

# 메타모델 기반 다단계 해석을 이용한 순차적 최적설계 알고리즘

백석흠\* · 김강민\*\* · 조석수\*\*\* · 장득열\*\*\* · 주원식†  
(2009년 1월 19일 접수, 2009년 7월 31일 수정, 2009년 8월 17일 심사완료)

## A Sequential Optimization Algorithm Using Metamodel-Based Multilevel Analysis

Seok-Heum Baek, Kang-Min Kim, Seok-Swoo Cho, Deuk-Yul Jang and Won-Sik Joo

**Key Words:** Multilevel Analysis(다단계해석), Metamodeling(메타모델링), Sequential Optimization(순차적최적설계), Analysis of Variance(분산분석)

### Abstract

An efficient sequential optimization approach for metamodel was presented by Choi *et al.*<sup>(13)</sup> This paper describes a new approach of the multilevel optimization method studied in Refs. [2] and [20,21]. The basic idea is concerned with multilevel iterative methods which combine a descent scheme with a hierarchy of auxiliary problems in lower dimensional subspaces. After fitting a metamodel based on an initial space filling design, this model is sequentially refined by the expected improvement criterion. The advantages of the method are that it does not require optimum sensitivities, nonlinear equality constraints are not needed, and the method is relatively easy to understand and use. As a check on effectiveness, the proposed method is applied to an engineering example.

### 기호설명

- $y_i$  :  $i$ 번째 설계점의 반응표면모델
- $y(x)$  : 크리깅 모델
- $y$  : 비모수회귀식
- $f_k$  : 신경회로망의 출력함수
- $R$  : 크리깅 모델의 상관행렬
- $\theta_k$  : 크리깅 모델의 상관계수
- $K$  : SVM의 커널함수
- $k$  : 신경회로망의 정의함수
- $w$  : SVM의 가중치벡터
- $w_{jk}$  : 신경회로망의 가중치함수

### 1. 서론

Newton과 Leibnitz 이래로 고전적인 최적화 이론은 미분과 깊은 관련이 있다.<sup>(1)</sup> 그러나 실제적인 공학설계 응용(예를 들어 비선형 해석, 다분야 해석)에서는, 대부분 미분이 가능하지 않는 최적설계 문제이다. 일반적으로 미분이 가능하지 않는 함수의 최적설계는 근사최적설계기법(approximate optimization technique)<sup>(2-6)</sup>을 이용한다.

지난 10년 동안 근사화 방법, 근사화 기반 최적설계는 집중적인 관심을 이끌었다. 이 접근의 유형은 단순한 분석적 모델(구배정보를 가진 시뮬레이션모델 또는 cheap-to-compute 모델의 형태)과 관련된 계산 집약적 함수(computation-intensive function)로 근사된다.<sup>(7,8)</sup> 단순 모델은 메타모델(metamodel)이라고 부른다. 그리고 메타모델을 구성하는 과정을 메타모델링(metamodeling)이라고 부른다.<sup>(9)</sup> 이것은 최적설계문제의 다른 형태에 따

---

† 책임저자, 회원, 동아대학교 기계공학과  
E-mail : wsjoo@dau.ac.kr  
TEL : (051)200-7641 FAX : (051)200-7656  
\* 회원, 동아대학교 대학원 기계공학과  
\*\* 선우씨에스(주) 연구개발팀  
\*\*\* 회원, 강원대학교 삼척캠퍼스 기계자동차공학부

라 샘플링(sampling), 모델 근사화(model approximation), 모델검증(model validation), 설계공간탐색(design space exploration)에 관한 연구가 포함된다. 이 영역에서 문헌에 나타난 중요한 부분은 이태희 등,<sup>(10,11)</sup> 최동훈 등,<sup>(12~14)</sup> Wang과 Shan,<sup>(9,15)</sup> Simpson 등<sup>(16~19)</sup> 이 강조한 근사화 할 설계영역을 조절하는 방법; 유용영역의 근사화이다. 전체 설계영역에서 한번의 메타모델 생성만으로 주어진 시스템의 최적해를 찾는다는 것은 사실상 불가능하다. 근사화의 목표는 적당한 비용으로 가능한 정확한 메타모델을 달성하는 것이다. 일반적으로 메타모델을 이용한 최적해는 설계변수의 설계영역(design region), 설계영역의 수준(level)에 의해 크게 의존된다.

이러한 관점에서 메타모델의 최적해 정밀도를 향상시키기 위한 방법으로 다단계 해석(multilevel analysis)<sup>(2,20)</sup>을 이용한 순차적 최적설계 알고리즘을 제안한다. 본 논문에서 다단계 해석의 접근은 적절한 수준범위가 불명확한 경우 최초로 큰 수준범위를 설정하고 설계공간을 체계적으로 이동 또는 감소시키는 직관적인 방법론(intuitive methodology)이다. 각 단계의 최적해는 메타모델을 이용해서 계산한다. 그 결과를 기초로 수준범위를 재수정하여 재해석을 수행한다. 이러한 과정을 반복하는 것에 의해 최적해가 있다고 생각되는 근방까지 수준범위를 이동시켜 가는 방법이다. 이 방법은 반복진행마다 수준범위의 방향과 비율, 메타모델의 정확도를 계산하여 효율적으로 메타모델을 관리하는 전략이다.

적용 예제는 2가지로 구성된다. 완전응력보의 형상최적설계문제에 대해 제안된 방법의 최적해와 이론해를 비교해서 정확성을 설명한다. 산업 예제로 밴딩프레스 하부 프레임의 구조최적설계문제에 대해 적응성을 증명하였다.

## 2. 메타모델링 기법

### 2.1 메타모델 형태

이 절은 다단계 해석에 이용되는 메타모델의 4가지 형태; (1) 반응표면모델(response surface model), (2) 크리깅 모델(Kriging model), (3) 비모수회귀식(non-parametric regression), (4) 신경회로망(neural network)을 설명한다.

#### 2.1.1 반응표면모델

반응표면모델은 전체  $n$ 개의 설계점에서 예측된 응답의 관계를 알 수 있다고 가정한다. 회귀분석은 설계점들에 기반된 설계변수와 응답변수 사이의 관계를 결정한다. 이 관계는 또한 선택된 모델에 종속적이다. 일반적인 반응표면모델은 2차 다항식을 선호한다. 이러한 모델에 대해 설계변수의 함수로서 응답변수 결과에 대한 근사화를 반응표면이라 부른다. 설계점 위치  $\{x\}_i$ 에서 선형 반응표면모델은 식 (1)과 같다.

$$y_i = [t]_i \{c\} + \epsilon, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

여기서  $[t]_i$ 는  $i$ 번째 설계점 위치에서 반응표면 모델의 회귀항의 가로벡터,  $\{c\} = [c_1, c_2, \dots, c_p]^T$ 는 반응표면모델의 회귀벡터이다.  $p$ 는 회귀변수의 총 개수, 회귀계수  $\{c\}$ 는  $\{c\} = ([d]^T [d])^{-1} [d]^T \{y\}$ 로 계산된다.

#### 2.1.2 크리깅 모델

크리깅 모델은 관심 있는 영역에서 응답함수를 얻기 위해 이미 값을 알고 있는 주위값들의 선형 조합으로 그 값을 예측한다. 특히 공학에서 사용되는 크리깅 메타모델은 전산실험계획에 적합하도록 Sacks 등<sup>(22)</sup>에 의해 제안된 모델이다.

크리깅 모델 코드(in Matlab)로 잘 작성된 것은 인터넷 URL: [www2.imm.dtu.dk/~hbn/dace/](http://www2.imm.dtu.dk/~hbn/dace/)로부터 다운로드 할 수 있다.<sup>(23)</sup> 크리깅 모델은 식 (2)로 구성된다.

$$y(x) = f(x) + Z(x) \quad (2)$$

여기서  $f(x)$ 는 설계영역의 전역모델로 설계변수  $x$ 의 다항함수이다. 일반적으로 회귀계수  $\beta$ 로 나타낸다.  $Z(x)$ 는 평균이 0, 분산이  $\sigma^2$ 인 보통은 가우스 확률과정으로 구현되고 크리깅 모델이 설계점들을 보간하도록 국부적인 편차를 나타낸다.  $Z(x)$ 의 공분산은 식 (3)과 같이 주어진다.

$$Cov[Z(x^i), Z(x^j)] = \sigma^2 R([r(x^i, x^j)]) \quad (3)$$

여기서  $R$ 은 상관행렬이며,  $r(x^i, x^j)$ 는 임의의 두 설계점  $x^i$ 와  $x^j$ 사이의 상관함수이다.  $r(x^i, x^j)$

은 설계자에 의해서 결정되는데 Sacks, Owen 등<sup>(9,23)</sup>에 의해 여러 가지 함수가 소개되었다. 일반적으로 식 (4)로 표현되는 가우스 상관함수를 이용하여 크리깅 메타모델을 구성한다.

$$r(x_i, x_j) = \exp\left(-\sum_{k=1}^N \theta_k |x_k^i - x_k^j|^2\right) \quad (4)$$

여기서  $N$ 은 설계변수 개수이고,  $\theta_k$ 는 모델을 적합시키는데 사용되는 상관인자이다.  $x^i, x^j$ 의 설계점들의  $k$ 개의 성분을  $x_k^i$ 와  $x_k^j$ 라고 한다. 많은 경우 독립상관변수는 충분히 좋은 결과를 가진다. 설계자는 각 설계변수에 대해 단일상관변수 또는 독립상관변수를 이용하여 지정할 수 있다.  $Z(x)$ 는 아래와 같이 표현된다.

$$Z(x) = \sum_{i=1}^N \lambda_i r(x^i, x) \quad (5)$$

여기서  $\lambda_i$ 는 임의의 설계점들 사이의 거리의 역행렬을 가중합(weight sum)으로 사용한 상관함수이다.

### 2.1.3 비모수회귀식

비모수회귀식(non-parametric regression)은 응답값이 고차의 비선형성인 경우 개선된 반응값을 제공한다. 비모수회귀식은 서포트벡터방법(support vector method: SVM)의 일반적인 종류에 속한다.<sup>(19,24)</sup> 이것은 데이터 그룹을 구별하기 위해 초평면(hyperplanes)을 이용하는 데이터 분류법이다. 이 방법의 특징은 초평면이 반응값을 예측할 수 있는 설계변수벡터의 부분집합을 분류하는데 있다. 이 부분집합을 서포트벡터 집합이라고 부른다. SVM은 두가지 고유의 장점 때문에 선호한다. 첫째로, SVM 형태는, 적합을 보증하기 전에 커널지도(kernel map)<sup>(25)</sup>에 의해 특정공간에서 설계변수의 입력공간으로 접근한다. 둘째로, 트레이닝 목적함수는 특정 공간에서 2차원이다. 따라서 QP(quadratic programming)기반 방법은 국소 함정이 존재하는 해의 위험 없이 서포트벡터를 결정하는데 이용된다. 실험계획법으로부터 생성된 설계점  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_M\}$ 이면,  $x_i$ 는  $N$ 차원벡터이고 설계변수로 표현된다. 목적함수는 아래의 식 (6)의 형태로 나타낸다.

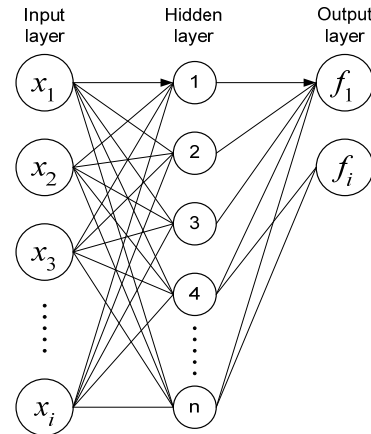


Fig. 1 Scheme of a recurrent neural network model

$$y = \langle w \cdot x \rangle + b \quad (6)$$

여기서  $w$ 는 가중치벡터,  $\langle w \cdot x \rangle$ 는  $w$ 와  $x$ 의 내적을 의미한다. 일반적인 비모수회귀식의 경우 식 (7)과 같이 표현된다.<sup>(19)</sup>

$$y = \sum_{i=1}^N (A_i - A_j^*) K(\overline{X}_i, \overline{X}_j) + b \quad (7)$$

여기서  $K(\overline{X}_i, \overline{X}_j)$ 는 커널함수이고,  $A_i$ 와  $A_i^*$ 는 라그랑지승수이다. 라그랑지승수를 결정하기 위해 가중치벡터  $w$ 는 최소화 된다고 가정한다. 이것은 설계점들이 적합된 표면의 오차지역 안에 위치하기 위한 것이다. 일반적으로 비모수회귀식은 2차반응표면모델의 적합이 만족스럽지 못하고 저차 다항식이 지배하지 않는 문제에 선호된다.

### 2.1.4 신경회로망

신경회로망은 인간의 신경 세포를 인공적으로 모델링한 수리통계기법이다. 함수의 내삽을 위해 입력층(input layer), 은닉층(hidden layer), 출력층(output layer) 사이에 가중치를 부여하는 신경망을 구축한다.

Fig. 1에서 각각의 화살표에는 가중치가 포함되어 있다. 도형은 신경계와 같은 세포로 불린다. 만약 입력층이  $x_i$ 라면, 은닉층은 함수  $g_j(x_i)$ 이고 출력값은 아래와 같다.<sup>(26)</sup>

$$f_k(x_i) = k\left(\sum w_{jk} g_j(x_i)\right) \quad (8)$$

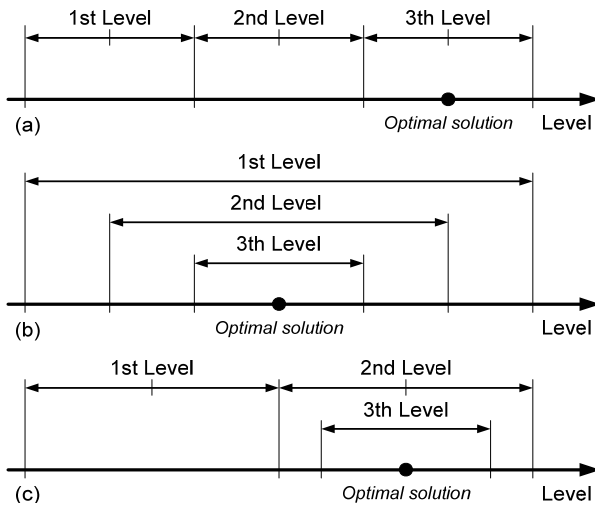


Fig. 2 Concept of multilevel analysis

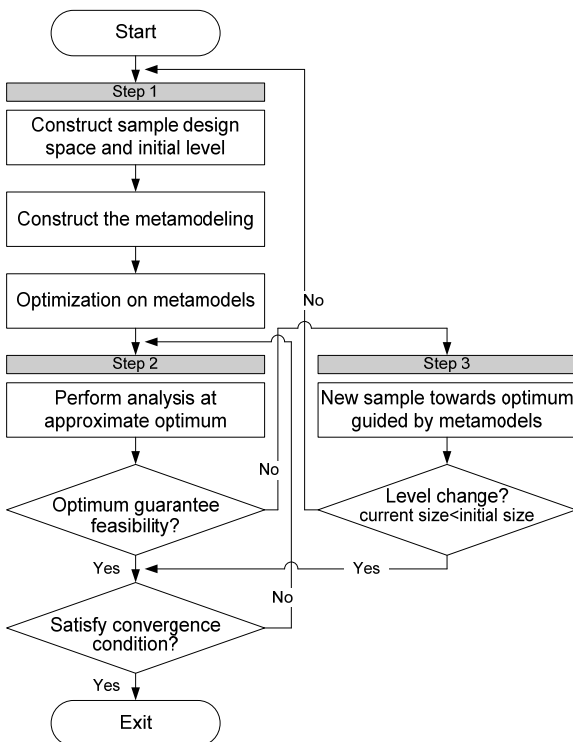


Fig. 3 Flowchart for sequential optimization algorithm with multilevel analysis

여기서  $k$ 는 미리 정의된 함수이다. 일반적으로 계단함수와 같은 전기적 뇌신호의 이진거동 (binary behavior)을 얻기 위한 HT(hyperbolic tangent)나 지수기반 함수로 정의된다. 이 함수는 수학적으로 연속적이고 미분 가능하다. 가중치 ( $w_{jk}$ )는 알려진 설계점과 내삽사이의 거리를 최소화하는 알고리즘(최소자승법)으로부터 결정된다. 이것을 신경망의 학습이라고 부른다. 오차는 학습에서

사용되지 않는 설계점들을 가지고 각각의 알고리즘의 반복계산으로 구할 수 있다. 이 방법은 설계점의 수(입력층)와 중간세포의 수(은닉층)가 많을 때 더 흥미 있는 결과를 얻는다.

2.2 다단계 해석<sup>(20)</sup>

메타모델 기반 최적설계에 대한 최적해의 정밀도는 메타모델의 정밀도에 영향을 받는다. 또한 메타모델의 정밀도는 설계변수의 설계영역, 설계영역의 수준 수에 크게 의존한다.

정확한 최적해를 얻기 위해서는 최적해가 포함되어진 설계영역 범위를 설정하고 확인하는 과정이 필요하다. 또한, 메타모델은 설계영역내에서의 근사모델이기 때문에 설계변수의 수준범위 크기를 좁게 하는 경우가 정확도를 향상시킨다. 수준범위를 좁게 하기 위해서는 동일한 설계영역에 수준 수를 많게 하거나, 동일 수준 수에서 수준범위를 좁게 하는 방법이 있다. 그러나 후자의 경우 좁은 설계영역일 경우 최적해가 수준범위 바깥에 있을 가능성이 있고 전역 최적해(또는 국소 최적해)를 벗어날 가능성이 있다.

본 논문은 메타모델을 이용한 확실히 정밀도가 높은 최적해를 얻기 위해 Fig. 2의 다단계 해석의 개념도와 같은 탐색방향의 관점에서 세 경우를 고려해 보자.

(a) 설계영역을 최적해가 존재한다고 예측되어지는 영역의 주변으로 이동시키면서 해석을 수행하는 방법

(b) 최초로 넓은 설계영역으로 해석을 수행하고, 그 최적해를 기초로 수준범위를 이동하여 다시 재해석을 수행하는 방법

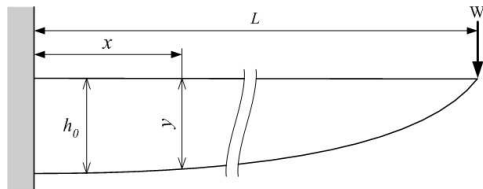
(c) 양자 (a)와 (b)를 조합시키는 방법이다. 전단계의 최적해를 설계영역의 중간 위치로 이동시킨 후, 수준범위를 더 좁게 설정한다면 정밀도가 좋은 근사식을 작성할 수 있고 최적해의 정밀도도 향상된다.

이상과 같은 관점에서 설계영역의 수준범위를 이동하고 좁혀가면서 최적해를 얻는 방법을 다단계 해석이라고 한다.

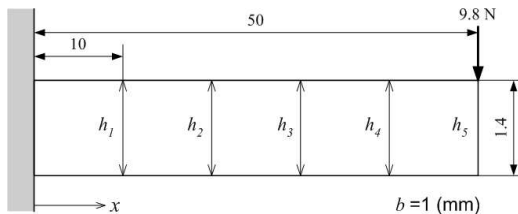
Fig. 3은 다단계 해석의 개념을 포함한 순차적 최적설계 알고리즘을 나타낸다. 이 방법을 이용해서 얻은 최적해는 두 가지 중요한 이점이 있다. 첫째, 설계변수의 적정한 수준범위가 불명확한 경우 넓은 수준범위를 설정할 수 있다. 둘째, 한번 구한 최적해에 대해서도 더욱더 수준범위를

**Table 1** Theoretical solution for fully stress beam

Area (mm <sup>2</sup> )	$h_1$ (mm)	$h_2$ (mm)	$h_3$ (mm)	$h_4$ (mm)	$h_5$ (mm)
45.47	1.2522	1.0844	0.8854	0.6261	0



**Fig. 4** Optimal shape of fully stress beam



**Fig. 5** Design domain with five design variable

좁게 하여 재해석하는 것에 의해 메타모델의 정밀도, 즉 최적해의 정밀도를 향상시킬 수 있다.

### 3. 공학 예제

#### 3.1 완전응력보 예제

외팔보의 형상최적설계 문제에 대해 단단계 해석을 이용한 순차적 최적설계를 수행한다. 외팔보는 보의 끝단에 하중을 받고 전체 단면의 최대 굽힘응력(maximum bending stress)이 일정한 완전응력보(fully stress beam) 또는 일정강도보(beam of constant strength)로 가정한다.<sup>(20,27)</sup> 이러한 완전응력보는 응력 제약조건을 가지는 최소질량설계와 질량 제약조건을 가지는 최대강성설계로 구분된다. 본 논문에서 완전응력보의 장방형 단면에 대한 이론적인 최적 형상(전단응력에 대한 영향은 무시됨)은 Fig. 4와 식 (9)~(11)로 나타낸다.

$$\text{보의 높이} : y = \sqrt{\frac{6W(L-x)}{b\sigma_b}} \quad (9)$$

$$\text{보의 끝단 높이} : h_0 = \sqrt{\frac{6WL}{b\sigma_b}} \quad (10)$$

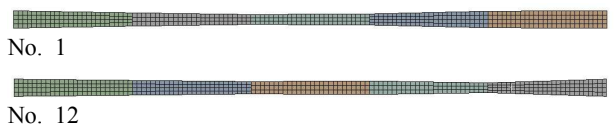
$$\text{최대 처짐량} : \delta_{\max} = \frac{8W}{bE} \left(\frac{L}{h_0}\right)^3 \quad (11)$$

**Table 2** Design variable and their level(first step)

Level	$h_1$ (mm)	$h_2$ (mm)	$h_3$ (mm)	$h_4$ (mm)	$h_5$ (mm)
Lower bound	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8
Upper bound	1.4	1.4	1.4	1.4	1.4

**Table 3** DOE layout

No.	Design variable					Response					
	$h_1$	$h_2$	$h_2$	$h_3$	$h_5$	Area	$y(h_1)$	$y(h_2)$	$y(h_3)$	$y(h_4)$	$y(h_5)$
1											
2											
3											
5											
6											
7											
8											
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
27											



**Fig. 6** Finite element model of cantilever beam

여기서  $\sigma_b$ 는 허용응력,  $b$ 는 판폭으로서 일정하다. 외팔보 설계에 대해 완전응력보의 식 (9)~(11)을 적용하면 각 단면의 높이는 식 (12)가 된다. 이 식은 최적 형상에 대한 이론적인 최적해로서 제안된 최적설계 방법과 비교하기 위해 사용한다.

$$y = \sqrt{0.0392(50-x)} \quad (12)$$

또한, 완전응력보의 최대굽힘응력(모든 단면에 동일하게 적용)은 150 MPa이고 이 값을 최적설계에서 거동 제약조건으로 사용한다.

Fig. 5는 보의 형상과 설계변수를 나타낸 것이다. 외팔보는 전체길이가 50 mm이고 구속부분의 높이가 1.4 mm, 보의 끝단에 9.8 N의 집중하중이 가해진다. 설계변수는 보의 구속부분으로부터 10 mm 간격으로 분할한 각 단면의 높이  $h_i$ 이다. 보의 폭은 1 mm로 일정하다. Table 1은 식 (12)에 의해 이론적인 완전응력보의 면적과 각 설계변수 위치에 대응하는 높이를 표시한 것이다.

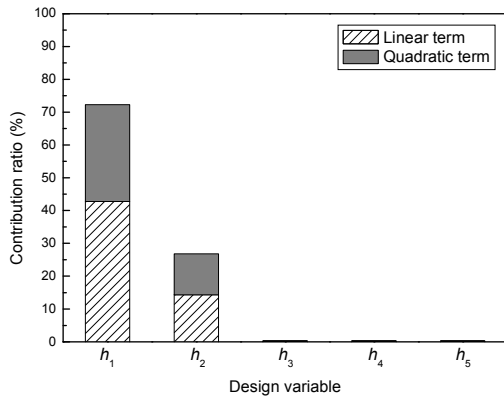
1단계로서 최적형상을 완전히 예상할 수 없어서 모든 설계변수의 설계영역은 동일 수준범위로 설정한다. Table 2는 설계변수와 수준값을 나타낸

**Table 4** Optimal solution for the first step

Type	Area (mm <sup>2</sup> )	$h_1$ (mm)	$h_2$ (mm)	$h_3$ (mm)	$h_4$ (mm)	$h_5$ (mm)
RSM	60.902	1.2153	1.2698	1.0659	1.247	1.1845
Kriging	55.38	1.0153	1.138	1.1227	1.0518	1.0202
Non-parametric	54.467	1.0966	1.0845	1.0728	0.972	1.0416
Neural network	51.437	1.1285	1.0328	0.9558	0.8168	1.0196

**Table 5** Analysis of variance for the first step

Design variable	Sum of squares	DOF	Variance	F-ratio	p-value	
$h_1$	Linear	39522.4	1	9487.9	129.73	0
	Quadratic	6309.3	1	6542.5	89.46	0
$h_2$	Linear	2189.5	1	3180.6	43.49	0
	Quadratic	3103.6	1	2769.8	37.87	0
$h_3$	Linear	0	1	34.8	0.48	0.5
	Quadratic	9.5	1	35.1	0.48	0.498
$h_4$	Linear	0	1	34.9	0.48	0.5
	Quadratic	16.4	1	35.1	0.48	0.498
$h_5$	Linear	0	1	34.9	0.48	0.5
	Quadratic	35.1	1	35.1	0.48	0.498
Error	1170.1	16	1170.1			
Total	52355.8	26				



**Fig. 7** Sensitivity analysis of the relative contribution ratio of the individual regression terms

것이다. 실험계획은 27회의 중심합성법(central composite design)을 이용하였다 (Table 3). 유한요소해석과 메타모델 생성은 ANSYS DesignXplorer 환경<sup>(28)</sup>에서 수행한다. 외팔보의 유한요소 분할은 길이 방향으로 130등분, 높이 방향으로 4등분 하였다. 사용한 요소는 4절점 평면응력요소이다. Fig. 6은 유한요소모델의 생성된 예를 나타낸다.

최적설계문제는 외팔보의 질량(면적)을 최소화

**Table 6** Design variable and their level(second step)

Level	$h_1$ (mm)	$h_2$ (mm)	$h_3$ (mm)	$h_4$ (mm)	$h_5$ (mm)
Lower bound	0.8	0.6	0.4	0.4	0.4
Upper bound	1.4	1.2	1.0	1.0	1.0

**Table 7** Optimal solution for the second step

Type	Area (mm <sup>2</sup> )	$h_1$ (mm)	$h_2$ (mm)	$h_3$ (mm)	$h_4$ (mm)	$h_5$ (mm)
RSM	48.26	1.3293	1.1237	0.8835	0.6349	0.3093
Kriging	48.115	1.3287	1.1146	0.8489	0.6752	0.2883
Non-parametric	47.743	1.3145	1.1045	0.869	0.6259	0.3228
Neural network	48.843	1.3089	1.1503	0.9845	0.6345	0.2123

하고, 각 설계변수에 대한 단면의 최대굽힘응력이 150 MPa이하가 되도록 한다. 이것은 거동제약 조건으로 각 설계변수 위치에서 최대굽힘응력에 대한 메타모델을 이용한다. 최적설계문제를 정식화 하면 다음의 식 (13)과 같다.

$$\text{Minimize } f(A_i)$$

$$\text{Subject to } y(h_i) \leq 150 \text{ MPa}$$

$$h^{lower} \leq h_i \leq h^{upper}, \quad i = 1, \dots, 5 \quad (13)$$

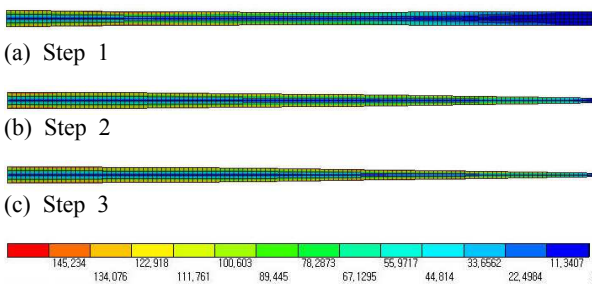
Table 4는 각 메타모델을 이용한 1단계 최적설계 결과를 나타낸다. Table 1과 비교해서, 목적함수의 이론적인 최적해와 각 메타모델에서 얻은 최적해의 최대 오차(RMSE)는 반응표면모델에서 13.2%이다. 설계영역의 재정의의 위해 각 설계변수 위치에서 얻은 최대굽힘응력에 대한 분산분석을 수행한다. 예를 들면, Table 5는  $x=30$  mm에서의 분산분석 결과이다. 표에서 1차 성분, 2차 성분은 설계변수 차수를 분해해서 F-비로 표시한 것이다.<sup>(29-32)</sup> Fig. 7은 설계변수 차수의 기여율에 대한 민감도를 나타낸 것이다. 이 민감도로 수준 범위의 방향을 결정한다. 분산분석과 Table 4의 결과에서 1단계에서 얻은 최적해 중에  $h_3$ ,  $h_4$ 와  $h_5$ 는 설정한 설계영역 범위내의 하한값에 있다. 따라서 1단계에 설정한 범위보다 좀 더 외부의 하한에 최적해가 존재할 가능성이 있으므로 이 단계에서 얻은 결과가 최적해라고 판단할 수 없다 (이 예제는 미리 완전응력보의 이론적인 결과값을 알고 있으므로 판단할 수 있지만 다른 경우는

**Table 8** Design variable and their level(third step)

Level	$h_1$ (mm)	$h_2$ (mm)	$h_3$ (mm)	$h_4$ (mm)	$h_5$ (mm)
Lower bound	0.8	0.6	0.4	0.4	0
Upper bound	1.4	1.2	1.0	1.0	0.6

**Table 9** Optimal solution for the third step

Type	Area (mm <sup>2</sup> )	$h_1$ (mm)	$h_2$ (mm)	$h_3$ (mm)	$h_4$ (mm)	$h_5$ (mm)
RSM	47.413	1.2842	1.1055	0.8854	0.6253	0.2816
Kriging	47.689	1.2875	1.1331	0.8837	0.6266	0.2759
Non-parametric	47.5	1.2855	1.11	0.8866	0.6246	0.2863
Neural network	48.843	1.3089	1.1503	0.9845	0.6345	0.2123



**Fig. 8** Step-wise positioning and stress distribution for optimal shape

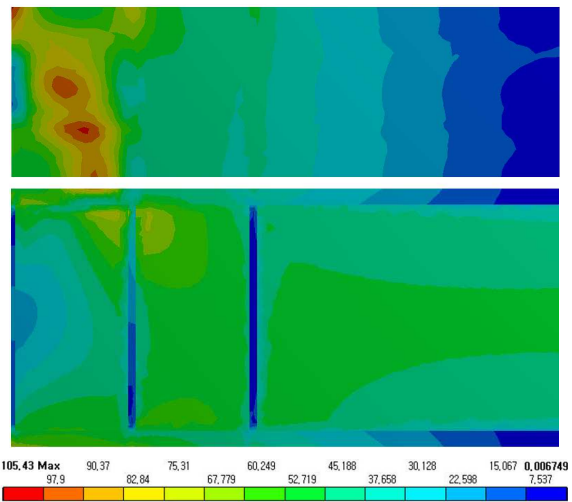
판단하기 어렵다). 이러한 설계변수의 수준범위를 하한 방향으로 다시 이동시켜 해석함으로써 최적해인 완전응력보의 형상에 접근한다.

2단계는 1단계에서 얻은 최적해를 재설정 수준 범위의 상한에 두고 설계영역은 전 단계와 동일한 크기만큼 하한 방향으로 이동한다. 즉, 1단계에서의 최적해가 설정한 수준범위의 하한에 있는  $h_3, h_4, h_5$ 와 근접한  $h_2$ 이다. Table 6은 2단계의 재설정된 수준범위를 나타낸다. 1단계와 동일하게 중심합성법에 의해 각 설계변수 위치에서 메타모델을 생성하고 분산분석을 수행한다.

Table 7은 2단계에서 얻은 최적해의 결과이다. 1단계 최적해 결과와 비교하면, 설계변수의 범위와 수준이 유용설계영역으로 좁혀졌을 때의 최적해는 1단계보다 메타모델 형태의 영향을 덜 받는다. 목적함수(면적)의 이론해와 비교하면 2단계의 최대 오차는 신경회로망에서 5.6% 이다. 이러한 결과는 양호한 정밀도 이지만 보의 끝단 높이  $h_5$ 의 최적해는 수준범위의 하한값에 있다. 여기서



(a) Photograph of bending press and bottom frame



(b) Finite element analysis

**Fig. 9** Bending press and finite element analysis

다시 설계변수의 수준범위를 재설정해서 보다 좋은 최적해를 얻고자 한다.

3단계는 2단계에서 얻은 최적해를 기초로 하한 값이 나타난  $h_5$ 의 수준범위를 재설정 한다. Table 8은 재설정된 수준범위를 나타낸다.

Table 9의 3단계의 최적해 결과는 모든 설계변수가 설정한 수준범위내로 수렴하고 있다. 이 단계의 최적해는 모든 설계변수 위치의 보의 높이에 대해 Table 1에 나타난 이론적인 완전응력보의 높이와 매우 근접한 값으로 일치한다. 따라서 다단계 해석을 이용한 순차적 최적설계에 의해 정밀도가 좋은 최적형상이 얻어질 수 있음을 알 수 있다.

Fig. 8은 다단계 해석의 진행에 따른 최적형상에 대한 응력분포를 나타낸 것이다. Table 1의 목적함수(면적)의 이론해와 비교해서 3단계의 최대 오차는 4%이다. 이러한 오차 원인은 해석모델에서 보의 끝단 부근인 40 mm와 50 mm사이에 설계변수를 설정하지 않았기 때문이다. 완전응력보의 끝단 형상과 비교해서 설계변수는 이 사이에서 크게 변화하고 있어 끝단 형상에 설계변수를

Table 10 Design variables and their levels

Design variable	$t_1$	$t_2$	$t_3$	$t_4$	$t_5$	$t_6$	$t_7$	$t_8$	$t_9$	$t_{10}$	$t_{11}$	$t_{12}$	$t_{13}$	$t_{14}$	$t_{15}$	$t_{16}$	$t_{17}$	$t_{18}$	$t_{19}$
Lower bound	90	90	50	30	30	30	45	45	45	45	45	45	35	35	35	35	35	35	35
Upper bound	110	110	150	50	50	50	55	55	55	55	55	55	65	65	65	65	65	65	65

Table 11 Summary of optimization result for the bending press example

Step	Type	$t_1$	$t_2$	$t_3$	$t_4$	$t_5$	$t_6$	$t_7$	$t_8$	$t_9$	$t_{10}$	$t_{11}$	$t_{12}$	$t_{13}$	$t_{14}$	$t_{15}$	$t_{16}$	$t_{17}$	$t_{18}$	$t_{19}$
First	RSM	108.7	95.9	119.4	47.8	47.04	371.1	53.9	45.5	46.61	47.96	47.63	46.22	62.03	58.6	60.84	44.25	41.19	61.19	51.09
	Kriging	105.2	98.13	149.9	42.01	46.3	30.03	47.18	48.39	49.55	50.65	50.95	50.19	35.51	42.70	61.07	37.34	57.28	37.78	37.08
	Non-parametric	101.3	58.01	84.67	37.74	45.54	33.98	48.41	48.81	51.39	48.55	47.94	49.62	49.44	44.99	47.99	40.58	59.05	45.13	55.79
	Neural network	98.23	98.50	58.26	30.11	48.39	33.65	53.41	46.69	51.80	52.26	49.38	50.31	63.05	62.37	63.42	37.98	36.49	64.67	54.45
Second	RSM	98.10	86.59	154.8	41.25	42.58	34.95	49.57	49.81	46.33	48.72	46.35	48.50	68.08	44.86	61.94	36.61	56.43	40.02	37.4
	Kriging	114.9	106.3	156.8	40.26	38.46	34.27	51.67	44.88	44	45.5	43.5	45.77	34.5	48.48	66.31	33.5	51.57	44.46	41.71
	Non-parametric	95.06	60.2	151.4	41.06	43.06	32.78	48.53	52.3	54.09	47.53	49.12	46.26	47.35	45.28	63.70	37.29	52.48	41.26	40.50
	Neural network	107.7	98.55	158.3	41.18	41.08	31.33	53.53	50.19	56.39	49.98	46.53	46.96	63.28	43.97	65.53	35.11	55.60	43.54	38.94
Third	RSM	107	93.26	152.5	37.18	37.09	33.94	53.59	52.66	43.44	48.59	49.90	47.73	34.41	41.19	59.17	36.44	50.92	43.58	40.96
	Kriging	118.9	110.3	143.8	40.23	37.08	37.48	51.98	40.74	42.1	47.42	42.36	41.69	34.69	47.36	63.37	36.49	47.95	48.19	42.81
	Non-parametric	89.23	62.47	142.8	41.29	38.06	33.15	48.65	56.05	46.09	44.76	45.77	43.97	32.60	44.46	63.08	32.68	50.95	41.54	39.99
	Neural network	118.4	108.1	164.9	44.23	39.26	39.27	51.63	51.30	47.10	45.65	46.15	45.97	30.06	43.18	61.94	33.37	50.63	44.94	42.54

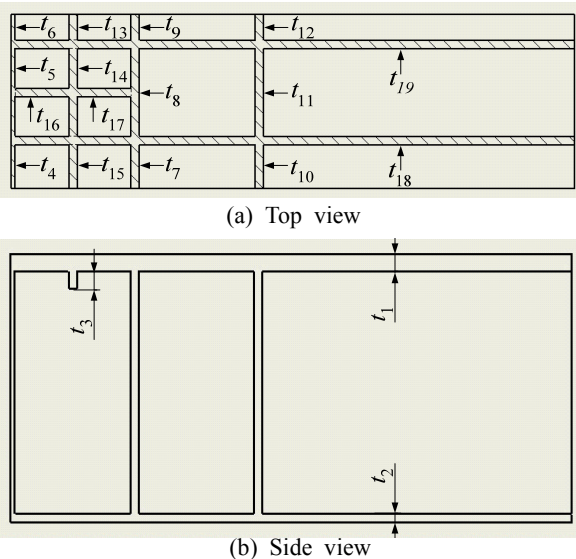


Fig. 10 Bottom frame schematic and design variables

추가시키는 방법에 의해 오차를 줄일 수 있다. 예제의 결과와 같이 외팔보의 형상최적설계에 다단계 해석을 반복하는 것에 의해 정밀도가 좋은 최적해를 얻을 수 있다.

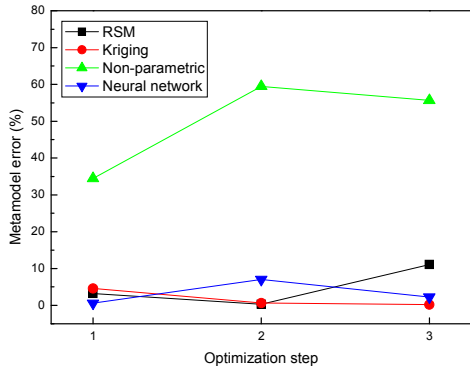
3.2 밴딩프레스의 하부 프레임 예제

Fig. 9는 1,500 ton 밴딩프레스(bending press)의 피로파손이 발생된 하부 프레임(bottom frame)에 대한 주요 폭과 넓이, 유한요소해석을 나타낸다. 하부 프레임은 1/4 축대칭모델이고 중앙에 375 ton의 하중을 받는다. 설계변수는 단면 두께  $t$ 의 19개로 결정하였다 (Fig. 10). 목표는 하부 프레임의 최대응력 제약하에 중량 최소화이다. 이것은 프레임의 폭, 길이와 재료 밀도가 일정하다고 가정하면 단면영역의  $f=wt$ 를 최소로 하는 것과 같다. 최적설계문제를 정식화 하면 다음과 같다.

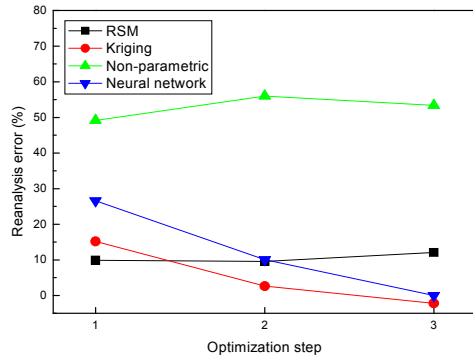
$$\begin{aligned} &\text{Minimize } f(wt_i) \\ &\text{Subject to } y(t_i) \leq 80 \text{ MPa} \\ &t_i^{lower} \leq t_i \leq t_i^{upper}, \quad i = 1, \dots, 19 \quad (14) \end{aligned}$$

여기서  $y(t_i)$ 는  $i$ 번째 두께의 최대응력에 대한 각각의 메타모델이다. Table 10은 초기 설계변수의 범위를 나타낸다. 각 최적설계 단계의 설계점은 551번으로 동일하다. 분산분석의 기여율에 대해





(a) Metamodel error vs. design point



(b) Reanalysis error vs. metamodel

**Fig. 11** Comparison of different metamodel type in the bending press example

민감도가 큰 설계변수는 범위를 5% 감소하고 민감하지 않는 설계변수는 10% 범위를 증가시켜서 메타모델 기반 다단계 해석을 순차적으로 수행한다. Table 11에 최적설계 결과를 요약하였다.

Fig. 11은 다단계 해석을 이용한 최적설계 과정 동안 메타모델과 재해석의 오차를 나타낸다. 전체적으로 비모수회귀식이 가장 오차가 크다. 메타모델 오차는 3단계에서 크리깅과 신경회로망이 각각 0.22%, 2.27%로 가장 작다. 메타모델을 이용한 최적해에 대한 유한요소모델의 재해석 오차는 단계가 진행될수록 크리깅과 신경회로망은 오차가 작아지고 반응표면모델은 커진다. 이때 크리깅이 재해석 오차가 2.19%로 가장 작다. 이 결과는 단지 설계점의 크기가 고정된 이 특정한 예제에 기반한다. 두 예제의 제한된 결과로부터 확고한 결론에 접근할 수 없음에도 불구하고 크리깅, 비모수회귀식, 신경회로망은 반응표면모델보다 작업능력이 우수한 경향이 있다. 설계문제마다

메타모델의 품질지수(예를 들면, error measure/indicator)와 누적 설계점의 수준과 분배에서 설계자유도를 높일 수 있는 방안이 필요하고 이 관점은 다음 연구에 포함될 것이다.

#### 4. 요약 및 결론

이 논문의 초점은 개선된 설계를 이끌기 위한 다단계 해석을 이용한 근사 최적설계 전략의 개발에 있다. 이것은 두 가지 관점 (1) 넓은 설계공간에 알려지지 않은 시스템 모델이나, (2) 이용 가능한 설계점이 제한적일 때 설계공간을 체계적으로 이동 또는 감소시키는 방법이다. 적용된 예제의 결론을 요약하면 다음과 같다.

외팔보 예제에서 다단계 해석과 분산분석의 기여율에 기반한 최적화 계산의 반복과정에 의해 메타모델 형태의 영향을 덜 받는 정밀도가 좋은 최적해를 얻을 수 있음을 확인하였다. 밴딩프레스 하부 프레임 예제의 경우 최적설계 결과를 예상할 수 없고 설계변수의 범위 설정이 어려운 경우에도 다단계 해석을 이용해서 최적해를 중심으로 설계영역의 수준범위를 재정의하며 이동시키는 것으로 공학적으로 유용한 최적해를 얻었다. 설계점이 고정된 특정한 설계문제에 대해 설계변수가 작은(설계변수  $x \leq 5$ ) 첫 번째 예제는 반응표면모델과 비모수회귀식이, 설계변수가 많은(설계변수  $x \geq 19$ ) 두 번째 예제는 크리깅과 신경회로망이 최적해의 결과가 우수하였다.

#### 후 기

이 논문은 동아대학교 학술연구비 지원에 의하여 연구되었음.

#### 참고문헌

- (1) Kwon, O. H., 1998, *Nonsmooth Optimization*, Korea University Press.
- (2) Vanderplaats, G. N., 1984, *Numerical Optimization Techniques for Engineering Design*, McGraw-Hill.
- (3) Barthelemy, J. F. M. and Haftka, R. T., 1993, "Approximation Concepts for Optimal Structural Design-A Review," *Struct. Optim.*, Vol. 5, pp. 129~144.
- (4) Haftka, R. T., Scott, E. P. and Cruz, J. R., 1998,

- "Optimization and Experiments: A Survey," *Appl. Mech. Rev.*, Vol. 517, pp. 435~448.
- (5) Koch, P. N., Simpson, T. W., Allen, J. K. and Mistree, F., 1999, "Statistical Approximations for Multidisciplinary Design Optimization: The Problem of Size," *J. Aircr.*, Vol. 36, No. 1, pp. 275~286.
- (6) Pérez, V. M., Renaud, J. E. and Watson, L. T., 2002, "Adaptive Experimental Design for Construction of Response Surface Approximations," *AIAA J.*, Vol. 40, No. 12, pp. 2495~2503.
- (7) Roache, P. J., 1998, *Verification and Validation in Computational Science and Engineering*, Hermosa Publishers, Albuquerque, NM.
- (8) Meckesheimer, M., Booker, A. J., Barton, R. R. and Simpson, T. W., 2002, "Computationally Inexpensive Metamodel Assessment Strategies," *AIAA J.*, Vol. 40, No. 10, pp. 2053~2060.
- (9) Wang, G. G. and Shan, S., 2007, "Review of Metamodeling Techniques in Support of Engineering Design Optimization," *ASME J. Mech. Des.*, Vol. 129, No. 4, pp. 370~380.
- (10) Lee, T. H., Seong, J. Y. and Jung, J. J., 2006, "Sequential Feasible Domain Sampling of Kriging Metamodel by Using Penalty Function," *Trans. of the KSME(A)*, Vol. 30, No. 6, pp. 691~697.
- (11) Kim, S. W., Jung, J. J. and Lee, T. H., 2007, "Candidate Points and Representative Cross-Validation Approach for Sequential Sampling," *Trans. of the KSME(A)*, Vol. 31, No. 1, pp. 55~61.
- (12) Kim, J. R. and Choi, D. H., 2003, "Design Optimization Using the Two-Point Convex Approximation," *Trans. of the KSME(A)*, Vol. 27, No. 6, pp. 1041~1049.
- (13) Lee, Y. B., Lee, H. J., Kim, M. S. and Choi, D. H., 2005, "Sequential Approximate Optimization Based on a Pure Quadratic Response Surface Method with Noise Filtering," *Trans. of the KSME(A)*, Vol. 29, No. 6, pp. 842~851.
- (14) Shin, Y. S., Lee, Y. B., Ryu, J. S. and Choi, D. H., 2005, "Sequential Approximate Optimization Using Kriging Metamodels," *Trans. of the KSME(A)*, Vol. 29, No. 9, pp. 1199~1208.
- (15) Wang, G. G., 2003, "Adaptive Response Surface Method Using Inherited Latin Hypercube Design Points," *ASME J. Mech. Des.*, Vol. 125, No. 2, pp. 210~220.
- (16) Jin, R., Chen, W. and Simpson, T. W., 2001, "Comparative Studies of Metamodeling Techniques under Multiple Modeling Criteria," *Struct. Multidisc. Optim.*, Vol. 23, No. 1, pp. 1~13.
- (17) Simpson, T. W., Mauery, T. M., Korte, J. J. and Mistree, F., 2001, "Kriging Metamodels for Global Approximation in Simulation-based Multidisciplinary Design Optimization," *AIAA J.*, Vol. 39, No. 12, pp. 2233~2241.
- (18) Wang, G. G. and Simpson, T. W., 2004, "Fuzzy Clustering Based Hierarchical Metamodeling for Space Reduction and Design Optimization," *Eng. Optimiz.*, Vol. 36, No. 3, pp. 313~335.
- (19) Clarke, S. M., Griebisch, J. H. and Simpson, T. W., 2005, "Analysis of Support Vector Regression for Approximation of Complex Engineering Analyses," *ASME J. Mech. Des.*, Vol. 127, No. 6, pp. 1077~1087.
- (20) Kashiwamura, T., Yu, Q. and Shiratori, M., 1998, *Optimization of Nonlinear Problem Using Design of Experiment-Statistical Design Support System*, Asakura Publishing Co., Ltd., Tokyo, pp. 94~104.
- (21) Vadde, S., Allen, J. K. and Mistree, F., 1994, "The Bayesian Compromise Decision Support Problem for Multilevel Design Involving Uncertainty," *ASME J. Mech. Des.*, Vol. 116, No. 2, pp. 388~395.
- (22) Sacks, J., Welch, W. J., Mitchell, T. J. and Wynn, H. P., 1989, "Design and Analysis of Computer Experiments," *Stat. Sci.*, Vol. 4, No. 4, pp. 409~435.
- (23) Lophaven, S. N., Nielsen, H. B. and Søndergaard, J., 2002, *DACE-A Matlab Kriging Toolbox-Version 2.0, Informatics and Mathematical Modelling*, Technical University of Denmark, Kgs. Lyngby, Denmark, Rep. No. IMMREP-2002-12.
- (24) Vapnik, V., 1995, *The Nature of Statistical Learning Theory*, Springer-Verlag, New York.
- (25) Cristiani, N. and Shawe-Taylor, J., 2000, *An Introduction to Support Vector Machines and Other Kernel-Based Learning Methods*, Cambridge University Press, Cambridge, UK.
- (26) Cho, S. S. and Joo, W. S., 2000, "A Study on Fatigue Crack Growth and Life Modeling using Backpropagation Neural Networks," *Trans. of the*

- KSME(A)*, Vol. 24, No. 3, pp. 634~644.
- (27) Gere, J. M., 2003, *Mechanics of Materials, 6th Edition*, Thomson-Engineering.
- (28) ANSYS Workbench Release 11.0 Documentations, 2008, ANSYS Inc.
- (29) Baek, S. H., Hong, S. H., Cho, S. S. and Joo, W. S., 2004, "Multi-objective Optimization in Discrete Design Space using RSM-Based Approximation Method," *The Third China-Japan-Korea Joint Symposium on Optimization of Structural and Mechanical Systems (CJK-OSM3)*, Japan, pp. 125~130.
- (30) Baek, S. H., Cho, S. S., Kim, H. S. and Joo, W. S., 2006, "Trade-off Analysis in Multi-objective Optimization Using Chebyshev Orthogonal Polynomials," *J. Mech. Sci. Technol.*, Vol. 20, No. 3, pp. 366~375.
- (31) Baek, S. H., Hong, S. H., Joo, W. S., Kim, C. K., Jeong, Y. Y. and Shin, S. W., 2008, "Optimization of Process Parameters for Mill Scale Recycling Using Taguchi Method," *J. KSPE*, Vol. 25, No. 2, pp. 88~95.
- (32) Baek, S. H., Cho, S. S. and Joo, W. S., 2009, "Response Surface Approximation for Fatigue Life Prediction and Its Application to Multi-Criteria Optimization With a Priori Preference Information," *Trans. of the KSME(A)*, Vol. 33, No. 2, pp. 114~126.