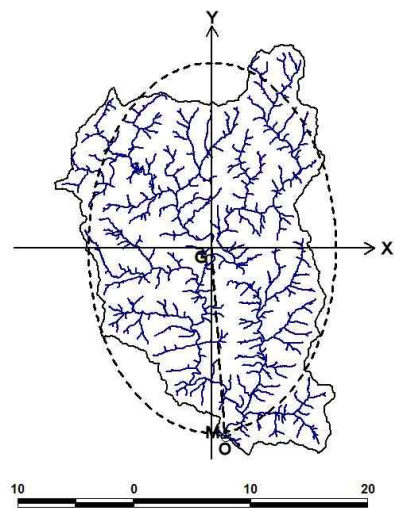
c. Baegokpo



d. Sangnmi

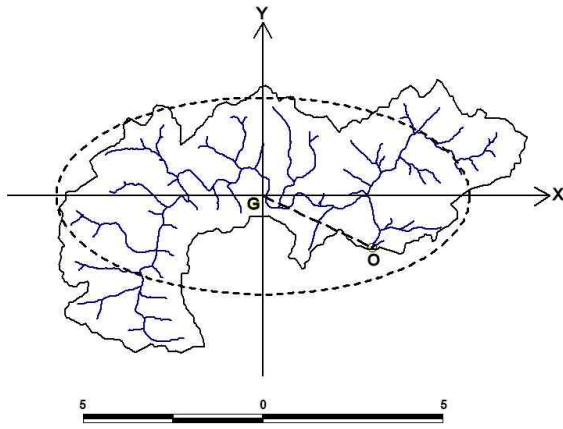


e. Habanjeong

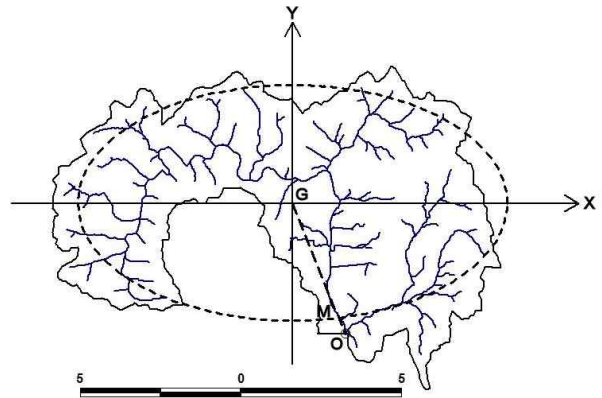


f. Bangnim

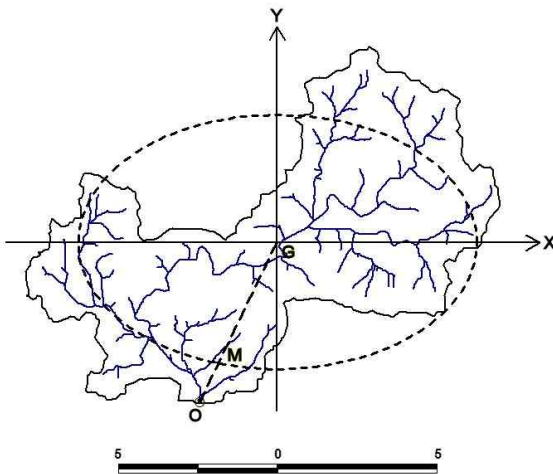
Fig. 7. Pyungchang Watershed



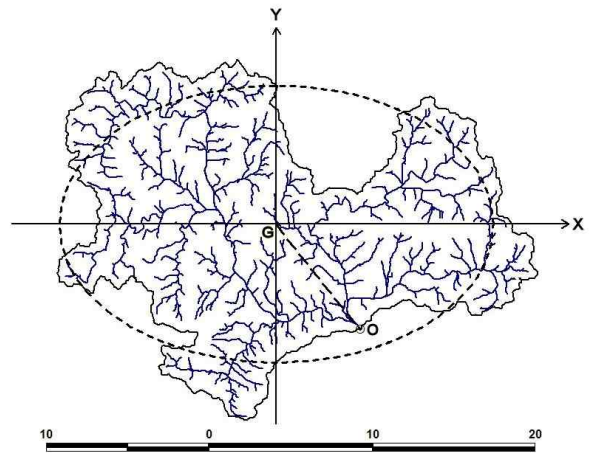
a. Sanseong



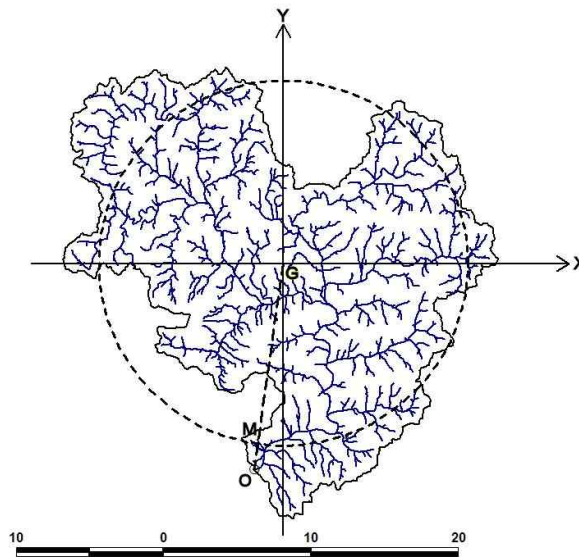
b. Ipyeong



c. Tanbu

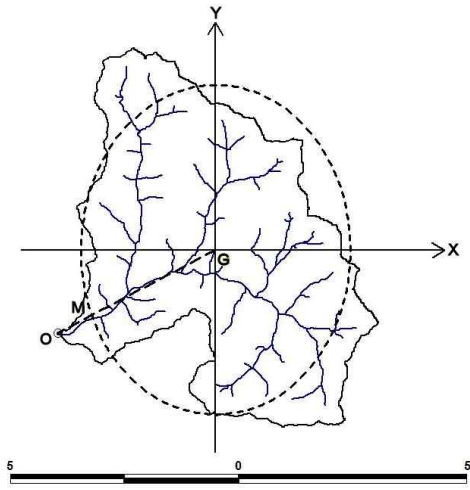


d. Gidae

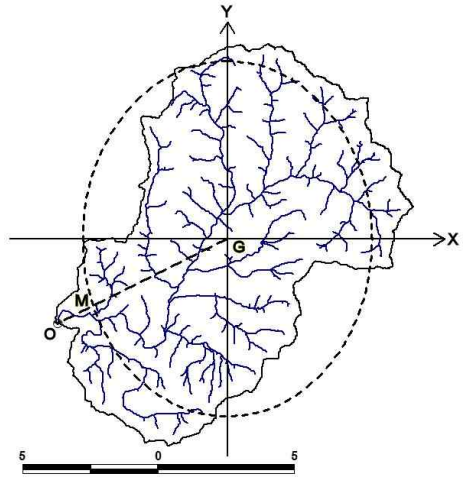


e. Sangye

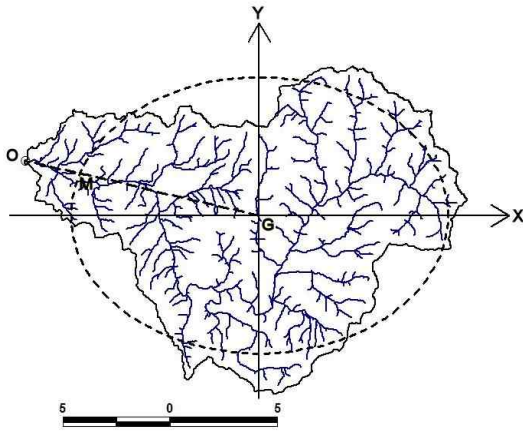
Fig. 8. Bocheong Watershed



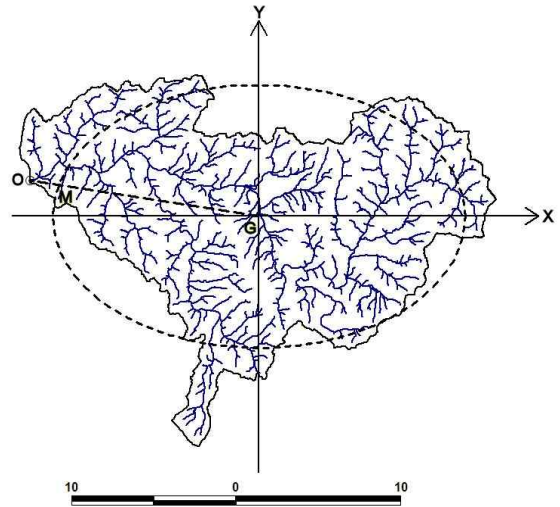
a. Donggok



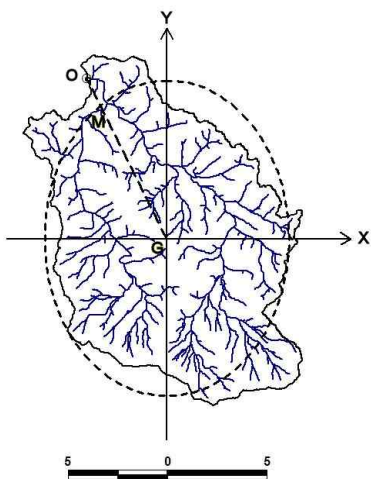
b. Goro



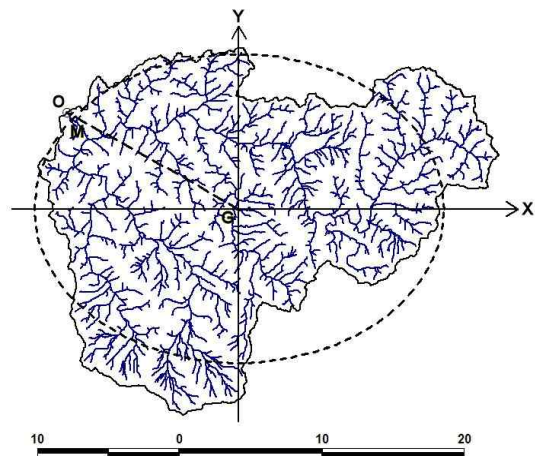
c. Miseong



d. Byeongcheon



e. Hyoryeong



f. Museong

Fig. 9. Wicheon Watershed



### 3.2 집수평면의 신장도 산정

Table 1은 본 연구의 대상유역들에 대한 유역면적  $A$ , 유로연장  $L$ , 유역의 직경  $L_{\parallel}$  그리고 Eq. (1), (2) and (4)에 의한 신장도  $F$ ,  $E$ ,  $R_i$ 를 각 수위표 지점별로 정리한 것이다. 여기서 유역의 직경  $L_{\parallel}$ 는 전술한 바와 같이 유역경계와 출구 사이의 최장직선거리를 의미하는 것으로 본 연구에서는 Arc View와 CAD를 이용하여 산정하였다. Figs. 10~12는 유역면적(혹은 규모)에 따른 정의별 신장도의 변화를 각각 도시해 본 것으로 유로연장을 기반으로 한  $F$ ,  $E$ 는 비교적 유사한 거동을 보여주지만 관성적률을 기반으로 한  $R_i$ 는 이들과는 상이한 경향을 나타냄을 볼 수 있다. 특이한 사항으로 전

자의 경우 Fig. 10 and 11에서 볼 수 있듯이 대부분의 유역이 유사한 값을 나타내는 반면 후자의 경우 특별한 경향을 찾을 수 없음을 Fig. 12로부터 확인할 수 있다. 주목되는 사항은 Fig. 7~9에서 시각적으로 확인할 수 있는 집수평면 형상의 무작위한 거동특성이 Fig. 12에 도시된 점들의 산포특성에 가까운 것으로 관성적률을 이용한 집수평면의 신장도  $R_i$ 가 유로연장을 기반으로 한 신장도  $F$ ,  $E$ 에 비하여 보다 직관적인 결과를 줄 수 있을 것으로 판단된다. 이로부터 Hack이나 Gray의 집수평면 형상에 대한 주장은 신장도 평가수단인  $F$ ,  $E$ 에 종속적인 논리에 기반을 둔 것으로 추론된다. 향후 보다 많은 사례 분석을 통한 후속연구가 필요한 것으로 사료된다.

Table 1. Geomorphological Factors of 17 Catchment Plan-Forms

	Control Point	$A(km^2)$	$L(km)$	$L_{\parallel}(km)$	$F$	$E$	$R_i$
Pyungchang	Imokjoeng	55.8	16.66	12.65	0.201	0.506	0.213
	Jangpyeong	105.14	25.42	17.70	0.163	0.455	0.229
	Baegokpo	143.84	25.54	15.68	0.220	0.530	0.783
	Sanganmi	393.73	49.75	29.61	0.159	0.450	0.562
	Habanjeong	85.56	18.57	15.86	0.248	0.562	0.326
	Bangnim	527.9	57.45	34.21	0.160	0.451	0.444
Bocheong	Sanseong	49.1	16.44	8.60	0.182	0.481	0.227
	Ipyeong	76.3	20.39	10.27	0.183	0.483	0.300
	Tanbu	77.51	21.06	12.54	0.175	0.472	0.406
	Gidae	345.14	36.69	22.08	0.263	0.579	0.408
	Sangye	485.21	55.77	28.33	0.156	0.446	0.980
Wicheon	Donggok	33.39	9.04	7.02	0.408	0.721	0.664
	Goro	109.04	20.48	14.13	0.260	0.575	0.659
	Miseong	171.64	33.03	20.44	0.157	0.448	0.504
	Byeongcheon	302.95	43.03	28.38	0.164	0.456	0.378
	Hyoryeong	150.38	23.13	18.36	0.281	0.598	0.607
	Museong	472.58	46.07	30.22	0.223	0.532	0.528

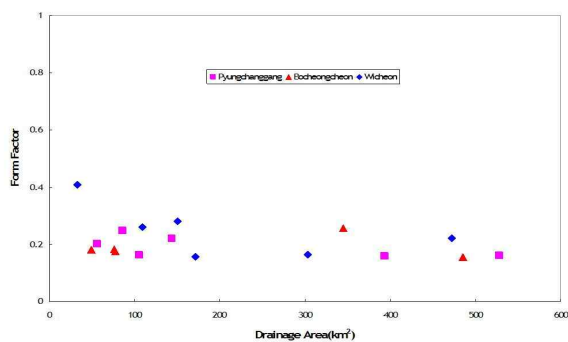


Fig. 10. Form Factors with Drainage Area

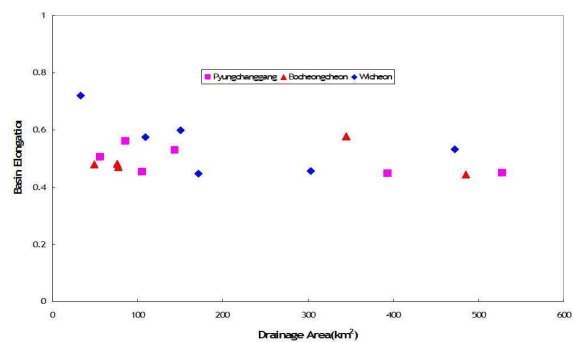


Fig. 11. Basin Elongations with Drainage Area

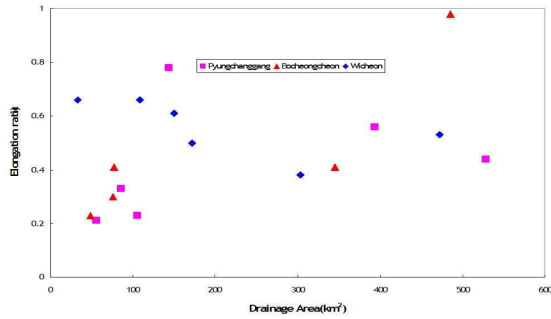


Fig. 12. Elongation Ratios by Inertia Moment with Drainage Area

### 3.3 Hack의 법칙 평가

Table 1의 3~5열에 수록된 지형인자를 이용하여 Eqs. (5)~(7)의 관계를 Figs. 13~15와 같이 산정하여 보았다. 여기서 우선 주목되는 사항은 Fig. 13에 제시된 Hack의 법칙에 대한 지수  $h$ 로서 전술한 Gray (1961)의 연구결과와 유사하게 0.56으로 산정되었음을 확인할 수 있다. 하지만 전절에서 제시한 대상유역들의 신장도 산정결과를 고려할 경우 이 값이 Hack이나 Gray의 주장처럼 규모에 따른 집수평면의 신장특성에 기인하는 것으로 보기엔 다소 무리가 있을 것으로 판단된다. 실제로 Eq. (7)과 Fig. 15로부터 산정된 대상유역들에 대한 Hurst의 지수  $H$ 는 0.96으로 해당 집수평면들은 규모에 따라 길이 방향과 폭 방향이 거의 비슷한 성장률을 가지고 있는 것으로 판단된다.

한 가지 주지할 사항은 유로연장의 Fractal 차원  $\Phi_L$ 에 대한 산정결과로서 Fig. 14로부터 1.04의 값을 확인할 수 있다. 이는 Mandelbrot (1983)이나 Tarboton, *et al.*, (1988) 등이 제시한 자연하천의 Fractal 차원 1.10에 비하여 작은 값으로 본 연구에서 산정된 Hurst의 지수  $H$ 와 유로연장의 Fractal 차원  $\Phi_L$ 을 Eq. (9)에 적용할 경우, Hack의 법칙에 대한 지수  $h$ 는 약 0.53 정도로 산

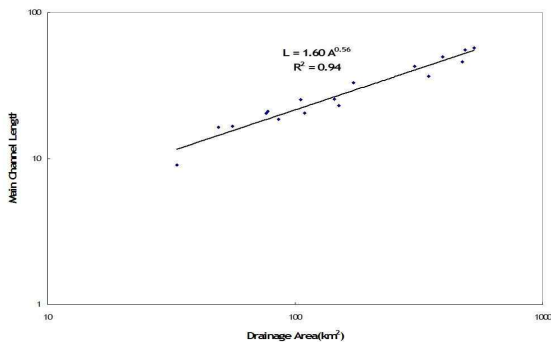


Fig. 13. Hack's Law of Study Areas

정된다. 이는 Fig. 13에서 제시한 0.56에 비하여 작은 값으로서 이로부터 유역의 직경  $L_{||}$ 을 기반으로 한 유로연장의 Fractal 차원  $\Phi_L$ 은 과소 추정된 것으로 사료된다. 만약 Richardson의 방법과 같은 자연하천의 Fractal 차원 산정방법(Mandelbrot, 1983; Tarboton, *et al.*, 1988; Rodríguez-Iturbe and Rinaldo, 2003)을 적용할 경우 보다 개선된 결과를 기대할 수 있을 것으로 예상된다.

흥미로운 사항은 Eq. (9)의  $\Phi_L$ 항에 전술한 자연하천의 Fractal 차원 1.10을 적용할 경우 Fig. 13에서 제시한  $h$ 와 유사한 값이 산정되는 것으로 상기한 논의로부터 본 연구의 대상유역들의 형상은 집수평면의 자기유사성보다는 유로연장의 자기상사성에 영향을 받아 형성되어진 것으로 추론된다. Eq. (10)에 의한  $h$ 의 산정과정에서도 유사한 결과를 얻을 수 있었다.

## 4. 결론

본 연구에서는 집수평면의 신장도 평가에 적용되는 지형인자들에 대한 세심한 검토와 함께 자연유역의 자기유사성 및 자기상사성을 고려하여 수문지형학 분야의 경험법칙 중의 하나인 Hack의 법칙에 대한 체계적인 접근을 수행하여 보았다. 이상으로부터의 결론을 요약하면 다음과 같다.

- 1) 대상유역의 17개 수위표 지점에 대한 집수평면과 그에 해당하는 등가타원을 상류로부터 하류방향으로 진행하면서 관찰해 본 결과 Hack의 법칙에 대한 고전적인 해석과는 달리 규모의 증가에 따라 유역이 가늘고 길게 신장되어 가는 경향을 찾아볼 수 없었다. 이러한 양상을 Hack의 법칙에 대한 두 가설을 기반으로 고려해 본 결과 두 가설이 무작위적으로 상호작용을 할 경우 나타날 수 있는 유역 형상들에 대한 모집단처럼 나타나고 있음을 알 수 있었다.

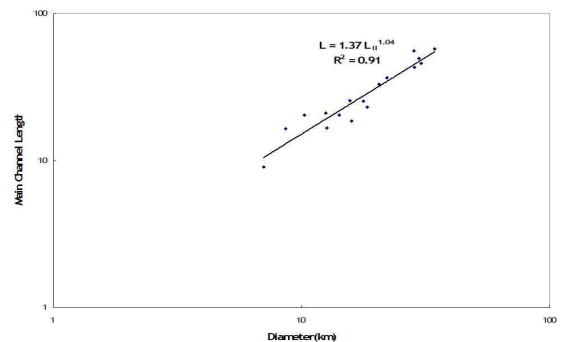


Fig. 14. Self-Similarity of Study Areas

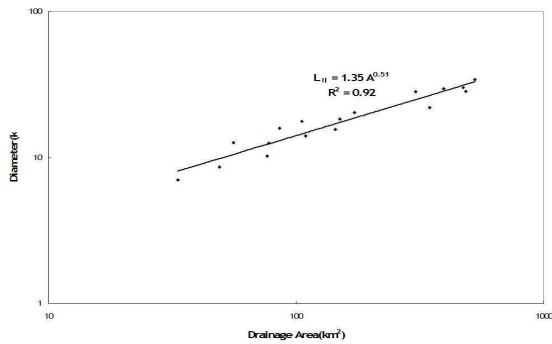


Fig. 15. Self-Affinity of Study Areas

- 2) 유역면적에 따른 집수평면의 신장도 변화를 도시해 본 결과 유로연장을 기반으로 한  $F$ 와  $E$ 는 서로 유사한 거동을 보여주지만 관성적률을 기반으로 한  $R_i$ 는 이들과는 상이한 경향을 나타냄을 볼 수 있었다. 특히 후자의 경우 특별한 경향을 찾을 수 없음을 확인할 수 있다. 1)에서 언급한 집수평면 형상의 무작위한 거동특성은 후자에 가까운 것으로 나타나 관성적률을 이용한 집수평면의 신장도  $R_i$ 가 유로연장을 기반으로 한 신장도  $F$ ,  $E$ 에 비하여 보다 직관적인 결과를 줄 수 있을 것으로 판단된다.
- 3) Hack의 법칙에 대한 지수  $h$ 는 Gray (1961)의 연구결과와 유사하게 산정됨을 확인할 수 있었다. 하지만 이 값이 Hack이나 Gray의 주장처럼 규모에 따른 집수평면의 신장특성에 기인하는 것으로 보기에 다소 무리가 있는 것으로 판단된다. 또한 대상유역들에 대한 Hurst의 지수  $H$ 는 0.96으로 나타나 본 연구에서 고려한 집수평면들은 규모에 따라 길이 방향과 폭 방향이 거의 비슷한 성장률을 가지고 있는 것으로 사료된다.
- 4) 유역의 직경을 기반으로 한 유로연장의 Fractal 차원은 기존에 제시된 자연하천의 Fractal 차원에 비하여 비교적 작게 산정될 수 있음을 알 수 있었다. Mandelbrot (1983) 등이 제시한 자연하천의 Fractal 차원을 적용하여 Hack의 법칙의 지수를 산정한 결과 본 연구에서 제시한 값과 유사하게 나타나 본 연구의 대상유역들의 형상은 집수평면의 자기유사정보다는 유로연장의 자기상사성에 영향을 받는 것으로 추론된다.

## 참고 문헌

김재한 (2005). 수문계의 수학적 모형-선형계를 중심으로-. 새론.

양창현 (1996). 구조역학. 청문각.

Abraham, A.D. (1984). "Channel network: A geomorphological perspective." *Water Resources Research*, Vol. 20, No. 2, pp. 161-188.

Bak, P. (1996). *How nature works*. Copernicus/Springer-Verlag, New York.

Brierley, G.J. and Fryirs, K.A. (2005). *Geomorphology and river management*. Blackwell.

Eagleson, P.S. (1970). *Dynamic Hydrology*. McGraw-Hill.

Feder, J. (1988). *Fractals*. Plenum.

Gray, D.M. (1961). "Interrelationships of watershed characteristics." *Journal of Geophysical Research*, Vol. 66, No. 4, pp. 1215-1223.

Hack, J.T. (1957). "Studies of longitudinal profiles in Virginia and Maryland." *US Geological Survey Professional Paper*, 294-B pp. 45-97.

Hergarten, S. (2002). *Self-organized criticality in earth system*. Springer-Verlag, New York.

Horton, R.E. (1932). "Drainage-basin characteristics." *Transactions of the American Geophysical Union*, Vol. 13, pp. 350-361.

Mandelbrot, B.B. (1982). *The Fractal geometry of nature*. W. H. Freeman, New York.

Maritan, A., Rinaldo, A., Rigon, R., Giacometti, A. and Rodríguez-Iturbe, I. (1996). "Scaling laws for river networks." *Physical Review E*, Vol. 53, No. 2, pp. 1510-1515.

Moussa, R. (2003). "On morphometric properties of basins, scale effects and hydrological response." *Hydrological Processes*, Vol. 17, pp. 33-58.

Rigon, R., Rodríguez-Iturbe, I., Maritan, A., Giacometti, A., Tarboton, D.G. and Rinaldo, A. (1996). "On Hack's law." *Water Resources Research*, Vol. 32, No. 11, pp. 3367-3374.

Rodríguez-Iturbe, I. and Rinaldo, A. (2003). *Fractal river basins-Chance and self-organization*. Cambridge.

Shumm, S.A. (1956). "Evolution of drainage systems and slopes in badlands at Perth Amboy, New Jersey." *Geological Society of America Bulletin*, Vol. 67, pp. 597-646.

Shreve, R.L. (1966). "Statistical law of stream numbers." *Journal of Geology*, Vol. 74, pp. 17-37.

Smart, J.S. (1972). "Channel Networks." *Advances in*

*Hydroscience*, Vol. 8, pp. 305-346.

Strahler, A.N. (1964). *Quantitative geomorphology of drainage basins and channel networks*. In: Handbook of Applied Hydrology. McGraw-Hill, pp. 4.39-4.76.

Tarboton, D.G., Bras, R.L. and Rodríguez-Iturbe, I.

(1988). "The Fractal nature of river networks." *Water Resources Research*, Vol. 24, No. 8, pp. 1317-1322.

논문번호: 09-041	접수: 2009.04.07
수정일자: 2009.06.03/07.17	심사완료: 2009.07.17