

# 다중의 결함을 갖는 하이퍼큐브 진단 알고리즘

이 종 세\*

요 약

대부분의 진단 알고리즘은 PMC 모델을 바탕으로 결함의 개수가  $t$ 개를 초과하지 않는다는  $t$ -진단가능 시스템의 특성을 이용한다. 그러나 병렬처리 시스템의 규모가 커짐에 따라 시스템 안에 존재하는 결함의 빈도수가 높아지게 된다. 진단 알고리즘에서 가정하는 결함의 개수  $t$ 는 시스템 안에 있는 노드의 수에 비해 상당히 작은 개수이며, 결함의 개수가  $t$ 개를 초과하는 경우에 대하여 진단에 대한 연구가 거의 이루어지지 않았다. 이 논문에서는 결함의 개수가  $t$ 개를 초과하는 경우에 대하여 진단의 정확여부를 판단할 수 없는 충분히 작은 개수의 노드가 존재한다는 것을 허락함으로써, 진단 가능한 결함의 최대 수를 증가시키는 알고리즘을 제안한다.

## Hypercube Diagnosis Algorithm for Large Number of Faults

Chung Sei Rhee\*

### ABSTRACT

Most diagnosis algorithms have been done using the characteristic of  $t$ -diagnosable system based on PMC model. But as parallel systems grow fast, more faulty units occur in the system. Previous researches are done on the assumption of small number of faulty units in the system. There have been little studies on the system where number of faulty units exceed  $t$ . In this study, we assume the number of faulty units exceed  $t$  and there exist small number of nodes where the correctness of diagnosis can't be decided, then we propose an algorithm which increase the maximum number of faulty units in diagnosis system.

Key words : Fault Diagnosis, PMC Model,  $t$ -diagnosable System, Parallel System Hypercube, Adaptive Diagnosis Algorithm

---

접수일 : 2009년 3월 26일; 채택일 : 2009년 6월 10일

\* 충북대학교 전자정보대학 컴퓨터공학과

## 1. 서 론

병렬처리 시스템의 규모가 커짐에 따라 시스템 내에서 발생 되는 결함의 빈도가 높아지고 있다. 결함의 발생으로 인하여 시스템이 다운되고 이를 복구하는데 소요되는 비용은 병렬처리 시스템의 성능을 저하시키는 가장 큰 요인이기 때문에 시스템의 신뢰성과 가용성을 향상시키기 위한 많은 연구가 진행되어왔다. 다양한 병렬처리 시스템 중에서 하이퍼큐브 형태의 병렬처리 시스템은 정규적이며 계층적인 구조를 갖는다. 이러한 하이퍼큐브의 특성은 효율적인 진단 알고리즘을 개발하는데 유리하게 적용될 수 있다.

시스템 안에 있는 노드는 진단되지 않거나, 결함으로 진단되거나 결함이 아닌 세 가지 상태로 나타낼 수 있다. 시스템을 진단할 때, 결함이 있는 경우와 결함이 아닌 경우를 정확히 진단해 낼 수 있을 경우를 완전한 진단이라고 한다[3, 5]. 정확한 진단이 반드시 완전한 진단인 것은 아니며, 완전한 진단도 반드시 정확한 진단은 아니다. 이상적인 진단 방법은 정확하고도 완전한 진단이 되어야 한다. 진단 가능한 최대 노드의 수  $d$ 는 진단 알고리즘이 정확하고도 완전할 수 있는 최대의 수를 나타낸다. 사용되는 대부분의 테스트 그래프는  $t$ -진단이 가능하다. 시스템 내에  $d$ 개를 초과하는 결함노드가 존재할 경우, 진단의 가능여부에 대한 문제를 over-d 문제라고 정의한다[6]. 이런 경우에는 불완전하지만 정확한 진단이 수행되어야 한다.

멀티프로세스 시스템의 진단 가능한 노드 수  $d$ 는 통신 그래프의 연결성에 의하여 결정된다. 하이퍼큐브(Hypercube) 시스템은 연결도  $d$ 가 선형적으로 증가됨에 따라 노드의 개수는 기하학적으로 증가하는 특성을 갖는다. 대규모의 하이퍼큐브 다중 시스템은 수천 개의 노드를 포함하고 있다. 이런 복잡한 환경에서 많은 노드에서 결함이 발생할 수 있다.

Somani, Agarwal, Avis[6]는 over-d 결함 진단

에 대하여 기술하였지만, 그들은 비적응적 진단의 경우만을 고려하였다. [6]에서 확률적인 방법을 이용한 over-d 문제의 해결 방안이 제시되었다.

이 논문에서는 결함의 개수가  $t$ 개를 초과하는 경우에 대하여 진단의 정확여부를 판단할 수 없는 충분히 작은 개수의 노드가  $k$ 개 존재한다는 것을 허용함으로써, 진단 가능한 결함의 최대수를 증가시키는 알고리즘을 제안한다.

이 논문의 구성은 다음과 같다. 제 2장에서는 관련 용어에 대한 정의와 관련 연구를 살펴본다. 제 3장에서는 제안하는 진단 알고리즘을 기술하고, 마지막으로 제 4장에서는 결론과 향후 연구 방향에 대하여 기술한다.

## 2. 관련 연구

Preparata, Metz와 Chien은 처음으로 시스템 레벨 진단의 개념을 사용하는 결함 진단 방법을 제안하였다[1]. PMC 모델이 제안된 후 많은 연구가 이 모델의 특성을 사용하여 진행되었고 진단 알고리즘에 대한 많은 발전이 이루어졌다. Nakajima[4, 8]는 시스템을 진단하기 위하여 수행되는 테스트가 동적인 방법에 의하여 선택적으로 수행되는 적응적 진단 방법을 제안하였고, Vaid and Pradhan [3]은 노드 사이의 완전 연결에 대한 가정을 완화시키는 ASDA(Adaptive Safe Diagnosis Algorithm) 알고리즘을 제안하였으며 Feng은 하이퍼큐브의 구조적인 특징을 이용하는 적응적 진단 알고리즘 HADA(Hypercube Adaptive Diagnosis Algorithm)와 IHADA(Improved HADA)를 제안하였다[7]. Choi and Rhee는 HADA와 IHADA의 방법과 다르게 링을 분할하기 위하여 신드롬을 분석하여 분할하는 차원을 선택하는 적응적 큐브 분할 방법을 이용한 진단 알고리즘을 제안하였다[9]. HADA/IHADA와 적응적 큐브 분할 방법은 하이퍼큐브의 모든 노드를 하나의 링에 임베딩 하는 반면에 Kra-

nakis와 Pelc는 전체 하이퍼큐브  $H_n$ 을  $H_j \times H_{n-j}$ 로 분할하여 진단을 수행하는 알고리즘 HYP-DIAG를 제안하여 진단의 효율을 높였다[12]. 하지만 진단 가능한 결함의 최대수를  $n$ 으로 가정하였기 때문에 대규모의 병렬처리 시스템에 사용하기는 적합하지 않다. Somani와 Peleg는 전통적인  $t$ -진단 가능 시스템의 단점을 감안할 수 있는  $t/k$ -진단 가능 시스템을 제안하였다[2].

시스템에서 진단 가능한 결함의 수는 시스템의 각 노드들의 연결도에 의존한다. 대부분의 병렬처리 시스템에서 얻어진  $t$ 의 값은 시스템에 있는 프로세서의 수와는 상관없이 매우 작다. 이러한 특성은 병렬 처리 시스템의 각 노드들이 적은 수의 통신링크로 연결되어 있기 때문이다. 하이퍼큐브는  $t$ -진단가능 시스템으로 각 노드가  $n$ 개의 링크를 갖고 있기 때문에 최대로 진단할 수 있는 결함의 수는  $t = n$ 이다.

### 3. 진단 알고리즘

#### 3.1 하이퍼큐브의 $t/k$ 진단성

프로세서들 사이에 제한된 연결이 존재하는 경우에도 시스템의 진단능력을 증가시키는 방법들에 대한 연구가 제안되었다[13]. Somani and Peleg는 다음과 같이  $t/k$ -진단가능 시스템을 제안하였다[2].

하이퍼큐브는  $t$ -진단가능 시스템으로, 각 노드가  $n$ 개의 링크를 가지고 있기 때문에 최대로 진단할 수 있는 결함의 수는  $n$ 이다.

- 정의 3-1 : 시스템은  $t$ -진단 가능하고, 만약 테스트하는 노드에서 얻어진 테스트 결과가 주어졌을 때 결함 노드들의 수가  $t$  개를 넘지 않는다는 조건하에서 모든 결함 노드들을 확인할 수 있다.
- 정의 3-2 :  $n$ 개의 노드들로 구성된 시스템  $S$ 가

$t/k$ -진단 가능하다고 가정하자. 만일 결함의 집합  $F$ 에 대하여 시스템에서 얻어진 임의의 신드롬이 주어졌을 때, 결함 노드들의 수가  $t$ 개를 넘지 않는다는 가정하면 모든 결함 노드들은 집합  $F'$ 안에 분리될 수 있다. 여기서, 집합  $F'$ 안에는 많아야  $k$ 개의 노드가 결함이 아닐 수 있다. 즉,  $|F'| \leq |F| + k$ 이다.

프로세서들 사이에 제한된 연결에도 불구하고 시스템의 진단 능력을 증가시키는 방법으로 Somani and Peleg는[13] 다음과 같은  $t/k$ -진단 가능 시스템을 제안하였다[2].

- 정리 3-1

하이퍼큐브는  $t = (k+1)n - (k+1)(k+2)/2 + 1$ 에 대하여  $t/k$ -진단가능하다( $k \leq n, n > 3$ ).

- 증명 : Somani and Peleg[2] 논문 참조

$n > 1$ 에 대한  $n$ -큐브인 해밀토니안(Hamiltonian) 그래프가 존재한다. 즉, 이것은 모든 노드들을 포함하는 원소들의 사이클이며, RGC(Reflected Gray Code)를 사용하여 효율적으로 구성할 수 있다[12]. 이런 사이클을 RGC-링이라 정의한다.  $n$ -큐브는  $0 < j < n$ 에 대하여 두 그래프의 곱 형태인  $H_j \times H_{n-j}$ 로 표현할 수 있으며, 그래프  $H_j \times R_{n-j}$ 로 임베딩할 수 있다. 여기서,  $R_{n-j}$ 는  $H_{n-j}$ 에 있는 노드로 구성된 RGC-링이다. 이와 같은 임베딩 방법은 다음의 알고리즘에서 중요한 역할을 한다. 즉,  $n$ -큐브  $H_n$ 은 그래프  $R_{n-j}$ 를 하나의 노드로 하는 2개의 서로 다른 그래프로 이루어진  $j$ -큐브  $H_j$ 로 구성할 수 있다.  $H_j$ 와 인접한 노드에 대응하는 링들을 인접하다고 한다. 링  $R$ 에 있는 임의의 노드  $v$ 에 대하여,  $R$ 에 인접하는 서로 다른 링 속에 있는  $v$ 에 대한  $j$ 개의 이웃들을  $v$ 의 외래 이웃(foreign neighbors)이라 정의한다. 알고리즘은  $R_{n-j}$ 에 있는 노드를 테스트 할 때, 한쪽 방향(시계방향)으로 모든 노드들의 테스트를 수행한다. 이것은 한쪽 방

#### 4 정보·보안 논문지 제9권 제2호(2009.6)

항의 테스트 결과만으로 각각이 링이 결합 노드를 포함하고 있는지 아닌지를 확인할 수 있음을 나타낸다. 얻어진 신드롬 속에 1을 하나도 포함하고 있지 않은 링들을 안전(healthy)하고 그렇지 않으면 불안전(unhealthy)하다고 정의한다. 만약 불안정한 링이 안전한 링과 인접한다면 보호되고(guarded) 그렇지 않으면 비보호(unguarded)된다고 정의한다.

### 3.2 t/k-HYP-DIAG 알고리즘 제안

이 논문에서 제안하는 진단 알고리즘은 Krana-kis와 Pelc이 제안한 HYP-DIAG 알고리즘을 이용한다. HYP-DIAG 알고리즘은 하이퍼큐브의 t-진단가능하다는 특성을 기초로 하여 진단할 하이퍼큐브 내에 존재하는 모든 결합 노드를 포함할 수 있는 최소 크기의 RGC 링으로 분할을 한다. HYP-DIAG 알고리즘에서는 진단 가능한 최대의 결합 수가 n이라고 가정하였기 때문에 하이퍼큐브를 분할하는 RGC 링의 크기는  $r = \log n + 1$ 이다. n개를 초과하는 결합을 진단하기 위해서, over-d 결합문제를 해결하기 위해서 본 논문에서는 하이퍼큐브의 t/k-진단가능 특성을 이용하여 RGC 링의 크기를  $r = \log t + 1$ 로 변환하였다.

#### 알고리즘 t/k-HYP-DIAG

##### Step 1.

서브그래프  $H_j \times R_r$ 을 만든다 단,  $r = \log t + 1$ ,  $j = n - r$ 이고  $R_r$ 는 RGC-ring에 있는  $H_r$ 의 개수이다. 시계 방향으로  $R_r$ 에 있는 모든 노드들에 대한 테스트를 수행한다. 안전-링들을 찾아내고, 이들이 모두 결합이 아니라고 가정한다.

##### Step 2.

safe ring에 있는 노드들에 인접한 노드들을 테스트로 사용하여 링들에 존재하는 보호받는 노드(guarded node)들을 진단한다.

##### Step 3.

보호 받지 못하는 링들이 존재하면, 결합이 있

는 노드들을 제외한 모든 노드들을 진단한다.

##### Step 4.

진단이 되지 않은 노드들이 존재하면, 모든 이웃 노드들이 결합인 노드들을 제외한 모든 노드들을 진단한다.

##### Step 5.

최종적으로, Step 4에서 진단이 되지 않은 노드들이 존재하면 이들을 진단한다.

### 3.3 알고리즘의 정확성

앞에서 제시한 알고리즘의 타당성을 입증하기 위하여 다음과 같은 보조 정리를 제시한다.

- 보조 정리 3.1 : 하이퍼큐브는  $t = 2(n-1)$ 에 대하여 t/1-진단가능 하다.
- 증명 : 정리 1에서  $k = 1$ 인 경우이므로 명백하다.  $\square$
- 보조 정리 3.2 : 보호 받지 않는 링은 많아야 한개만 존재한다.
- 증명 : 두 개의 보호받지 않는 링이 존재한다고 가정하자. 각 링은 k개의 이웃한 보호 받지 않은 링과 인접하게 된다. 따라서 전체 시스템에는  $2k$ 개의 불안정한 링이 존재하게 되고, 전체 결합인 노드의 수는  $2k$ 를 초과하게 된다.  $2k = 2(n-r) = 2n - 2 \times \log n - 2 > n$ 이 되므로 모순이다.  $\square$
- 보조 정리 3.3 :  $n \geq 12$ 에 대하여, 많아야 3개의 RGC링이 존재한다.
- 증명 : 4개의 비 보호되는 RGC 링이 존재한다고 가정하면, 보호 받지 못하는 RGC 링의 인접 링들이 불안정한 링이기 때문에 4개의 보호 받지 못하는 링과 4개의 불안정한 링을 합한 4+4개의 불안정한 링이 존재한다. 그중에서 중복 계산된 불안정한 링의 개수가 많아야 8개 이다. 따라서 불안정한 링은 적어도  $(4j-4)$ 개 존재한

다. 4개의 불안정한 RGC 링이 존재한다는 가정은 다음과 같은 모순을 발생한다.

$$4j-4 = 4(n-r)-4 = 4n-4(\log t+1)-4 > t, \\ n \geq 12 \quad \square$$

- 보조정리 3.4 : 보호 받지 못하는 링이 존재한다고 가정하면, 이러한 링안에 있는 노드들 중에서 인접한 외래 이웃들이 모두 결함을 갖는 노드의 개수는 최대 3개 존재한다.
- 증명 : 인접한 외래 이웃들이 모두 결함을 갖는 노드가 존재한다고 가정하면, 각각의 노드는  $j$ 개의 결함인 외래 이웃을 갖기 때문에 모두  $4j$ 개의 결함인 노드가 존재한다. 임의의 두 노드의 공동 이웃은 많아야 2개가 되므로 중복 계산된 결함 노드의 개수는 최대 8이 된다. 따라서 전체 결함인 노드의 개수는  $4j-8$ 이 된다.  $4j-8 = 4(n-r)-4 = 4n-4(\log t+1)-4 > t, n \geq 12$  이라고 가정하였기 때문에 모순이다.  $\square$
- 보조 정리 3.5 : 이웃 노드들이 모두 결함인 노드, 즉 판단할 수 없는 노드는 많아야 한 개 존재한다.
- 증명 : 이러한 경우는 명백히 이웃하고 있는 모든 노드들이 결함일 때 발생한다. 따라서 이러한 경우는 보조 정리 3.1에서  $k=1$ 로 가정하는 경우와 같다.  $\square$

#### 4. 알고리즘의 성능 분석

$t/k$ -HYP\_DIAG 알고리즘의 각 단계에 필요한 테스트 라운드와 테스트 횟수를 계산하여 알고리즘에 걸리는 시간을 분석한다.

단계 1에서는 서브 큐브에 임베딩된 모든 노드들이 테스트에 참여하므로  $2^n$ 의 테스트 횟수가 필요하고  $2^{n/2}$ 의 노드들이 테스트를 수행한 후 다음 단계에서도 같은 크기의 테스트를 수행하므로 2

번의 테스트 라운드가 필요하다.

단계 2에서는 최악의 경우 한 개의 안전한 링이  $n-r$ 의 보호받는 링을 순차적으로 진단해야 하므로  $n-r$ 의 테스트 라운드가 필요하고 진단에 참여하는 RGC 링이 많아야  $t$ 개 이므로  $2^{t/2}$ 의 테스트가 필요하다.

단계 3에서는 최대 3개의 보호받지 않는 링에 대한 진단이 필요하므로  $3 \times 2^{t/2}$ 개의 테스트가 필요하다. 보호 받지 않는 링의 노드들은 외래 이웃들에 의해 동시에 테스트 되어 지므로 한 번의 테스트 라운드가 필요하다.

단계 4에서는 외래 이웃들이 모두 결함인 노드들에 대한 테스트가 실행되고 이러한 노드는 많아야 3개이므로 최대 3개의 테스트와 한 번의 라운드가 필요하다.

단계 5에서는 이웃들이 모두 결함인 노드들에 대한 진단이므로 별도의 테스트와 라운드가 필요하지 않다. 단계 1부터 단계 5까지의 결과를 모두 합하면 테스트 횟수 =  $2^n + (t+3)2^{t/2} + 3$ 과 테스트 라운드 =  $2 + (n-r) + 1 + 1 = n-r+4$ 의 시간이 필요하다.

앞에서 정의한 보조 정리들을 적용하면 하이퍼큐브의 크기에 관계없이 5번의 테스트 라운드 이내에 진단을 수행할 수 있다. <표 1>은 기존의 알고리즘과 병렬로 수행한 알고리즘을 분석한 결과를 비교한 경우를 나타내고 있다.

<표 1> 기존의 알고리즘과 제안한 알고리즘의 성능 비교

알고리즘	차원	9	10	11	12	13	14	15
제안한 방법	라운드 수	5	5	5	5	5	5	5
	테스트 수	612	1145	2192	4265	8388	16609	33024
기존의 방법	라운드 수	9	10	11	10	11	9	9
	테스트 수	612	1145	2192	4265	8388	16609	33024

## 5. 결 론

시스템-레벨 진단 알고리즘은 병렬시스템에서 중요한 연구 분야이다. 또한 하이퍼큐브 구조는 계층적이며 정규적인 특성을 가지고 있으며 최근 들어 병렬처리 시스템에 많이 이용되고 있다. 기존의 하이퍼큐브 진단 알고리즘은 진단 가능한 노드의 수가  $n$ 보다 작거나 같다는 가정을 하고 있다. Kranakis와 Pelc는 전체 하이퍼큐브  $H_n$ 를 결함을 모두 포함할 수 있는 서브 링을 하나의 노드로 하는 새로운 하이퍼큐브  $H_j \times R_n - j$ 로 분할하여 진단을 수행하는 알고리즘 HYP-DIAG를 제안하였다. 그러나 이 알고리즘 역시 진단 가능한 노드의 개수가 최대  $n$ 이라는 단점을 갖고 있다. Somani와 Peleg는 진단의 정확여부를 판단할 수 없는 노드의 존재를 허락함으로써 진단 가능한 결함의 최대 수를 증가하는  $t/k$ -진단가능 시스템을 제안하고 하이퍼큐브가  $t/k$ -진단가능 시스템이라는 사실을 증명하였다.

이 논문에서는 알고리즘 HYP-DIAG을 바탕으로  $t/k$ -진단가능 시스템의 개념을 적용하여 결함 노드의 수  $t$ 가  $t > n$ 일 경우의 over-d 문제를 해결하는  $t/k$ -HYP\_DIAG 알고리즘을 제안하였다. 제안하는 알고리즘 진단 가능한 최대의 노드 수를 증가하는 대신에 약간의 부정확한 진단을 허용함으로써 HYP-DIAG 알고리즘의 효율성을 이용하고 결함의 수가 많을 수 있는 대형 멀티미디어에서도 이용 가능하게 하였다.  $t/k$ -HYP-DIAG 알고리즘은 정확하지만 불완전한 알고리즘이다.  $k=1$ 일 경우  $2n-2$ 개의 결함을 진단할 수 있게 함으로써 작은 양의 테스트로 비교적 우수한 진단능력을 보여준다. 앞으로의 연구방향은 시스템-레벨의 가정의 제약점을 제거하고 분산적인 환경에서 수행되는 진단알고리즘에 대한 연구이다.

## 참 고 문 헌

[1] F. P. Preparate, G. Metz, and R. T. Chien, "On

the Connection Assignment Problem of Diagnosable Systems", IEEE Trans. Electronic Computers, No. 12, pp. 848-854, 1967.

- [2] A. K. Somani and O. Peleg, "On Diagnosability of Large Fault Sets in Regular Topology-based Computer Systems", IEEE Trans. Computers, Vol. 45, No. 8, pp. 892-903, 1996.
- [3] N. H. Vaidya and D. K. Pradhan, "Safe System Level Diagnosis", IEEE tran. Computers, Vol. 43, No. 3, pp. 367-370, 1994.
- [4] S. L. Hakimi and A. T. Amin, "Chracterization of Connection Assignment of Diagnosable Systems", IEEE Tran. Computers, Vol. 23, pp. 86-88, 1974.
- [5] F. J. Allan, T. Kameda and S. Toida, "An Approach to the Diagnosability Analysis of System", IEEE Trans Computers, Vol. 24, pp. 1040-1042, 1975.
- [6] A. K. Somani, V. K. Agarwal, and D. Avis, "A Generalized Theory for System level Diagnosis", IEEE Trans. Computer, Vol. 36, No. 5, pp. 538-546, 1987.
- [7] C. Feng, L. N. Bhuyan, and F. Lombardi, "An Adaptive System Level Diagnosis for Hypercube Multiprocessors", IEEE Trans. Computers, Vol. 45, No. 10, pp. 1157-1170, 1996.
- [8] N. Nakajima, "A new Approach to System Diagnosis", Proc. 19th Allertion Conf. Comm., Control and Computing, pp. 697-706, 1981.
- [9] 최문옥, 이충세, "적응적 큐브 분할을 이용한 하이퍼큐브 진단 알고리즘", 정보과학회논문지, 제 27권, 제4호, pp. 431-439, 2000.



### 이 충 세

1990년 미국 남 캐롤라이나 대학교 컴퓨터과학과(전산학 박사)

1979년~1988년 미국 북 다코다 대학교 전산학과 조교수

1989년~1991년 동아대학교 경영정보학과 부교수

1991년~현재 충북대학교 전자정보대학 컴퓨터공학과 교수