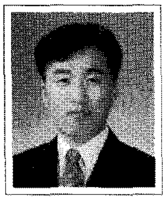
WATER FOR FUTURE

일반 기사

계산수리학에서 레블셋 방법의 적용



이 해 균 |
단국대학교 천안캠퍼스 토목환경공학과 전임강사
haegyun@dankook.ac.kr

1. 개 요

수리학에서 다루는 유체 현상은 물과 공기의 경계면인 자유수면을 포함할 때가 많다. 이를 어떤 방식으로 모의할 것인가를 결정하는 것은 물론 문제의 특성에 따라 다르다. 수심에 비하여 수평방향의 규모가 크고, 수표면의 곡률이 작은 경우에는 정수압 가정이 적절하지만, 그렇지 않은 경우에는 비정수압 분포를 고려하여야 한다. 비정수압 분포가 중요한 문제에서는 대체로 수심적분된 천수방정식이 아닌, 네비어-스토크스 방정식(Navier-Stokes equations)에 의존해야 할 때가 많다.

특성이 다른 두 유체, 예를 들면, 물과 공기, 물과 기름과 같이 섞이지 않는 두 유체의 모의는 매우 어려운 문제로 알려져 왔다. 유체역학에서는 특히 기체와 액체가 혼재된 경우처럼, 상(phase)이 다른 두 유체의 흐름을 이상유동(two-phase flow)이라고 구분하며, 다상 유동 (multi-phase flow)의 특별한 예로 분류한다. 자유수면과 같이 경계면을 포함하는 문제는 자연과학 및 공학의 여러 분야에서 나타난다. 이상유동의 모의는 전산유체역학(Computational Fluid Dynamics)에서 가장 어려운 문제 중의 하나이며, 최근 그 중요성과 관련 알고리즘의 발전, 컴퓨터의 연산능력 향상으로 인하여 더욱 주목을 받고 있는 분야이기도 하다.

이상유동에 대한 전산유체역학적인 접근방법에서 경계면인 자유수면의 거동을 해석하는 방법으로는, 고전적인 유체역학의 연구 방법 분류와 같이, 크게 오일러식 접근방법(Eulerian approach)과 라그란지식 접근방법(Lagrangian approach)으로 구분할 수 있다. 라그란지식 접근방법은 주로 가상적인 유체입자(particle)의 이동에 초점을 맞추고 있다. 최근 많이 사용되고 있는 방법으로 SPH (Smoothed Particle Hydrodynamics) 방법이 대표적인 예이다 (김남형과 고행식, 2007). 오일러식 접근방법은 계면추적방법 (interface tracking method)과 계면포착방법 (interface capturing method) 방법으로 구분할 수 있다 (Floryan and Rasmussen, 1989). 경계일치 좌표계(body fitted coordinate)를 사용하여 자유수면이 해석을 위한 격자의 경계가 되도록 하는 방법이 계면추적방법에 속하는 반면, VOF(Volume of Fluid)와 본고에서 소개할 레블셋 방법 (Level set method)을 대표적인 계면포착방법으로 분류할 수 있다.

VOF 방법은 미국 로스알라모스 연구소의 물리학자인 C. W. Hirt 등(1981)에 의하여 제안되었다. 그 후 그는 연구소를 떠나 플로우 사이언스 (Flow Science Inc.) 라는 회사를 설립하고 본격적으로 모델의 상용화에 전력을 다하게 된다. VOF 방법은 이론적 배경의 명확함과 초기 모델의 소스코드 공개로 많은 연구자들이 이론을 발전시켜 나가게 되며, 이후 C. W. Hirt가 상용화한 FLOW-3D 외에도, 대표적인 상용 전산해석 코드인 Fluent와 ANSYS 등에 그 알고리즘이 포함되어 공학분야에서 널리 사용되는 방

법이 되었다. FLOW-3D는 국내에서도 몇몇 학교와 엔지니어링 회사가 댐의 여수로 등에 적용한 바 있다 (강영승 등, 2008; 김남일 등, 2008). 그 외에 쇄파(wave breaking) 등의 연구를 위하여 일본에서 개발된 Cadmas-SURF가 방파제 등 해안 구조물에 적용된 예가 있다 (최진휴 등, 2008).

레블셋 (Level set method) 방법은 UCLA의 수학자인 Stanley Osher와 캘리포니아 대학 버클리의 James Sethian 등에 의하여 1980년대에 제안되었다 (Osher and Sethian, 1988). 그후, 스탠포드 대학의 Fedkiw 교수를 비롯한 많은 연구자들의 노력에 의하여 영상 이미지 처리, 컴퓨터 그래픽스, 계산 기하학(computational geometry), 최적화(optimization), 전산유체역학분야(computational fluid dynamics) 등 여러 분야에 응용되어 지금에 이르게 되었다. Osher 교수는 오래 전부터 Hollywood가 응용수학의 시장(market)이 될 수 있음을 확신했다고 한다. Osher 교수와 그의 제자들이 주축이 되어 설립한 회사인 레블셋 시스템스(Level Set Systems, Inc.)는 그가 예측한 대로 쉬렉, 터미네이터 III, 이반 올마이티(Evan Almighty) 등 많은 영화에서 유동성 물질의 흐름, 댐의 붕괴로 인한 홍수 등 유체역학과 네비어-스토크스 방정식이 필요한 부분에 특수효과라는 이름으로 기여하고 있다. 사실상 레블셋 이라는 말이 낯설 뿐, 영화, 광고 등을 통하여 이미 우리 주위에 가까이 와 있는 셈이다. 이와 같이 오락산업(Entertainment industry)에서의 성공과 함께, 레블셋 방법의 간단하고 쉬운 알고리즘은 공학/자연과학 분야에서도 본격적으로 연구되어 앞서 언급한 이상유동, 고형화 (solidification), 형상 최적화 (shape optimization) 등에까지 적용범위를 넓히게 된다.

레블셋 방법과 VOF 방법은 기체와 액체의 경계면의 모의를 위하여, 확산항이 없는 이송방정식(advection equation)을 사용한다는 점에서 이전에 사용되어 왔던 방법과 같다. 이는 물과 공기의 경계면과 같이, 섞이지 않는 (immiscible) 두 유체의 모의를 생각한다면 경계면의 번짐(smearing)이 없어야 하기 때문에 당연한 것이다. 다만, 물리학자였던 Hirt 박사는 VOF 방법에서 이를 수치격자내에서 서로 다른 유체의 부피 구성비(volume fraction)를 나타내는 일종의 지시함수의 이송방정식으로 해석하였고, 레블셋 방법에서는 이를 자유수면에 대한 운동학적(kinematic) 경계조건의 적용이라는 관점에서 출발하였을 뿐이다. 물론 두 방법 모두에서 이송방정식을 차분화하여 컴퓨터로 풀어 내는 것만으로 알고리즘이 완성되지는 않는다. 수치적인 오차(numerical dispersion/diffusion)를 최소화하기 위하여 고차차분법(higher-order scheme)을 사용하더라도 반복적인 계산후 경계면에 대한 기하학적 재구성(reconstruction)은 피할 수 없는 과정이 된다.

VOF 방법에서는 원래(초기조건)의 각각의 유체 질량을 보존할 수 있도록 경계면의 부피 구성비(volume fraction)가 재구성되어야 한다. 사용되는 기하학적인 방법을 따라 SLIC (Simple Line Interface Calculation), PLIC (Piecewise Linear Interface Calculation), 최소제곱법 (Least Square Method) 등으로 구분할 수 있다. 레블셋 방법에서는 이송방정식의 지시함수(레블셋 함수)를 경계면으로 부터 부호가 부여된 최단거리(signed distance)로 정의한다. 즉, 예를 들면, 물과 공기의 경계면에서 물이 있는 영역은 경계면으로 부터의 거리에 양(+)의 부호를, 공기가 있는 영역은 음(-)의 부호를 부여한다. VOF 방법에서와 같이, 각각의 시간 단계에서 먼저 속도장(velocity field)을 구한 후, 이송방정식을 이용하여 새로운 레블셋 함수값을 계산한다. 구한 레블셋 함수값이 경계면으로부터 거리가 되도록 재구성하는 과정을 재초기화(reinitialization) 또는 재거리화(redistancing)라고 부르며, 각 시간 단계마다 수행하는 것이 보통이다. 대체로 재초기화는 기하학적인 방법을 사용하거나, 전 영역에서 경계면까지 거리 구배가 1이 되도록 편미분방정식을 적용한다.

본 원고에서는 필자가 연구한 댐 파괴 (dam break)문제, 여수로(spillway) 흐름과 같이, 고전적

인 수심적분 천수방정식으로 접근이 어려운 문제에 대하여 소개하고, 향후 연구전망에 대하여 간단히 기술할 계획이다.

2. 적용 사례

댐 파괴(dam break)로 인한 범람과 구조물에 작용하는 충격력의 계산은 자유수면 모의에서 매우 고전적인 문제로서 많은 연구가 이루어져 왔다. 레블셋 방법의 적용 사례(Lee, 2007)로서 정사각형 단면 기둥이 있는 댐 파괴문제(그림 1)를 모의하였다. 초기조건으로는 그림 1에 보인 것과 같이 수체를 가두어두고, 이를 가두었던 막을 제거함으로써 수체가 기둥에 충격력을 가하고 반대편 벽에 부딪혀 다시 돌아올 때까지를 모의하였다. 그림 2는 계산 시작 후 0.3 초 후의 자유수면 형상이며, 그림 3은 기둥 전면에 위치한 관측점에서의 +x 방향 유속(u)과 기둥 전체에에 작용하는 힘을 계산하여 이를 실험 결과, 기존의 SPH 모의 (G mez-Gesteira and Dalrymple, 2004) 등과 비교한 결과이다. 특히 기둥에 작용하는 힘의 경우에, 레블셋 모의에 의한 결과가 실험 결과와 보다 더 잘 일치함을 확인할 수 있다.

여수로(spillway)에서의 흐름은 구조면에서 대체로 복잡하며, 빠른 유속과 급격한 수위변화가 특징이라 할 수 있다. 이는 흐름이 저수지(reservoir)의 상류(subcritical flow)에서 여수로의 사류(super-critical flow)로, 다시 도수(hydraulic jump)를 통하여 상류로 변하는 과정을 겪게 되기 때문이다. Lee (2007)는 회유성 어종의 유인을 위한 여수로에 대하여 유속의 변화, 압력 분포를 분석하기 위하여 레블셋 방법으로 흐름을 모의하고 실험결과와 비교하였다. 그림 4는 계산을 위한 유한요소 격자로서 1,341,680 사면체 요소를 사용하였다. 특히 저수지와 여수로 유입부에 크기가 작은 격자를 사용하여 유속의 급격한 변화를 모의할 수 있도록 하였다. 그림 5는 시간의 진행에 따른 자유수면의 변화를 보인 것이다. 계산이 준정상 상태(quasi-steady state)에 이

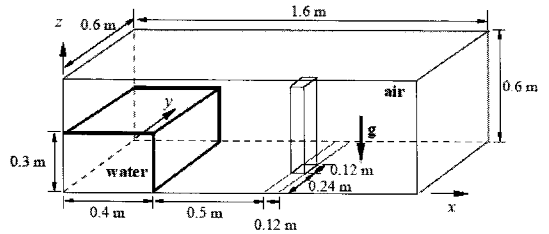


그림 1. 정사각형 단면 기둥이 있는 댐 파괴 문제

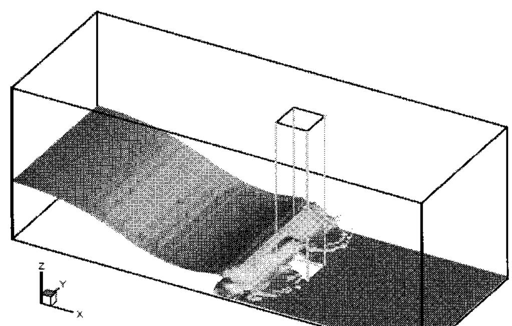


그림 2. 댐 붕괴 0.3초 후 자유수면의 형태

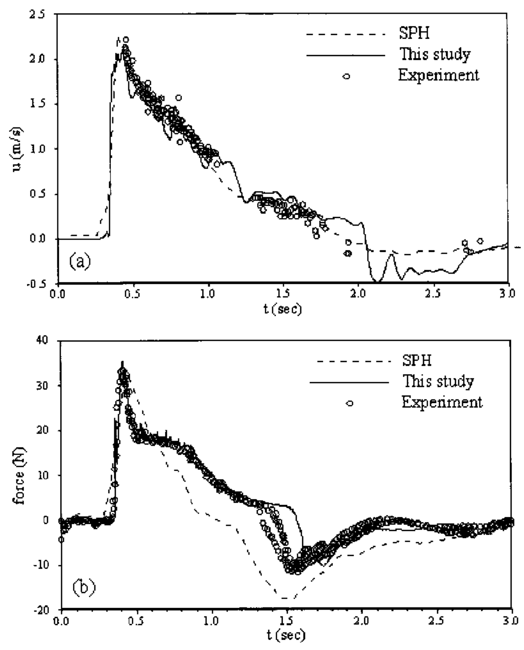


그림 3. 계산 결과와 실험결과의 비교
(a) 유속, (b) 기둥에 작용하는 힘

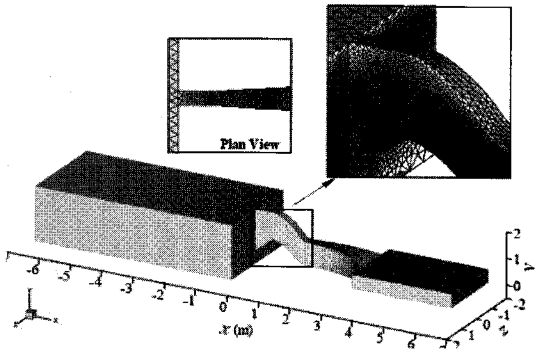


그림 4. 여수로 모의를 위한 계산격자
(1,341,680 사면체 요소 및 246,395 절점)

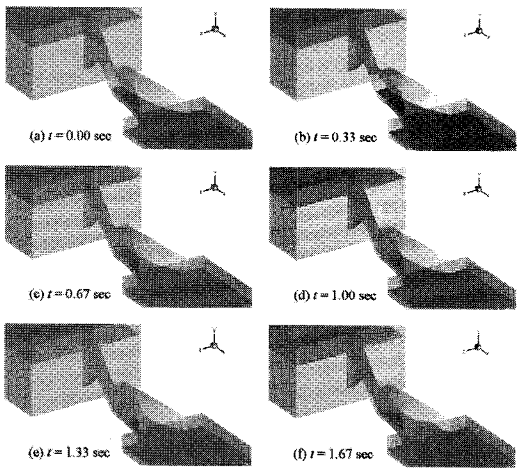


그림 5. 여수로에서 시간에 따른 자유수면의 변화

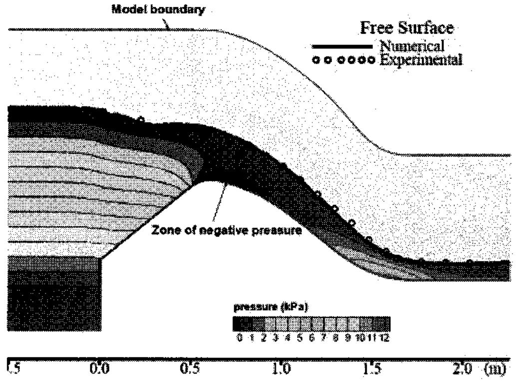


그림 6. 여수로 중심선에서 자유수면 위치와 압력 분포

른 후, 일정 시간 동안의 흐름을 평균하여 그림 6에 보인 것과 같이 여수로 중심단면의 자유수면 위치와 압력의 분포를 실험결과와 비교하였다. 여수로 유입부의 수위 저하, 정상부의 대기압 보다 작은 부압(negative pressur) 등, 실제 실험 결과와 잘 일치함을 확인할 수 있다.

3. 계산적 측면 – 병렬처리 적용 사례

네비어-스토크스 방정식 기반의 전산유체역학(CFD) 모델의 경우, 특히 3차원 문제는 큰 기억용량과 장시간의 연산을 필요로 한다. 이를 위하여 기억용량이 크고 연산속도가 빠른 프로세서(processor)가 내장된 벡터형 컴퓨터를 사용하여 왔으나, 속도 향상을 위한 기술적 한계와 고가의 개발 및 유지비용으로 인하여, 여러 개의 프로세서를 결합한 병렬컴퓨터(parallel computer)의 이용이 공학 및 자연과학 전분야에서 대안으로서 자리를 잡아가고 있다. 병렬처리(parallel processing)를 위해서는 계산 영역에 대하여 전체 격자를 구성한 후, 사용할 수 있는 연산 프로세서의 수만큼 그 영역을 여러 개의 국소영역으로 나누는 영역분할법(Domain Decomposition Approach)이 널리 사용되고 있다. 유한차분법의 정렬격자(structured mesh)에서는 각 절점(node)의 수를 프로세서의 수만큼 큰 어려움 없이 균등하게 배분할 수 있지만, 유한요소법, 유한체적법 등에서 사용하는 비정렬격자(unstructured mesh)의 영역분할을 위해서는 METIS (Karypis and Kumar, 1995)와 같은 파티셔닝(partitioning) 프로그램을 사용할 필요가 있다.

영역분할법에서는 각각의 연산 프로세서가 할당된 영역에서 독립적인 국소 행렬 (local matrix)이 구성되며, 구성된 각 국소 행렬을 풀기 위하여 연산 프로세서 사이에 자료(data)의 교환이 필요하게 된다. 프로세서 사이의 자료 교환은 일종의 연산 라이브러리인 MPI (Message Passing Interface; Snir 등 (1996))가 사실상 표준으로서 많이 사용되고 있다.

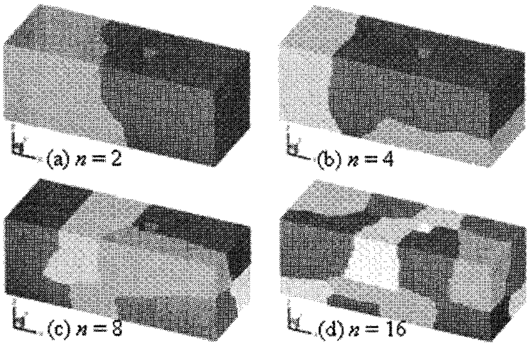


그림 7. 영역분할법 적용을 위한 격자 분할
(n: 프로세서의 수)

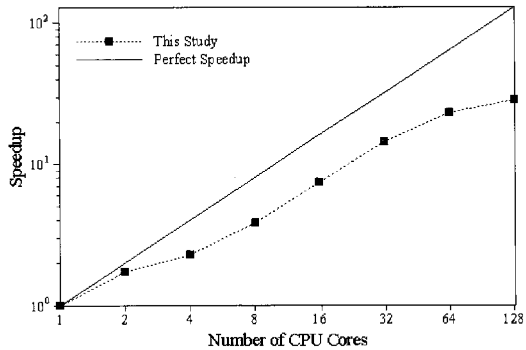


그림 8. 프로세서의 수에 대한 계산 효율성

앞서 소개한 댐 파괴문제(그림 1)를 병렬처리로 모의하기 위하여, 339,504개의 육면체 요소로 이루어진 전체 유한요소 격자를 프로세서의 수만큼 METIS를 이용하여 영역을 분할(partitioning)하였다 (그림 7). 일단 분할된 후에는 각 프로세서의 계산 영역에서 요소(element)와 절점(node)의 번호를 다시 부여하여 독립적으로 행렬을 구성하고, 경계를 공유하는 다른 프로세서와 공유하는 절점을 통하여 자료를 지속적으로 교환하여야 한다. 그림 8는 계산효율 향상(speedup)을 보인 것이다. 직선(perfect speedup)은 사용되는 프로세서의 수만큼 정확히 계산에 걸리는 시간이 단축되었을 경우, 즉 이상적인 속도향상을 의미하며, 점선은 실제 계산에서 얻은 속도 향상선을 보인 것이다. 계산에 동원된 프로세서 수의 증가에 따라 프로세서간 자료의 교환에 사용되는 시간도 증가하기 때문에, 64개 이상의 프로세서를 사용할 때는 효율성이 크게 향상되지 않는 것으로 보이지만, 전체적으로는 좋은 결과로 보였다.

4. 결 론

본고에서는 레블셋 방법에 대하여 기본적인 알고리즘과 몇가지 적용사례를 소개하였다. 또한, 실제 계산에 필요하며 널리 쓰이고 있는 병렬처리기법에 대하여 간단히 설명하였다. 레블셋 방법은 자유수면 등 경계면을 포함하는 공학적인 문제의 해결에 적용성이 큰 유망한 방법이며, 향후 적용이 증가할 것으로 예상된다. 우리가 자주 접하게 되는, 영화나 광고에서 볼 수 있는 화려한 컴퓨터 그래픽 영상은 그 자체가 시각적으로 그럴 듯 하게 보이는 것만을 목적으로 하기 때문에, 물론 방법론을 공유할 필요가 있지만, 엔지니어나 과학자가 지향해야 할 방향과는 다소 거리가 있다. 보다 더 정교한 난류 모델, 더 안정된 경계조건, 더 효율적인 계산 알고리즘 등 향후 레블셋 방법에 대한 수리학 분야의 연구는 기본/기초 이론의 연구와 실제 적용이 동시에 이루어져야 한다고 생각한다.

참고문헌

강영승, 김평중, 현상권, 성하근 (2008). FLOW-3D를 이용한 항주파 수치모의. 한국해안 · 해양공학회 논문집, 제20권 제3호, pp. 255~267.

김남일, 김태원, 박윤성 (2008). 주운건설을 위한 수리학적 검토 - 3차원 수치모의 중심으로, 한국수자원학회지, 물과 미래, 12월호.

김남형, 고행식 (2007). SPH법을 이용한 물기둥 붕괴의 수치모의, 대한토목학회논문집-B, 제27권 제3호. pp.313-318.

최진휴, 김홍진, 강윤구, 류청로 (2008). Cadmas-SURF를 이용한 투수계수 변화에 따른 전달특성, 한국해양환경공학회 학술대회논문집, pp. 2219~2219.

Floryan, J. M. and Rasmussen, H. (1989). Numerical methods for viscous flows with moving boundaries. Applied Mechanics Reviews, Vol. 42, pp. 323?341.

Gmez-Gesteira, M. and Dalrymple, R.A. (2004). "Using a 3D SPH Method for Wave Impact on a Tall Structure, J. Waterway, Port, Coastal, Ocean Engineering, 130, 2, 63-69.

Hirt, C. W. and Nichols, B. D. (1981). Volume of Fluid (VOF) Method for the Dynamics of Free Boundaries, J. Comp. Phys. Vol. 39, 201.

Karypis, G and Kumar, V. (1995). A fast and high quality multilevel scheme for partitioning irregular graphs, International Conference on Parallel Processing, p. 113-122.

Lee, H. (2007). Level-Set Finite Element Simulation of Free-Surface Flow, Doctoral dissertation, The University of Iowa, Iowa City.

Snir, M., Otto, S., Huss-Lederman, S., Walker, D., Dongarra, J. (1996). MPI: The Complete Reference, MIT Press.

Osher, S. and Sethian, J. A. (1988). Fronts Propagating with Curvature-Dependent Speed: Algorithms Based on Hamilton-Jacobi Formulations, Journal of Computational Physics, 79(1): 12-49.