

자유진동 변위데이터를 이용한 철골구조물의 모드인자 파악

Modal Parameter Estimation of a Steel Frame Structure by Using Free Vibration Displacement Data

함 희 정*
Ham, Hee-Jung

Abstract

The proper orthogonal decomposition (POD) analysis of vibration of a steel frame structure is performed to extract modal parameters. The theoretical background of the POD method is introduced briefly, and this technique is further applied to free vibration displacements of one bay-two story steel frame structure to extract the modal parameters. From the POD analysis of the steel frame structure, it is found that important modal parameters such as true mode shapes, modal kinematic energy, natural frequencies, and damping ratios can be obtained for the building efficiently and in detail. Therefore, it is concluded that the POD method could be one of the useful techniques in analysis of vibration of structures.

키워드 : 철골구조, 자유진동 변위데이터, 모드인자, POD 기법

Keywords : *steel frame structure, free vibration displacement data, modal parameters, POD technique*

1. 서론

구조물의 모드인자(modal parameter)는 구조물의 시스템 식별(system identification)을 위하여 중요하게 파악되어야 하는 요소들이다. 또한 기존 구조물의 모드인자를 파악할 수 있으면, 질량행렬을 이용하여 강성행렬과 감쇠행렬을 구할 수 있고[1] 구조물의 손상도를 파악할 수 있어[2], 궁극적으로 구조물의 유지관리 및 성능평가가 가능하다 하겠다.

구조물의 시스템 식별을 위하여 일반적인 실험은 pull-back and quick release test, impact test 와 같이 인위적 가진을 하는 방법과, 바람하중과 같은 자연가진(natural excitation)을 하는 방법이

있다. 이러한 실험적 방법에 의하여 계측된 데이터는 여러 노이즈(noise)를 포함하고 있으므로 무엇보다 신호 분석이 중요하다고 볼 수 있다.

실측된 데이터로부터 구조물의 기본적인 동적특성을 파악하는 간단한 방법으로는 자유진동해석을 통한 구조물 감쇠비의 추정과 푸리에변환을 이용한 주기영역에서의 고유진동수 추정이 있다. 그러나 이러한 해석으로는 각각의 진동수와 관련된 모드의 형태, 모드별 운동에너지의 기여도, 모드별 감쇠비 등과 같은 구조물의 모드인자를 파악하기가 쉽지 않다.

디지털 신호처리(digital signal processing) 분야의 발전과 함께, 시스템의 모드인자를 보다 완벽하게 파악하기 위하여 실험모드해석(experimental modal analysis) 분야에 다양한 기술들이 접목되고 있다[3]. 이 기술들은 기본적으로 시스템에 작용하는 입·출력의 주파수 응답함수(frequency response function, FRF)를 측정하며, 랜덤신호(random

* 강원대학교 건축학부 부교수, 공학박사

signal) 또는 impact hammer 등을 이용하여 긴 시간대의 입·출력을 측정하여야 하는 번거로움이 있다[4][5]. 또한 실험 상황에 따라서는 자연가진과 같이 입력신호를 통제하지 못하는 경우도 있어 주파수 응답함수를 파악하기 어려울 수 있다[6]. 이에 본 논문에서는 위에 언급된 해석 방법들의 단점들을 보완하고, 출력(구조물의 동적응답)만으로 구조물의 모드인자를 파악할 수 있는 Proper Orthogonal Decomposition(POD) 기법을 도입하여, 저충 철골뼈대구조의 동적특성을 파악하려 한다.

본 논문에서는 실험형 2층 철골건물의 동적 변위데이터에 POD 기법을 적용하여, 모드형태, 모드별 운동 에너지의 분포, POD 모드 좌표계를 이용한 모드별 진동수 및 감쇠비 등의 모드인자들을 파악하였다.

2. 이론적 배경

POD (Proper Orthogonal Decomposition) 기법 [7][8][9][10][11]의 주요 목적은 임의의 장(field)의 모든 요소에 가장 잘 상관(correlated)되는 결정함수 $\phi(z)$ 를 찾는 것이다. 임의의 변동변위장 $u(z,t)$ 의 경우, 결정함수 $\phi(z)$ 에 대한 $u(z,t)$ 의 투영 값은 식 (1)과 같이 두 함수를 내적(inner product)하여 극대(max)화 될 수 있다.

$$\int u(z,t)\phi(z)dz = \max \quad (1)$$

여기서 z , t 는 위치와 시간을 각각 나타낸다. 식 (1)을 결정함수 $\phi(z)$ 로 표준화를 하면 식 (2)와 같이 표현할 수 있다.

$$\frac{\int u(z,t)\phi(z)dz}{\sqrt{\int \phi^2(z)dz}} = \max \quad (2)$$

구조물 변위값의 경우, 양(+)과 음(-)의 값을 갖기 때문에, 최대 투영값 λ 는 식(2)를 제곱 평균함으로써 식 (3)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{\langle [\int u(z,t)\phi(z)dz][\int u(z',t')\phi(z')dz'] \rangle}{\int \phi^2(z)dz} = \lambda > 0 \quad (3)$$

여기서 $\langle \rangle$ 는 시간평균 연산기호이다. 식 (3)은 식 (4)에 표현된 고유치 문제(eigenvalue problem)를 통하여 풀어질 수 있다. 식 (4)에서 $R(z,z')$ 는

변위장 $u(z,t)$ 의 공간상관함수(space covariance function)이다. 만약, 구조물 변위의 측정 위치가 균등한 공간에 분포되면, 직각 구적법을 적용하여 식 (4)를 식 (5)와 같이 행렬 방정식으로 변환할 수 있다.

$$\int R(z,z')\phi(z')dz' = \lambda\phi(z) \quad (4)$$

$$[R]\{\phi\} = \lambda\{\phi\} \quad (5)$$

여기에서 $[R]$ 은 구조물 변위의 공간 상관행렬이고 $\{\phi\}$ 와 λ 는 각각 결정된 POD 모드형태와 고유치이다. 식 (5)의 POD 모드 고유치 λ 는 전체 변위값이 포함하는 모드별 운동에너지(kinematic energy)를 의미하게 된다.

POD 모드형태는 식 (6)과 같은 직교성(orthogonality)을 갖는다.

$$\{\phi\}_i^T\{\phi\}_j = \delta_{ij} \quad (6)$$

여기서 δ_{ij} 는 Kronecker delta이다. 반면, 정규모드 해석의 모드형태 $\{\psi\}$ 는 식 (7)과 같은 직교성을 갖는다.

$$\{\psi\}_i^T[m]\{\psi\}_j = \delta_{ij} \quad (7)$$

여기에서 $[m]$ 은 구조물의 질량행렬이다. 식 (6)과 (7)을 비교하여 보면 POD 모드형태와 정규모드형태가 일치하기 위하여서는 질량행렬이 상수이어야 함을 알 수 있다. 만약, 구조물의 질량이 상수가 아닐 때는 식 (8)과 같이 식 (5)의 상관행렬 $[R]$ 에 질량행렬 $[m]$ 을 곱함으로써 정규모드형태와 동등한 POD 모드형태를 계산 할 수 있다.

$$[R][m]\{\phi\} = \lambda\{\phi\} \quad (8)$$

POD 모드형태 $\{\phi\}$ 는 변위장의 전개를 위하여 기본 함수로 이용될 수 있고, 변위장 $u(z,t)$ 를 재현(reconstruction)하기 위하여 식(9)와 같이 정리될 수 있다.

$$u(z,t) = \sum_{n=1}^{\max \text{ mode}} a_n(t)\phi_n(z) \quad (9)$$

식 (9)에서 POD 모드 좌표계 $a_n(t)$ 는 정규모드 좌표계 $q_n(t)$ 와 동등함을 알 수 있고, $a_n(t)$ 는 모드형태 $\{\phi\}$ 의 직교성으로부터 식 (10)과 같이 얻을 수 있다.

$$a_n(t) = \frac{\int u(z,t) \phi_n(z)}{\int \phi_n^2(z) dz} \quad (10)$$

3. 철골구조물 자유진동 실험

일경간-이층 철골조를 AISC 허용응력도 설계법에 의하여 중력방향 하중만을 고려하여 설계하였다[12].

이 2층 철골조를 실험형(경간 = 6m, 층고 = 3m, 기둥 = H250×250×9×14, 보 = H194×150×6×9)으로 제작되었으며, 그림 1는 실험동에 설치된 철골조의 정면-측면에서 본 모습을 보여준다.

2층 철골조 실험체의 모드인자를 파악하기 위해서, 구조물을 잡아당겼다(초기변위 부여) 순간적으로 힘을 제거(초기속도 = 0)하여 구조물이 평형상태로부터 자유진동을 일으키는 pull-back and quick release test (일명 snap back test) 기법을 사용하여 자유진동실험을 실시하였다.



그림 1 실험형 철골조 실험체

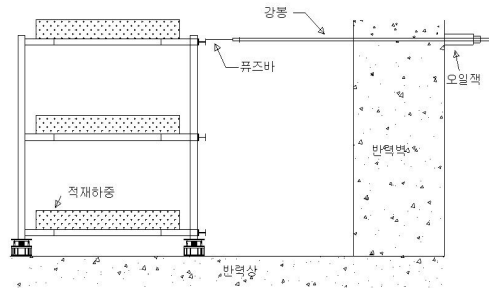


그림 2 자유진동실험 set-up

실험체를 D22 이형철근(fuse bar)과 Dywidag™ 강봉으로 반력벽에 연결하였다. 퓨즈바를 오일 잭으로 잡아당겨졌을 때(본 논문의 모든 실험에서 잡아당기는 방향은, 4개의 기둥 H250×250×9×14의 약축 방향), 각 실험체에 약 10 mm의 탄성 변위가 발생되며 이 퓨즈바가 끊어지게끔 퓨즈바를 밀링하였다. 그림 2에서 보여주는 적재하중용 무게는 각 층에 각각 약 11.8 ton씩 적재하였다. 자유진동실험은 최상층 중앙부를 당겨서 초기변위를 유발하였다. 실험동안 각 층에서의 변위, 그리고 1층 약축(x축)과 강축(y축)방향의 가속도를 각각 레이저 변위계와 가속도계로 측정하여 응답주파수가 2.5 kHz인 동적 data logger로 받아들였다.

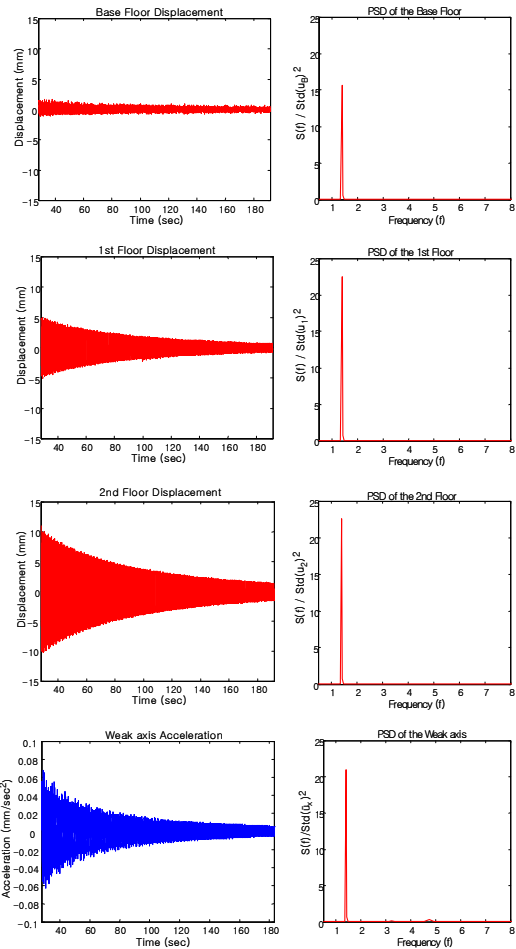


그림 3 자유진동 시 변위와 가속도의 시간이력과 파워스펙트럼

그림 3은 각 층에서 측정된 변위와 1층에서 측정

된 가속도의 시간이력과 파워스펙트럼을 보이고 있다. 그림 3의 시간이력으로부터 각 층의 변위와 1층에서 측정된 가속도는 시간이 경과함에 따라 진동의 진폭이 줄어드는 전형적인 자유진동을 보이고 있음을 알 수 있다. 측정된 변위 데이터는 그림 3의 파워스펙트럼으로부터 대부분 1.4 Hz 부근에서 에너지가 많은 주파수(탁월주파수)를 보이고 있음을 알 수 있다. 반면, 약축에 대한 가속도 데이터의 파워스펙트럼은 1.4 Hz의 탁월주파수 이외에 4.7 Hz 부근에서 작은 크기의 다른 에너지가 존재함을 보이고 있다. 이는 가속도계의 측정 감도가 변위계 보다 민감하여 약축 정규 2차 모드에 해당하는 주파수가 감지되는 것에 기인한다고 추정된다.

4. POD 기법을 이용한 모드인자 파악

4.1 POD 모드형태와 모드별 운동에너지

그림 4는 그림 3에 나타난 변위데이터를 POD 해석한 후 얻어진 모드형태를 보이고 있다. 그림 4로부터 POD 1차 모드형태는 전형적인 스웨이(sway) 형태이나, 실험 시 기둥과 기초의 볼트 접합이 불완전하여 기초층이 완전고정이 아님을 알 수 있다. POD 2차 모드형태는 기초부근에서 큰 값을 갖고 1층과 2층에서 작은 값을 가짐을 알 수 있으며, 현장 볼트 접합의 불완전에서 발생한 노이즈의 공간적 분포가 POD 2차 모드로 나타남을 알 수 있다. POD 3차 모드형태는 기초층이 고정이며, 1층과 2층 변위 방향이 각각 반대인 전형적인 사이드웨이(sideway) 형태를 보이고 있음을 알 수 있다.

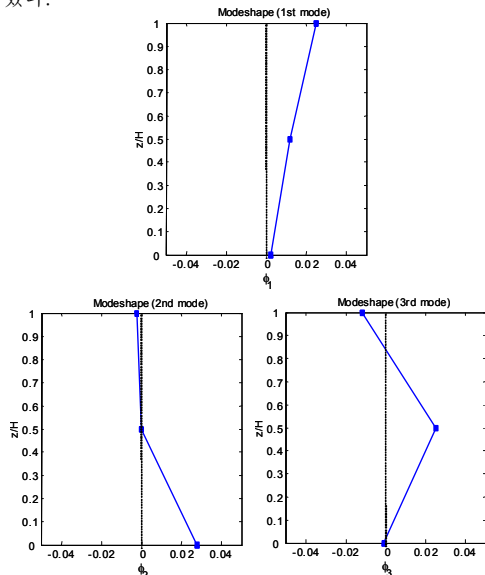


그림 4 자유진동 시 변위의 POD 모드형태

표 1은 식 (5)를 이용하여 얻은 POD 모드 별 운동에너지 λ_i 와 전체 운동에너지에 대한 모드 별 운동에너지의 기여도(즉, 모드의 참여율) $\lambda_i/\sum\lambda_i$ 를 보이고 있다. 이 표로부터 대부분(99.7%)의 운동에너지는 1차 모드로부터 얻어짐을 알 수 있다.

표 1 POD 모드별 에너지 분포

모드	λ_i	$\lambda_i/\sum\lambda_i$
1차	13.3155	0.9969
2차	0.0340	0.0025
3차	0.0070	0.0005

4.2 POD 모드 좌표계

(1) 탁월 주파수

그림 5는 그림 3에 나타난 변위데이터를 POD 해석한 후 얻어진 좌표계의 시간이력과 파워스펙트럼을 보이고 있다.

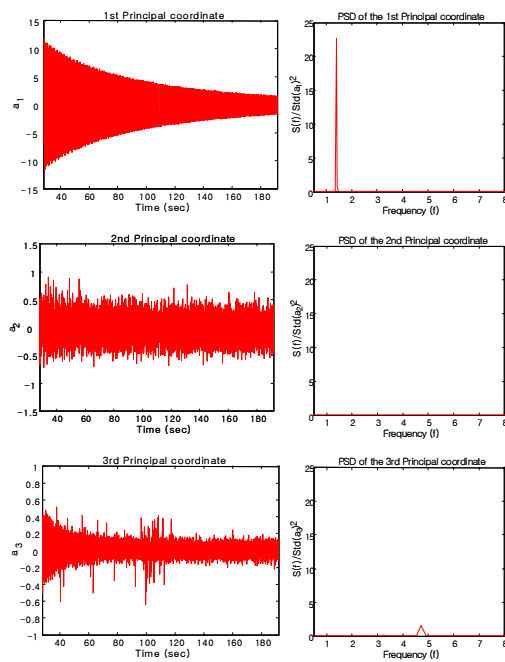


그림 5 POD 모드 좌표계의 시간이력과 파워스펙트럼

POD 1차 모드의 좌표계는 변위데이터와 같이 시간이 경과함에 따라 진동의 진폭이 줄어드는 자유진동을 보이고 있음을 나타내고 있으며, 1.4 Hz 부근에서 탁월주파수를 보이고 있다. 반면, POD 2차 모드에 대한 좌표계의 시간이력과 파워스펙트럼은 광역의 노이즈(wide-band random noise)의

특성을 보이고 있음을 알 수 있다. POD 3차 모드에 대한 좌표계의 시간이력은 전체적으로는 시간이 경과함에 따라 진동의 최대값이 줄어드나 몇몇 시간대에서 큰 impulse 노이즈를 포함하고 있으며, 좌표계의 파워스펙트럼으로부터 4.7 Hz 부근에서 탁월 주파수를 보이고 있음을 알 수 있다.

표 2 변위, 가속도, POD 모드 좌표계의 탁월주파수

		탁월주파수 f , Hz
변위	기초층	1.4
	1층	1.4
	2층	1.4
가속도	기동 약측	1.4 (4.7)
	기동 강측	3.2 (2.1)
POD 모드 좌표계	1차 모드	1.4
	2차 모드	-
	3차 모드	4.7

표 2는 원래(original) 변위, 가속도 데이터로부터 얻은 탁월 주파수와 POD 모드 좌표계의 시간이력으로부터 얻어진 탁월 주파수의 비교이다. 표 2에서 괄호() 안의 주파수는 탁월주파수 보다 에너지가 적으나 파워스펙트럼에서 2차적인 피크치를 볼 수 있는 주파수이다. 이 표로부터 POD 모드 좌표계의 시간이력으로부터 얻어진 파워스펙트럼은 원래 자유진동으로부터 얻은 변위나 가속도 데이터에서 분리할 수 없는 에너지(4.7 Hz)를 POD 3차 모드로 효과적으로 분리하고 있음을 알 수 있다.

(2) 감쇠비

표 3은 자유진동 실험의 응답변위 시간이력 데이터와 POD 1차 모드 좌표계를 통해 얻어진 철골 뼈대구조의 감쇠비이다. 감쇠비 ζ_1 산정을 위하여서는 식 (11)과 같은 대수 감소법(logarithmic decrement method)이 이용되었다.

$$\zeta_1 = \frac{1}{2\pi j} \ln \frac{u_i}{u_{i+j}} \quad (11)$$

여기서, i, j 는 i 번째와 j 번째의 cycle을 나타낸다.

변위 데이터의 감쇠비 산정을 위하여 1차 모드 형태의 상대적 크기가 가장 큰 2층 변위의 시간이력이 이용되었으며, 1회 싸이클 응답과 200회 싸이클을 반복한 후 감소된 응답의 크기의 비를 사용하였다. POD 1차 모드 좌표계의 경우에도 동일한 싸이클이 감쇠비 산정을 위하여 사용되었다.

표 3으로부터 2층 변위 데이터로부터 얻어진 감

쇠비와 POD 1차 모드의 좌표계에서 얻어진 감쇠비는 약 2% 정도의 오차를 나타내고 있음을 알 수 있다. 이 근소한 차이는 POD 모드의 좌표계가 1차 모드의 특성만 나타내는 것에 반해, 2층 변위 데이터는 1차 모드의 진동을 유도하였음에도 그림 4에 보이는 것과 같이 약간의 POD 3차 모드(정규 2차 모드)와 미세한 POD 2차 모드의 영향을 포함하고 있음을 알 수 있다.

표 3 변위와 POD 모드 좌표계의 감쇠비

데이터		ζ_1 (%)	u_1 (mm)	u_{200} (mm)
변위	2층	0.155	10.96	1.58
POD 모드 좌표계	1차 모드	0.152	11.95	1.78

4.3 POD 기법을 이용한 변위데이터의 재현

그림 6 ~ 그림 9는 원래(original) 변위 데이터와 식 (10)을 이용하여 얻은 재현(reconstruction)된 변위 데이터의 비교이다. 그림 6에서 볼 수 있는 것과 같이, 2층 변위의 시간이력은 그림 4와 그림 5에 나타난 POD 1차 모드형태와 좌표계를 사용하여 매우 잘 재현됨을 알 수 있다.

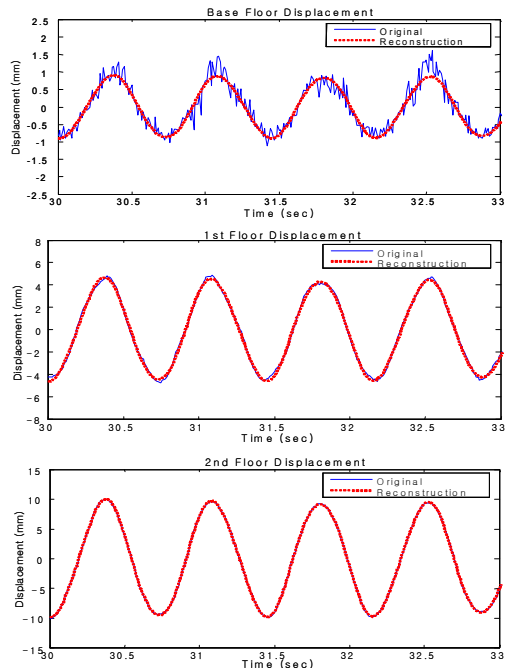


그림 6 POD 1차를 이용한 변위의 시간이력 재현

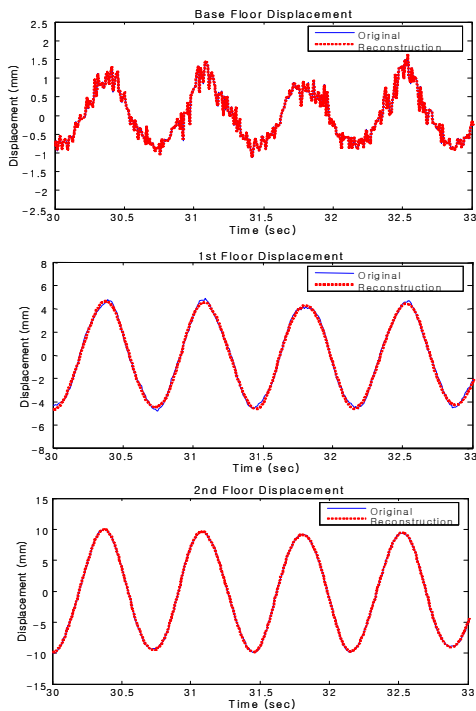


그림 7 POD 1차와 2차 모드를 이용한 변위의 시간이력 재현

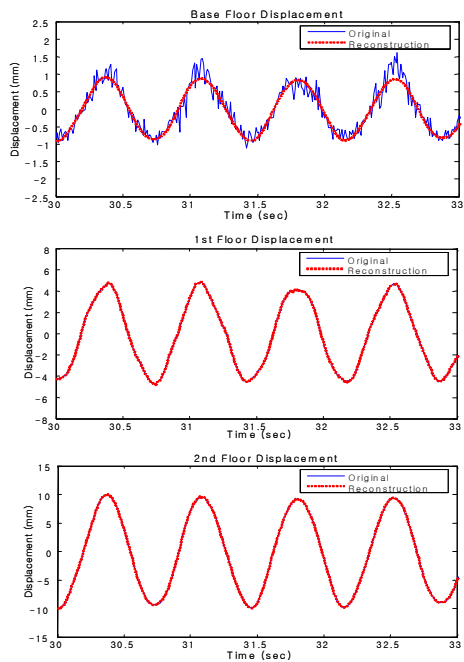


그림 8 POD 1차와 3차 모드를 이용한 변위의 시간이력 재현

1층의 변위 시간이력의 경우, 저주파수(low frequency) 에너지의 불일치로 인한 근소한 오차가 관찰되고 있다. 반면, 기초층 변위의 원래 시간이력은 POD 1차 모드로 재현된 시간이력 이외에 다양한 영역의 주파수들의 영향을 받고 있음을 알 수 있다.

그림 7로부터 POD 1차와 2차 모드로부터 재현된 데이터는 기초 변위의 시간이력을 거의 완벽하게 나타내고 있음을 알 수 있다. 그러나 1층과 2층의 시간이력에는 POD 1차 모드로 재현된 변위의 시간이력과 거의 차이가 없음을 알 수 있다. 이것은 그림 5에 나타난 광역의 노이즈가 그림 4에 나타난 POD 2차 모드형태와 같이 기초층에만 크게 영향을 주기 때문이다.

그림 8로부터 POD 1차 모드에 POD 3차 모드를 추가함으로써 1층 변위 시간이력을 완벽하게 재현할 수 있음을 알 수 있다. 반면, 기초층 변위의 시간이력에는 POD 1차 모드만 고려한 그림 6과 비교하여 거의 차이가 없음을 알 수 있다. 이것은 그림 4에 나와 있는 것과 같이 POD 3차 모드는 기초층에 거의 영향을 미치지 않기 때문이다.

5. 결론

본 논문에서 POD 모드형태와 모드 좌표계가 정규모드해석에서 얻은 값들과 동일함을 확인할 수 있었으며, POD 기법을 2층 철골조 건물에 적용하여 구조물의 동적특성을 묘사하는 모드인자를 추출할 수 있었다. 본 논문의 주요한 결론들을 정리하면 다음과 같다.

1. POD 기법은 기존의 시스템 인식 기법과 달리 출력신호만 사용하여 모드인자를 추출할 수 있다.
2. POD 기법이 기존의 다른 방법과 비교하여 보다 효율적이고 자세하게 구조물의 동적특성을 파악할 수 있음을 알 수 있다.
3. POD 기법을 통한 해석으로부터 실험형 건축물의 정확한 모드 형태와 모드별 에너지 분포를 파악할 수 있다.
4. POD 모드 좌표계를 사용하여 모드별 탁월 주파수와 감쇠비를 효율적으로 파악할 수 있다.
5. POD 모드 형태와 좌표계를 사용하여 효과적으로 구조물의 변위를 재현하였으며, 각 POD 모드가 구조물의 변위에 미치는 영향을 파악할 수 있다.

참 고 문 헌

- [1] 강경수, "모드 특성을 이용한 건축 구조물의

- 강성 및 감쇠 행렬 식별”, *한국지진공학회 논문집*, 8권, pp.45-53, 2004.
- [2] J. Wang, C. Lin, S. Yen, “A Story Damage Index of Seismically-Excited Buildings Based on Modal Frequency and Mode Shape”, *Engineering Structures*, In Press.
- [3] G. Kerschen, F. Poncelet, J. C. Golinval, “Physical Interpretation of Independent Component Analysis in Structural Dynamics”, *Mechanical System and Signal Processing*, Vol.21, pp.1561-1575, 2007.
- [4] K. F. Alvin, A. N. Robertson, G. W. Reich, K. C. Park, “Structural System Identification: From Reality to Models”, *Computers & Structures*, Vol.81, pp. 1149-1176, 2003.
- [5] 안세진, 정의봉, “충격해머 가진으로 구한 주파수응답함수의 오차와 해결방법”, *한국소음진동학회 춘계학술대회논문집*, pp.71-77, 2002.
- [6] P. Mohanty, D. J. Rixen, “ERA Method for Operational Modal Analysis in the Presence of Harmonic Excitations”, *Mechanical System and Signal Processing*, Vol.20, pp.114-130, 2006.
- [7] J. Lumley, *Stochastic Tools in Turbulence*, New York Academic Press, 1970.
- [8] T. Yuan, P. G. Cizmas, T. O'Brien, “A Reduced-Order Model for a Bubbling Fluidized Bed Based on Proper Orthogonal Decomposition”, *Computers & Chemical Engineering*, Vol.30, pp.243-259, 2005.
- [9] J. A. Atwell, B. B. King, “Proper Orthogonal Decomposition for Reduced Basis Feedback Controllers for Parabolic Equations”, *Mathematical and Computer Modelling*, Vol.33, pp.1-19, 2001.
- [10] J. Istas, “Karhunen-Loeve Expansion of Spherical Fractional Brownian Motions”, *Statistics & Probability Letters*, Vol.76, pp.1578-1583, 2006.
- [11] D. Zhang, S. Chen, “Fast Image Compression using Matrix K-L Transform”, *Neurocomputing*, Vol.68, pp.258-266, 2005.
- [12] American Institute of Steel Construction, *AISC Manual of Steel Construction: Allowable Stress Design 9th Edition*, American Institute of Steel Construction INC., 1989.