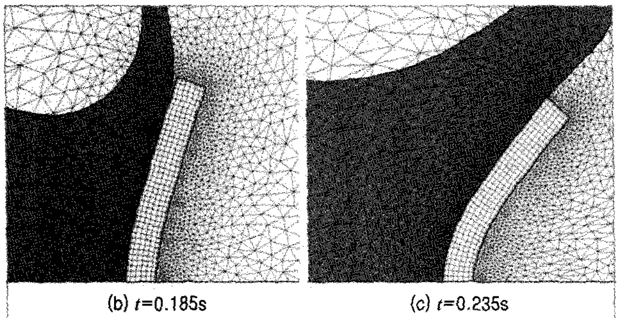
유한요소법을 사용한 유체-고체 상호작용 해석

김 현 규 | 서울산업대학교 기계공학과, 교수 | e-mail : khg@snut.ac.kr

이 글에서는 유한요소법을 사용한 유체-고체 상호작용 해석 과정과 주요한 문제점 그리고 연구되고 있는 방법들을 소개하고자 한다.

유체-고체 상호작용 해석은 전산역학 분야에서 도전적인 문제 중의 하나로 기계, 토목, 생체역학 등의 다양한 분야에서 필요로 하고 있다. 유체 영역의 해석에서 주로 유한차분법이 많이 사용되었고 고체 영역의 해석에서는 유한요소법이 광범위하게 적용되고 있는데 유체 영역도 유한요소법으로 해석하고 두 영역을 결합하여 유체-고체 또는 유체-구조물 상호작용 해석을 수행하는 연구들이 활발히 이루어지고 있다. 유체 유동이 고체에 하중으로 작용하고 고체의 변형이 유동장에 영향을 주는 상호 연관된 멀티피직스 문제의 해석에서 각 영역의 지배방정식의 형태와 특성이 다르므로 서로 다른 수식화의 결합이 필요하게 된다. 특히 유체와 고체 경계면에서 정보의 교환 방법은 유체-고체 상호작용 해석에서 핵심적인 연구 주제가 되게 된다. 또한 고체 구조물의 변형에 따른 유체 영역의 변화를 고려하는 수식화와 방법들이 필요하게 되며 유체-고체 결합 시스템의 해석에 따른 수렴성과 안정성의 연구가 필요로 하게 된다. 여기서는 이러한 주제들에 대한 연구 동향과 해결해야 하는 문제점들을 소개하고자 한다.



(b) t=0.185s (c) t=0.235s

그림 1 유체-고체 상호작용의 격자

유체-고체 상호작용 문제에서 유체의 점성력과 압력은 고체 표면에 작용하게 되고 고체 구조물이 변형하게 되면 유체 영역이 변하게 되어 유동장이 변하게 되는 상호 결합된 문제가 된다. 일반적으로 유동 해석은 오일러리안(Eulerian) 기법으로 수식화하여 해석하게 되는데 고체의 변형으로 유체 영역이 변하게 되면 유체 격자를 이동시켜야 하므로 일반적으로 임의의(arbitrary) 라그랑지안(Lagrangian)-오일러리안(ALE) 기법으로 해석하게 된다. 이와 같은 유체 격자의 이동과 라그랑지안 기법을 사용하는 고체 격자로 인하여 유체와 고체의 계면에서 격자의 불일치가 나타날 수 있으며, 일반적으로 유체영역이 고체 영역에 비하여 세밀한 격자를 요구하므로 독립적인 격자 구성을 하게 되면 유체-고체 계면에서 불일치 격자가 발생하게 되고 유체의 하중과 고체의 움직임을 전달하는데 어려움이 있게 된다. 그림 1에 유체-고체 상호작용의 격자를 보여주고 있다.

유체-고체 계면에서의 조건

유체-고체 상호작용 해석에서 가장 중요하게 고려해야 할 요소들의 하나는 계면에서 만족해야 하는 조건들로 물

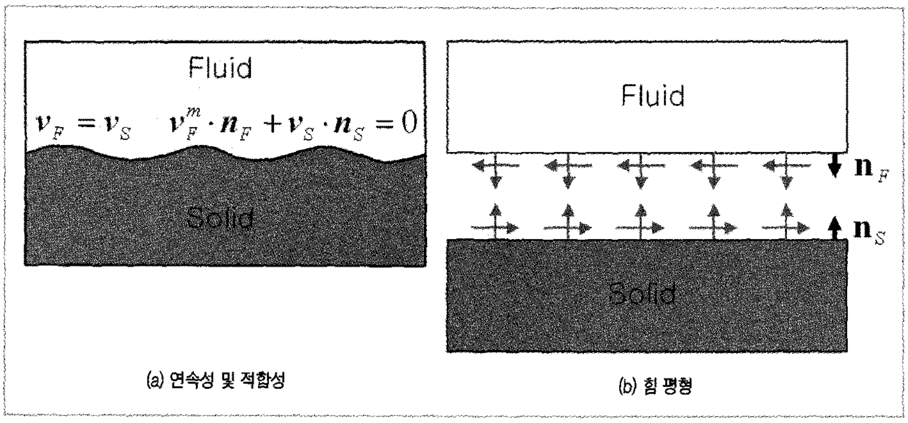


그림 2 유체와 고체 계면에서 요구되는 조건들

리적으로 만족해야 하는 수식으로 주어지게 된다. 우선 유체와 고체 계면에서 두 영역이 서로 분리 되거나 침투하지 말아야 하는데 점성 유동의 경우 유체 입자가 계면에서 고체 표면에 붙어있게 되므로 서로 미끌림 없이 연속적인 운동으로 나타나야 할 것이다. 비점성 유동의 경우는 유체 입자가 고체 표면에서 미끄러질 수 있지만 이 경우도 일반적으로 유체와 고체 계면이 분리되거나 침투할 수 없게 된다. 이와 같은 계면에서의 조건이 연속성과 적합성으로 그림 2(a)에 보여주고 있다. 다음으로 그림 2(b)와 같이 유체 계면에서의 트랙션(tractions)과 고체 계면에서의 트랙션이 크기가 같고 서로 반대 방향이어야 계면에서 힘 평형이 만족되게 된다. 힘 평형 조건은 유체-고체 상호작용 해석을 하는데 힘 전달 관점에서 아주 중요한 조건이 된다. 또한 유체 영역의 변화에 따라 유체 격자가 고체 표면을 따라가야 하는데 유체 격자가 고체 표면을 이탈하거나 침투하게 되면 잘못된 유체 영역이 정의되게 되고 유체-고체 상호작용 해석은 물리적으로 타당하지 않은 결과를 주게 된다. 유체와 고체 격자가 계면에서 서로 일치하는 경우는 이와 같은 조건들을 만족하는 것이 어렵지 않으나 서로 독립된 격자를 구성하여 해석하게 되면 그림 3과 같이 계면이 직선이 아닌 경우에 격자 사이의 침투와 틈을 제거하는 것은 근본적으로 어렵게 된다. 이와 같이 계면에서 불일치 격자를 사용한 해석에서는 계면에서 만족해야 하는 연속성, 적합성, 힘 평형 조건들을 만족하기가 불가능해지는데 많은 연구자들이 변분법적으로 접근하는 방법을 사용하였고 모멘텀(momentum)과 에너지가 서로 평형을 이루게 하는 방법이나 적절한 내삽(interpolation) 또는 투영(projection) 방법을 도입하여 해석하고 있다. 유체-고체 계면의 격자가 불일치하는 경우 두 계면 중에 한 쪽을 선택하여 내삽 또는 투영하는 방법이 있고 중간에 또 다른 세분화된 계면 격자를 구성하여 하중과 속도 등을 전달시키면서 전체적인 모멘텀이나 에너지를 평형시키는 방법을 주로 사용하게 된다. 하지만 이러한 방법들은 유체-고체 계면에서 조건들을 정확히 만족시키기는 근본적으로 어렵게 된다. 최근에 독립된 연속의 계면을 정의하고 격자를 조정하거나 새로운 요소를 개발하여 계면에서의 조건들을 정확히 만족하기 위한 연구들이 이루어지고 있다. 결국에 유체-구조물 상호작용 해석에서 중요한 핵심은 두 영역의 계면에서 결합 조건들을 만족시키는 효율적인 방법의 개발에 있게 된다.

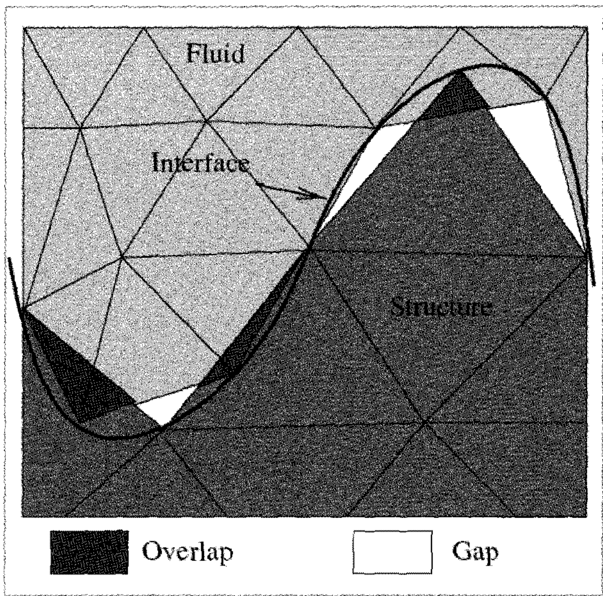


그림 3 유체와 고체 격자의 불일치로 인한 계면에서 격자들의 겹침과 침투

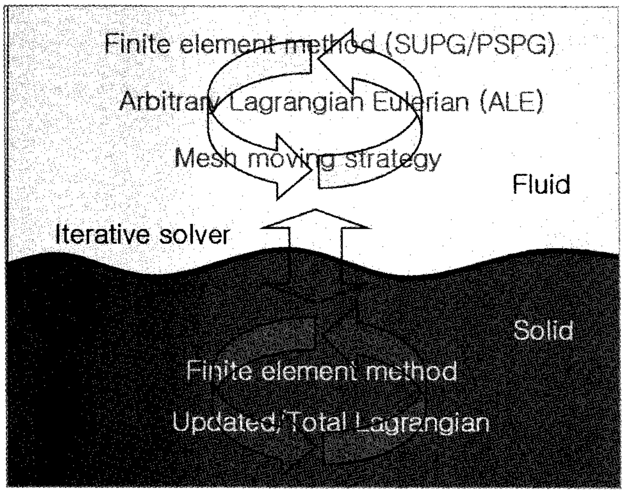


그림 4 유한요소법을 사용한 유체-고체 상호작용 해석의 방법들

유체와 고체 영역의 유한요소 해석

유체 영역에서의 유한요소는 일반적으로 속도와 압력을 변수로 수식화하게 되는데 유체 격자가 유체 입자를 따라가는 라그랑지안 해석이 아니므로 이류항(advection terms)으로 인한 수치적 불안정이 발생할 수 있게 되고 안정화를 위한 기법들이 연구되었다. 또한 속도와 압력을 같은 차수로 근사하는 방법을 사용하면 수치적 불안정성을 제거하기 위한 방법이 요구되게 된다. 대표적인 방법인 SUPG(Streamline-Upwind Petrov-Galerkin), PSPG(Pressure Stabilizing Petrov-Gelerkin) 방법으로 유체의 특성과 속도에 따라서 안정화 계수를 선정하는 방법들이 계속적으로 연구되고 있다. 유체 영역의 해석에서는 기본적으로 대류로 인한 비선형성이 발생하게 되고 유체 격자의 이동으로 인하여 ALE기법을 사용하는 경우 격자 이동 속도의 결정 방법에 따라서 비선형성이나 반복계산이 요구되게 된다. 고체 영역의 해석에서는 구조물의 재료 특성과 대변형으로 인하여 비선형이 발생하게 되는데 일반적으로 변위 또는 속도를 사용하여 수식화를 하게 되고 대변형 문제의 기하학적 비선형을 고려하기 위하여 전체(total) 라그랑지안 방법이나 개선(updated) 라그랑지안 방법으로 유한요소 방정식을 선형화하게 된다. 그림 4에 유체-고체 상호작용 유한요소해석 방법들을 개략적으로 보여주고 있다. 유체와 고체 영역의 비선형성은 일반적으로 뉴턴-랩슨(Newton-Raphson) 방법으로 반복 계산을 수행해야 하는데 강성행렬의 역행렬을 이용한 직접 해석 방법과 순차적인 계산에 의한 반복 해석하는 방법이 있게 된다. 반복적인 계산에 의해서 해를 구해 나가는 방법은 프리컨디셔너(pre-conditioner)의 효율성이 중요하게 되고 있다. 유체영역의 해석에서 요구되는 시간 증분과 고체 영역에서 요구되는 시간증분이 다를 수 있으므로 독립적인 시간 적분을 수행하는 방법과 동일한 시간 증분을 사용하는 방법이 있다. 독립적인 시간증분을 사용하면 유체와 고체 해석에서 일치하는 시간이 아니므로 부가적인 반복 계산이 요구되게 되고 상호 하중과 변위 전달에 오차가 발생할 수 있게 된다. 동일한 시간증분을 사용하면 연속적인 하중과 변위 전달이 가능하지만 전체적인 계산시간이 상대적으로 작은 시간증분에 따라 결정되므로 전체적인 해석 시간이 증가되게 된다. 유체-고체 상호작용의 동적 거동을 이산화된(discrete) 시간 적분을 적용하는 방법이 일반적이지만 공간과 시간 모두에 유한요소를 적용하고 유체 영역의 변화를 고려한 공간-시간 유한요소법을 사용한 연구가 지속적으로 이루어지고 있다. 공간-시간 유한요소법을 사용한 유체-고체 상호작용 해석은 근본적으로 ALE 방법이 아니고 시간에 따른 격자 구성을 통하여 지배방정식에 격자 이동 속도가 포함되지 않는 수식화가 가능하게 된다. 하지만 공간-시간 유한요소법은 계산시간의 증가로 인하여 해석 방법의 효율화가 요구되고 있다.

유체 격자의 이동 전략

고체 구조물의 변형으로 유체 영역이 변하게 되면 유체 격자가 고체 표면을 따라가도록 유체 절점을 이동해야 하는 전략이 필요하게 된다. 많은 연구자들이 유체 격자의 이동을 위하여 유체영역을 가상의 탄성체로 가정하고 고체 계면의 움직임을 부여하여 가상 탄성 문제를 해석하고 유체 절점을 이동시키는 방법을 사용하였다. 가상 탄성체에 사용하는 재료 거동의 특성과 고체 계면 근처의 격자가 과도하게 변형되는 것을 방지하기 위한 기법들이 연구되어 왔으며 일반적으로 초탄성(hyper-elastic) 재료를 사용

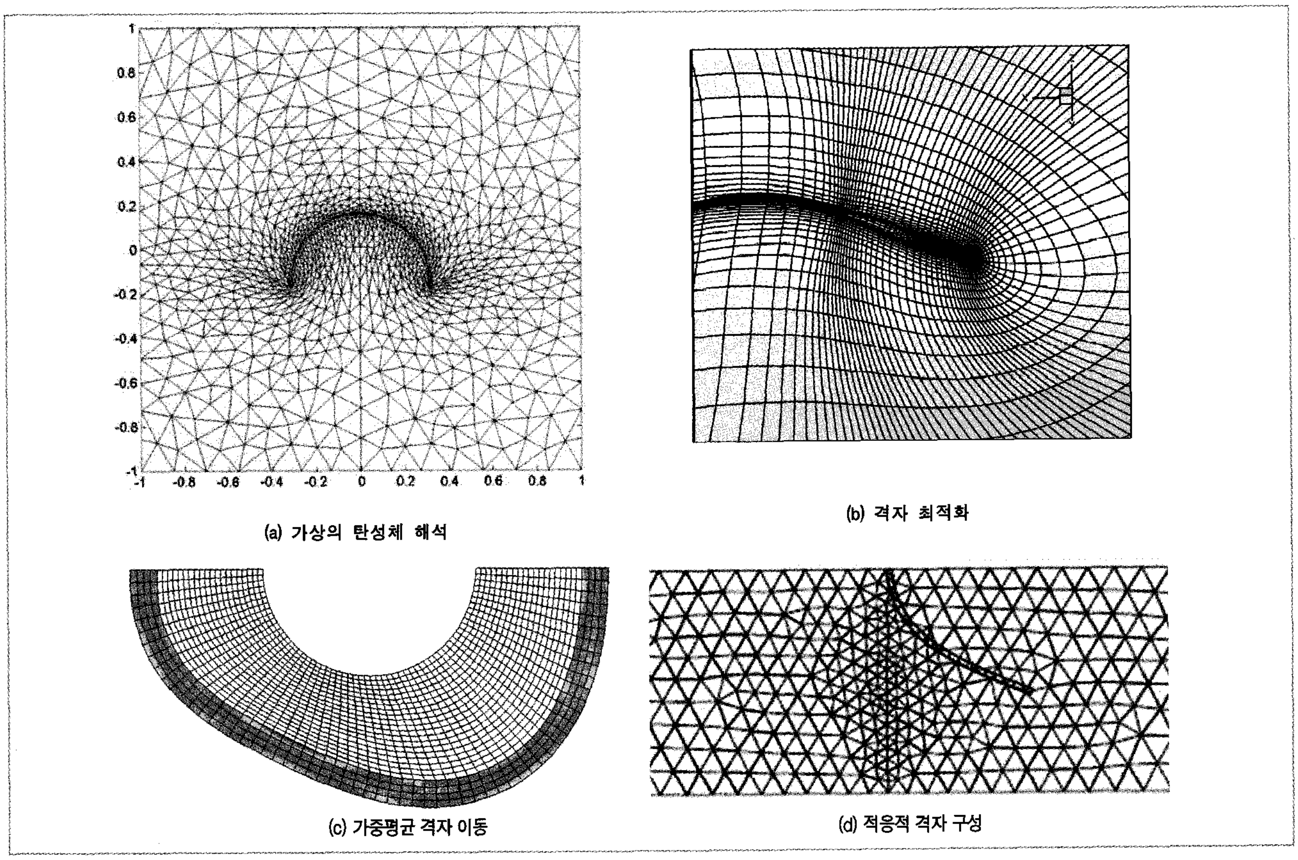


그림 5 유체격자의 이동 방법들

한 해석이 광범위하게 사용되고 있다. 가상의 탄성체 문제를 풀어서 유체 격자를 이동시키는 방법은 또 다른 해석이 요구되고 과도하게 변형되는 구조물과 결합된 해석에서 격자의 품질이 나빠지는 문제가 있게 된다. 가상 탄성 재료의 특성을 변화시키고 고체 구조물 근처의 격자를 별도로 제어하는 방법들을 사용하여 격자 품질을 높이는 연구가 진행되고 있다. 다른 방법으로 유체 절점의 이동을 격자 모양의 최적화를 반복적으로 수행하면서 격자를 이동시키는 방법이 있는데 계산 시간의 증가와 적절한 최적화 전략이 요구되고 있다. 여기서는 최적화하고자 하는 목적함수의 설정과 절점 이동에 관한 효율적인 알고리즘이 요구된다. 또 다른 방법으로 유체 절점의 이동 속도를 계면을 포함한 유체 영역의 경계에서의 속도를 가중 평균하여 결정하는 방법으로 상대적으로 간단하고 별도의 방정식을 풀지 않아도 되는 장점이 있으나 복잡한 형상의 유체-고체 상호작용 해석에는 절점의 속도를 결정하는데 영향을 주는 유체 영역 경계를 결정하는 데 어려움이 있을 수 있게 된다. 즉, 유체 절점의 이동 속도를 결정하기 위한 기준이 되는 경계 영역을 위한 효율적인 알고리즘이 요구되게 된다. 마지막으로 유체 영역을 고체의 변형에 따라서 새로운 격자를 구성하는 방법인데 유체 영역의 속도와 압력 등의 변수들을 이전 격자에서 새로운 격자로 전달하는 과정에서 근본적으로 오차가 발생하게 된다. 하지만 적응적으로 새로운 격자를 구성하는 방법은 유체-고체 상호작용 해석에서 고체의 대변형에서도 우수한 형태의 유체 격자를 사용할 수 있는 장점이 있게 된다. 그림 5에 여기서 언급한 방법들을 개략적으로 보여주고 있다.

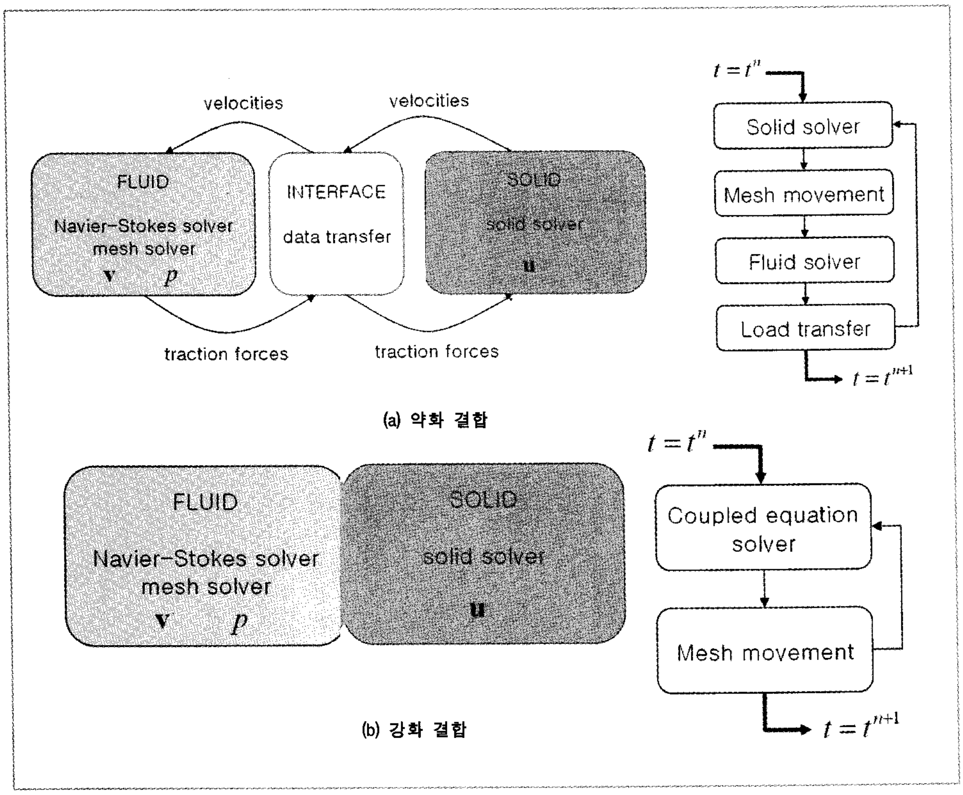


그림 6 유체-고체 상호작용 해석

에서의 유체 하중을 구한 다음 고체의 변형 해석을 수행하는 과정을 반복하게 된다. 일반적으로 불일치 격자의 계면에서는 전체적인 모멘텀이나 에너지가 평형이 되도록 트랙션과 속도를 상호 전달하게 되는데 계면에서 만족해야 하는 조건들을 정확히 만족하지는 못하게 된다. 유체와 고체 영역 사이의 정보 전달에 관하여 보다 개선된 방법들이 연구되고 있으며 유체-고체 상호작용 해석의 정확성을 높이기 위하여 중요한 연구 주제가 된다.

유체-고체 결합 방정식의 해석 방법들

유체-고체 상호작용 문제의 유한요소 방정식을 결합하기 위하여 유체와 고체 영역을 교대로 해석하면서 계면에서 정보를 서로 전달하는 방식의 약화 결합(loosely coupled) 방법과 유체와 고체의 유한요소방정식을 결합하여 동시에 해석하는 강화 결합(strongly coupled) 방법이 있다. 약화 결합 방법은 이미 개발된 유체와 고체의 해석 프로그램을 사용하므로 활용성 면에서는 뛰어나지만 정보 전달 과정의 오차와 상대적으로 낮은 수렴성을 보이게 된다. 그림 6(a)와 같이 유체와 고체 사이에 계면 영역을 두고 유체의 점성력과 압력에 대한 트랙션을 고체 표면으로 전달을 하고 고체 표면의 속도를 유체 영역의 경계면으로 전달하는 과정을 물리적 특성을 만족하도록 투영을 하여 약화 결합을 하게 된다. 즉, 고체 계면의 움직임을 유체에 반영하고 유체 격자를 움직인 후에 유동장을 풀어서 계면

강화 결합은 유체와 고체의 결합된 수식화와 프로그램이 필요로 하게 되지만 동시에 지배방정식을 결합하여 해석하므로 보다 우수한 수렴성을 보이게 된다. 그림 6(b)에 유체와 고체의 계면에 직접 결합할 수 있는 수식화를 결합방정식에 포함하게 되면 유체-고체 시스템 전체의 강성행렬이 구성이 되고 동시에 해석하는 강화 결합을 적용할 수 있게 된다. 결과적으로 강화 결합을 사용한 해석은 유체와 고체를 모두 같이 해결할 수 있는 프로그램이 개발이 되어야 한다. 유체-고체 계면에서 일치하는 격자의 경우 강화 결합으로 유체-고체 상호작용을 해석하는 것은 어렵지 않으나 계면에서 불일치 격자가 있게 되면 상호 정보를 전달하는 관계식이 결합 방정식에 포함되어 수식화가 되어야 한다. 앞에서 언급한 바와 같이 유체와 고체 계면에서의 불일치 격자는 많은 실제적 문제에서 나타나게 되고 두 영역을 효과적으로 결합시킬 수 있는 방법이 필요하게 된다.