

컴플라이언스 패턴 기반 유전자 알고리즘을 이용한 구조물 위상설계

박 영 오* · 민 승 재 †

(2009년 5월 14일 접수, 2009년 7월 13일 수정, 2009년 7월 14일 심사완료)

Structural Topology Design Using Compliance Pattern Based Genetic Algorithm

Youngoh Park and Seungjae Min

Key Words : Topology Optimization(위상최적설계), Genetic Algorithm(유전자 알고리즘), Compliance Pattern(컴플라이언스 패턴)

Abstract

Topology optimization is to find the optimal material distribution of the specified design domain minimizing the objective function while satisfying the design constraints. Since the genetic algorithm (GA) has its advantage of locating global optimum with high probability, it has been applied to the topology optimization. To guarantee the structural connectivity, the concept of compliance pattern is proposed and to improve the convergence rate, small number of population size and variable probability in genetic operators are incorporated into GA. The rank sum weight method is applied to formulate the fitness function consisting of compliance, volume, connectivity and checkerboard pattern. To substantiate the proposed method design examples in the previous works are compared with respect to the number of function evaluation and objective function value. The comparative study shows that the compliance pattern based GA results in the reduction of computational cost to obtain the reasonable structural topology.

1. 서 론

위상최적설계는 주어진 설계영역을 이산화하여 목적함수와 경계조건에 부합하는 최적의 형상을 찾는 구조최적설계법이다. 기존 위상최적설계⁽¹⁾는 대부분 민감도를 이용한 결정론적인 방법에 기반한 반면 유전자 알고리즘을 이용한 확률론적인 방법은 유전 연산자와 적합도함수를 이용하여 탐색을 수행한다. 또한 한 점에 의한 탐색이 아니라 개체군에 의한 병렬적 탐색을 수행하므로 불연속과 연속이 혼합된 문제에도 적합하다. 그러나 유전 연산자의 특성으로 인하여 위상최적설계 수행시 구조물의 연결성을 보장하기 어렵고 계산비용이 증가되었다.

이러한 문제점을 보완하기 위하여 Jensen⁽²⁾은 2 차원의 염색체와 이점교배를 이용하여 변위를 구속조건으로 무게를 최소화하는 문제에 적용하였고, Chapman⁽³⁾ 등은 1 차원의 염색체와 일점교배 그리고 단위 무게에 대한 강성의 비율과 변위를 사용한 제약조건을 포함한 적합도 함수를 이용하여 위상최적화를 수행하였지만, 구조물의 연결성을 완전히 보장하지는 못했다. 한편 Kane,⁽⁴⁾ Jakiela,⁽⁵⁾ 그리고 Fanjoy⁽⁶⁾ 등은 구조물을 지지하는 부분과 하중을 받는 부분의 연결성에 대하여 요소를 제거하거나 또는 벌칙을 적용하는 방법을 사용하였고, Tai 와 Chee⁽⁷⁾는 Bezier 곡선을 기반으로 한 모폴로지 표현법으로 임의의 위상을 만들어 모든 개체에 중첩시키는 방법을 적용하였다. Wang 과 Tai⁽⁸⁻¹⁰⁾는 제약 조건으로 설계영역에서 하나 이상의 구조물에 대하여 벌칙을 적용하는 방법과 그래프 이론 그리고 Bar-system 등을 이용하여 임의의 위상을 만들어 모든 개체에 적용하는 방법을 사용하였다. 그리고 Hamda 와 Jouve⁽¹¹⁾은 Voronoi 도형을 기초로 한 Voronoi-bar 표현법 등으로 구조물의 연결성을 보장하는 등 많은 연구가 있었다.

[이 논문은 2009년도 CAE 및 응용역학부문 춘계학술대회 (2009. 5. 14.-15., 한국관광공사 T2 아카데미) 발표논문임]

* 한양대학교 대학원 기계설계학과

† 책임저자, 회원, 한양대학교 기계공학부/자동차공학과

E-mail : seungjae@hanyang.ac.kr

TEL : (02)2220-0457 FAX : (02)2298-4634

이러한 방법으로 구조물의 연결성은 보장되었으나 여전히 수렴하는데 많은 함수계산이 필요하였다. 따라서 본 연구에서는 구조물의 연결성을 보장하기 위하여 컴플라이언스 패턴을 모든 개체에 중첩시키는 방법을 제안하였고, 수렴성을 향상시키기 위하여 적은 모집단 크기를 사용하였으며 유전 연산자에 가변 확률을 적용하였다. 제안한 방법의 효율성을 검증하기 위하여 선행 연구와 동일한 설계문제에 체적 및 변위 제약조건을 적용하여 최적 위상과 목적함수 값 그리고 함수평가 횟수를 비교하였다.

2. 밀도법을 이용한 위상최적설계

기존의 밀도법을 이용한 위상최적설계 방법⁽¹²⁾에 사용된 최적화 알고리즘으로는 최적화 기준법 (Optimality Criteria), 순차적 선형 계획법(Sequential Linear Programming)과 이동 점근법(Method of Moving Asymptotes) 등과 같은 수리계획법(Mathematical Programming) 그리고 유전자 알고리즘(Genetic Algorithm) 등이 있다. 민감도를 이용하여 최적화를 수행하는 최적화 기준법은 제약조건이 하나 이상일 경우 다루기가 어렵고 수리계획법은 초기 설계 값에 민감하다. 그러나 유전자 알고리즘은 도함수를 필요로 하지 않고 탐색 방향이나 영역이 초기 값에 영향을 받지 않으며, 확률적으로 결정되므로 전역 최적화가 가능하다. 따라서 본 연구에서는 최적화 방법 중에 하나인 유전자 알고리즘을 이용한 밀도법으로 위상최적화를 수행하고자 한다.

밀도법을 이용하는 위상최적설계는 두 가지 형태로 정식화 할 수 있다. 첫 번째는 제한된 재료를 사용하여 컴플라이언스를 최소화 함으로써 최대의 강성을 가지는 위상을 도출해 내는 방법이며, 두 번째는 제한된 컴플라이언스 또는 변위에서 최소의 체적을 갖는 위상을 찾아내는 방법이다. 본 연구에서는 두 가지의 목적함수와 제약조건에 서열 합 가중값^(13,14)을 적용한 적합도 함수로 정식화 하였다.

2.1 컴플라이언스 최소화

컴플라이언스 $C(\mathbf{x})$ 를 최소화하는 문제의 정식화는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & \text{Minimize} && C(\mathbf{x}) = \mathbf{U}^T \mathbf{K} \mathbf{U} \\ & \text{subject to} && \frac{V}{V_0} \leq f \\ & && N_c - 1 = 0 \\ & && C_b = 0 \\ & && \mathbf{K} \mathbf{U} = \mathbf{F} \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 V 와 V_0 는 각 개체의 체적합과 설계영역의

전체 체적, f 는 체적분률을 나타내며 N_c 와 C_b 는 구조물과 체커보드 패턴의 수를 나타낸다. \mathbf{K} , \mathbf{U} 그리고 \mathbf{F} 는 전체 강성행렬, 전체 변위벡터 그리고 하중 벡터를 나타낸다.

식 (1)은 다음과 같이 서열 합 가중값^(13,14)을 적용한 적합도 함수로 정식화 할 수 있다.

$$\begin{aligned} \text{eval}(\mathbf{x}) = & w_1 \left(\frac{V}{V_0 f} - 1 \right) + w_2 (N_c - 1) \\ & + w_3 C_b + w_4 \left[\frac{C(\mathbf{x})}{C(\mathbf{x})_{\max}} \right] \end{aligned} \quad (2)$$

$$\text{where } w_i = \frac{n - r_i + 1}{\sum_j (n - r_j + 1)} \quad (3)$$

여기서 $\text{eval}(\mathbf{x})$ 는 컴플라이언스를 최소화하기 위한 적합도 함수이며, $C(\mathbf{x})_{\max}$ 는 같은 세대에서 가장 큰 목적함수 값을 나타낸다. n 은 목적함수와 제약조건 수를 나타내며, r_i 는 각 기준들의 우선순위이다. w_i 는 각각의 i 번째 기준들에 대하여 정규화된 가중값 $0 \leq w_i \leq 1$ 을 갖는다. 이때 w_i 의 전체 합은 1이 되도록 결정한다. 서열 합 가중값은 적합도의 차이를 적절히 확대 혹은 축소시켜 효율적인 선택을 유도하며, 우선순위에 따라 가중값이 다르게 적용되므로 가중값을 정의하기가 쉽다. 본 연구에서는 Table 1과 같이 목적함수와 제약조건 우선 순위를 정하고 가중값을 적용하였다.

2.2 체적 최소화

체적 $V(\mathbf{x})$ 를 최소화하기 위한 문제의 정식화는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & \text{Minimize} && V(\mathbf{x}) \\ & \text{subject to} && \delta - \delta_{\text{allow}} \leq 0 \\ & && N_c - 1 = 0 \\ & && C_b = 0 \\ & && \mathbf{K} \mathbf{U} = \mathbf{F} \end{aligned} \quad (4)$$

여기서 δ 와 δ_{allow} 는 최대 변위와 허용 변위이다. 식 (4)는 다음과 같은 적합도 함수로 정식화 할 수 있다.

Table 1 Determination of weights by ranking procedures

Objective & Constraints	Rank	Rank sum weight	
		Weight ($n-r_i+1$)	Normalized weight
Objective	4	1	0.1
Volume (or Displacement)	1	4	0.4
Connectivity	2	3	0.3
Checkerboard	3	2	0.2
		10	1

$$\begin{aligned} \text{eval}(\mathbf{x}) = & w_1 \left(\frac{\delta}{\delta_{allow}} - 1 \right) + w_2 (N_c - 1) \\ & + w_3 C_b + w_4 \left[\frac{V(\mathbf{x})}{V(\mathbf{x})_{max}} \right] \end{aligned} \quad (5)$$

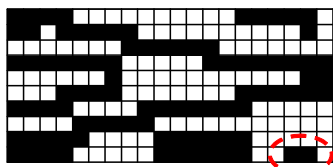
여기서 $\text{eval}(\mathbf{x})$ 는 체적을 최소화하기 위한 적합도 함수이며, $V(\mathbf{x})_{max}$ 는 같은 세대에서 가장 큰 체적을 나타낸다. 적용된 가중값은 Table 1에서 목적함수를 컴플라이언스 대신 체적으로 변경하고, 체적 제약조건 대신 변위 제약조건을 적용하였다.

3. 컴플라이언스 패턴

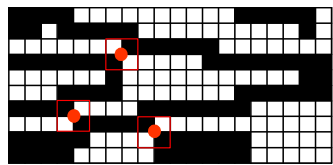
위상최적설계 수행시 설계영역에는 구조물을 지지하는 부분과 하중을 받는 부분이 서로 연결되어 있는 형태의 구조물이 존재해야 하지만 유전 연산자의 특성으로 인하여 연결성이 보장되지 않는 경우가 발생한다. 연결성을 탐색하기 위하여 Fig. 1(a)와 같이 개체를 설계영역에 이진화 배열로 표현하고, 각 요소의 밀도값이 1인 요소들 중에 모서리를 공유하는 요소들만 분리하면 Fig. 1(b)와 같이 모서리를 공유하고 있는 구조물의 위상을 얻을 수 있다. 설계자가 설정한 임계값 이하의 작은 요소로 이루어져있는 구조물은 유한요소해석에서 생략할 수 있으므로 제거하면 Fig. 1(c)와 같이 4개의 구조물로 이루어진 위상을 얻을 수 있고, 구조물의 수에 가중값을 부여하여 최종적으로 연결된 단일 구조물을 생성하고자 한다. 또한 절점만으로

1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	
1	1	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

(a) Mapping chromosome into a design domain



(b) Connected objects in a design domain



(c) Connectivity and checkerboard pattern

Fig. 1 Process to identify structural connectivity

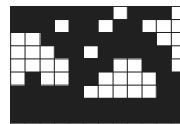
연결된 체커보드 패턴은 요소와 요소 사이의 불연속을 의미하므로 이러한 체커보드 패턴을 찾아 가중값을 적용하였다.

Fig. 2(a)와 같이 2 차원의 이진화 배열로 표현된 개체에 대하여 유한요소해석을 수행하면 Fig. 2(b)와 같이 각 요소에 대한 컴플라이언스 정보를 얻을 수 있다. 컴플라이언스 값이 큰 요소부터 차례대로 확률만큼 요소를 선택하여 밀도($\rho=1$)를 부여하면 Fig. 2(c)와 같은 컴플라이언스 패턴을 얻게 된다. 컴플라이언스 패턴을 얻기 위한 확률 $P_t^{(i)}$ 는 다음과 같이 정의한다.

$$P_t^{(i)} = \begin{cases} f & \text{if } i=1 \\ (P_t)_{min} & \text{if } f - (\alpha_t \times \log_{10}(i)) \leq (P_t)_{min} \\ f - (\alpha_t \times \log_{10}(i)) & \text{otherwise} \end{cases} \quad (6)$$

여기서 $(P_t)_{min}$ 은 최소확률, α_t 는 $0 < \alpha_t < 0.1$ 의 값이며, i 는 세대 수이다. $P_t^{(i)}$ 는 초기 단계에서 높은 값을 적용하여 연결성을 보장하고 세대수가 증가할수록 그 값을 감소한다.

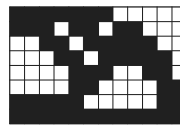
이러한 패턴은 Fig. 3(a)와 같이 모집단 수만큼



(a) Structural topology

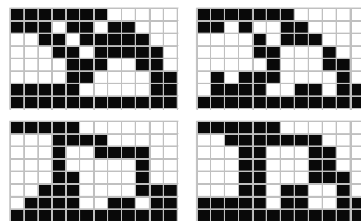


(b) Compliance information

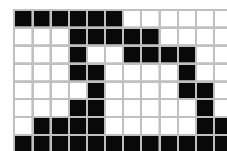


(c) Compliance pattern

Fig. 2 Process to generate a compliance pattern



(a) Compliance patterns of each population



(b) Final compliance pattern

Fig. 3 Compliance pattern based topology

생성되는데 이들의 산술평균으로 각 요소의 밀도값을 구하여 임계값(0.5) 이상인 요소에만 재료를 분포시키면 Fig. 3(b)와 같은 최종 컴플라이언스 패턴을 생성할 수 있다. 최종 컴플라이언스 패턴에 해당되는 요소들의 밀도($\rho=1$)를 모든 모집단에 적용시킴으로써 구조물의 연결성을 보장한다.

4. 수정된 유전자 알고리즘

일반적인 유전자 알고리즘을 위상최적설계에 적용하기 위하여 다음과 같이 수정하였다.

- OC 또는 SLP 와 마찬가지로 각 요소를 설계변수로 하여 1 또는 0 의 밀도값을 갖는다.
- 다양성을 높이기 위하여 유전 연산자에 가변확률을 적용하였고 룩프 교배방법을 사용하였다.
- 최적화 과정에 구조물의 연결성을 보장하기 위하여 컴플라이언스 패턴 기반 위상을 생성하고 적용하는 과정을 추가하였다.

4.1 선택 연산자

개체 선택 방법은 룰렛 휠 선택(roulette wheel selection), 비례 선택(proportional selection), 토너먼트 선택(tournament selection) 등이 있다. 일반적으로 룰렛 휠 선택이 사용되며 이는 적합도에 비례해서 개체(individual)를 선택하는 방식이다. 그러나 작은 크기의 모집단을 사용할 경우 초기에 최적의 개체가 발생하면 급격히 국부해로 빠지는 단점이 있다. 따라서 본 연구에서는 유전 연산자의 확률적 속성으로 인해 최적의 개체가 다음 세대에서 살아남지 못하는 단점을 보완하기 위한 엘리트 전략과 다양성을 확보하고 국부해로 빠지는 것을 막기 위하여 토너먼트 선택을 사용하였다.

4.2 교배 연산자

본 연구에서 사용된 교배 방법은 Fig. 4 와 같이 Madeira⁽¹³⁾ 등이 사용한 2 차원 위상에 적합한 룩프 교배방법에 가변확률을 적용하였다. 임의로 선택된 부모개체는 교배점에서 교배확률 $P_c^{(i)}$ 만큼 선택된 요소의 밀도값을 서로 교환하는 방식으로 자손 개체를 얻을 수 있다.

$$P_c^{(i)} = \begin{cases} (P_c)_{\max} & \text{if } i = 1 \\ (P_c)_{\min} & \text{if } P_c - (\alpha_c \times \log_{10}(i)) \leq (P_c)_{\min} \\ P_c - (\alpha_c \times \log_{10}(i)) & \text{otherwise} \end{cases} \quad (7)$$

여기서 $(P_c)_{\max}$ 는 최대 교배확률, $(P_c)_{\min}$ 은 최소 교배확률을 의미한다. α_c 는 $0 < \alpha_c < 0.1$ 의 값이며, i 는 세대 수, $P_c^{(i)}$ 는 i 번째 세대에서의 교배확률이다. α_c 값을 조절하여 세대수의 증가에 따른 교배

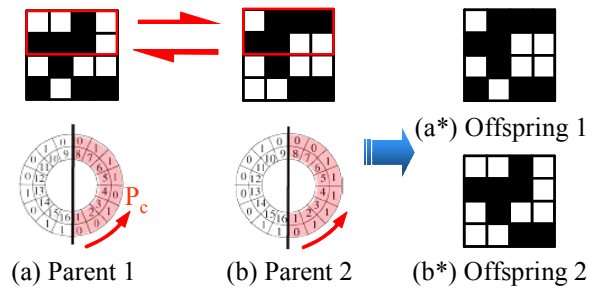


Fig. 4 Loop crossover

확률의 감소를 조절한다.

교배확률을 낮게 설정하면 다음 세대에서 새로운 개체 발생이 적게 되어 탐색이 침체되고, 반대로 너무 높게 설정하면 탐색공간을 빨리 탐색하는 특징을 갖는다. 따라서 본 연구에서는 교배 연산자에 가변확률을 적용하여 초기에 높은 확률로 새로운 개체 발생률을 높이고 점진적으로 감소시켜 강한 모집단을 구성할 수 있도록 하였다.

4.3 돌연변이 연산자

최적화 과정이 수행되는 동안 재생산과 교배 연산자는 집단을 더욱 강하게 해주고 그로 인하여 개체들은 서로 닮아가게 된다. 이러한 현상은 세대 말기에는 바람직하나 초기에 발생하면 다양성의 결핍으로 준최적해(suboptimal solution)나 사점(dead point)에 빠지게 되는 요인이 된다. 또한 교배만으로는 개체가 부모에게 의존하는 한정된 범위의 자손밖에 생성할 수 없다. 따라서 선택된 설계변수의 밀도값을 반대로 적용함으로써 교배만으로 생성할 수 없는 자손을 생성하여 개체군의 다양성을 유지하는 역할을 한다. 본 연구에서는 교배연산과 마찬가지로 단순 돌연변이에 가변확률 $P_m^{(i)}$ 을 적용하였다.

5. 설계 예

기존 문헌에서 언급된 설계예제의 결과와 본 연구에서 제안한 방법의 결과를 비교함으로써 그 효율성을 입증하고자 한다. 위상최적설계의 교육용 MATLAB 코드⁽¹⁴⁾를 활용하여 컴플라이언스 패턴 기반 유전자 알고리즘을 구현하였다.

5.1 Cantilever beam 설계(컴플라이언스 최소화) Fig. 5 와 같이 대칭 구조를 갖는 설계영역을 288(24×12)개의 4 절점 유한요소로 나누고, 목적함수와 제약조건의 우선 순위는 체적, 연결성, 체커보드, 목적함수 순으로 정의하였으며 사용한 매개변수는 Table 2 와 같다.

선행 연구에서는 다양성을 보장하기 위하여 모집단의 크기를 100 으로 설정하였지만, 본 연구에서는 수렴성을 향상시키기 위하여 10 을 사용하였으며, 작은 모집단의 수로 인하여 발생하는 다양성의 결핍을 보완하기 위하여 유전 연산자에 가변 확률을 적용하였다. 최적의 개체를 보존하기 위하여 엘리트 전략과 이진토너먼트선택을 사용하였다. 본 연구에서는 연결성을 보장하기 위하여 컴플라이언스 패턴을 기반으로 생성된 임의의 위상을 개체에 중첩시키기 때문에 체적 제약조건을 위배할 확률이 높다. 따라서 체적을 감소시키기 위하여 모집단 크기의 역수를 돌연변이 확률로 설정하였다. 또한 대칭 구조문제에 대하여 대칭 조건을 고려하지 않은 경우와 고려한 경우에 대하여 각각 선행 연구의 결과와 비교하여 보았다.

Fig. 6 은 제안된 방법을 이용한 위상최적화 과정을 나타내고 있다. 첫번째 세대에서는 무작위로 생성된 모집단의 연결성 및 체커보드 패턴 탐색과 유한요소해석 과정을 통해 컴플라이언스 패턴과 이전 세대에서 얻어진 컴플라이언스 패턴을 재생산, 교배 그리고 돌연변이 과정을 마친 모든 개체

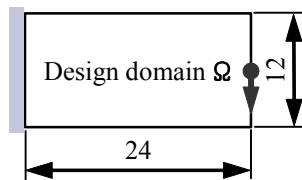


Fig. 5 Cantilever beam design problem

에 중첩시켜 구조물의 연결성을 보완하고 새로운 컴플라이언스 패턴과 최적의 위상을 얻게 된다. 이러한 과정은 세대수 종료조건을 만족할 때까지 반복하게 된다.

제안한 방법의 효율성을 검증하기 위하여 20 번의 위상최적화를 통해 최적의 위상과 함수평가 횟수를 구하여 선행 연구의 결과와 비교하였다. 대칭 조건을 고려하지 않은 경우와 고려한 경우에 대하여 Table 3 은 함수평가 횟수, Fig. 7 은 최적의 위상과 목적함수 값을 비교한 결과이다. 대칭 조건을 고려하지 않은 경우에 대하여 살펴보면 제안한 방법(65.25/7936)이 선행 연구에 비하여 목적함수 값은 각각 6%, 16%, 3.8% 향상되었고 함수 평가 횟수는 Bit-array 와 그래프 이론에 비하여 71.76% 와 40.86% 감소되었으나 Bar-system 에 비하여 약 37% 증가되었다.

Table 2 Parameters for cantilever beam design problem

Method	Population size	Iteration	Crossover rate	Mutation rate
Bit-array ⁽⁸⁾	100	1000	0.9	0.01
Graph theory ⁽⁹⁾	100	200	0.9	0.3
Bar-system ⁽¹⁰⁾	50	100	0.9	0.2
Compliance pattern	10	2000	0.8	0.1

Volume fraction (f) = 0.5 Young's modulus (E) = 1
 Load (F) = 1 Poisson's ratio (ν) = 0.3

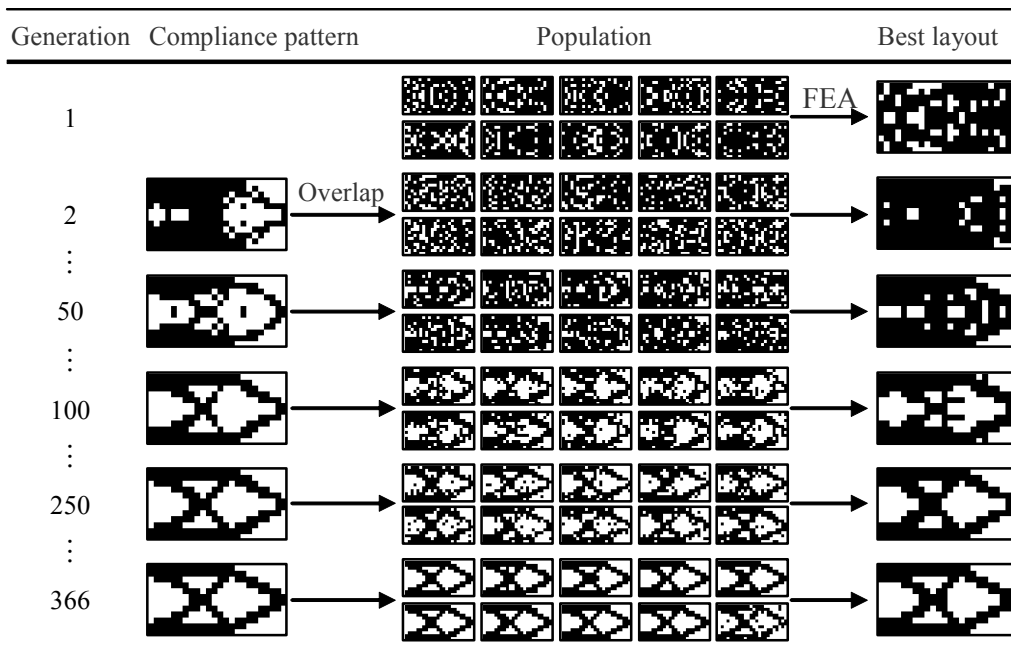


Fig. 6 Optimum solution history for cantilever beam design problem

Table 3 Comparison of FE function evaluations

Method	Best layout (random / symmetric)	Average of FE function evaluation
Bit-array ⁽⁸⁾	28105 / 22283	28105 / 21163
Graph theory ⁽⁹⁾	13420 / 7500	13420 / 7500
Bar-system ⁽¹⁰⁾	5000 / 3997	5000 / 3869
Compliance pattern	7936 / 3339	5477 / 3453

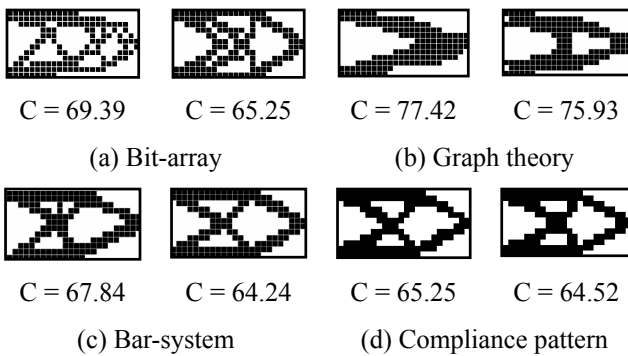


Fig. 7 Comparison of the best topologies of cantilever beam design problem (random/symmetric)

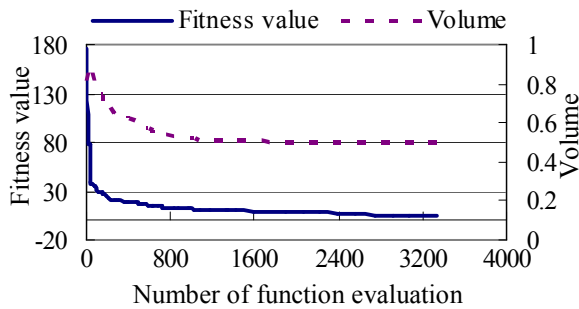


Fig. 8 Convergence history of cantilever beam design problem

그러나 본 연구에서 제안한 방법의 최대 함수평가 횟수를 Bar-system 과 동일하도록 최대 세대 수를 500 으로 설정하였을 경우에는 컴플라이언스 패턴을 이용한 방법(3296)이 약 34% 감소하였으며 목적함수 값(65.6)도 3.3% 향상된 결과를 얻을 수 있었다. 대칭 조건을 고려한 목적함수 값과 함수평가 횟수를 비교하면 제안한 방법(64.52/3339)이 Bit-array 와 그래프 이론에 비하여 목적함수 값은 1.13%와 15% 향상되었고 Bar-system 에 비하여 0.43% 증가하였다. 함수평가 횟수는 각각 85%, 55.48%, 16.46% 감소하였다. 이러한 결과들로부터 판단할 때 선행 연구에서 제안한 방법에 비하여 본 연구에서 제안한 방법이 시간비용과 목적함수 관점에서 좀더 효율적이라는 것을 알 수 있다. 특히

Table 4 Parameters for two-bar truss design problem

Method	Population size	Iteration	Crossover rate	Mutation rate
Bit-array ⁽⁸⁾	100	1500	0.9	0.01
Graph theory ⁽⁹⁾	100	200	0.9	0.3
Bar-system ⁽¹⁰⁾	50	100	0.9	0.2
Voronoi-bar ⁽¹¹⁾	80	2000	0.6	0.3
Compliance pattern	10	2000	0.8	0.1

Displacement (δ_{allow}) = 20 Young's modulus (E) = 1
 Load (F) = 1 Poisson's ratio (ν) = 0.3
 Weight value: $w_1=0.4, w_2=0.3, w_3=0.2, w_4=0.1$

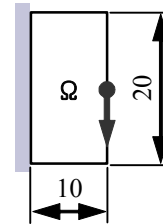


Fig. 9 Two-bar truss design problem

시간비용 면에서 높은 효율성을 보여주고 있다. Fig. 8 은 최적의 적합도와 체적 제약조건이 함수평가 횟수에 따라 수렴해 가는 과정을 보여주고 있다.

5.2 Two-bar truss 설계(체적최소화)

Fig. 9 와 같이 왼쪽은 고정되어 있고 자유단의 중간 지점에 수직으로 하중이 작용하고 있는 설계영역에서 제한된 변위로 최소의 체적을 갖는 형상을 찾기 위한 위상최적화를 수행하였다. 제약조건으로는 허용 변위와 연결성 그리고 체커보드로 설정하였다. 설계영역은 200(10×20)개의 4 절점 유한요소로 나누고 사용된 매개변수는 Table 4 와 같다. 문제를 정식화하기 위하여 목적함수와 제약조건의 우선 순위를 변위, 연결성, 체커보드, 목적함수 순으로 정의하였다. 목적함수와 변위 제약조건은 반비례이므로 변위 제약조건을 위배하지 않도록 1 순위로 설정하고 최대 변위를 20 으로 제한하였을 때의 우선 순위에 따른 가중값은 Table 4 와 같다.

본 연구에서 제안한 방법의 효율성을 검증하기 위하여 20 번의 위상최적화를 통해 최적의 위상을 얻은 함수평가 횟수와 평균 함수평가 횟수를 선행 연구와 비교하여 Table 5 에 정리하였다. 함수평가 횟수를 비교하면 본 연구에서 제안한 방법이 Bit-array, 그래프 이론, Bar-system, Voronoi-bar 에 비하여 각각 88.42%, 49.91%, 47.76%, 98.61% 감소하였다. 따라서 본 연구에서 제안한 방법이 좀더 효율적이라는 것을 알 수 있다.

Table 5 Comparison of the number of FE function evaluation

Method	Best layout	Average of FE function evaluation
Bit-array ⁽⁸⁾	19245	20343
Graph theory ⁽⁹⁾	4450	4450
Bar-system ⁽¹⁰⁾	4267	4341
Voronoi-bar ⁽¹¹⁾	160000	160000
Compliance pattern	2229	2979

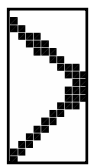
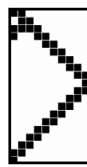
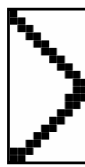
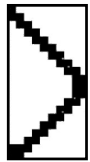
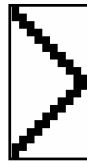
(a) Bit-array
(V = 0.22)(b) Graph theory
(V = 0.21)(c) Bar-system
(V = 0.21)(d) Voronoi-bar
(V = 0.20)(e) Proposed
(V = 0.19)**Fig. 10** Comparison of the best topologies of two-bar truss design problem

Fig. 10 은 각 방법으로 얻은 최적의 위상을 비교한 결과로 모두 비슷한 형상을 보이고 있다. 또한 본 연구에서 제안한 방법의 목적함수 값(0.19)이 기존 방법에 비하여 각각 13.64%, 7.32%, 7.32%, 5.00% 향상되었지만 거의 동일함을 확인할 수 있었다.

6. 결 론

본 연구에서는 추가적인 계산없이 유한요소해석 정보를 이용하여 세대마다 새로운 컴플라이언스 패턴을 모든 개체에 적용함으로써 연결성을 보장하고, 수렴성을 향상시키기 위하여 작은 크기의 모집단과 유전 연산자에 가변확률을 적용하여 위상최적설계를 수행하였다. 제안된 방법은 선행 연구에 비하여 함수 평가 횟수를 줄이고 목적함수를 향상시킬 수 있었다.

후 기

이 연구는 한국과학재단 지정 최적설계신기술 연구센터의 지원에 의해 수행되었습니다.

참고문헌

- (1) Lim, Y. S., Min, S., Yoo, J., Terada, K. and Nishiwaki, S., 2006, "Comparative Studies of Topology Optimization Using Continuous Approximation of Material Distribution," *Trans. of the KSME (A)*, Vol. 30, No. 8, pp. 889~896.
- (2) Jensen, E., 1992, "Topological Structural Design Using Genetic Algorithms," Ph. D. Dissertation, Purdue University.
- (3) Chapman, C. D., Saitou, K. and Jakiela, M. J., 1994, "Genetic Algorithms as an Approach to Configuration and Topology Design," *ASME Journal of Mechanical Design*, Vol. 114, pp. 1005~1012.
- (4) Kane, C. and Schoenauer, M., 1996, "Topological Optimum Design using Genetic Algorithms," *Control and Cybernetics*, Vol. 25, pp. 1059~1088.
- (5) Jakiela, M. J., Chapman, C., Duda, J. and Adewuya, A., 2000, "Continuum Structural Topology Design with Genetic Algorithms," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 186, pp. 339~356.
- (6) Fanjoy, D. W. and Crossley, W. A., 2002, "Topology Design of Planar Cross-Sections with a Genetic Algorithm: Part 1-Overcoming the Obstacles," *Engineering Optimization*, Vol. 34, No. 1, pp. 1~22.
- (7) Tai, K. and Chee, T. H., 2000, "Design of Structures and Compliant Mechanisms by Evolutionary Optimization of Morphological Representations of Topology," *Journal of Mechanical Design*, Vol. 122, pp. 560~566.
- (8) Wang, S. Y. and Tai, K., 2005, "Structural Topology Design Optimization using Genetic Algorithms with a Bit-array Representation," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 194, pp.3749~3770.
- (9) Wang, S. Y. and Tai, K., 2004, "Graph Representation for Structural Topology Optimization using Genetic Algorithms," *Computers & Structures*, Vol. 82, pp. 1609~1622.
- (10) Wang, S. Y. and Tai, K., 2005, "Bar-system Representation for Topology Optimization using Genetic Algorithms," *Engineering Computations*, Vol. 22, pp. 206~231.
- (11) Hamda, H. and Jouve, F., 2002, "Compact Unstructured Representations for Evolutionary Design," *Applied Intelligence*, Vol. 16, pp. 139~155.
- (12) Bendsoe, M. P. and Sigmund, O., 2004, *Topology Optimization*, Springer-Verlag, pp. 9~27.
- (13) Madeira, J. F. A., Rodrigues, H. and Pina, H., 2005, "Multi-objective Optimization of Structures Topology by Genetic Algorithms," *Advances in Engineering Software*, Vol.36, pp.21~28.
- (14) Sigmund, O., 2001, "A 99 Line Topology Optimization Code Written in Matlab," *Struc. Multidisc Optim.*, Vol. 21, pp. 120~127.