

# 멤돌이 자속의 영향을 고려한 철도추진용 선형유도전동기의 동특성 연구

## Dynamic Characteristics Analysis Considering the Effect of the Vortexes of Flux in a LIM for Railway Propulsion System

박찬배<sup>†</sup> · 이병송\* · 이 주\*\*  
Chan-Bae Park · Byung-Song Lee · Ju Lee

**Abstract** In the case of a Linear Induction Motor (LIM), numerical analysis method like Finite Element Method (FEM) has been mainly used to analyze the travelling magnetic field problem which includes the velocity-induced electromotive force. If the problem including the velocity-induced electromotive force is analyzed by FEM using the Galerkin method, the solution can be oscillated according to the Peclet Number, which is determined by conductivity, permeability, moving velocity and size of mesh. Consequently, the accuracy of the solution can be low and the vortexes of flux can be occurred at the secondary back-iron. These vortexes of the flux occurred at the secondary back-iron does not exist physically, but it can be occurred in the analysis. In this case, the vortexes of the flux can be generally removed by using Up-Wind method which is impossible to apply a conventional S/W tool (Maxwell 2D). Therefore, in this paper, authors examined the vortexes of the flux occurred at the secondary back-iron of the LIM according to variations of the Peclet Number, and analyzed whether these vortexes of the flux affect on the dynamic force characteristics of the LIM or not.

**Keywords** : Linear Induction Motor, Flux Vortex, Magnetic Vector Potential

**요 지** 선형유도전동기와 같은 속도기전력을 포함하는 운동자계 문제를 Galerkin 법을 이용하는 FEM으로 해석할 경우, Peclet Number의 값에 따라 해가 오실레이션 할 수 있으므로 해의 안정성이 떨어지게 되며, 더불어서 2차측 Back-Iron에서 자속이 외부와 쇄교하지 못하고 내부에서 멤돌은 자속 멤돌이 현상이 발생하게 된다. 이 경우, 일반적으로 Up-Wind 기법을 이용하여 자속의 멤돌이 현상을 해결하게 되는데, 범용 S/W Tool(Maxwell 2D)의 경우 Up-Wind 기법을 적용하기가 힘들다. 따라서 본 논문에서는 Peclet Number 값에 따른 선형유도전동기의 2차측 Back-Iron에서 발생하는 자속의 멤돌이 현상을 살펴보고, 자속의 멤돌이 현상이 선형유도전동기의 동특성에 어떠한 영향을 끼치는지를 분석하였다.

**주 요 어** : 선형유도전동기, 자속 멤돌이, 자기벡터포텐셜

## 1. 서 론

선형유도전동기를 추진 시스템으로 채택한 대표적 철도 응용 분야는 자기부상열차와 리니어 지하철 및 경전철 분야이다. 회전형 전동기를 이용하여 기계적인 추진력을 기여와 바퀴로 전달하여 레일 위를 달리는 기존의 시스템에

서 발생하는 여러 가지 문제점들을 개선하기 위하여 동력 변환장치 없이 직선 추진력을 직접 얻을 수 있는 선형 유도 전동기를 이용한 철도응용 분야에 관심을 두고 지속적인 연구 및 상용화가 진행되고 있다. 선형유도전동기를 추진 시스템으로 하는 리니어 전철시스템은 비점착구동방식을 사용하므로 (1)탁월한 급가감속, (2)저가의 건설비, (3)우수한 급구배 등판능력, (4)뛰어난 급곡선 주행능력, (5)날씨에 무관한 높은가용성, (6)저소음, (7)낮은 유지보수비용 등 많은 장점을 가지고 있다. 따라서 현재 전 세계적으로 널리 상용화되고 있으며, 그 수요는 나날이 증가할 것으로 예상

<sup>†</sup> 책임저자 : 정회원, 한국철도기술연구원, 주행추진연구실  
E-mail : cbpark@krti.re.kr

TEL : (031)460-5427 FAX : (031)460-5299

\* 정회원, 한국철도기술연구원

\*\*정회원, 한양대학교

하고 있다[6]. Fig. 1 (a)는 철도차량에 적용되는 편측식 선형유도전동기의 형상을 보여주며, Fig. 1 (b)는 철도차량에 적용되어지는 선형유도전동기의 실제 적용 예를 보여준다.

일반적으로 선형유도전동기는 구조상으로 1차측 길이방향이 유한하여 입, 출구단에서의 자속이 불균형하게 되는 종방향 단부효과와 1차측 이동자계에 의해 2차측에 유기되는 와전류 성분 중 추력을 발생시키지 못하는 성분이 존재하기 때문에 유효 공극 길이의 증가와 자속의 왜곡 등을 유발시키는 횡방향 단부효과가 발생하게 된다. 또한 1차측과 2차측 사이에서 수직력도 발생하게 된다. 그러므로 선형유도전동기를 정확히 해석하기 위해서는 이들 현상들이 모두 명확하게 고려되어야 하며, 선형유도전동기와 같은 속도기 전력을 포함하는 운동자계 문제를 해석하기 위해서 유한요소법과 같은 수치해석적인 방법이 주로 이용되고 있다[4,5].

선형유도전동기와 같은 속도기 전력을 포함하는 운동자계 문제를 Galerkin 법을 이용하는 유한요소법으로 해석할 경우, 도전율, 투자율, 이동 속도 및 모델 요소의 크기에 따라 결정되는 Peclet Number의 값에 따라 해가 오실레이션할 수 있으므로 해의 안정성이 떨어지게 되며, 더불어서 2차측 Back-iron에서 자속이 외부로 나가지 않고 내부에서 맴도는 자속 맴돌이 현상이 발생되게 된다[6]. 이때 2차측

Back-iron에서 발생하는 자속의 맴돌이 현상은 물리적으로는 존재하지 않는 것이지만, 유한요소법에 의한 해석에서는 발생이 가능하다. 이 경우, 일반적으로 Up-wind 기법을 이용하여 자속의 맴돌이 현상을 해결하게 되는데, 범용 S/W Tool(Maxwell 2D)의 경우 Up-wind 기법을 적용하기가 힘들다. 따라서 본 논문에서는 Peclet Number 값에 따른 선형유도전동기의 2차측 Back-iron에서 발생하는 자속의 맴돌이 현상을 살펴보고, 자속의 맴돌이 현상이 선형유도전동기의 동특성에 어떠한 영향을 끼치는지를 분석하였다.

## 2. 운동자계문제 해석기법

일반적으로 2차원 운동자계를 포함한 와전류 문제에서, 유기전류 영역에 대한 2차원 지배방정식은 식 (1)과 같으며, 2차측이 직접 이동하지 않고 속도만 입력하여 와전류를 구하는 방법이다.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{1}{\mu} \frac{\partial A}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \frac{1}{\mu} \frac{\partial A}{\partial y} \right] = -J_0 + \sigma \left[ v_x \frac{\partial A}{\partial x} \right] \quad (1)$$

여기서,  $A$ 는  $z$  방향 자기벡터 포텐셜을 나타내고,  $J_0$ 는 여자전류밀도,  $\sigma$ 는 도전율,  $\mu$ 는 투자율,  $v_x$ 는 선형유도전동기의  $x$  방향으로의 이동속도이다.

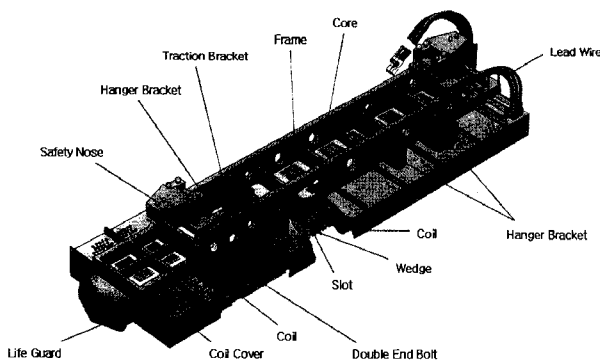
운동자계를 포함한 와전류 문제를 Galerkin 법에 의한 유한요소 해석을 할 경우, 도전율, 투자율, 이동 속도 및 각각 요소의 크기에 따라 결정되는 Peclet Number가 임계값을 초과하게 되면 해가 불안정해지는 문제가 있다. 일반적으로 철도차량에 적용될 선형유도전동기의 경우, 모델 사이즈가 커지게 되며, 선형유도전동기의 길이에 비해 상대적으로 미세한 공극 및 긴 2차측 리액션플레이트를 갖고 있는 구조적 특징 때문에 Peclet Number는 임계값을 초과하게 되며, 이로 인해 자기벡터 포텐셜 값의 오실레이션을 피하기 어렵다. 따라서 이러한 문제를 해결하기 위하여 일반적으로 Up-Wind 법을 사용하며, 식 (1)을 Up-Wind 법에 의해 정식화하면 식 (2)와 같다.

$$\int_S \sum_1^4 \left( \frac{1}{\mu} \frac{\partial L_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} + \frac{1}{\mu} \frac{\partial L_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} \right) A_j ds \quad (2)$$

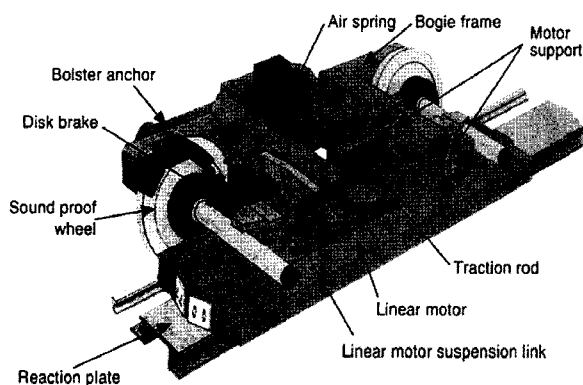
$$+ \sigma v_x \int_S \sum_1^4 \left( L_i \frac{\partial N_j}{\partial x} \right) A_j ds + J_0 \int_S L_i ds = 0$$

여기서,  $N_i$ 는 형상함수이고,  $L_i$ 는 Up-Wind 보간함수이며, 식 (3), (4)로 정의할 수 있다.  $P_e$ 는 Peclet Number로써 식 (7)과 같으며,  $h$ 는  $x$  방향으로의 요소의 크기이다[1-3].

$$N_i = \frac{1}{4} (1 + \xi_i \xi) (1 + \eta_i \eta) \quad (3)$$



(a) Configuration of a LIM



(b) Practical application for railway systems

Fig. 1. Linear induction motor [7]

$$L_i = \frac{1}{4}(1 + \xi_i \xi - \alpha \xi_i f(\xi))(1 + \eta_i \eta) \quad (4)$$

$$f(\xi) = 3(1 - \xi^2)/4 \quad (5)$$

$$\alpha = \coth\left(\frac{P_e}{2}\right) - \frac{2}{P_e} \quad (6)$$

$$P_e = \sigma \mu v_x h \quad (7)$$

### 3. 범용 S/W Tool을 이용한 선형유도전동기의 해석 모델링

철도차량용 선형유도전동기의 경우, 단부효과를 고려한 동특성 해석을 위해서는 Full 모델링이 불가피하나, 모델의 극수가 회전형 유도전동기에 비해 많은 6극-8극을 선호하기 때문에 선형유도전동기 모델의 길이가 운동진행 방향으로 길어지게 된다. 이 경우, 선형유도전동기의 길이에 비해 상대적으로 미세한 공극 및 동특성 해석을 위하여 긴 2차측 리액션 플레이트를 갖고 있는 구조적 특징으로 인해서 운동자계 문제의 정확한 해석을 위한 모델 전체의 요소수가 급격히 증가되어 긴 해석 시간과 고용량의 해석 메모리가 요구되는 등 해석에 어려움이 있다.

일반적으로 범용 S/W Tool(Maxwell 2D)을 이용하여 선형유도전동기의 운동자계 문제를 해석할 경우, Moving Band를 사용하면 2차측 리액션플레이트가 직접 공간을 이동하므로 식 (1)의 지배방정식은 식 (8)과 같이 속도항이 시간차분 형태로 바뀌어야 한다.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{1}{\mu} \frac{\partial A}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \frac{1}{\mu} \frac{\partial A}{\partial y} \right] = -J_0 + \sigma \left[ \frac{\partial A}{\partial t} + v_x \frac{\partial A}{\partial x} \right] \quad (8)$$

Maxwell 2D와 같은 범용 S/W Tool을 이용할 경우 Up-Wind 법과 같은 수치해석적 기법을 따로 적용하기가 어렵다. 따라서 본 논문에서는 운동자계 문제를 포함하고 있는 선형유도전동기의 정확한 추력특성을 해석하기 위하여 범용 S/W Tool(Maxwell 2D)을 이용한 Galerkin 법을 적용하였으며, Up-Wind 법과 같은 수치해석적인 기법을 이용하여 방향성에 의한 오차를 상쇄시키는 방법을 적용하는 대신에 해석모델의 Back-Iron에서의 요소의 분할 크기를 줄여서 계산량을 증가시키는 방법을 선택하였다. 또한 Back-Iron에서의 요소의 분할 크기변화에 의한 Peclet Number의 변화에 따른 선형유도전동기의 Back-Iron에서의 자기벡터포텐셜의 방향성에 의한 오실레이션의 크기를 비교하였으며, 이에 따른 선형유도전동기 해석모델의 동적 특성 영향도를 비교 분석해 보았다.

본 논문에서 연구된 해석 모델은 3상 8극을 가지는 선형

유도전동기로서, 선형유도전동기의 단부효과 및 동적 특성을 고려하기 위해서 형상 전체를 모델링 하였다. 해석 모델의 정의는 Fig. 2와 같으며, 해석 모델의 구체적인 사양은 Table 1과 같다. 해석 모델은 선형유도전동기의 동특성 해석을 위하여 이동속도에 따른 주행거리가 고려되었다. 해석 모델 전체의 크기가 너무 커서 Back-Iron에서의 작은 Peclet Number를 갖도록 2차측 리액션 플레이트와 Back-Iron의 요소의 크기를 작게 하는데 한계가 있다. 해석 모델의 경우, 공극의 크기가 5mm이며, 2차측 리액션플레이트의 두께도 5mm이므로 이 부분에서의 요소의 크기는 5mm 이하여야 한다. 하지만 Back-Iron의 경우는 계산시간의 한계를 고려하여 요소의 크기를 조절할 필요가 있다. 따라서 전체 요소수를 고려하여 Back-Iron에서의 요소 크기가 15mm와 5mm일때 각각 Peclet Number가 626, 209 인 두 가지 경우에 대한 모델의 요소 분할을 실시하였다. Fig. 3은 요소 크기에 따른 해석 모델의 요소분할도를 보여주며, Table 1은 두 해석 모델의 요소 크기에 따른 Back-Iron에서의 Peclet Number를 계산한 결과를 보여준다.

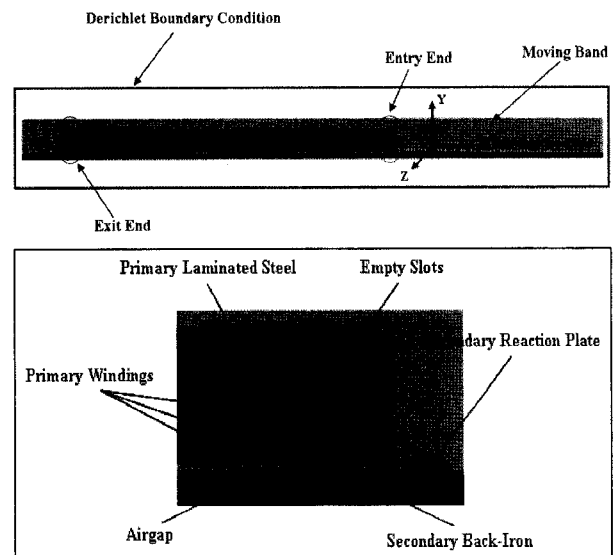
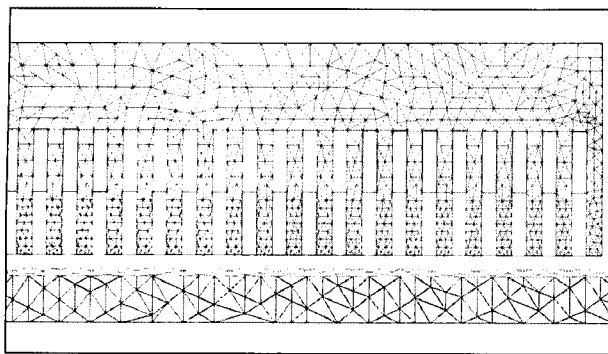


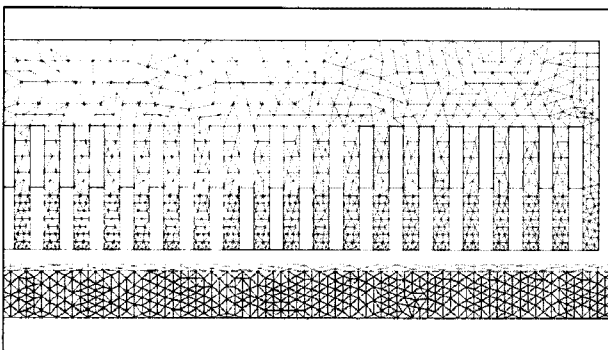
Fig. 2. Numerical analysis model of a LIM

Table 1. Specifications of the analysis model

Item	Specification
Continuous Rated Output Power	110 kW
Phase Input Voltage	337 V
Rated Frequency	21 Hz
Rated Slip	0.2
Phase / Poles	3 / 8
Slots/Pole/Phase	4
Air-gap	5 mm
Pole Pitch	252 mm
Al-Sheet Thickness	5 mm



(a) Model 1 (Size of Elements = 15mm)



(b) Model 2 (Size of Elements = 5mm)

Fig. 3. Elements distributions of the LIM models for a numerical analysis

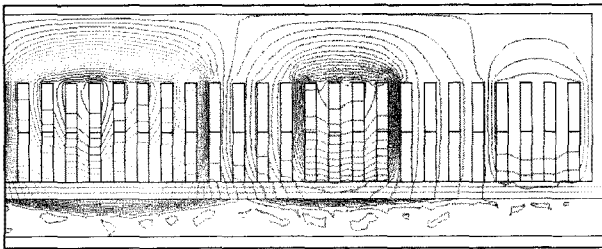
Table 2. Peclet Number of the Numerical Analysis Model

	Model 1	Model 2
Back-Iron Conductivity ( $\sigma$ )	$1 \times 10^6$ S/m	
AL-plate Conductivity ( $\sigma_{al}$ )	$3.1 \times 10^7$ S/m	
Coil Current Density (J)	12 A/mm <sup>2</sup>	
Moving Velocity ( $v_x$ )	8.3 m/s	
Size of Elements (h)	15 mm	5 mm
Peclet Number ( $P_e$ )	626	209

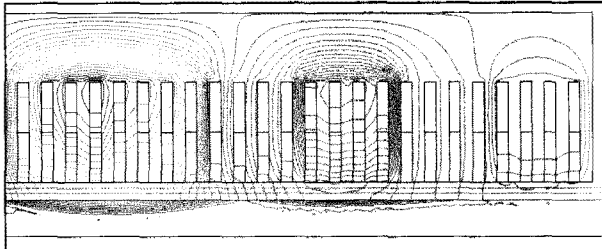
#### 4. 해석 결과 및 검토

일반적으로 선형유도전동기에 있어서, 1차측 코일에 의해 발생된 시간-공간 변화 자계는 공극을 통하여 2차측과 쇄교하게 되며, 이에 2차측에서 기전력이 유기된다. Fig. 4는 LIM 모델에서의 1차측과 2차측 사이의 자속 쇄교에 의한 자속선의 분포도를 보여준다. Fig. 4(a)의 경우, Back-Iron의 요소의 Peclet Number를 626으로 설정하여 요소수를 3,466개로 나누는 경우이며, Fig. 4(b)의 경우, Back-Iron의 요소의 Peclet Number를 209으로 설정하여 요소수를 10,398개로 나누는 경우이다. Fig. 4에서 알 수 있듯이, 모델

1의 2차측 Back-Iron에 존재하는 자속의 맴돌이 현상이 요소 크기 변화에 따른 Peclet Number 변화로 모델 2에서 거의 사라진 것을 알 수 있다. 다만, 모델 2의 경우도 모델 사이즈로 인해서 Back-Iron에서의 요소의 Peclet Number 역시 임계값 보다 여전히 크기 때문에 자속의 맴돌이 현상이 완전히 사라지지 않았음을 알 수가 있다. Fig. 4에서 보듯, 2차측 Back-Iron에서 발생한 비정상적인 자속의 맴돌이 현상은 실제 물리적으로 발생하는 현상은 아니고, Galerkin 법에 의한 유한요소법을 이용할 때, 요소들 사이의 인접한 절점사이에서 자기벡터포텐셜이 방향성을 가지고 오실레이션 하기 때문에 일어나는 현상이다. Fig. 5와 Fig. 6은 해석 모델의 Back-Iron에서의 자기벡터포텐셜 분포를 보여준다. Fig. 5는 Back-Iron의 요소수가 3,466개인 모델 1의 해석 시 Time-step 변화(0.00033sec, 0.001sec)에 따른 Back-Iron에서의 자기벡터포텐셜 분포도 변화를 나타내었다. Fig. 5를 살펴보면, Time-step 변화에 따른 Back-Iron에서의 벡터포텐셜 분포의 변화는 없는 것으로 판단된다. Fig. 6은 해석 모델의 Back-Iron 요소수 변화(모델 1은 3,466개, 모델 2는 10,398개, 해석 시 Time-step 0.00033sec로 동일)에 따른 Back-Iron에서의 자기벡터포텐셜 분포도 변화를 나타내었다. Fig. 6을 살펴보면, Back-Iron에서의 요소수가 적은 모델에서 벡터포텐셜의 오실레이션을 발생함을 알 수 있다. Fig. 7은 과도해석에 의한 선형유도전동기 모델의 Back-Iron에서의 요소수 변화 및 해석 시 Time-step 변화에 따른 상당 쇄교자속량을 보여준다. Mesh(A)는 Back-Iron의 요소수가 3,466개이며, mesh(a)는 요소수가 10,398개이다. 또한 Time-step(B)는 0.00033sec이며, Time-step(b)는 0.001sec이다. Fig. 7에서 알 수 있듯이, Back-Iron에서의 요소수 변화 및 해석 시 Time-step 변화에 무관하게 상당 쇄교자속량이 rms값으로 약 1 Wb로 거의 같음을 알 수 있다. Fig. 8은 해석 모델의 Back-Iron에서의 요소수 변화 및 해석 시 Time-step 변화에 따른 Tangential Force의 크기를 보여주며, Fig. 9는 Normal Force의 크기를 보여준다. 시뮬레이션 결과에서 알 수 있듯이, 해석 모델 사이의 Tangential Force와 Normal Force의 크기는 약 0.7~1.5% 정도의 작은 차이를 보일 정도로 유사하다. 결국, 회전형 유도전동기에 비하여 비교적 큰 공극을 갖는 선형유도전동기의 경우, 자속의 맴돌이 현상이 기기의 Tangential Force 나 Normal Force와 같은 동특성에 크게 영향을 끼치지 않음을 본 시뮬레이션 결과를 통하여 알 수 있었다. 마지막으로 Table 3에서 선형유도전동기의 해석 모델간의 시뮬레이션 결과를 정리하였다.

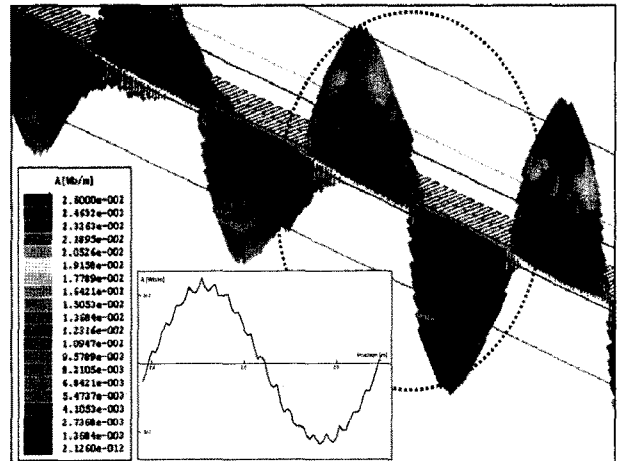


(a) Model 1 (Back-Iron Elements = 3466, Peclot Number = 626)

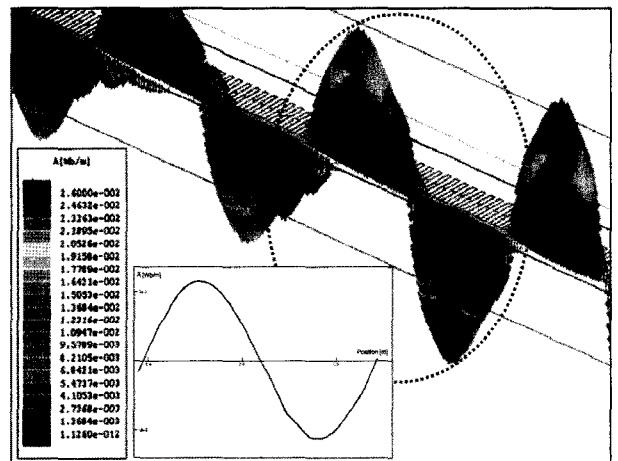


(b) Model 2 (Back-Iron Elements = 10398, Peclot Number = 209)

Fig. 4. Flux line distribution of the LIM models by variation of Peclot Number of elements

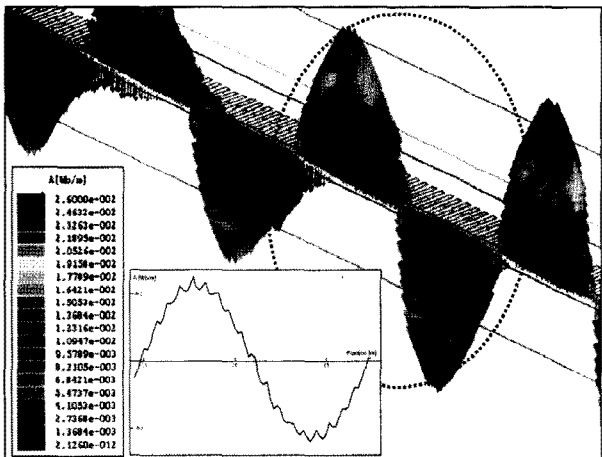


(a) Case 1 (Model 1, Peclot Number = 626)

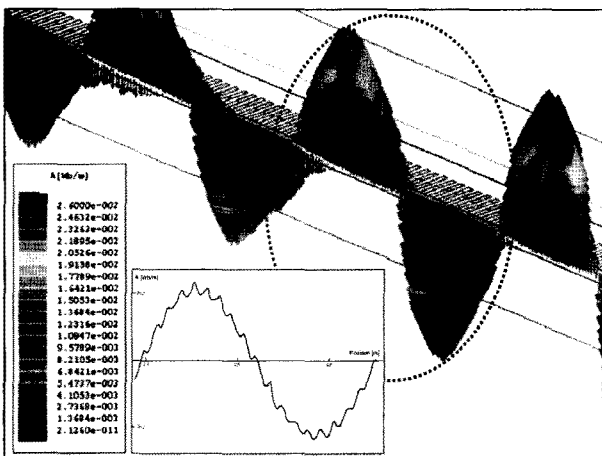


(b) Case 3 (Model 2, Peclot Number = 209)

Fig. 6. Magnetic Vector Potential distribution on the back-iron of the LIM models by variation of Peclot Number of elements



(a) Case 1 (Model 1, Time-step = 0.00033 sec)



(b) Case 2 (Model 1, Time-step = 0.001 sec)

Fig. 5. Magnetic Vector Potential distribution on the back-iron of the LIM models by variation of Time-step

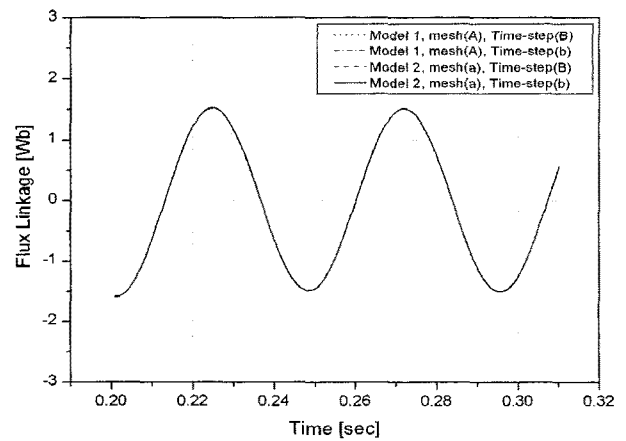


Fig. 7. Flux Linkage distributions of the LIM models by variations of Time-step and Peclot Number of elements

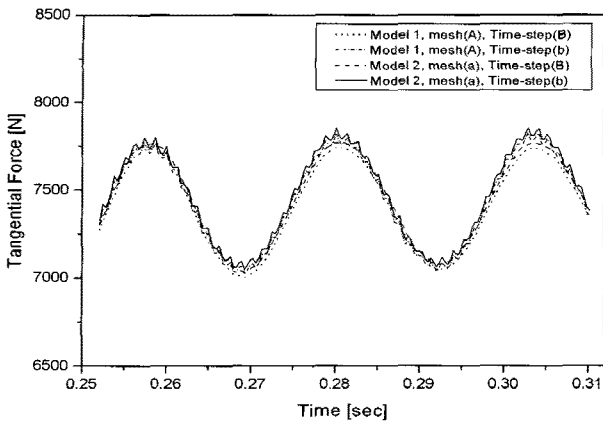


Fig. 8. Tangential Force distributions of the LIM models by variations of Time-step and Peclet Number of elements

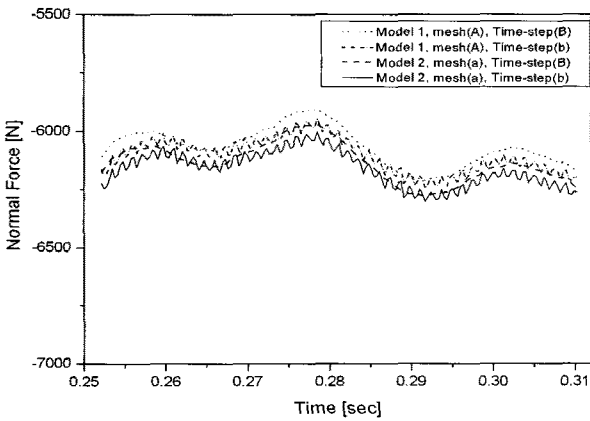


Fig. 9. Normal Force distributions of the LIM models by variations of Time-step and Peclet Number of elements

### 5. 결론

일반적으로 선형유도전동기와 같은 속도기전력을 포함하는 운동자계 문제를 유한요소법으로 해석할 경우, 선형유도전동기의 2차측 Back-iron에서 발생하는 자속의 맴돌이 현상을 일반적으로 Up-wind 기법을 이용하여 해결하는 것이 효과적이지만, 범용 S/W Tool (Maxwell 2D)를 이용할 경우 Up-wind 법을 적용하기가 힘들어 정확한 해석을 기대하기가 어려웠다. 따라서 본 논문에서는 선형유도전동기의 보다 정확한 동특성 해석을 위해서 Galerkin 법을 적용한 유한요소법을 이용하면서 요소의 크기 변경에 따른 Peclet Number의 변화 및 해석 시 Time-step 변화에 따른 선형유도전동기의 2차측 Back-Iron에서 발생하는 자속의

맴돌이 현상의 영향도 및 자기벡터포텐셜의 오실레이션 발생 정도를 살펴보았으며, 추력 계산을 수행하였다. 결론적으로, 자속의 맴돌이 현상이 선형유도전동기의 추력특성에는 크게 영향을 주지 않음을 시뮬레이션 결과를 통해서 알 수 있었다.

Table 3. Simulation results of the LIM model

	Case 1	Case 2	Case 3	Case 4
Model	Model 1	Model 1	Model 2	Model 2
Back-Iron Mesh	3,466	3,466	10,398	10,398
Peclet Number	626	626	209	209
Time step	0.00033	0.001	0.00033	0.001
Flux Linkage/Phase [Wb]	1.067	1.070	1.069	1.072
Tangential force [N]	7,451	7,420	7,479	7,452
Normal force [N]	- 6,104	- 6,069	- 6,162	- 6,134

### 참고문헌

1. 한필완, 이주(1999), "운동자계문제의 해석을 위한 유한요소법에 관한 연구," 대한전기학회, 학계학술대회 논문집, pp. 76-78.
2. M. Ito, T. Takahashi, and M. Odamura(1992), "Up-Wind Finite Element Solution of Traveling Magnetic Field Problems," IEEE Transaction on Magnetics, Vol. 28, No. 2, March, pp. 1605-1610.
3. Zheng Wang, Graham E. Dawson, and Tony R. Eastham(1994), "The Finite Solutions for Moving Conductor Eddy Current Problems Based on Triangular Elements," IEEE Transaction on Magnetics, Vol. 30, No. 6, November, pp. 4329-4331.
4. I. Boldea and S. A. Nasar(2001), "Linear motion electromagnetic devices," New York:Taylor&Francis.
5. Jacek F. Gieras(1994), "Linear induction drives," Tokyo: Oxford:Clarendon, pp. 12-16.
6. Lee, H.-W., Lee, S., Park, C., Lee, J., Park, H.-J.(2008), "Characteristic Analysis of a Linear Induction Motor for a Lightweight Train according to Various Secondary Schemes," International Journal of Railway, Vol. 1, No. 1, pp. 6-11.
7. Japan Subway Association(2004), "Linear Metro System," pp. 1-28.

접수일(2009년 2월 3일), 수정일(2009년 4월 17일),  
 게재확정일(2009년 5월 21일)