

## 보강사면의 안정해석을 위한 수치해석방법의 특성에 관한 연구

### Study on Characteristics of Numerical Analysis Method for Stability Analysis of Reinforced Slope

김 준 석<sup>1\*</sup> Kim, Joon-Seok

김 주 용<sup>2</sup> Kim, Ju-Yong

#### ABSTRACT

Conventional methods of reinforced slope analysis based on the concept of limit equilibrium have been widely adopted mainly due to their simplicity and short computation time. But depending upon the assumptions on the inter-slice forces, the factor of safety resulting from the limit equilibrium method is not uniquely determined. This paper describes a method to calculate the factor of safety of a slope using a numerical analysis. Recently some useful analysis techniques (Strength reduction method and the stability method using stress fields) by numerical analysis are proposed and their theory and characteristics applications are studied and investigated with simple examples in this paper.

#### 요 지

보강사면안정 문제에 널리 이용되는 절편법은 사용이 간편하고 계산시간이 짧다는 장점이 있으나, 각 절편들 사이에 작용하는 힘에 대한 가정에 따라 여러 가지 방법으로 분류되며, 그 결과 또한 다르게 나오는 단점이 있다. 본 논문에서는 이러한 문제에 대한 해결방안의 하나로 제시된 수치해석을 이용한 사면의 안정해석기법인 강도감소법과 응력장을 이용한 안정해석법을 원리 및 적용성을 살펴보고 간단한 사례를 통한 특징을 고찰하였다.

**Keywords** : Numerial Analysis, Reinforced Slope Stability, Limit Equilibrium, Strength Reduction, Stress Fields, FEM, FDM

#### 1. 서 론

흙 사면의 안정성 해석에는 한계평형법을 기초로 한 절편법(method of slice)이 널리 이용되고 있다. 이러한 해석 기법은 보강사면에도 적용되고 있으며, 간단한 계산으로 신뢰할 수 있는 결과를 주며 사용이 간편하다는 장점 때문에 다른 방법에 비하여 선호되고 있다. 다양한 한계평형방법은 가정된 활동면에 대하여 일정한 안정계수로서 흙의 전단강도를 감소시켜가면서 한계평형을 이루는 순간을 계산하는 방법으로 절편간의 측면력 방향 및 힘평형 고려방

법에 따라 각기 다른 안전율을 준다. 이는 한계평형이론이 미지수의 수가 방정식의 수보다 많은 부정정 문제이기 때문에 해를 구하기 위해서는 미지수의 수와 방정식의 수의 차이를 보완할 수 있는 갯수 만큼의 가정을 필요로 하며, 주로 각 절편의 측면에 작용하는 힘에 관하여 가정이 이루어진다. 따라서 동일한 사면에 대한 해석일지라도 각 한계평형방법에 따라 산정되는 안전율의 값은 달라질 수 있다.

사면에 대한 안전율만을 산정하는 한계평형법과는 달리 초기 수치해석법(안정율을 포함하지 않은 수치해석법)은 탄소성 지반재료에 대한 응력해석 및 거동해석에 널리

1\* 정회원, 청운대학교 철도행정토목학과 교수 (Member, Professor, Dept. of Civil & Environmental Engrg., Chungwoon Univ. E-mail: jskim@chungwoon.ac.kr)  
2 비회원, (주)대우엔지니어링 부장 (Non-Member, General Manager, Daewoo Engineering Co.)

사용되는 방법으로 지반재료의 다양한 특성인 이방성(anisotropic), 소성경화(plastic hardening), 소성연화(plastic softening) 등을 고려할 수 있으며 지반의 응력이력효과도 고려할 수 있다. 또한 사면내에서 유발되는 변형으로 인한 사면형상의 변화를 미리 예측할 수 있으며, 압밀 등과 같이 지반응력이 시간에 따라 변화하는 경우 및 보강된 지반 구조물에 대한 해석도 용이하다.

수치해석법은 해석결과로부터 많은 정보를 도출할 수 있다는 장점을 가지면서도 공학적으로 실용성이 큰 안전율이란 개념을 직접적으로 제시하지 못하기 때문에 사면 안정 해석분야에 그 적용성이 크지 않았다. 따라서 수치해석법의 장점을 살리면서 한계평형법이 갖는 안전율이란 개념을 수치해석법에 도입하는 연구들이 활발히 수행되었다.

수치해석법을 이용한 사면안정해석기법에 대한 최근 연구결과들은 크게 두가지로 구분이 가능하다. 첫번째가 강도감소법으로 안전계수에 의해 강도를 감소시켜가면서 사면과과상태에 도달할 때까지 반복하여 수치해석을 수행하여 안전율을 산정하는 방법이고 두번째는 수치해석법의 응력해석 결과를 바탕으로 가정된 가상활동면에 대하여 안전율을 산정하는 안정해석법이다.

강도감소법을 적용한 사면안정해석에 대한 연구는 1975년에 Zienkiewicz등에 의하여 사용된 바 있으며 Matsui 및 San(1992)에 의해 보강사면등에 적용되었고, 이종규와 정서만(1996) 및 박연준 등(1997)은 강도감소법과 한계평형법의 안전율 산정결과를 여러 예제를 통하여 비교하였다. 이동엽과 유충식(2002), Dawson(2000)등 및 Lechman과 Griffith등(2000)은 흙의 거동을 묘사하는 구성모델과 유동법칙 및 요소망의 세분화가 안전율에 미치는 효과등을 연구하였다. 또한 응력장을 이용한 안정해석 기법(응력장법)은 Yamasaki와 Uetai(1988), Zou등(1995) 및 Kim과 Lee(1998)에 의해서 적용성 및 임계단면 탐색기법에 대하여 연구되었다.

이들 두가지 방법은 수치해석결과를 이용하여 사면에 대한 안전율을 제공한다는 공통점을 지니고 있지만 그 적용방법 및 원리에 차이점 및 장단점을 가지고 있다. 따라서 본 연구에서는 이들 방법들에 대한 주요 특징들을 고찰하여 두 방법의 차이를 명확하게 인식하고 향후 수치해석법을 이용한 공학적 활용에 조그만한 도움이 되고자 한다.

## 2. 수치해석법을 이용한 사면안정 해석법에 대한 고찰

한계평형법(Limit Equilibrium Method)에서 안정성 평가를 위해 필요한 두 요소는 안전율과 가장 위험한 가상활동면인 임계단면이다. 그러나 한계평형법은 단지 사면에 대한 안전율을 산정하는 방법만을 나타낼 뿐이기 때문에 임계단면을 탐색하는 것은 엄밀하게는 별도의 분야(예 : 패턴법, 최적화기법 등)이다. 다만 임계단면이라 함은 최소안전율을 갖는 가상활동면으로 정의되므로 두 분야가 서로 밀접하게 관련되어 있다.

수치해석법을 이용한 사면안정 해석법인 강도감소법과 응력장법을 고찰하면서 안전율과 임계단면에 대한 평가요소도 병행하여 분석하였다.

### 2.1 강도감소법(Strength Reduction Method)

강도감소법은 안전계수에 의해 강도를 감소시켜가면서 사면과과상태에 도달할 때까지 반복하여 수치해석을 수행하여 안전율을 산정하는 방법이다. 즉 식 (1)과 (2)와 같이 강도정수를 시험안전율로 나누어서 흙의 전단강도를 서서히 저하시켜 해석을 수행하고 해석이 수렴되지 않는 시점을 파괴로 간주하여 그때의 강도저하율을 사면의 최소안전율로 간주한다.

$$c^{trial} = \frac{1}{FS^{trial}} \times c \quad (1)$$

$$\phi^{trial} = \arctan\left(\frac{1}{FS^{trial}} \times \tan\phi\right) \quad (2)$$

여기서,  $FS^{trial}$  : 시험 안전율

$c, c^{trial}$  : 실제 점착력 및 안전율이 고려된 점착력

$\phi, \phi^{trial}$  : 실제 내부마찰각 및 안전율이 고려된 내부마찰각

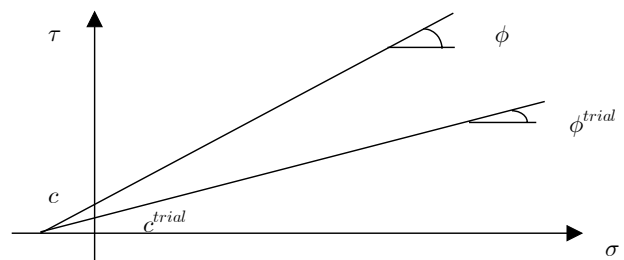


그림 1. 실제 강도와 감소된 강도와의 관계

한계평형법이 임계단면을 결정하는 방법이 최소안전율을 갖는 가상활동면을 찾는 별도의 탐색수단이 필요한 것과는 달리 강도감소법을 이용한 사면안정 평가법은 최소안전율이 해석과정에서 직접적으로 얻어지기 때문에 별도의 탐색수단이 필요없으며 다만 파괴시의 해석결과(전단 변형을 분포도, 변위도, 항복상태 등)를 바탕으로 파괴활동면을 예상할 수는 있다.

강도감소 기법은 강도정수를 감소시키면서 파괴상태에 도달할 때 최소 안전율이 산정될수 있기 때문에 반드시 파괴상태까지 해석이 수행되어야 한다. 그러나 수치해석의 특성상 파괴상태에 접근할수록 수렴이 곤란하며 해의 정확성은 낮아지게 된다. 또한 수치해석을 통한 사면의 파괴는 우선 사면 일부 지역이 항복응력에 도달하고 점차 그 주변으로 항복상태가 발전하는 진행성 파괴형태를 나타내므로 파괴상태에 대한 명확한 정의가 어려운 단점을 가지고 있다. 강도감소법을 적용할 경우에 일반적으로 파괴상태에 대한 정의는 안전율에 따른 힘의 불균형력(unbalanced force)이나 사면의 상단 변위 등의 수렴·발산 여부를 관찰하여 파괴상태를 정의하게 된다. 또한 강도감소 기법은 작성된 요소망 전체에 대한 반복적 해석을 수행해야 하기 때문에 요소의 개수가 많은 경우 및 높은 정밀도의 안전율을 산정하기 위해서는 많은 해석시간이 소요된다.

반면 이론이 간단하여 수치해석 프로그램만 있으면 강도정수를 바꾸어 가면서 안전율을 산정할 수 있어 이용성이 편리하다는 장점을 가지고 있다. 또한 강도감소법의 특징중의 하나는 국부적인 파괴상태까지를 포함한 안전율을 제공한다는 것이다. 이에 대한 논의는 3절의 예제에 자세히 기술하였다.

## 2.2 응력장을 이용한 안정해석법(응력장법)

응력장을 이용한 사면안정 평가방법은 수치해석결과와 응력결과를 바탕으로 가상활동면에 대한 전단응력 및 전단강도를 산정하여 다음과 같이 안전율을 정의하는 방법이다.

$$F_s = \frac{\int_{\Gamma} \tau_f d\Gamma}{\int_{\Gamma} \tau d\Gamma} \quad (3)$$

여기서  $\tau$ 는 가상활동면 상의 임의의 점에서의 유발된 전단응력이고  $\tau_f$ 는 전단강도를 나타내며  $\Gamma$ 는 활동면의

길이를 나타낸다. 이러한 정의는 한계평형법과는 그 작용 원리는 다르지만 가상활동면 전체에 대한 평균적인 안전율이란 측면에서는 유사한 개념이다.

안전율을 산정하는 방법은 그림 2와 같이 해석하고자 하는 사면에 대하여 요소망을 우선 구성하고 수치해석을 통하여 각 요소나 절점에서 유발되는 응력값들을 산정한다. 유한 차분법인 경우에는 각 절점에서 응력이 산정되며 유한요소법인 경우에는 요소의 적분점에서 응력값이 산정된다. 이와 같이 산정된 응력값들을 바탕으로 가정된 가상활동면에 작용되는 전단응력 및 전단강도를 산정할 수 있는 응력장(stress fields)을 형성되게 된다.

수치해석 결과 얻어진 사면내의 응력장으로부터 유발되는 가상활동면 상의 전단응력( $\tau$ ) 및 Mohr-Coulomb 파괴규준에 따른 전단강도( $\tau_f$ )는 다음식에 의하여 계산된다.

$$\begin{aligned} \tau_f &= c + \sigma_n \tan \phi \\ \tau &= \frac{1}{2}(\sigma_y - \sigma_x) \sin 2\alpha + \tau_{xy} \cos 2\alpha \\ \sigma_n &= \sigma_x \sin^2 \alpha + \sigma_y \cos^2 \alpha - \tau_{xy} \sin 2\alpha \end{aligned} \quad (4)$$

여기서  $c$ 는 재료의 점착력,  $\phi$ 는 재료의 내부마찰각,  $\sigma_n$ 은 수치해석결과인  $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ 으로부터 산정되는 가상활동면에 수직 방향으로 작용하는 법선응력(normal stress)이고  $\alpha$ 는 수평면과 활동면이 이루는 각도를 나타낸다.(그림 3)

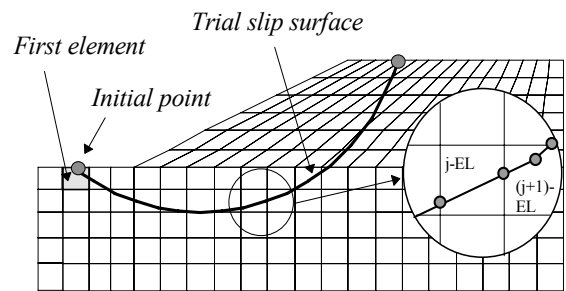


그림 2 요소망과 가상활동면

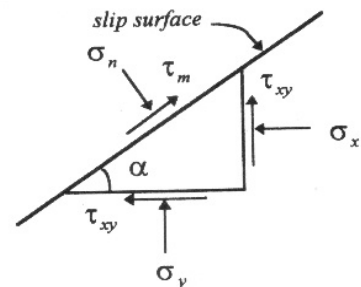


그림 3. 가상활동면에 유발되는 전단응력

식 (3)에 의하여 안전율을 산정하기 위해서는 식 (4)에 의해 계산된 가상활동면 위의 전단응력 및 전단강도에 대하여 가상활동면에 따라 선적분( $\int_r \tau_f dR$  과  $\int_r \tau dR$ )이 이루어져야 한다. 이러한 수치적분은 정밀도에 따라 절점 및 요소내 적분점의 응력값들을 가지고 평균값 또는 선적분을 통하여 산정될 수 있다.

응력장을 이용한 안정해석기법에서 최소안전율을 갖는 임계단면을 찾는 방법은 한계평형법을 적용하여 임계단면을 찾는 방법과 유사하다. 즉 패턴이나 최적화 기법들을 활용하여 여러 가상활동면을 가정하고 이들에 대한 안전율을 계산하여 최소의 안전율을 갖는 위험단면을 결정한다. 따라서 임의의 한 개의 가상활동면에 대한 안전율을 산정하는 프로그램만 있으면 기존에 한계평형 안정평가시 적용된 임계단면 탐색기법들을 그대로 이용할 수 있다.

이 방법은 강도감소법과는 달리 대상사면에 대하여 단 한번의 수치해석을 수행하여 응력결과값들을 산정하며, 생성된 응력장을 바탕으로 가정된 가상활동면들에 대하여 반복적인 안전율 계산을 수행하기 때문에 강도감소법에 비하여 소요되는 계산시간이 상대적으로 작다.

또한 한계평형법을 이용한 절편법에서 가상활동면에 작용하는 전단응력 및 전단강도를 산정하기 위하여 힘 또는 모멘트 평형식을 이용하고 부족한 방정식을 해결하기 위하여 각 절편의 측면에 작용하는 힘에 대한 가정사항이 필요하여 여러 해들이 존재 했던 것과는 달리 수치해석을 통하여 정밀하고 유일한 응력결과가 산정되므로 가정된 가상활동면에 대해서도 유일해(안전율)가 존재한다. 그리고 실제의 강도정수를 사용하기 때문에 과압밀 점토와 같이 지반 응력이력이 중요한 고려 사항이 되는 경우에는 보다 유용한 방법이다.

그러나 대상사면의 응력상태가 파괴상태를 넘어서는 경우(FS<1)에는 해석자제가 불가능하게 되어 안전율 산정이 곤란하며 다만 수렴성에 근거한 파괴상태 여부만을 추정할 수 있을 뿐이다. 또한 이용의 편리성 측면에서 현재까지 개발된 많은 수치해석 프로그램들로 인하여 사면의 응력해석결과(응력장)은 쉽게 얻을수 있으나 이러한 응력장을 바탕으로 안전율을 산정하는 프로그램은 개발이

미약한 상태이다. 현재 이러한 안전율을 산정하는 상용화된 프로그램으로는 SLOPE/W가 있으나 한계평형법 전문 프로그램의 부가기능으로 포함되어 있다.

### 2.3 강도감소법과의 비교

수치해석법을 이용한 사면안정 해석기법인 강도감소법과 응력장 안정해석법을 비교하였다.

해석원리에서는 강도감소법은 강도정수를 파괴상태에 이를 때까지 감소시키는 것과 달리 응력장 안정해석법에서는 유한해석법의 응력해석결과를 바탕으로 가상활동면에 대하여 전단력과 전단강도를 산정하여 안전율 계산한다. 장,단점 비교에서는 강도감소법은 이론이 비교적 간단하며 별도의 프로그램이 필요하지 않으나, 반복적인 수치해석이 요구되어 계산시간이 비교적 많이 걸릴 수 있으며 파괴상태에서의 수렴성과 정확성이 부족한 측면이 있다. 응력장 안정해석법에서는 계산시간이 상대적으로 짧으며, 파괴상태가 아닌 현응력상태에 대한 해석이므로 수렴성 및 정확성이 비교적 양호한 특징이 있으나, 별도의 안정성 평가 프로그램이 요구된다.

### 3. 수치해석을 이용한 사면안정 해석 사례 연구

본 절에서는 수치해석법을 이용한 사면안정 해석기법인 강도감소법과 응력장법에 대하여 간단한 예제를 통하여 각 방법들의 특징에 대하여 살펴보고자 하였다.

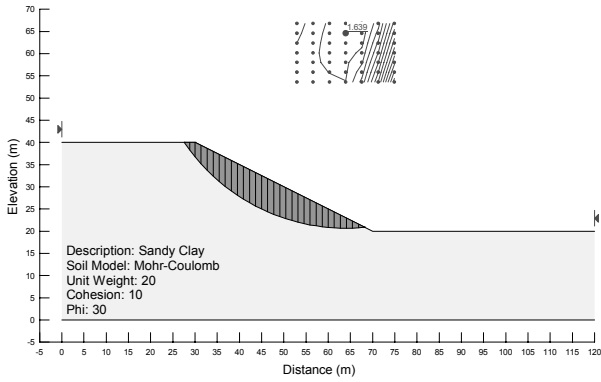
#### 3.1 Homogeneous한 사면에 대한 안정성 평가 예제 해석

안전율을 산정하기 위하여 한계평형법과 응력장을 이용한 사면안정해석법은 SLOPE/W를 이용하였고 강도감소법은 유한차분법 상용프로그램(FLAC)을 이용하였다. SLOPE/W에는 수치해석법(SIGMA/W)에서 제공된 응력결과를 이용하여 안전율을 산정하였다.

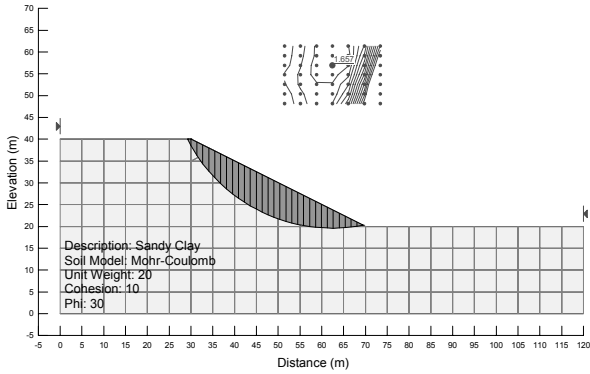
해석한 예제결과는 그림 4 및 표 1과 같다. 한계평형법은 각 방법들 마다 차이가 존재하였으며 강도감소법 및 응

표 1. 안전율 비교

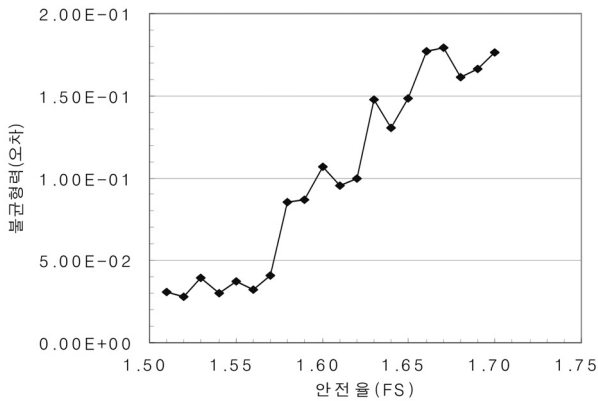
해석방법	SLOPE/W (응력장법)	FLAC (강도감소법)	Bishop	Janbu	Ordinary
안전율	1.657	1.57	1.639	1.536	1.548



(a) 한계평형법(Bishop) 안정해석결과



(b) 응력장을 이용한 안정해석결과

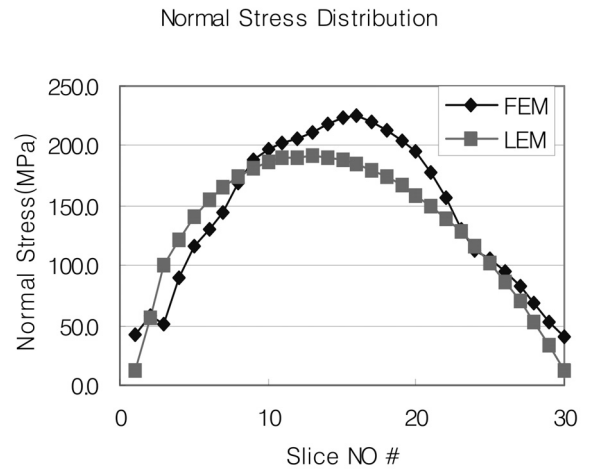


(c) 강도감소법의 안전율산정

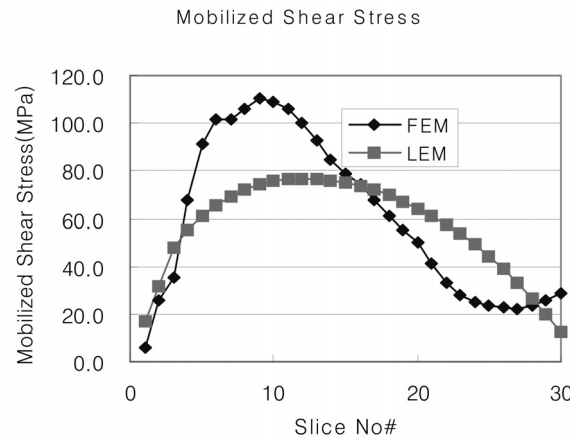
그림 4. 한계평형법과 수치해석법의 안정해석 결과

력장법에 의한 결과는 다소의 차이가 있지만 거의 비슷한 결과를 나타내고 있다. 또한 임계단면의 위치도 거의 비슷함을 알 수 있다. 실제 수치해석법을 이용하는 경우에 안전율은 요소망이 세분화 정도, 탄소성 구성모델의 유동법칙(flow rule) 및 파괴상태에 대한 정의 등에 의해서도 다소 차이를 나타내는 것으로 연구되었다.

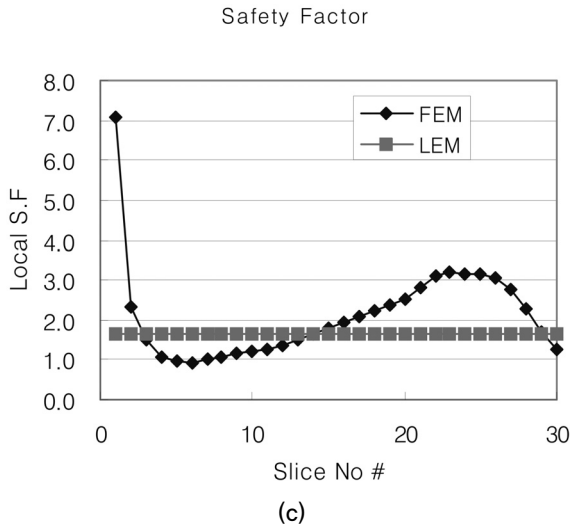
본 논문에서는 안전율의 차이보다는 각 방법들이 제공하는 결과들의 특성에 대하여 언급하고자 한다. 그림 5는 한계평형법과 응력장법에서 산정하는 각 절편에 나타나는



(a)



(b)



(c)

그림 5. 각 절편에서의 법선응력, 전단응력, Local안전율

법선응력, 전단응력, 부분안전율(local safety)을 나타낸다. 한계평형법이 해석원리상 각 절편에 작용하는 부분안전율이 일정한 것과는 달리 응력장법은 힘평형과 변위적합조건, 구성방정식을 바탕으로 한 보다 정밀한 응력해석법으로 활동면의 위치에 따라 부분안전율이 변화하여 연약(취

약)한 부분을 판별할 수 있다. 반면에 강도 감소법은 파괴 형태를 알 수는 있으나 부분 안전을 및 유발되는 전단응력 및 강도는 제공하지 않는 방법이다.

### 3.2 연약지반상의 성토사면에 대한 안정해석(강도감소법) 예제해석

그림 6과 같은 연약지반 위의 10m 고성토된 지역에 관로 매설을 위하여 굴착을 하는 경우에 형성되는 성토사면에 대하여 강도감소법을 이용하여 안정해석을 수행하였다. 강도감소법의 특성을 고찰하기 위해 강도에 대한 다층 조건만을 고려하고 탄성계수(5000t/m<sup>2</sup>)와 포아송비(0.3)는 두 지층에 대하여 동일하게 가정하였다.

대칭형 사면인 경우에 힘(또는 모멘트)평형을 이용하는 한계평형이론에서는 그림 7과 같이 가상활동면에 Case A(활동면이 대칭축 이후까지 연장) 및 Case B(활동면이 대칭축 까지만 가능) 두가지 모두 가정할 수 있으나 발생되는 변형을 및 응력상태를 고려하면 Case A는 고려할 필요가 없게 된다. 즉 수치해석법을 이용할 경우에는 Case A와 같은 파괴형태는 나타날 수가 없는 것이다. 강도감소법을 이용한 안정해석법과 한계평형법(Bishop)과의 안전율

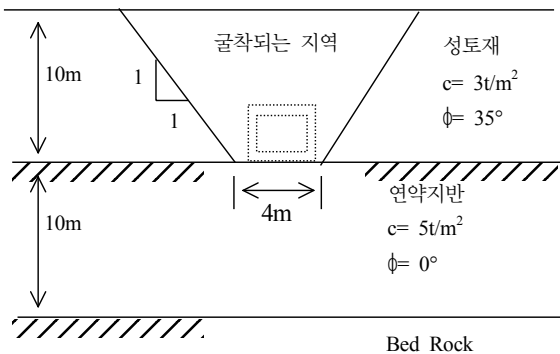


그림 6. 연약지반 상의 관로매설을 위한 성토사면 형태

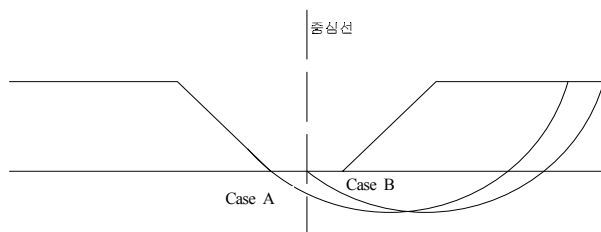


그림 7. 대칭사면과 가상활동면

표 2. 안전율 비교

해석방법	Bishop (CASE A)	Bishop (CASE B)	FLAC (강도감소법)
안전율	1.581	1.628	1.57

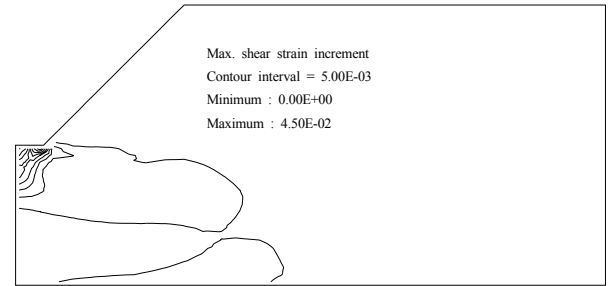


그림 8. 강도감소법을 이용한 파괴시의 전단변형을

결과는 표 2와 같다.

강도감소법을 이용한 해석결과인 전단변형율에 대한 분포도를 그림 8에 나타내었다. 성토층과 하부지층에 동일한 탄성계수 및 포아송비를 사용했음에도 불구하고 파괴시의 전단변형율이 하부지반에만 집중되어 크게 나타나고 있으며 이는 하부지반의 국부 파괴형태를 갖는 것으로 판단된다. 즉 한계평형법과 응력장법이 가정한 가상활동면에 대한 평균 안전율 개념을 사용하는 반면 강도감소법은 국부적인 지반파괴에 의한 수렴의 발산까지도 원리적으로 포함하게 되어 있다. 따라서 강도 감소법을 사용하는 경우에는 반드시 해석결과를 바탕으로 파괴단면을 추정하여 전체적인 안전율인지 국부파괴에 대한 안전율인지를 판단하여야 한다.

## 4. 결론

본 연구에서는 한계평형법의 단점을 극복하기 위하여 최근에 도입된 수치해석법을 이용한 사면안정해석 기법들인 강도감소법과 응력장을 이용한 안정해석법(응력장법)에 대하여 그 원리 및 적용성을 고찰하고 예제해석을 통하여 각 특성을 살펴보았으며 다음과 같은 결론을 얻었다.

안전율 평가법의 정밀성 및 객관성, 소요시간 측면에서 응력장을 이용한 사면안정해석법이 우수하고, 사용성의 간편성은 강도감소법이 우수한 것으로 판단되며, 한계평형법과 응력장법이 가상활동면에 대한 평균 안전율 개념이란 측면에서 유사하고 임계단면에 대한 결정방법이 매우 유사한 반면 강도감소법은 파괴상태에 도달하는 경우가 국부적인 파괴까지를 포함하고 있다. 즉 한계평형법과 응력장법이 가정한 가상활동면에 대한 평균 안전율 개념을 사용하는 반면 강도감소법은 국부적인 지반파괴에 의한 수렴의 발산까지도 원리적으로 포함하게 되어 있으므로, 강도감소법을 사용하는 경우에는 반드시 해석결과를 바탕으로 파괴단면을 추정하여 전체적인 안전율인지 국부파괴에 대한 안전율인지를 판단하여야 한다.

## 감사의 글

본 연구는 청운대학교 2008년도 학술연구조성비 지원으로 수행되었으며 지원에 감사드립니다.

## 참고문헌

1. 박연준, 채영수, 유광호, 백영식 (1997), “절편법과 유한차분법에 의한 사면안정해석 비교연구”, *한국지반공학회 논문집*, Vol.15, No.6, pp.263-272.
2. 이동엽, 유충식 (2002), “사면안정해석에 있어서의 유한요소법과 한계평형법의 비교”, *한국지반공학회 가을학술발표회 논문집*, pp.483-490.
3. 이종규, 장서만 (1996), “사면안정해석 방법에 관한 비교연구”, *대한토목학회 논문집*, pp.359-368.
4. Dawson, Ethan, Motamed, Farid, Nesarajah, Saddanathapillai, and roth, Wofgang (2000), “Geotechnical Stability Analysis By Shear Strength Reduction”, *Geodenver 2000 ASCE special Publication*, pp.99-113.
5. Kim J.Y and Lee S.R. (1998) “An Improved Search Strategy for the Critical Slip Surface using Finite Element Stress Fields”, *Computers and Geotechnics*, Vol.21, No.4, pp.295-313.
6. Lechman J.B. and Griffiths D.V. (2000), “Analysis of the Progression of Failure of Earth Slopes by finite elements”, *Geodenver 2000 ASCE special Publication*, pp.250-265.
7. Masui, t. and San, K.C. (1992), “Finite element slope stability analysis by shear strength reduction technique”, *Soils and foundations*, 32, 59-70.
8. Yamagami, T. and Ueta, Y. (1988), “Search for critical slip lines in finite element stress fields by dynamic programming”, *Proceedings, 6th International Conference on Numerical Methods in Geomechanics*, Innsbruck, Austria. A.A. Balkema, Rotterdam, pp.1335-1339.
9. Zienkiewicz, O.C., Humpheson, C. and Lewis, R.W. (1975), “Associated and non-associated isco-plasticity and plasticity in soil mechanics”, *Geotechnique* 25, No.4, pp.671-689.
10. Zou, J. Z., Williams, D. J. and Xiong, W. L. (1995), “Search for critical slope surfaces based on finite element method”, *Geotechnique*, 32, 233-246.

(논문접수일 2009. 6. 23, 심사완료일 2009. 9. 26)