

논문 2009-46TC-7-6

QAM 변조방식의 성상도 최적화를 통한 이진 터보 부호의 성능 개선

(Improving The Performance of Turbo Code by Optimizing QAM Constellation)

이 근 형*, 이 지 연*, 강 동 훈*, 오 왕 록**

(Keunhyung Lee, Jiyeon Lee, Donghoon Kang, and Wangrok Oh)

요 약

터보 부호 (turbo code)의 경우 부호 심볼 (code symbol) 당 에너지 (energy)를 균등하게 할당하는 대신 부호 심볼별로 에너지를 달리 할당함으로써 성능을 개선할 수 있는 것으로 알려져 있다. 본 논문에서는 이진 (binary) 터보 부호와 QAM (quadrature amplitude modulation)이 같이 사용될 경우 QAM 성상도 (constellation)를 최적화하여 터보 부호의 부호 심볼 당 에너지를 비균일하게 할당하고 이를 통하여 시스템의 성능을 개선하는 방안을 제안한다. 제안하는 방식의 성상도를 사용하는 QAM 신호는 널리 사용되는 QAM 신호를 위한 동기 및 복조 방식을 그대로 사용할 수 있으며 비트 오류율 10⁻⁵ 이상에서 기존의 방식에 비하여 부호 이득을 높일 수 있음을 전산 실험을 통하여 확인하였다. 이와함께 부호 심볼을 성상도에 매핑하는 방법을 달리하여 각 매핑 방법에 따른 성상도 최적화를 수행하고 이에 따른 이진 터보 부호의 성능을 확인하였다.

Abstract

It is well-known that the performance of turbo codes can be improved by allocating different energies per code symbol. In this paper, based on this observation, we propose a joint encoding and modulation scheme for quadrature amplitude modulated turbo code systems. In the proposed scheme, the amount of energy difference between the turbo coded symbols is optimized by optimizing the constellation of quadrature amplitude modulation (QAM). The proposed scheme offers better coding gain compared to the conventional combination of binary turbo code and QAM at the bit error rate of 10⁻⁵. Also, the performance of binary turbo codes with the proposed QAM constellation for various code symbol mapping strategies are verified.

Keywords : 터보 부호, 직교진폭변조, 성상도 최적화

I. 서 론

터보 부호는 최근 상용화되어 운영 중인 3G 이동통신 시스템의 채널 부호화 방식으로 사용되고 있을 뿐만 아니라 다양한 차세대 이동통신 시스템에서 채널부호화

방식으로 고려되고 있다. 터보부호는 1993년에 제안된 이래 다양한 연구 결과들을 통하여 새는 한계 (shannon limit)에 근접하는 우수한 성능을 보이는 것으로 알려져 있다^[1]. 이러한 터보 부호를 주파수 효율이 높은 고차원 변조 방식과 함께 사용하기 위한 방안 중 하나로 비이진 (non-binary) 터보 부호가 제안되었으며, 제안된 비이진 터보 부호는 IEEE 802.16e의 채널 부호화 방식으로 제안되었다^[2~4]. 이와는 별도로 최근 몇몇 연구에서 이진 터보 부호를 변조 차수가 높은 위상편이변조 (phase shift keying) 및 직교진폭변조 (quadrature

* 학생회원, ** 정회원, 충남대학교
(Department of Electronics and Computer Engineering, Chungnam National University)

※ 본 논문은 한국학술진흥재단의 신진교수 연구지원 사업 (KRF-2007-D00300)의 지원으로 수행되었음.
접수일자: 2009년4월1일, 수정완료일: 2009년7월9일

amplitude modulation, QAM) 등과 함께 사용하여 큰 부호 이득 (coding gain)과 대역폭 효율성 (bandwidth efficiency)을 높이는 방법들이 제안되었다^[5~6].

한편, 터보 부호의 경우 부호 심볼별로 서로 다른 에너지를 할당함으로써 부호 이득을 증대시킬 수 있는 것으로 알려져 있다^[7~8]. 즉, 터보 부호의 경우 부호 심볼별로 채널 오류 보완 (error protection) 정도를 달리하여 채널을 통하여 전송함으로써 부호 이득을 증대시킬 수 있다. 본 논문에서는 이러한 터보 부호의 특징을 이용하여 직교진폭변조에서 사용하는 성상도 (constellation)를 최적화하여 QAM 변조 방식과 같이 사용되는 터보 부호의 성능을 개선하는 방안을 제안한다. 제안하는 방식의 경우 QAM 복조 과정에서 필요한 수신기의 동기 및 검출 알고리즘을 위하여 제안된 기존의 방법들을 그대로 사용할 수 있을 뿐만 아니라 비트 오류율 10^{-5} 을 달성하는 영역에서 기존 방식보다 높은 부호 이득을 보인다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. II장에서 본 논문에서 고려한 시스템 모델을 보이고 III장에서 제안하는 방식의 성능을 제시한 후 IV장에서 결론을 맺는다

II. 시스템 모델

본 논문에서 고려한 시스템 모델은 그림 1과 같다. 정보 비트 $u_k, k=1,2,\dots,N$, 는 이진 터보 부호화에 의하여 부호화되어 c_k 로 변환되며 이 신호는 QAM 변조된 후 채널을 통하여 전송된다. 수신기에서는 수신 신호에 대하여 QAM 복조를 수행하여 각 부호 비트 별 연출력 값 $L(c_k)$ 를 생성한 후 이 값들을 바탕으로 이진 터보 복호를 수행하여 송신된 정보 비트에 대한 추정 값 \hat{u}_k 를 생성한다.

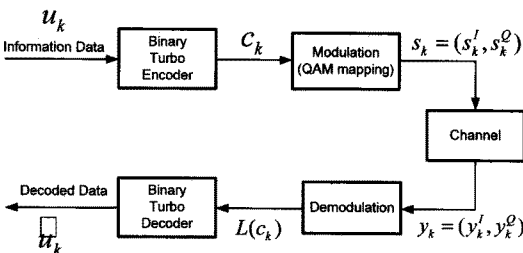


그림 1. 터보부호의 블록 다이어그램
Fig. 1. Block diagram of Turbo code.

1. 터보부호의 부호화기

그림 1에서 사용된 터보 부호화기는 동일한 두 개의 RSC (Recursive Systematic Convolutional)와 정보 프레임 (information frame)의 길이 N 과 같은 크기의 인터리버로 구성된다. 터보 부호화기의 RSC1과 RSC2는 모두 구속 길이 $K=3$ 이고 $(7, 5)_8$ 을 생성다항식으로 사용하는 것을 가정하였다. 또한 부호율은 $1/2$ 을 가정하였으며 이에 따라 터보 부호화기 출력 열 $c_k = (c_k^s, c_k^p), k=1,2,\dots,N$, 로 표현할 수 있으며 여기에서 $c_k^s = u_k$ 이고 c_k^p 는 패리티 (parity) 심볼을 나타내며 다음의 식 (1)과 같이 주어진다.

$$c_k^p = \begin{cases} c_k^{p1}, & k=1,3,5,\dots,N-1 \\ c_k^{p2}, & k=2,4,6,\dots,N \end{cases} \quad (1)$$

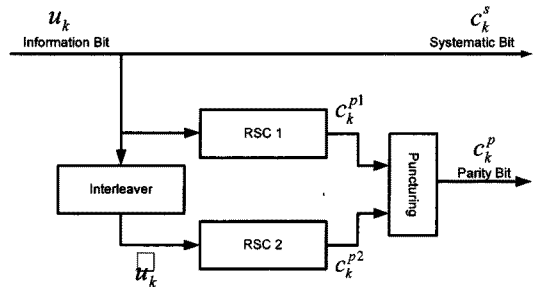


그림 2. 터보부호의 부호화기 구조
Fig. 2. Block diagram of Turbo encoder.

2. QAM 변조기

터보 부호화기의 출력 신호 $c_k, k=1,2,\dots,N$, 는 QAM 변조기에 의하여 변조 심볼 $s_k = (s_k^I, s_k^Q)$ 로 변환되며 변조 심볼의 동위상 (in-phase) 성분 및 직교 위상 (quadrature-phase) 성분은 각각 다음의 식 (2)와 같이 결정된다.

$$s_k = \begin{cases} s_k^I = (c_{2k-1}^s, c_{2k}^s) \\ s_k^Q = (c_{2k-1}^p, c_{2k}^p) \end{cases}, k=1,2,\dots,N/2 \quad (2)$$

이와 같이 매핑된 후 그림 3에 도시된 성상도에 따라 변조 심볼이 결정된다.

그림 3에서 a 의 값이 3인 경우는 일반적인 16-QAM

본 논문에서는 매 정보 프레임에 대하여 새로운 인터리버 패턴을 임의로 생성하여 사용하는 균일 인터리버 (uniform interleaver)를 가정하였다.

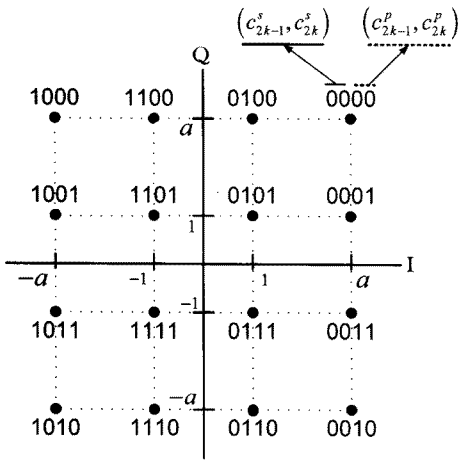


그림 3. 16-QAM 성상도
Fig. 3. 16-QAM constellation diagram.

변조 방식의 성상도가 되며 a 의 값의 변화를 통하여 동위상 및 직교위상 성분별로 MSB (most significant bit)와 LSB (least significant bit)에 매핑된 부호 심볼들의 채널 오류 보완 정도가 바뀌게 된다. 본 논문에서는 a 의 값을 최적화하여 이진 터보 부호와 QAM 변조 방식이 같이 사용될 경우의 성능을 개선하고자 한다.

3. 터보부호 복호기

16-QAM은 두 개의 독립적인 4-PAM (pulse amplitude modulation)의 조합으로 생각할 수 있으므로 본 논문에서 고려한 16-QAM 변조 방식은 동위상 성분과 직교위상 성분이 각각 그림 4에 표현된 성상도를 가지는 4-PAM 변조된 신호로 나누어 생각할 수 있다.

이진 터보 복호기를 위하여 16-QAM 복조기의 출력 신호를 바탕으로 동위상 성분과 직교위상 성분에 포함되어 있는 각 부호 심볼들의 LLR (log-likelihood ratio), $L(c_k)$ 를 구하여야 한다. 동위상 성분인 $y_k^I = s_k^I + n_k$ 로부터 동위상 성분에 포함된 부호 심볼들의 LLR을 구하는 과정을 살펴보면 다음과 같으며 여기에서 n_k 는 평균이 0 이고 분산이 $\sigma^2 (= N_0/2)$ 인

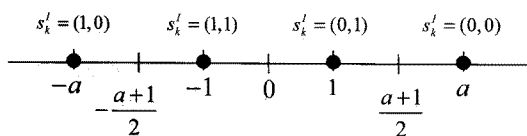


그림 4. 4-PAM 성상도
Fig. 4. 4-PAM constellation diagram.

백색 Gaussian 잡음의 샘플이며 독립적이고 동일한 분포를 갖는다. 먼저 MSB에 매핑된 c_{2k-1}^s 를 고려해 보면 c_{2k-1}^s 에 의한 사후 확률은 식 (3)과 같이 표현할 수 있다.

$$p(y_k^I | c_{2k-1}^s) = p(y_k^I | (c_{2k-1}^s, 0)) P(c_{2k}^s = 0) + p(y_k^I | (c_{2k-1}^s, 1)) P(c_{2k}^s = 1) \quad (3)$$

식 (3)에서 $P(c_{2k}^s = 0) = P(c_{2k}^s = 1) = \frac{1}{2}$ 이라고 가정하면, 식 (3)은 식 (4)와 같이 표현된다.

$$p(y_k^I | c_{2k-1}^s) = \frac{1}{2} [p(y_k^I | (c_{2k-1}^s, 0)) + p(y_k^I | (c_{2k-1}^s, 1))] = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}\sigma} \left[\exp\left(-\frac{(y_k^I - (c_{2k-1}^s, 0))^2}{2\sigma^2}\right) + \exp\left(-\frac{(y_k^I - (c_{2k-1}^s, 1))^2}{2\sigma^2}\right) \right] \quad (4)$$

따라서 c_{2k-1}^s 에 대한 LLR은 식 (5)와 같이 표현할 수 있다.

$$L(c_{2k-1}^s) = \log\left(\frac{p(y_k^I | c_{2k-1}^s = 0)}{p(y_k^I | c_{2k-1}^s = 1)}\right) = \log\left[\exp\left(-\frac{(y_k^I - (0,0))^2}{2\sigma^2}\right) + \exp\left(-\frac{(y_k^I - (0,1))^2}{2\sigma^2}\right)\right] - \log\left[\exp\left(-\frac{(y_k^I - (1,0))^2}{2\sigma^2}\right) + \exp\left(-\frac{(y_k^I - (1,1))^2}{2\sigma^2}\right)\right] \quad (5)$$

식 (5)에 그림 4의 (c_{2k-1}^s, c_{2k}^s) 에 대응하는 심볼 값을 대입하여 c_{2k-1}^s 에 대한 LLR값을 표현하면 식 (6)과 같으며 그림 4와 같이 그레이 부호화로 심볼 매핑하였을 경우 식 (7)과 같은 근사식으로 c_{2k-1}^s 에 대한 LLR을 나타낼 수 있다^[2].

$$L(c_{2k-1}^s) = \log\left[\exp\left(-\frac{(y_k^I - a)^2}{2\sigma^2}\right) + \exp\left(-\frac{(y_k^I - 1)^2}{2\sigma^2}\right)\right] - \log\left[\exp\left(-\frac{(y_k^I + a)^2}{2\sigma^2}\right) + \exp\left(-\frac{(y_k^I + 1)^2}{2\sigma^2}\right)\right] \quad (6)$$

$$\approx \begin{cases} 2y_k^I + \frac{a+1}{2}, & y_k^I < -\frac{a+1}{2} \\ y_k^I, & -\frac{a+1}{2} \leq y_k^I \leq \frac{a+1}{2} \\ 2y_k^I - \frac{a+1}{2}, & y_k^I > \frac{a+1}{2} \end{cases} \quad (7)$$

같은 방법으로 LSB에 매핑된 c_{2k}^s 에 대한 LLR은 식 (8)과 같이 근사화할 수 있다.

$$L(c_{2k}^s) = \log \left(\frac{p(y_k^I | c_{2k}^s = 0)}{p(y_k^I | c_{2k}^s = 1)} \right) \approx \begin{cases} y_k^I - \frac{a+1}{2}, & y_k^I \geq 0 \\ -y_k^I - \frac{a+1}{2}, & y_k^I < 0 \end{cases} \quad (8)$$

식 (3)~(8)과 동일한 방법으로 직교위상 성분에 포함된 부호 심볼들인 c_{2k-1}^s, c_{2k}^s 에 대한 LLR들을 구할 수 있으며 이와 같은 과정을 통하여 구해진 각 부호 심볼별 LLR을 바탕으로 이진 터보 복호를 수행한다.

III. 모의실험 결과

본 논문에서 제안하는 QAM 변조 방식의 성상도 최적화를 통한 이진 터보 부호의 부호 이득 증대 기법의 성능을 확인하기 위한 전산 실험을 수행하였다. 실험에서 사용한 변조 방식은 16-QAM, 부호율은 1/2이고 이진 터보 복호기의 반복 복호 회수 (iteration)는 10으로 설정하였다. 또한 가산성 백색 가우시안 잡음 (additive white Gaussian noise, AWGN) 채널을 가정하였으며 성상도에서 a 의 값이 변하여도 평균 심볼 당 에너지가 일정하도록 적절히 정규화 (normalization) 하여 실험을 수행하였다.

정보 프레임의 크기 N 이 128, 4096 일 때 다양한

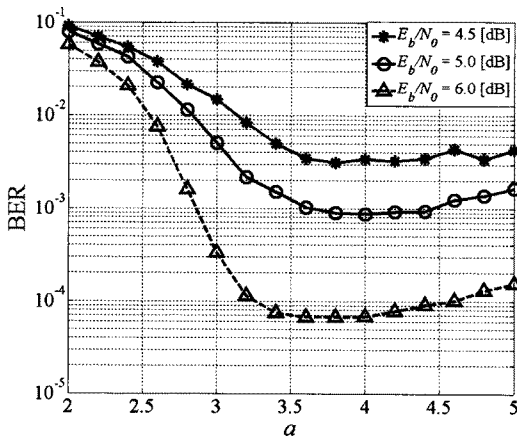


그림 5. E_b/N_0 와 a 값에 따른 비트 오율($N=128$)
Fig. 5. Bit error rate against E_b/N_0 and $a(N=128)$.

E_b/N_0 의 값에 대하여 a 값에 따른 비트 오율을 확인하였고 그 결과는 그림 5, 6과 같으며 여기에서 E_b 는 정보 비트 당 에너지이다. 그림 5, 6에서 확인할 수 있는 바와 같이 전산 실험에서 고려한 모든 경우에서 동일하게 일반적인 QAM 성상도에 해당하는 $a=3$ 보다 좋은 성능을 보이는 a 값이 존재한다. 즉, 변조 과정에서 사용하는 QAM 성상도를 최적화함으로써 이진 터보 부호와 QAM이 같이 사용될 경우 부호 이득을 높일 수 있음을 확인할 수 있다.

정보 프레임의 크기 N 이 4096 일 경우 다양한 a 값에 대하여 E_b/N_0 에 따른 비트 오율을 확인하였으며

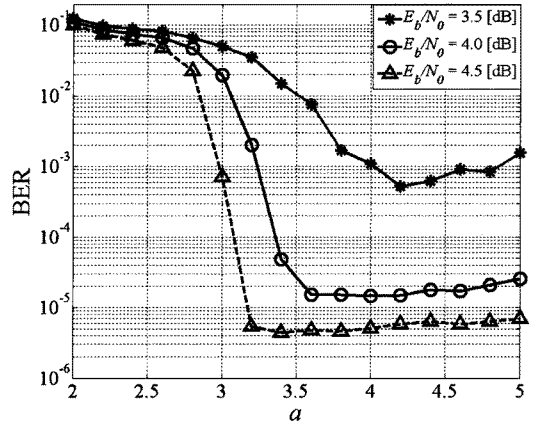


그림 6. E_b/N_0 와 a 값에 따른 비트 오율($N=4096$)
Fig. 6. Bit error rate against E_b/N_0 and $a(N=4096)$.

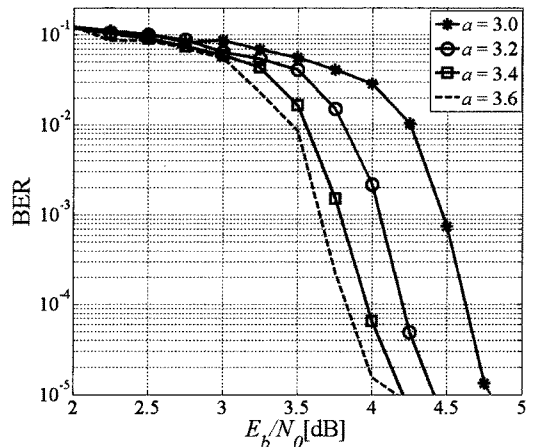


그림 7. $a = 3.0, 3.2, 3.4, 3.6$ 에서의 비트 오율 ($N=4096$)
Fig. 7. Bit error rate at $a = 3.0, 3.2, 3.4, 3.6$. ($N=4096$)

그 결과는 그림 7과 같다. 그림 7에서 확인할 수 있는 바와 같이 a 값으로 3.6을 사용할 경우 일반적인 QAM 성상도를 사용하는 경우 ($a=3.0$)와 비교하였을 때 비트 오율 10^{-5} 을 달성하는 영역에서 0.7 dB 정도의 추가적인 부호 이득을 얻을 수 있음을 확인할 수 있다.

그림 5, 6에서 $a=3$ 보다 좋은 성능을 보이는 a 값의 존재를 확인하였으며 그림 7에서 a 값이 3.6일 경우 비트 오율 10^{-5} 을 달성하는 영역에서 추가적인 부호 이득을 얻을 수 있음을 확인하였다. 이는 식 (2)와 같이 동위상 성분에는 정보 비트를, 직교위상 성분에는 패리티 비트를 전송하고 QAM 성상도를 최적화하여 얻을 수 있는 결과이다. QAM 변조기의 변조 심볼 s_k 에 매핑되는 부호 심볼의 종류를 달리하여 식 (2)와는 별도로 식 (9) 및 (10)과 같이 변조 심볼을 생성할 수 있다.

$$s_k = \begin{cases} s_k^I = (c_{2k-1}^s, c_{2k-1}^p) \\ s_k^Q = (c_{2k}^s, c_{2k}^p) \end{cases}, k = 1, 2, \dots, N/2 \quad (9)$$

$$s_k = \begin{cases} s_k^I = (c_{2k-1}^p, c_{2k-1}^s) \\ s_k^Q = (c_{2k}^p, c_{2k}^s) \end{cases}, k = 1, 2, \dots, N/2 \quad (10)$$

식 (9)는 동위상 성분 및 직교위상 성분의 MSB에 정보 비트, LSB에 패리티 비트가 매핑된 것이며 식 (10)은 MSB에 패리티 비트, LSB에 정보 비트가 매핑된 경우이다. 식 (9), (10)에 주어진 매핑방법을 사용하고 정보 프레임의 크기 N 이 4096 일 경우 a 값이 각각 3.0, 3.6 일 때 E_b/N_0 에 따른 비트 오율을 확인하였으며 그 결

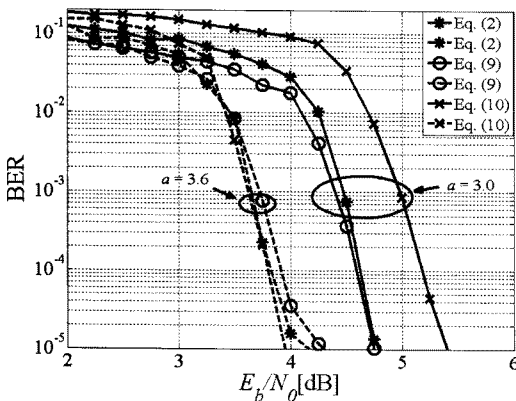


그림 8. $a = 3.0, 3.6$ 에서의 MSB, LSB 매핑 방법에 대한 비트 오율($N=4096$)

Fig. 8. Bit error rate for MLB, LSB mapping pattern at $a = 3.0, 3.6$ ($N=4096$).

과는 그림 8과 같다. 그림 8에서 확인할 수 있는 바와 같이 a 값으로 3.6을 사용할 경우 일반적인 QAM 성상도를 사용하는 경우 ($a=3.0$)와 비교하였을 때 비트 오율 10^{-5} 을 달성하는 영역에서 식 (2)인 경우 0.7 dB, 식 (9)인 경우 0.45 dB, 식 (10)인 경우 1.45 dB 정도의 추가적인 부호 이득을 얻을 수 있음을 확인할 수 있다. 또한 동위상 성분 및 직교위상 성분에 매핑되는 정보 비트와 패리티 비트의 매핑 방법을 고려하였을 때 일반적인 QAM 성상도를 사용하는 경우 ($a=3.0$)에는 비트 오율 10^{-5} 을 달성하는 영역에서 s_k 에 부호 심볼을 매핑하는 방법에 따라 많은 성능의 차이가 발생하지만 a 값이 3.6일 때는 부호 심볼을 s_k 에 매핑하는 하는 방법에 따른 성능 차이가 크지 않음을 확인할 수 있다.

IV. 결 론

본 논문에서는 이진 터보 부호와 QAM 변조방식이 같이 사용될 경우 QAM 성상도를 최적화하여 부호 이득을 개선하는 방안에 대하여 제안하였다. 또한 부호 심볼을 성상도에 매핑하는 방법을 달리하여 일반적인 QAM 성상도와 제안하는 QAM 성상도를 적용하였을 경우의 성능을 각각 확인하였으며 그 결과 일반적인 성상도를 사용하는 경우와 달리 제안하는 성상도를 사용하는 경우 부호 심볼 매핑 방식에 따른 성능 차이는 크지 않음을 확인하였다. 이와 같은 성상도 최적화는 임의의 M -ary QAM에도 비슷한 방법으로 적용 가능할 것으로 판단된다.

참 고 문 헌

- [1] C. Berrou, A. Glavieux and P. Thitimajshima, "Near Shannon limit error-correction coding and decoding:Turbo-codes," in *Proc. IEEE Int. Conf. Commun.*, pp. 1064-1070, May 1993.
- [2] S. Le Goff, A. Glavieux and C. Berrou, "Turbo-codes and high spectral efficiency modulation," in *Proc. IEEE Int. Conf. Commun.*, pp. 645-649, May 1994.
- [3] IEEE 802.16-2004, IEEE standard for local and metropolitan area networks - Part 16: Air interface for fixed and mobile broadband wireless access systems, Oct 2004.
- [4] P. Robertson and T. Woz, "A novel bandwidth efficient coding scheme employing turbo codes,"

- in *Proc. IEEE Int. Conf. Commun.*, vol. 2, pp. 962-967, Jun 1996.
- [5] R. Pyndiah, A. Picart, and A. Glavieux, "Performance of block turbo coded 16-QAM and 64-QAM modulations," in *Proc. IEEE GLOBECOM'95*, vol. 2, pp. 1039-1043, Nov 1995.
- [6] Y. Chang and V. K. Wei, "Q-ary turbo codes with QAM modulations," in *Proc. IEEE Int. Conf. Universal Pers. Commun.*, vol. 2, pp. 814-817, Sep 1996.
- [7] G. Caire and G. Lechner, "Turbo codes with unequal error protection," *Electron. Lett.*, vol. 32, no. 7, pp. 629-631, Mar 1996.
- [8] C. C. Wang and V. Quang, "Unequal protection with turbo decoding for high-order modulated signaling," *IEEE Wireless Commun. and Networking Conf.*, vol. 2, pp. 1041-1045, Mar 2005.

 저 자 소 개



이 근 형(학생회원)
2007년 충남대학교 전기정보통신
공학부 학사.
2008년~현재 충남대학교 전자전
파정보통신공학과
석사과정

<주관심분야 : 터보 코드, 이동통신 시스템>



이 지 연(학생회원)
2008년 충남대학교 전기정보통신
공학부 학사.
2008년~현재 충남대학교 전자전
파정보통신공학과
석사과정

<주관심분야 : 이동통신 시스템, 디지털 통신>



강 동 훈(학생회원)
2009년 충남대학교 전기정보통신
공학부 학사.
2009년~현재 충남대학교 전자전
파정보통신공학과
석사과정

<주관심분야 : 채널 코딩, 이동통신 시스템>



오 왕 록(정회원)-교신저자
1994년 포항공과대학교 전자전기
공학과 학사.
1997년 포항공과대학교 정보통신
공학과 석사.
2003년 포항공과대학교 전자전기
공학과 박사.

1994년~1995년 스텐더드텔레콤 연구원
2003년~2006년 포항공과대학교 정보통신연구소
전임연구원
2006년~현재 충남대학교 전기정보통신공학부
교수

<주관심분야 : 터보 코드, MIMO 시스템, 유무선
디지털 통신>