

■ 論 文 ■

## 개인여객 효용의 극대화 및 운송특성공간상의 무차별곡선의 형태와 그 추정

Utility Maximization, The Shapes of the Indifference Curve on the Characteristic  
Space and its Estimation: A Theoretical Approach

**김 종 석**

(한국해양대학교 국제무역경제학부 교수)

— 목 차 —

- |  |  |
|--|--|
| <p>I. 서론</p> <p>II. 개인여객의 효용극대화모형</p> <p>III. 보다 일반적인 효용함수로부터 도출된<br/>특성공간상의 무차별곡선</p> | <p>IV. 운송특성공간상에서의 무차별곡선의 추정</p> <p>V. 결론</p> <p>참고문헌</p> <p>부록</p> |
|--|--|

Key Words : 무작위 효용이론, 운송특성, 운송수단선택행위, 선형효용함수, 다항로짓모형, 시간절약의 금전적 가치  
Random Utility Theory, Modal Attributes, Mode Choice Behavior, Linear Utility  
Function, MNL: Multinomial Logit Model, VTTS

— 요 약 —

개인여객이 운송수단을 선택하여 얻는 효용은 시간, 비용 등의 운송특성과 소득 등 개인특성의 함수이다. 기존 연구에서는 일반적으로 운송특성이 여객효용에 미치는 효과를 추정하기 위한 방법으로 운송특성변수에 대해 선형인 효용함수를 전제로 한 무작위 효용모형을 이용하여 왔다. 그러나 본 논문에서는 개인여객의 효용극대화를 분석하는 방법으로서 운송수단선택행위가 소비, 여가, 소득창출 등 보다 본원적인 활동으로부터 파생된다는 점에 주목하여, 다시 말해, 개인의 본원적 활동에 따른 효용극대화 관점에서 운송수단선택에 따른 효용이 진정으로 선형의 형태를 지니고 있는지를 살펴보았다. 이론적 결론은 첫째, 본원적 활동에 따른 효용이 소비와 여가만의 함수일 때 선형가정은 운송시간의 일부구간에서 진실이다. 둘째, 만일 효용이 노동활동이나 운송시간에 의해 직접 영향을 받을 경우 운송특성에 따른 효용의 선형성은 극단적인 상황이 아니면 성립하지 않는다. 따라서 운송특성에 따른 효용의 크기를 추정하기 위해선 선형이 아닌 보다 일반화된 함수에서의 근사가 요구된다.

The random utility theory and the multinomial logit model (including a more recent variant—the mixed multinomial logit) derived from it have constituted a back bone for theoretical and empirical analyses of various travel demand features including mode choice. In their empirical applications, however, it is customary to specify random utilities which are linear in modal attributes such as time and cost, and in socio-economic variables. The linearity helps easy derivation of important information such as value of travel time savings by calculating marginal rate of substitution between time and cost. In this paper the author focuses on the very linearity of the random utilities. Taking into account the fact that the mode chooser is also labour supplier, commodity consumer as well as leisure-seeker, the author sets up a maximization model of the traveller, which encompasses various economic activities of the traveller. The author derive from the model the indifference curve defined on the space of modal attributes, time and cost and investigate under what conditions the random utility of the traveller becomes linear. It turns out that there exist the conditions under which the random utility is really linear in modal attributes, but the property does not hold when the traveller has a corner solution on the space of modal attributes, or when the primary utility function of the traveller is directly affected by labour provided and/or the travel time itself. As a corollary of the analysis, a random utility is suggested, approximated up to the second order of the variables involved for empirical studies of the field.

## 1. 서론

### 1. 문제제기

무작위 효용모형(Random Utility Model)은 여객의 운송수요행태를 연구하기 위해 도입되었다(Domencich & McFadden(1975), McFadden(1976)). 무작위 효용이론에 따르면, 여객이 한 운송수단을 선택하면서 얻는 효용은 체계적 효용과 무작위적으로 그 값이 결정되는 확률변수(비체계적 효용)의 합이다. 여기에서 체계적 효용은 운송요금이나 운송시간 등 선택한 수단의 특성변수와 소득이나 임금을 등 개인의 특성에 의해 그 값이 결정되며, 확률변수는 일정한 확률분포에 따라 그 값이 독립적으로 실현된다.

일반적으로 무작위 효용을 추정하는 절차는 다음과 같이 진행된다. 첫째, 체계적 효용의 함수형태를 추정할 계수를 포함하여 열거하고 둘째, 운송수단 이용량 자료를 활용하여 독립적 확률변수에 대해 가정한 확률분포에 의거하여 우도함수(Likelihood function)를 구축하고 이를 최대화하는 계수값을 구한다.

첫 번째 단계에서 일반적으로 사용되는 체계적 효용함수는 수단특성을 비롯한 모든 설명변수에 대해 선형의 형태를 지니는 것으로 전제된다. 이 선형가정은 분석결과 해석에 있어 몇 가지 시사점을 지닌다. 첫째, 운송시간과 수단이용에 따른 금전적 비용이라는 두 가지 운송특성에 대하여 동일한 체계적 효용을 산출하는 무차별곡선은 직선의 형태를 지닌다는 점, 둘째, 운송시간절약의 금전적 가치는 운송시간이나 수단이용에 따른 금전적 비용의 크기에 관계없이 항상 일정하다는 점이다.

본 논문은 이와 같은 무작위 효용이론의 실증적 분석방법의 정당성을 확인하기 위해 운송수요를 파생시킨 소비, 여가, 소득창출활동을 통한 개인여객의 효용극대화 문제로부터 출발하여, 본원적 활동을 통한 효용의 극대화과정에서 도출된 결과가 무작위 효용이론을 뒷받침해 줄 수 있는지, 뒷받침하려면 어떤 조건이 충족되어야 하는지, 그리고 그런 조건들이 너무 강한 것은 아닌지 검토한다. 또한 본원적 경제활동을 통한 효용의 극대화로부터 도출되는 체계적 효용을 추정하기 위해 실증적으로

어떤 함수형태를 취하는 것이 바람직한지 분석한다.

본 논문에서는 앞서 제기한 문제의 분석을 통해 다음과 같은 이론적 결과를 획득한다.

첫째, 개인의 본원적 활동에 따른 효용이 소비나 여가 활동의 크기에 의해서만 직접적으로 영향을 받을 경우 운송특성공간 상에서의 체계적 효용은 운송시간의 일부 구간에서 직선의 형태를 지닌다. 그러나 예산제약의 코너에서 효용을 극대화하는 경우는 직선이 아니다(2절).

둘째, 본원적 활동에 따른 효용이 추가적으로 노동공급이나 운송시간의 크기에 영향을 받을 때는 체계적 효용은 일반적으로 운송특성에 대해 직선이 아니다. 이것이 직선이 되기 위해서는 원래 효용함수의 형태가 극히 제한되어야 한다(3절).

셋째, 따라서 무작위 효용을 통해 운송수단선택에 따른 체계적 효용을 보다 근사적으로 추정하기 위해서는 운송특성변수들에 대해 2차 함수까지 근사하는 것이 보다 바람직하다(4절).

이 같은 결과들의 시사점은 다음과 같이 정리해볼 수 있다.

첫째, 운송시간과 운송비용으로 이루어진 특성공간에서 체계적 효용에 대한 무차별곡선의 한계대체율은 상수가 아니라 특성변수의 크기에 따라 그 값이 변한다.<sup>1)</sup>

둘째, 체계적 효용이 운송특성에 대해 선형관계를 유지하기 위해서는 노동이나 운송시간의 본원적 효용함수에 미치는 효과가 크기에 관계없이 일정하여야 한다. 또한 소득의 한계효용<sup>2)</sup>도 항상 일정한 값을 지녀야 한다.

셋째, 체계적 효용의 운송특성에 따른 선형성은 단지 보다 복잡한 체계적 효용의 일차근사식이라고 밖에는 해석될 수 없다.

### 2. 선행연구 검토

무작위 효용이론(Random Utility Theory)을 교통분야에 이용하여 연구한 문헌은 다양하다. 이 이론을 이용한 실증분석방법론을 이론적이고 예시적으로 보여준 저서로서는 Ben-Akiva & Lerman(1985)이 있다. 그들은 특히 다항로짓모형(MNL: Multinomial Logit Model)을 이용한 실증분석 방법론을 제시하고 있다. 김

1) Mackie 외 3인(2001) 등 많은 연구에서는 주로 한계대체율이 임금과 어떤 차이가 있는지에만 분석을 집중하고 있다. 그들은 이것이 체계적 함수형태와 어떤 연관관계를 갖는지 연결시키지는 못했다.

2) 본원적 효용극대화문제에 있어서 예산제약식의 라그랑지계수

경태·이진선(2007)은 이 모형을 역간 철도운송분담율의 추정을 위해 사용하고 있으며 황기연 외(1998)는 동일한 모형을 이용하여 운송비용이 서울시 자동차운송분담율에 미치는 효과를 도출하고 있다. 또한 Diamandis 외(1997)의 논문은 그리스 서부를 연계하는 두 지점을 통행하는 자동차와 버스 이용자들을 대상으로 시간절약의 금전적 가치(VTTS)를 일반적 다항로짓모형을 이용해서 추정하고 있다.

그 응용분야의 다양성에도 불구하고 이와 같은 연구는 모두 사용변수에 차이는 존재하지만 운송시간과 운송비용에 대해 선형인 무작위 효용함수를 전제로 하고 있다는 공통점을 지니고 있다.

한편 McFadden & Train(2000)은 추정계수값이 상수라고 가정한 전통적 다항로짓모형의 한계를 극복한 혼합다항로짓모형(MMNL: Mixed Multinomial Logit Model)을 개발하였다. 이들은 일반다항로짓모형을 이용한 계수값 추정은 주어진 자료의 평균값만을 이용하기 때문에 정보활용이 빈약하다는 점을 비판하고, 모집단의 평균추정치뿐만 아니라 그 확률분포형태까지 추정하고자 하는 시도를 하였다.

혼합다항로짓모형 분석방법은 운송수단을 이용하는 모집단의 특성평균뿐만 아니라 그 특성의 분포까지 활용한다는 측면에서 보다 정확한 응용값들을 제시한다는 큰 장점을 지닌다.

혼합다항로짓모형을 실증적으로 활용한 논문으로는 Hensher(2001a, 2001b, 2001c), Hensher & Greene(2003), Fosgerau(2006) 등이 있으며 이들은 추정상의 강조점을 달리하면서 운송시간절약의 금전적 가치(VTTS: Values of Travel Time Savings)에 대해 논의하고 있다.

이와 같은 혼합다항로짓모형의 개발과 응용은 전통적 다항로짓모형의 응용에 비해 추정상의 정확성과 예측력의 향상에 크게 기여한다. 그러나 이와 같은 연구에 있어서도 나타나는 공통점은 시간, 비용 등의 운송특성변수와 개인의 특성변수들이 모두 무작위 효용함수의 구성에 있어 선형합의 형태로 주어진다라는 것이다. 만일 운송수단이나 개인의 특성변수가 개인의 수단선택에 따른 무작위 효용함수의 구성에 있어 선형합의 형태라는 보장이 없다면 혼합다항로짓모형의 응용력에는 제한이 있을 수 밖에 없다.

개인여객의 본원적 경제활동에 입각하여 운송시간절약의 금전적 가치에 대해서 이론적 검토를 한 논문도 다양하다. Becker(1965)는 상품소비에는 시간이 소요되기 때

문에 상품소비에 따른 비용은 상품의 시장가격과 그것을 소비하는데 드는 시간비용의 합이라고 정의하였다. 그의 논의를 시발점으로 하여 이후 시간가치의 측정이 주요한 쟁점사항이 되기 시작했다. De Serpa(1971)는 시간을 세 가지 종류로 세분화하여 Becker의 시간정의에 있어서의 일원화를 극복하였고, Evans(1972)는 시간가치의 측정에 있어서 일하는 시간과 여가시간과의 구분이 필요함을 인식하였다. 한편 Train & McFadden(1978)은 Evans의 논의를 기반으로 운송시간절약의 금전적 가치는 노동에 대한 임금율과 동일하다는 결론을 이론적으로 추론해냈다. Small(1982)은 새로운 부분의 시간가치를 찾아내어 시간비용의 일부로서 스케줄링비용이 포함되어야 함을 밝혔으며, Jara-Diaz & Calderon(2000)은 사회전체수준에서 시간절약의 가치를 논의하였다. Jiang과 Morikawa(2004)는 여객의 여행시간절약에 따른 금전적 가치가 통행시간이나 통행비용 그리고 여객의 사회·경제적 변수에 따라 어떻게 변화하는 지를 비교정태적인 방법을 이용하여 이론적으로 보여준다.

이상의 논문들은 개인여객의 본원적 경제활동으로부터 출발하여 운송시간절약의 금전적 가치를 정태적 혹은 비교정태적으로 도출하고자 하는 공통된 노력을 기울이고 있다.

그러나 본 논문에서는 상기 논문과 달리, 실증분석에 사용될 체계적 효용의 함수형태를 보다 이론적으로 명확히 하기 위해 본원적 경제활동으로부터 출발한 운송수단 선택모형을 활용한다.

## II. 개인여객의 효용극대화모형

여객이 출발지(집)에서 목적지(직장)까지 한번 움직이면서 선택할 수 있는 운송수단은  $N=1,2,\dots,n$ 의  $n$ 가지가 존재한다. 운송수단  $i$ 의 특성은 통행시간  $t_i$ 와 운송요금 혹은 금전적 비용  $c_i$ 의 두 종류만으로 구성되며  $(t_i, c_i)$ 를 운송수단  $i$ 의 특성변수벡터라고 하자.

개인여객의 효용함수는 소비상품조합  $x$ 와 여가시간  $l$ 에만 의존하며  $(x, l)$ 의 조합으로 얻을 수 있는 효용의 크기는  $u = U(x, l)$ 의 함수에 의해 결정된다.

주어진 기간동안 여객은  $l$ 만큼의 재산소득을 지니며 노동시간  $L$  한 단위당  $w$ 의 임금을 받는다. 노동시장에서 여객은 임금수용자로서 기능하며 노동시간의 변화는 자신의 임금율에 영향을 주지 않는다.

여객은 또한 자신이 원하는 수준까지 노동을 공급할 수 있다. 주어진 기간동안 여객에게 주어진 총시간은  $T$ 이며  $T$ 는 노동과 여가, 그리고 선택한 운송수단의 통행 시간 삼자의 합과 항상 일치한다. 상품  $x$ 의 단위가격을  $p$ 라고 하자.<sup>3)</sup>

여객이 수단  $i$ 를 선택하면서 얻을 수 있는 최대효용과 그때 선택한  $(x, l)$  조합은 다음의 효용극대화문제를 풀면 얻을 수 있다.

$$(M) \begin{aligned} & \text{Max}_{x, l} U(x, l). \\ \text{s.t. } & px \leq wL + I - c_i, l + L + t_i = T. \end{aligned}$$

효용극대화문제 (M)의 첫 번째 제약식은, 상품소비에 지출한 금액  $px$ 는 여객이 벌어들인 노동소득( $wL$ )과 재산소득( $I$ )의 합에서 통행에 따른 금전비용  $c_i$ 을 제외한 것보다는 커서는 안된다는, 일반적인 예산제약을 의미한다. 한편 시간에 관한 두 번째 제약식은 자명하다.

두 개의 제약식을 하나로 만들기 위해 (M)의 두 번째 제약식에서  $L \leq T - l - t_i$ 를 첫 번째 제약식에 대입하면,

$$px + wl = w(T - t_i) + I - c_i. \tag{1}$$

의 단일제약식으로 만들어진다. 이제 (M)의 해를  $x^*$ 와  $l^*$ 라고 하자.  $x^*$ 와  $l^*$ 는 각기 효용극대화문제 (M)의 매개변수( $t_i, c_i, w, p, I$ )의 함수임을 확인할 수 있다<sup>4)</sup>.

이제 여객이 수단  $i$ 를 선택하면서 얻은 최대효용값을  $V_i$ 라고 하면  $V_i$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$V_i = U(x^*, l^*). \tag{2}$$

$x^*, l^*$ 가 주어진 매개변수의 함수이므로  $V_i$ 도 동일한 성질을 지닌다.

이 여객이 선택할 운송수단은 결국 다음 최대값을 산출하는 것임을 알 수 있다.<sup>5)</sup>

$$\max\{V_1, V_2, \dots, V_n\}. \tag{3}$$

지금까지는 전형적인 효용극대화의 과정에서 어떤 운송수단을 선택할 것인지의 문제에 대해 살펴보았다. 지금부터는 (통행시간, 금전적 비용)의 이차원으로 구성된 운송수단의 특성공간상에서 수단을 선택하는 문제를 살펴보자.

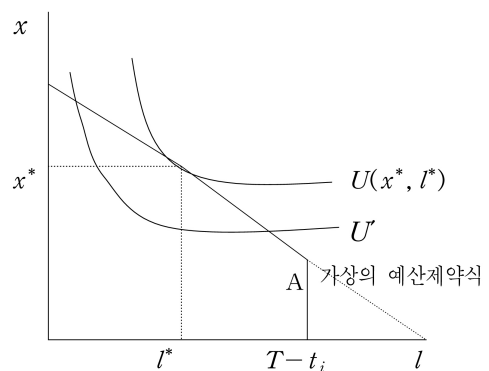
$$I_i = \{(t, c) \mid V_i(t, c, w, p, I) = V_i(t_i, c_i, w, p, I)\}. \tag{4}$$

식(4)는 운송수단  $i$ 의 주어진 특성( $t_i, c_i$ )때 얻을 수 있는 최대효용  $V_i$ 와 동일한 효용을 산출하는 (시간, 금전비용)의 집합을 의미하며, 문자 그대로 특성공간상에서  $V_i$ 에 해당하는 무차별곡선을 지칭한다.

무차별곡선을 정의할 때 주의해야 할 점은 (시간, 금전비용)을 제외한 다른 매개변수들은 항상 같은 값을 유지하고 있어야 한다는 점이다.

이제 무차별곡선의 성질에 대해 살펴본다. 우선 (M)에서  $t_i$ 가 감소하면  $L$ 이나  $l$ 이 증가해 효용이 증가할 수 있고  $t_i$ 가 증가하면 그 반대현상이 나타난다. 또한  $c_i$ 가 감소하면  $x$ 의 구입량을 증가시킬 수 있으므로 효용이 증가한다. 그 반대는 효용의 감소를 가져온다. 따라서 (시간, 금전비용)의 공간에서 무차별곡선은 우하향하며, 무차별곡선이 원점에 가까울수록 높은 효용에 해당한다.

지금부터 특성공간상에서의 무차별곡선이 지니는 형태를 살펴보기 위해 원래의 효용극대화문제 <M>을 그림으로 풀어보도록 한다.



<그림 1> 여객의 효용극대화

3) 소비상품조합  $x$ 는 벡터이고  $p$ 를 이에 상응하는 가격벡터라고 간주해도 무방하지만, 본 논문에서는  $x, p$ 를 각기 하나의 상품과 하나의 가격인 것으로 가정한다. 이를 벡터로 보더라도 분석결과에는 전혀 영향을 미치지 않는다.

4) 이 함수의 성질, 즉 연속성과 미분가능성 등은 효용함수  $U$ 의 성질과 예산제약식(1)에 의해 결정된다. 우리는 여기에서  $x^*$ 와  $l^*$ 가 주어진 매개변수에 대해 연속적이고 미분가능하다고 가정한다.

5) 무작위 효용이론에서는 이와 같은 방식 대신  $V_i + c_i$ (여기에서  $c_i$ 는 일정한 확률분포를 지니는 오차항을 의미한다)의 값이 가장 큰 운송수단을 선택한다고 가정한다. 그러나 무작위 효용이론에서 쓰이는  $V_i$ 와 우리 논문에서 쓰이는  $V_i$ 는 동일한 의미를 지닌다.

여객의 효용극대화문제의 변형된 예산제약은 다음과 같다.

$$B_i = \{(x, l) \mid px + wl \leq w(T - t_i) + I - c_i, l \leq T - t_i\}. \quad (5)$$

물론  $T - t_i > 0$ 이며  $I - c_i > 0$ 이라고 하자. 이때 <그림 1>에 표현된 가상의 예산제약식은 다음과 같은 수식을 지닌다.

$$x = \frac{w(T - t_i) + (I - c_i)}{p} - \frac{w}{p}l. \quad (6)$$

(시간, 금전비용)을 변화시켜 식(6)과 동일한 형태를 유지하기 위해서는 그 조합  $(t, c)$ 가 다음 조건을 충족시켜야 한다.

$$w(T - t) + (I - c) = w(T - t_i) + (I - c_i) \Rightarrow w(t - t_i) + (c - c_i) = 0. \quad (7)$$

만일 주어진  $(t_i, c_i)$ 에서 그 해가 <그림 1>의  $(x^*, l^*)$ 에서 구해진다고 하자. 이 경우 식(7)을 만족하는  $(t, c)$ 에서  $t$ 가  $t_i$ 보다 작아지고  $c$ 가  $c_i$ 보다 커지는 경우라도 문제의 해에는 변화가 없으며 여객은 여전히  $U(x^*, l^*)$ 의 효용을 얻는다.  $t$ 가  $t_i$ 보다 커지고  $c$ 가  $c_i$ 보다 작아지는 경우라도  $t$ 가  $(T - l^*)$ 보다 작은 범위 내에서 움직이면 여전히  $(x^*, l^*)$ 의 해에는 변화가 없다. 그러나  $t$ 가  $(T - l^*)$ 보다 커져  $l^* > T - t$ 가 되면 여객의 최대효용은 점차 감소하기 시작한다.

반면 여객의 효용을 극대화하는  $l^*$ 가  $T - t_i$ 와 일치하는 경우(즉,  $l^* = T - t_i$ ) 그 여객의 효용은  $t$ 가  $t_i$ 보다 커지면 작아지고 반대로  $t$ 가  $t_i$ 보다 작아지면 일정수준까지는 효용이 커지다가 다시 작아지는 경향을 보인다.<sup>6)</sup>

이와 같은 직관적인 내용을 바탕으로 특성공간상에서의 무차별곡선  $I_i$ 의 형태에 대해 정리하면 다음과 같다.

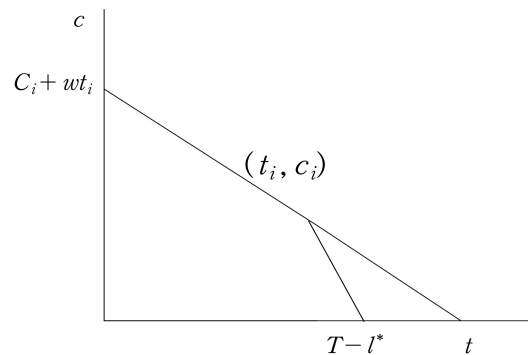
- (i)  $(x^*, l^*)$ 가 <그림 1>에서처럼 내부해인 경우  $t \leq T - l^*$ 이면  $I_i = (t, c) \mid w(t - t_i) + c - c_i = 0$ 이다. 또한  $t > T - l^*$ 이면 무차별곡선의 기울기는 주어진 직선의 기울기  $-w$ 보다 가팔라진다.

- (ii)  $(x^*, l^*)$ 가 예산제약식의 모서리와 일치한 경우(즉,  $l^* = T - t_i$ ),  $t$ 가  $t_i$ 보다 커지면  $I_i$ 의 기울기는  $-w$ 보다 커지고,  $t$ 가  $t_i$ 보다 작아지면  $I_i$ 의 기울기는  $-w$ 보다 작아진다.

이와 같은 성질이 성립함을 간단히 보이면 다음과 같다.

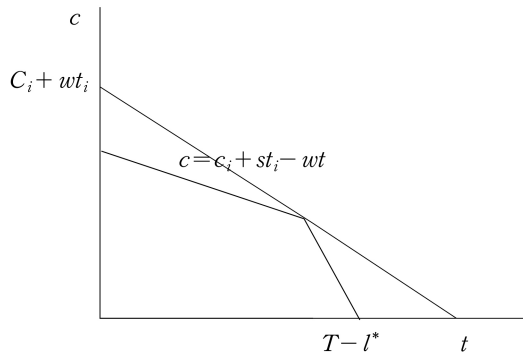
- (i)  $t$ 가  $t_i$ 보다 커지더라도  $T - l^*$ 보다 작을 경우에는  $(x^*, l^*)$ 가 여전히 효용을 극대화하는 해가 되며 그때의 효용도 <그림 2>의  $U(x^*, l^*)$ 를 유지한다. 따라서 그때는 식(7)에서  $t_i \leq t \leq T - l^*$ 의 범위 내에서  $I_i$ 의 구성부분이 된다.  $t < t_i$ 인 경우에도 동일하다. 따라서  $t \leq T - l^*$ 일 때는 식(7)에 따라  $I_i$ 가 형성된다.
- (ii)  $(x^*, l^*)$ 의 해가 <그림 1>의 A와 같은 모서리에서 성립하는 경우에는  $t \geq t_i$ 이면 식(7)을 만족하는  $(t, c)$ 는  $t$ 가 작아짐에 따라 보다 낮은 효용을 창출한다. 따라서  $(t_i, c_i)$ 와 동일한 효용을 창출하기 위해선  $c < c_i - w(t - t_i)$ 를 충족시켜야 한다. 한편  $t < t_i$ 이면 식(7)을 충족하는  $(t, c)$ 는  $U(x^*, l^*)$ 보다 높은 효용을 창출함으로 무차별곡선상에 위치하기 위해선  $c > c_i - w(t - t_i)$ 인 곳에 위치하여야 한다.

이를 바탕으로 특성공간상의 무차별곡선  $I_i$ 를 그리면 다음과 같다.



<그림 2a> 내부해의 경우 무차별곡선

6) <그림 1>에서 무차별곡선의 예산제약식의 코너와 만나는 경우를 상상하자. 이때 무차별곡선의 한계대체율은 예산제약식의 기울기  $-w/p$ 보다 작다. 그리고  $T - t_i$ 의 점을 좌, 우로 옮기면서 여객최대효용변화를 상상하면 된다.



〈그림 2b〉 모서리해의 경우 무차별곡선

만일 도시내 교통문제로서 연구자가 관측할 수 있는 운송수단별 통행시간의 범위가 주어진 시간에 비해 작을 경우 그리고 여객의 해가 내부에 존재하는 경우라면 개인의 수단  $i$  선택에 따른 무차별곡선은 식(7)에서 보는 것처럼 직선이라고 볼 수 있다.<sup>7)</sup>  $I_i$ 를 다시 식으로 적으면,

$$c = c_i + wt_i - wt. \tag{8}$$

여기에서  $t$ 는 현실내 관측범위.

### III. 보다 일반적인 효용함수로부터 도출된 특성 공간상의 무차별곡선

여기에서는 노동시간이 직접적으로 비효율을 창출하는 경우와 운송시간이 여객에게 직접적으로 비효율을 창출하는 두 가지 경우에 대해 (시간, 금전비용)의 특성공간상에 정의된 무차별곡선  $I_i$ 의 형태에 대해 살펴본다.

#### 1. 노동이 부(負)의 효용을 창출하는 경우

개인여객의 효용함수는 상품소비량  $x$ , 여가시간  $l$ , 이외에도 노동시간  $L$ 에 의해서도 영향을 받는다. 개인의 효용함수는  $U(x, l, L)$ 로서 표현할 수 있다.  $x$ 와  $l$ 의 한계 효용  $U_x, U_l$ 은 모두 양의 값을 지니지만 노동은 고통을

수반하므로 그 한계효용  $U_L$ 는 음의 값을 지닌다.

주어진 상황에서 운송수단  $i$ 를 선택한 개인의 효용극대화문제를 풀고 그 해를  $(x^L, l^L, L^L)$ 이라고 하자. 앞 절에서와 마찬가지로 각 해는 매개변수인  $(t_i, c_i, w, p, l)$ 의 함수이다. 여기에서도  $(w, p, l)$ 가 일정수준에서 주어져 있다고 할 때 (시간, 금전비용)의 공간에서 무차별곡선  $I_i^L$ 을 정의할 수 있다.

$$I_i^L = \{(t, c) \mid U(x^L(t, c), l^L(t, c), L^L(t, c)) = V_i^L\}. \tag{9}$$

여기에서

$$V_i^L = U(x^L(t_i, c_i, w, p, l), l^L(t_i, w_i, p, w, l), L^L(t_i, c_i, w, p, l)).$$

무차별곡선  $I_i^L$ 의 궤적을 구하는 문제는 2절의 경우와 달리 직관적으로 풀기가 어렵다. 따라서 보다 분석적인 방법을 통해서 무차별곡선의 형태에 대해 추론한다.

$(t_i, c_i)$ 가  $(t_i + dt, c_i + dc)$ 로 변화했을 때 두 조합이 모두  $I_i^L$ 에 속하기 위해서는 다음 조건이 충족되어야 한다.

$$\frac{\partial V_i^L}{\partial t} dt + \frac{\partial V_i^L}{\partial c} dc = 0. \tag{10}$$

단, 편미분값은  $(t_i, c_i)$ 에서 평가

따라서 무차별곡선의 기울기는 다음과 같다.

$$\frac{dc}{dt} = - \frac{\partial V_i^L}{\partial t} / \frac{\partial V_i^L}{\partial c} = -w - \frac{1}{\lambda} \cdot U_L. \tag{11}$$

위 식에서  $\lambda$ 는 여객효용극대화문제의 예산제약식에 붙는 라그랑지계수로서 항상 양의 값을 지니며  $U_L$ 는 노동의 한계효용으로서 마이너스의 값을 지닌다. 식(11)에 따르면 무차별곡선의  $(t_i, c_i)$ 에서의 접선의 기울기는 마이너스 임금을 보다 크면서 음의 값을 지님을 알 수 있다.

또한 무차별곡선의 형태는  $\lambda$ 와  $U_l$ 이  $(t, c)$ 의 변화에 따라 어떻게 변화하느냐에 달려있기 때문에 효용함수의

7) 이와 같은 직선의 형태는 일반적인 경우라고 할 수는 없을 것이다. 앞에서 설명한 코너의 존재는 특수한 경우라고 볼 수 있을지 모르지만, 개인의 경제적 활동에 의한 효용의 크기는 노동과 운송시간에 의해 직접적으로 영향을 받는 것이 일반적인 경우라는 점에 비취보면 선형의 무차별곡선은 특수한 현상이라 하지 않을 수 없다. 이에 대한 상세한 설명은 다음 절에서 할 것이다.

8) 분석중  $(w, p, l)$ 는 고정되어 있으므로 각 해에서 그 변수를 생략했다.

9) 여객의 효용극대화문제로부터 도출되는 이 결과는 〈부록〉에서 상세히 설명한다.

구체적 형태가 주어지기 전에는 짐작할 수조차 없다. 다만, 우리는 특성공간상의 무차별곡선이 직선이 아니며 일반적으로  $(t_i, c_i)$ 의 함수라는 사실만을 알 수 있다.<sup>10)</sup>

**2. 운송시간이 부(負)의 효용을 창출하는 경우**

개인여객의 효용함수는 상품소비량  $x$ , 여가시간  $l$ , 이외에도 운송시간  $t$ 에 의해서도 영향을 받는다. 개인의 효용함수는  $U(x, l, t)$ 로서 표현할 수 있다.  $x$ 와  $l$ 의 한계 효용  $U_x, U_l$ 은 모두 양의 값을 지니지만 운송시간은 고통을 수반하므로 그 한계효용  $U_t$ 는 음의 값을 지닌다.

주어진 상황에서 운송수단  $i$ 를 선택한 개인의 효용극대화문제를 풀고 그 해를  $(x^i, l^i)$ 라고 하자. 앞 절에서와 마찬가지로 각 해는 매개변수인  $(t_i, c_i, w, p, I)$ 의 함수이다. 여기에서  $(w, p, I)$ 가 일정수준에서 주어져 있다고 할 때 (시간, 금전비용)의 공간에서 무차별곡선  $I_i^t$ 을 정의할 수 있다.

$$I_i^t = (t, c) \mid U(x^t(t, c), l^t(t, c), t) = V_i^t. \quad (12)$$

여기에서,

$$V_i^t = U(x^t(t_i, c_i, w, p, I), l^t(t_i, w_i, p, w, I), t_i).$$

앞에서와 유사하게  $(t_i, c_i)$ 에서 무차별곡선에 대한 접선의 기울기를 구하면 결과는 다음과 같다.<sup>12)</sup>

$$\frac{dc}{dt} = -w + \frac{1}{\lambda} U_t < -w. \quad (13)$$

단,  $(t_i, c_i)$ 에서 평가함.

우선, 식(13)을 보면  $I_i^t$ 의 접선의 기울기는 임금을 보다 큰 기울기를 지니고 있다. 여기에서 소득의 한계효용  $\lambda$ 는 양의 값을 지니지만,  $t$ 와  $c$ 의 값이 변화함에 따라 일반적으로 값이 변하며 운송시간의 한계효용인  $U_t$ 도

$(x^i, l^i, t)$ 의 함수이므로  $t$ 와  $c$ 의 값이 변함에 따라 그 값이 변한다. 따라서 무차별곡선  $I_i^t$ 의 형태에 대해서는 그 기울기의 절대값이 임금을 보다 크다는 사실과  $(t, c)$ 의 함수라는 사실 이외에는 알 수가 없다.

**IV. 운송특성공간상에서의 무차별곡선의 추정**

본 절에서는 운송특성공간상의 무차별곡선을 추정하는 전통적인 방법을 살펴본다. 또 3절까지의 결과를 이용하여 이 접근방법이 어떤 한계를 지니며 이를 극복하기 위한 방법으로는 어떤 것들이 있는지 밝힌다.

지금부터는 운송특성공간에서 무차별곡선을 추정하는 전통적 방법인 무작위 효용모형에 대해서 살펴보기로 한다.

$V_i$ 를 운송수단  $i$ 를 선택했을 때 개인이 얻을 수 있는 최대효용이라고 하자.  $V_i$ 는 운송특성변수인  $t_i, c_i$ 에 대하여 다음과 같은 선형형태를 띤다.

$$V_i = \alpha_i + \beta_1 c_i + \beta_2 t_i, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (14)$$

여기에서  $\alpha_i, \beta_1, \beta_2$ 는 추정되어야 할 상수이다. 또한 진정한 효용은, 제외된 다른 매개변수들인  $(w, p, I)$ 의 효과뿐만 아니라 잘못된 자료값 등 기타 무작위적 변동요인을 포착한 값을 포함하여 결정된다고 생각한다.

진정한 효용  $W_i$ 는  $V_i$ 에 무작위변수  $\epsilon_i$ 를 더하여 다음과 같이 정의된다.

$$W_i = V_i + \epsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (15)$$

무작위 효용모형에서는  $V_i$ 를 체계적 효용,  $W_i$ 를 무작위 효용이라고 한다. 식(14)의 상수들을 추정하기 위해서  $\epsilon_i$ 에 대해 일정한 확률분포를 가정한다. 그 다음 운송수단별 이용량 자료를 이용하여 우도함수(Likelihood function)를 구축하고 그 함수를 최대화하는 값들을 상수들에 대한 추정치로 삼는다.  $\epsilon_i$ 에 대한 확률분포의 가정에 따라 무작위 효용모형은 다항로짓모형과 프로빗모

10) 소득의 한계효용이 일정하고 노동의 한계효용이 일정한 경우를 가정한다면  $\frac{U_l}{\lambda}$ 이 상수값을 지니 무차별곡선  $I_i^t$ 가 직선의 형태를 취하겠지만 이는 극단적인 가정이다. 예를 들어, 효용함수  $U(x, l, L) = x + l - \frac{1}{2}L$ 과 같은 경우가 그에 해당한다.

11)  $x^i, l^i$ 에 들어가는 변수중  $(w, p, I)$ 는 생략되었음을 상기하라.

12) 이 결과의 도출과정은 <부록>에 수록되어 있다.

형으로 분류된다.<sup>13)</sup>

우리의 분석결과에 비취볼 때 식(14)의 선형함수형태는 <그림 2a>의  $T-t^*$ 의 왼쪽구간에서만 성립한다.

그때의 무차별곡선  $I_i$ 에 해당하는 효용  $V_i$ 는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$V_i = \lambda(wT + I) - \lambda c_i - \lambda ut_i. \quad (16)$$

여기에서  $\lambda$ 는 소득의 한계효용이고 식(14)와 비교하여 볼 때  $\alpha_i = \lambda(wT + I)$ ,  $\beta_1 = -\lambda$ ,  $\beta_2 = -\lambda w$ 임을 알 수 있다.

그러나 <그림 2b>의 모서리해가 발생하는 경우, 혹은 3절에서처럼 노동이나 운송시간이 효용함수  $U$ 에 대해 직접적으로 영향을 미치는 경우에는 직선의 형태를 유지할 수 없기 때문에 식(14)의 형태는 기껏해야 진정한 효용의 일계근사식으로밖에 유효하지 않다. 따라서 우리는 다음과 같은 형태의 추정방정식을 제시한다.

$$V_i = \alpha_i + \beta_1 c_i + \beta_2 t_i + \beta_3 c_i^2 + \beta_4 t_i^2 + \beta_5 c_i t_i. \quad (17)$$

이 형태는  $U_i$ ,  $U_i$ 가 모두( $t_i, c_i$ )의 함수임을 고려한 2차 함수까지의 근사식이라고 할 수 있다.<sup>14)</sup>

식(17)을 일정한 방법으로 추정하면 시간변화의 금전적 가치인  $\frac{dc}{dt}$ 는 여전히  $t$ 와  $c$ 의 함수로서 표현됨을 알 수 있다.

## V. 결론

지금까지 본 논문에서는 개인여객의 효용극대화를 분석하는 방법으로서 운송수단선택행위가 소비, 여가, 소득창출 등 보다 본원적인 활동으로부터 파생된다는 점에 주목하여, 다시 말해, 개인의 본원적 활동에 따른 효용극대화 관점에서 운송수단선택에 따른 효용이 진정으로 선형의 형태를 지니고 있는지를 살펴보았다.

분석의 결과는 다음과 같이 드러난다.

첫째, 본원적 활동에 따른 효용이 소비와 여가의 크기에 의해서만 직접적으로 영향을 받는다고 할 때 운송시간의 일부구간에서 운송특성에 따른 효용은 운송특성의 선형함수이다. 그러나 운송시간의 전구간에서 이 사실이 성립하는 것은 아니다.

둘째, 효용이 소비와 여가에 의해서만 직접적인 영향을 받더라도 최적해가 예산제약식의 모서리에서 발생하면 첫째와 다른 결과에 도달한다. 즉, 운송시간이 작아짐에 따라 효용은 비선형적으로 증가하며 운송시간이 커짐에 따라 효용이 비선형적으로 감소한다.

셋째, 본원적 활동에 따른 효용이 노동시간이나 운송시간에 의해 직접적으로 영향을 받는 경우, 운송특성공간상의 효용은 운송특성변수와 일반적으로 선형관계를 유지하지 않는다. 선형관계를 유지하기 위해선 본원적 활동에 따른 효용이 각 활동의 크기와 선형관계를 유지해야 한다.

넷째, 무작위 효용이론을 이용하여 운송특성변수와 효용의 관계에 대해 실증적으로 연구할 때 함수의 형태가 기존의 선형으로부터 비선형으로 일반화될 필요가 있다. 이 비선형 관계를 근사시킬 때도 1차 함수까지가 아닌 2차 함수까지 하여 특성공간상의 효용이 운송시간, 운송비용뿐 아니라 각자의 고평과 운전시간×운송비용의 함수식으로 근사시킬 필요가 있다. 왜냐하면, 세 번째까지의 결론에 따르면 특성공간상에서의 무차별곡선의 기울기가 상수가 아니라 시간과 비용의 함수이기 때문이다.

본 논문에서 다루지 못한 점들은 차후 보강이 되어야 할 것으로 믿는다.

첫째, 본 연구에서는 운송특성과 체계적 효용간의 관계에 대해서만 집중하였다. 그 과정에서 개인여객의 특성변수인 임금율, 노동소득, 재산소득이나 개인이 직면한 소비상품의 가격이 체계적 효용과 구체적으로 어떤 함수관계를 지니는지는 연구에서 빠져있다. 일반 패널자료를 이용하여 체계적 효용의 함수형태를 추정할 때 개인특성에 따른 변수들도 효용과 선형관계를 지니는 것으로 가정되는 것이 일반적이다. 이에 대한 추가연구도 운

13) 무작위 효용이론은 Domencich & McFadden(1975)에 의해 교통부문에 처음으로 도입되었다. Ben-Akiva와 Lerman(1985)는 다항로짓모형과 프로빗모형의 이론적 기반에 대해서 다시 설명하고 실증적 분석에 대한 이론적 기초를 제공했다. 또한 최근에는 McFadden과 Train(2000)이 혼합다항로짓모형(MMNL: Mixed Multinomial Logit Model)을 개발하였다. 이들은 일반다항로짓모형을 이용한  $\alpha_i, \beta_1, \beta_2$  추정은 주어진 자료의 평균값만을 이용하기 때문에 정보활용이 빈약하다는 점을 비판하고, 모집단의 평균추정치뿐만 아니라 그 확률분포형태까지 추정하고자 하는 시도를 하였는데 그것이 바로 혼합다항로짓모형이다. 본 절의 후속내용은 혼합다항로짓모형에 대해서도 그대로 적용된다.

14) 만일 개인여객의 체계적 효용이 주어진 운송특성이나 개인특성변수들에 대해 연속미분가능하고, 연속적인 함수라고 할 때 그 함수는 테일러 확장(Taylor Expansion)을 통해 각 변수들의 1차 함수와 2차 함수들의 선형결합+오차항과 동일한 함수값을 지닌다. 이와 같은 이유 때문에 2차 함수형태까지의 포함하면 1차 근사식을 사용하는 것에 비해 보다 정확한 추정이 가능하다. 그러나 3차 이상의 변수들을 도입하면 추정의 자유도가 심각하게 감소할 우려가 있다. 때문에 2차 함수까지의 근사식을 권고하는 것이다.



송특성과 관련한 부분과 더불어 매우 중요한 요소이며 집중연구가 요구된다.

둘째, 본 연구에서는 개인여객은 하나의 운송수단을 일회 선택하는 것으로 전제한 후 분석을 진행하고 있다. 이와 같은 가정은 출퇴근이나 등하교 통행을 다루는데 있어서는 개인여객의 행동을 적절하게 묘사할 수 있다. 그러나 쇼핑통행이나 친지방문통행, 여가통행 등은 전자에 비해 통행회수가 유동적일 가능성이 높다. 따라서 이와 같은 통행을 보다 잘 설명하기 위해서는 개인여객이 운송수단뿐 아니라 통행회수도 결정한다고 가정하고 운송수요행태를 모형화할 필요가 있다. 이와 같이 모형화를 하면 직관적으로 운송시간절약의 금전적 가치가 운송특성공간상에서 무차별곡선의 한계대체율과 일치하지 않는다. 왜냐하면 단위운송비용의 절약이 소득의 한계효용과 일치하지 않기 때문이다.

이상의 결과들은 운송특성과 체계적 효용간의 관계를 도출하는 과정에서 자연스럽게 이해할 수 있게 될 것이다. 따라서 이 부분의 연구도 추진되어야 할 것이다.

## 참고문헌

1. Ali, Ghulam (2008), "Expected Utility in Econometric Random Utility Models", *The Indian Journal of Statistics*, Volume 70-B, Part 1, pp.63~68.
2. Becker, G. S. (1965), "A Theory of the Allocation of Time", *The Economic Journal*, 75(299), pp.493~517.
3. Ben-Akiva, M. and Lerman, S. R. (1985), "Discrete Choice Analysis: Theory and Application to Travel Demand", The MIT Press, Cambridge.
4. Bhat, C. R. (2000), "Incorporating Observed and Unobserved Heterogeneity in Urban Work Travel Mode Choice Modeling", *Transportation Science*, 34(2), pp.228~238.
5. Bhat, C. R. (2003), "Random Utility-Based Discrete Choice Models for Travel Demand Analysis", *Transportation Systems Planning: Methods and Applications*, Chapter 10, pp.1~30, edited by K. Goulias, CRC Press.
6. Cherchi, E. and De Dios Ortuzar, J. (2003), "Alternative Specific Variables in Non-Linear Utilities: Influence of Correlation, Homoscedasticity and Taste Variations", Paper Presented at 10th International Conference on Travel Behaviour Research, Luzern, Switzerland.
7. De Jong, Gerard (2000), "Value of Freight Travel-Time Savings", *Handbook of Transport Modelling*, chapter 34, pp.553~564, edited by D. A. Hensher and K. J. Button., Elsevier Science Ltd.
8. De Serpa, A. C. (1971), "A Theory of the Economics of Time", *The Economic Journal*, 81(324), pp.828~846.
9. Diamandis, P. F., Kouretas, G. P. and Tzanetos, P. (1997), "Modelling the choice of mode and estimation of the value of travel time savings for the case of the Rion-Antirion suspension bridge in Greece", *The Annals of Regional Science*, 31(4), pp.473~489.
10. Domencich, T. A. and McFadden, D. (1975), "Urban Travel Demand: A Behavioral Analysis", North-Holland Publishing, Amsterdam.
11. Evans, A. W. (1972), "On the Theory the Valuation and Allocation of Time", *Scottish Journal of Political Economy*, 19(1), pp.1~17.
12. Fosgerau, M. (2006), "Investigating the Distribution of the Value of Travel Time Savings", *Transportation Research Part B*, 40(8), pp.688~707.
13. Fosgerau, M. and Bierlaire, M. (2007), "A Practical Test for the Choice of Mixing Distribution in Discrete Choice Models", *Transportation Research Part B*, 41(7), pp.784~794.
14. Gronau, R. (1986), "Home Production - A Survey", *Handbook of Labour Economics*, chapter 4, pp.273~304, edited by Ashenfelter, O., Layard, R., North-Holland, Amsterdam.
15. Gunn, H. (2001), "Spatial and Temporal Transferability of Relationships between Travel Demand, Trip Cost and Travel Time",

- Transportation Research Part E, 37(2-3), pp.163~189.
16. Haab, T. C. and McConnell, K. E. (2002), "Valuing Environmental and Natural Resources", Massachusetts, Edward Elgar Publishing.
  17. Hensher, D. A. (2001a), "Measurement of Valuation of Travel Time Savings", *Journal of Transport Economics and Policy*, 35(1), pp.71~98.
  18. Hensher, D. A. (2001b). "The Sensitivity of The Valuation of Travel Time Savings to The Specification of Unobserved Effects", *Transportation Research Part E*, 37(2-3), pp.129~142.
  19. Hensher, D. A. (2001c). "The valuation of commuter travel savings for car drivers: evaluating alternative model specifications", *Transportation*, 28(2), pp.101~118.
  20. Hensher, D. A. and Goodwin, P. B. (2004), "Using Values of Travel Time Savings for Toll Roads: Avoiding Some Common Errors", *Transport Policy*, 11(2), pp.171~181.
  21. Hensher, D. A. and Greene, W. H. (2002), "Specification and Estimation of the Nested Logit Model: Alternative Normalizations", *Transportation Research Part B*, 36(1), pp.1~17.
  22. Hensher, D. A. and Greene, W. H. (2003), "The Mixed Logit Model: The State of Practice", *Transportation*, 30(2), pp.133~176.
  23. Hess, S., Bierlaire, M. and Polak, J. W. (2005). "Estimation of Value of Travel-Time Savings Using Mixed Logit Models", *Transportation Research Part A*, 39(2-3), pp.221~236.
  24. Jara-Diaz, S. and Calderon, C. (2000), "The Goods-Activities Transformation Function in the Time Allocation Theory", Paper presented at the 9th International Association for Travel Behavior Conference, Gold Coast, Australia.
  25. Jara-Diaz, S. (2003), "On the Goods-Activities Technical Relations in the Time Allocation Theory", *Transportation*, 30(3), pp.245~260.
  26. Jiang, Meilan and Morikawa, Takayuki (2004), "Theoretical Analysis on the Variation of Value of Travel Time Savings", *Transportation Research Part A*, 38(8), pp.551~571.
  27. Johnson, M. B. (1966), "Travel Time and the Price of Leisure", *Economic Inquiry(formerly Western Economic Journal)*, 4(2), pp.135~145.
  28. Kockelman, K. M. and Krishnamurthy, S. (2004), "A New Approach for Travel Demand Modeling: Linking Roy's Identity to Discrete Choice", *Transportation Research B*, 38(5), pp.459~475.
  29. Kuhfeld, W. F. (2000), "Multinomial Logit, Discrete Choice Modeling", SAS Institute Inc.
  30. Lee, Sungwon (2008), "Inducing Transport Mode Choice Behavioral Changes in Korea: A Quantitative Analysis of Hypothetical TDM Measures", Paper presented at International Transport Forum, Leipzig, German.
  31. Lee, Sungwon, Lee, YeongHeok and Park, JeeHyung (2003), "Estimating Price and Service Elasticity of Urban Transportation Demand with Stated Preference Technique: A Case in Korea", *Transportation Research Record*, 1839, pp.167~172.
  32. Lemp, J. D., McWethy, L. B. and Kockelman, K. M. (2007), "From Aggregate Methods to Microsimulation: Assessing the Benefits of Microscopic Activity-Based Models of Travel Demand", *Transportation Research Record*, 1994, pp.80~88.
  33. Louviere, J. J., Hensher, D. A. and Swait, J. D. (2000), "Stated Choice Methods: Analysis and Applications", Cambridge University Press.
  34. Mackie, P. J., Jara-Diaz, S. & Fowkes, A. S. (2001), "The Value of Travel Time Savings in Evaluation", *Transportation Research Part E*, 37(2-3), pp.91~106.
  35. McFadden, D. (1974), "The Measurement of Urban Travel Demand", *Journal of Public Economics*, 3(4), pp.303~328.

36. McFadden, D. (1976), "The Theory and Practice of Disaggregate Demand Forecasting for Various Modes of Urban Transportation", Working Paper, 7623, Berkeley.

37. McFadden, D. (1999), "Computing Willingness-to-Pay in Random Utility Models", Berkeley.

38. McFadden, D. & Train, K. (2000). "Mixed MNL Models for Discrete Response", *Journal of Applied Econometrics*, 15(5), pp.447~470.

39. Oort, C. J. (1969), "The Evaluation of Travelling Time", *Journal of Transport Economics and Policy*, 3(3), pp.279~286.

40. Pazgal, Amit., Seetharaman, P. B. & Batsell, R. R. (2005), "Incorporating Probabilistic Choice Rules within Random Utility Models of Brand Choice: Theory and Empirical Illustration" (finished manuscripts November 24 2005).

41. Sillano, M. and De Dios Ortuzar, J. (2005), "Willingness-to-pay Estimation with Mixed Logit Models: Some New Evidence", *Environment and Planning A*, 37, pp.525~550.

42. Small, K. A. (1982), "Scheduling of Consumer Activities: Work Trips", *The American Economic Review*, 72(3), pp.467~479.

43. Small, K. A. (1987), "A Discrete Choice Model for Ordered Alternatives", *Econometrica*, 55(2), pp.409~424.

44. Small, K. A. & Rosen, H. (1981), "Applied welfare Economics with Discrete Choice Models", *Econometrica*, 49(1), pp.105~130.

45. Train, K. & McFadden, D. (1978), "The Goods/Leisure Trade-off and Disaggregate Work Trip Mode Choice Models", *Transportation Research* 12, pp.349~353.

46. Tseng, Yin-Yen & Verhoef, E. T. (2008), "Value of Time by Time of Day: A Stated-Preference Study", *Transportation Research Part B*, 42(7-8), pp.607~618.

47. Wardman, M. & Waters II, W. G. (2001), "Advances in the Valuation of Travel Time Savings", *Transportation Research Part E*, 37(2-3), pp.85~90.

48. Zamparini, L. & Reggiani, A. (2007), "Meta-Analysis and the Value of Travel Time Savings: A Transatlantic Perspective in Passenger Transport", *Networks and Spatial Economics*, 7(4), pp.377~396.

49. 김경태 · 이진선 (2007), "다항로짓모형을 이용한 지역간 철도통행 연구", *대한교통학회지*, 제25권 제1권, 대한교통학회, pp.109~119.

50. 김익기 · 김강수 · 김형철 (2005), "부산광역시권 교통수단선택모형의 정립과 모수추정에 관한 연구", *대한교통학회*, 제23권 제3호, 대한교통학회, pp.7~19.

51. 양인석 · 노정현 · 김강수 (2003), "이부산 로짓모형의 추정과 적용", *대한교통학회지*, 제21권 제4호, 대한교통학회, pp.57~66.

52. 황기연 · 김익기 · 이우철 (1998), "교통수요관리정책의 효과분석을 위한 다항로짓모형의 적용 -서울시 사례-", *대한교통학회지*, 제16권 제4호, 대한교통학회, pp.53~63.

53. 이성원 · 한상용 · 박수신 (2005), "대중교통 이용자 지원을 위한 관련제도 정비 및 효과 분석: 대중교통 이용자 비용보조를 중심으로", 한국교통연구원.

✉ 주 작성자 : 김종석  
 ✉ 교신저자 : 김종석  
 ✉ 논문투고일 : 2008. 10. 27  
 ✉ 논문심사일 : 2009. 3. 10 (1차)  
                   2009. 3. 23 (2차)  
 ✉ 심사판정일 : 2009. 3. 23  
 ✉ 반론접수기한 : 2009. 8. 31  
 ✉ 3인 익명 심사필  
 ✉ 1인 abstract 교정필

## 부록

### 1. 노동시간이 직접적으로 효용을 악화시키는 경우

$(t, c)$ 의 특성을 지닌 운송수단을 선택한 개인은 최대효용  $V^L = U(x^L, l^L, L^L)$ 을 얻는다고 하자. 여기에서  $(x^L, l^L, L^L)$ 은 개인의 효용을 극대화하는 (소비, 여가, 노동)의 조합이다. 이 조합에서는 다음의 조건이 충족된다.

$$(i) \quad U_x = \lambda^L p, \quad U_l - U_L = \lambda^L w.$$

$$(ii) \quad px^L + wl^L = w(T-t) + I - c, \quad l^L + L^L = T - t.$$

식 (i)는 효용극대화문제 M(본문 2절)을 풀었을 때 얻어지며 식(ii)는 예산제약조건이다. 여기에서  $\lambda^L$ 은 예산제약식의  $(x^L, l^L, L^L)$ 에서의 라그랑지계수를 의미한다. 식(i)의 두 번째 등식이 성립해야 하는 이유는  $t$ 가 주어진 상황에서  $\Delta t + \Delta L = 0$ 이  $l$ 의 변화량  $\Delta l$ 에 대해 항상 성립하기 때문이다.

$t$ 가  $\Delta t$ 만큼 변화하면 이는  $\Delta t + \Delta L + \Delta l = 0$ 의 조건을 충족시킨다. 이중  $\Delta l$ 은 효용을 직접 변화시킨다.  $\Delta L$ 은 효용함수를 통해 효용을 직접적으로 변화시키고, 다른 한편으로는 노동소득의 변화( $w\Delta L$ )을 통해 소비량의 변화  $\Delta x$ 을 가져오고 그것은 다시 효용에 영향을 미친다. 따라서  $\Delta t$ 가 무한히 0으로 가까이 가면 다음 식이 성립한다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial V^L}{\partial t} &= U_x \frac{\partial x}{\partial m} \cdot \frac{\partial m}{\partial L} \frac{\partial L}{\partial t} + U_l \frac{\partial l}{\partial t} + U_L \frac{\partial L}{\partial t} \\ &= \lambda^L p \frac{1}{p} \cdot w \frac{\partial L}{\partial t} + (\lambda^L w + U_L) \frac{\partial L}{\partial t} + U_L \frac{\partial L}{\partial t} \\ &= -\lambda^L w - U_L > -\lambda w. \end{aligned}$$

단,  $\frac{\partial V^L}{\partial t}$ 은  $(x^L, l^L, L^L)$ 에서 평가되며  $m = wL$  즉, 노동소득을 의미한다.

### 2. 운송시간이 효용에 직접 악영향을 주는 경우

이 경우에  $U(x, l, t)$ 를 최대화시키는  $(x^t, l^t)$ 의 선택은 본문의 효용극대화문제 M을 풀어 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$(i) \quad U_x = \lambda^t p, \quad U_l = \lambda^t w.$$

$$(ii) \quad 1 \text{의 (ii)와 동일}$$

운송시간이  $\Delta t$ 만큼 변화하면 우선  $\Delta L, \Delta l$ 에 변화가 온다(단,  $\Delta t + \Delta L + \Delta l = 0$ ). 이것이 최대효용  $V^t$ 에 미치는 효과는 다음의 세 가지이다. 첫째  $\Delta t$ 가 직접 효용에 영향을 미치는 부분, 둘째,  $\Delta L$ 의 변화를 통해 노동소득에 변화를 주어 그것이 소비량에 변화( $\Delta x$ )를 가져와 효용에 영향을 주는 부분, 셋째,  $\Delta l$ 이 직접 효용에 영향을 미치는 부분이다. 이를 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial V^t}{\partial t} &= U_x \frac{\partial x}{\partial m} \frac{\partial m}{\partial L} \frac{\partial L}{\partial t} + U_l \frac{\partial l}{\partial t} + U_t \\ &= \lambda^t w + U_t < -\lambda^t w (\because U_t < 0). \end{aligned}$$

어느 경우이건  $\frac{\partial V}{\partial C} = -\lambda$ 이므로 특성공간상의 무차별곡선의 기울기는 본문과 같다.