
주파수 선택적 Rayleigh 페이딩 채널에서의 MIMO 검출 성능 연구

안진영* · 김상준**

Performance Analysis of MIMO Detection in Frequency Selective
Rayleigh Fading Channels

Jinyoung An* · Sangchoon Kim**

이 논문은 동아대학교 학술 연구비 지원에 의해 연구되었음.

요 약

본 논문에서는 주파수 선택적 Rayleigh 페이딩 채널에서 MIMO 검출 기법의 성능이 이론적으로 분석된다. 제시되는 MIMO 검출 구조는 시공간 결합기와 ZF 검출기로 구성되며 이 구조는 N_T 송신안테나, N_R 수신안테나, 그리고 L 다중경로 성분을 활용하는 시스템으로 $LN_R - N_T + 1$ 의 다양성을 얻을 수 있음을 보인다. 또한 주파수 선택적 Rayleigh 페이딩 채널에서의 BER 공식이 제공되고 시뮬레이션 결과와 비교 분석한다.

ABSTRACT

The BER performance of a MIMO detection scheme on frequency selective Rayleigh fading channels is analytically discussed. The presented MIMO detection scheme consists of temporal and spatial combiners followed by a ZF detector. It is shown that for a MIMO system with N_T transmit antennas, N_R receive antennas, and L resolvable multipath components, it achieves the diversity order of $LN_R - N_T + 1$. In frequency selective Rayleigh fading channels, an analytical error rate expression of the systems is also provided and the analytical error performance is compared with the simulated results.

키워드

multiple input multiple output (MIMO), spatial multiplexing, maximal ratio combiner (MRC), zero forcing (ZF)

* 동아대학교 전자공학과 석사과정

** 동아대학교 전자공학과 조교수 (교신저자)

접수일자 2008. 12. 02

심사완료일자 2009. 01. 09

I. 서 론

무선통신 분야에서 다중입력 다중출력(MIMO : Multiple Input Multiple Output) 기술은 최근에 개발된 가장 획기적인 무선전송기술 중의 하나이다 [1,2]. 다중 송수신안테나는 무선 링크의 자유도(degree of freedom)를 증가시키고 다른 송신안테나로부터 독립적인 신호를 전송할 수 있게 해 데이터 전송량을 증가시키는데 사용될 수 있다.

최근에 주파수 선택적 Rayleigh 페이딩 채널에서 MIMO 시스템의 BER (Bit Error Rate) 성능이 다중경로 기반의 ZF(zero-forcing) 검출기와 MRC (Maximal Ratio Combiner)을 이용하여 연구되었다 [5]. 먼저 ZF 검출기가 경로 성분에 대해 수행되고 각각의 경로성분에 대해 ZF된 출력들을 MRC에 의해 결합되어 결정 변수를 얻는다. 본 논문에서 참고문헌 [5]의 이러한 구조를 ZF-MRC라고 칭한다. N_T 개의 송신안테나, N_R 개의 수신안테나, 그리고 L 개의 다중경로 성분으로 구성된 MIMO 시스템에서 ZF-MRC 구조는 $L(N_R - N_T + 1)$ 의 다양성 정도를 제공한다 [5].

본 논문에서는 주파수 선택적 Rayleigh 페이딩 채널에서 동작하는 시공간 결합기와 ZF 검출기 기반의 MIMO 시스템의 성능에 대한 분석을 수행한다. 시간 다양성을 얻기 위해서 다중경로 성분들을 먼저 결합하고 또한 공간적인 다양성을 확보하기 위해 수신안테나 신호들을 결합한 후 ZF 검출기를 사용하여 전송 채널을 분리하는 신호 검출 기법이다. 이러한 구조를 MRC-ZF라고 칭한다. MRC-ZF 검출 기법은 $LN_R - N_T + 1$ 의 다양성 정도를 제공할 수 있음을 분석적으로 보이고 이론적인 결과와 시뮬레이션 결과를 통해서 ZF-MRC보다는 우수한 성능을 보임을 확인한다.

II. 시스템 모델

주파수 선택적 Rayleigh 페이딩 채널에서 동작하는 N_T 개의 송신안테나와 $N_R (\geq N_T)$ 개의 수신안테나로 구성된 MIMO 시스템을 고려한다. 송신단에서 BPSK 변조가 수행된 입력 데이터가 N_T 개의 병렬 데이터 스트림으로 각각의 송신안테나를 통해서 전송된다. 성능 분석

을 단순하게 하기 위해서 심볼간의 간섭과 경로간의 간섭은 존재하지 않는다고 가정한다. 각각의 안테나를 통해서 전송된 신호들은 주파수 선택적 Rayleigh 페이딩 채널을 경유하여 수신기에 도달되는데, 수신기는 전송 비트를 검출하기 위해서 단지 L 개의 경로 성분만을 이용한다고 가정한다. 수신기에서 수신 신호들은 정합필터를 경유하여 수신신호 벡터를 구한다.

m 번째 수신안테나에 수신된 1번째 경로 성분의 수신 신호를 $r_m(l)$ 로 표시하여, 1번째 경로 성분의 수신 벡터 $\vec{r}(l) = [r_1(l) r_2(l) \dots r_{N_R}(l)]^T$ 를 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\vec{r}(l) = \sqrt{E_b} \vec{H}(l) \vec{s} + \vec{w}(l) \quad (1)$$

여기서 E_b 는 평균 비트 에너지이고, N_T 개의 송신안테나에서의 심볼 벡터는 $\vec{s} = [s_1 s_2 \dots s_{N_T}]^T$ 로서 n 번째 송신안테나로부터 전송되는 비트는 s_n 이다. $\vec{w}(l) = [w_1(l) w_2(l) \dots w_{N_R}(l)]^T$ 는 수신 잡음 벡터를 나타낸다. $w_m(l)$ 는 평균이 0이고 분산이 N_0 인 복소 백색 가우시안 잡음이다. 1번째 경로 성분에 대한 $N_R \times N_T$ 채널 행렬 $\vec{H}(l)$ 은 다음과 같이 표현된다.

$$\vec{H}(l) = [\vec{h}_1(l) \vec{h}_2(l) \dots \vec{h}_{N_T}(l)] \quad (2)$$

$$= \begin{bmatrix} h_{11}(l) & h_{12}(l) & \dots & h_{1N_T}(l) \\ h_{21}(l) & h_{22}(l) & \dots & h_{2N_T}(l) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{N_R1}(l) & h_{N_R2}(l) & \dots & h_{N_RN_T}(l) \end{bmatrix}$$

여기서 $h_{mm}(l)$ 는 n 번째 송신안테나로부터 m 번째 수신안테나에 전송되는 신호의 1번째 경로 성분에 대한 채널 계수이다. $h_{mm}(l)$ 는 평균이 0이고 분산이 1인 복소 가우시안 Rayleigh 페이딩 계수로써 $\vec{H}(l)$ 의 모든 원소들은 독립적이고 복소 가우시안 랜덤 변수이다. 1번째 경로의 평균 전력이 $E[|h_{mm}(l)|^2] = E[|h_{mm}(0)|^2] e^{-\zeta l}$ 인 지수적으로 감소하는 전력 지연 프로파일을 가진 채널 모델을 고려한다. 여기서 ζ 는 전력 감소 상수이다. 본 논문에서는 다중경로 결합기에 의해 결합되는 모든 L 개의 경로 성분들은 단위 전력을 가진 것으로

가정한다.

III. MIMO 검출 구조

N_T 개의 송신안테나, N_R 개의 수신안테나, 그리고 L 개의 다중경로 성분을 이용하는 MIMO 시스템에 대해 제시되는 신호 검출 기법은 시공간결합기와 ZF 검출기로 구성된다.

A. 시공간 결합기

MIMO 검출 구조는 RAKE 결합기와 수신안테나 다양성 결합기로 구성되어 있는 전반부와 ZF 검출기가 있는 후반부로 나뉜다(그림 1). RAKE 결합기는 각각의 수신안테나에서 시간 다양성을 얻기 위해서 다중경로 성분들을 해당 채널 성분을 사용하여 결합한다. 각각의 수신안테나에 수신되는 신호 성분은 MRC를 사용하여 행 벡터 $\vec{h}_m(l) = [h_{m1}(l) h_{m2}(l) \dots h_{mN_r}(l)]$ 의 공액 복소수를 이용하여 가중치를 주어서 더하는 과정을 수행한다. 즉 m번째 수신안테나의 RAKE MRC 출력은 신호 벡터는 다음과 같다.

$$\vec{y}_m = \sum_{l=0}^{L-1} \vec{h}_m(l)^H \vec{r}_m(l) \quad (3)$$

그 다음 절차로서 수신안테나 다양성을 확보하기 위하여 RAKE MRC 출력들이 공간적으로 다음과 같이 결합된다.

$$\begin{aligned} \vec{u} &= \sum_{m=1}^{N_r} \vec{y}_m = \sum_{m=1}^{N_r} \sum_{l=0}^{L-1} \vec{h}_m(l)^H \vec{r}_m(l) \\ &= \sum_{l=0}^{L-1} \vec{H}(l)^H \vec{r}(l) \end{aligned} \quad (4)$$

B. ZF 검출기

시공간적으로 수신신호를 결합한 후 결과로서 나타나는 출력 신호 벡터는 단하나의 ZF 검출기에 의해 필터링이 된다. 이 ZF 검출기는 모든 전송안테나로부터 전송되는 신호들을 공간적으로 분리해내는 역할을 수행한다. 여기서 ZF 필터는 다음과 같이 시공간에서 결합된

채널 행렬의 pseudoinverse에 의해 정의된다.

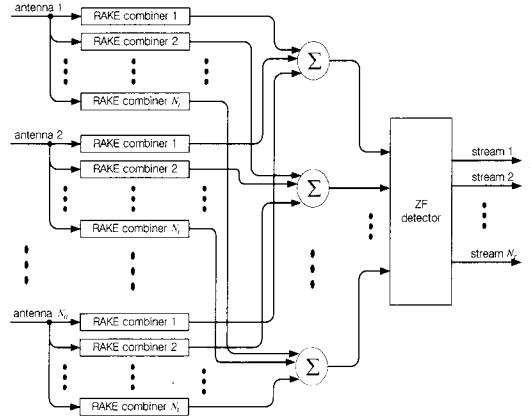


그림 1. ZF 검출기가 따르는 시공간 결합기
Fig. 1. Temporal-Spatial Combiner followed by ZF Detector

$$\begin{aligned} \vec{G}_{ZF} &= \left(\sum_{l=0}^{L-1} \vec{H}(l) \vec{H}^H(l) \right)^+ \\ &= (\vec{H}^H \vec{H})^+ \end{aligned} \quad (5)$$

여기서 $\vec{H} = [\vec{H}(0)^T \vec{H}(1)^T \dots \vec{H}(L-1)^T]^T$. 이 때 ZF 신호 벡터는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\begin{aligned} \vec{v} &= \vec{G}_{ZF} \vec{u} \\ &= \sqrt{E_b} \vec{s} + (\vec{H}^H \vec{H})^+ \sum_{l=0}^{L-1} \vec{H}(l)^H \vec{w}(l) \end{aligned} \quad (6)$$

채널간의 간섭은 완전히 제거되고 ZF 검출기의 출력에서 신호 성분들은 완전히 분리됨을 알 수 있다. 따라서 n번째 데이터 스트림의 비트에 대한 결정 변수는 다음과 같다.

$$z_n = Re[v_n] \quad (7)$$

여기서 v_n 은 \vec{v} 의 n번째 원소이다.

IV. BER 성능 분석

n 번째 전송된 데이터 스트림의 특정 비트에 대한 시공간 결합기의 결정변수의 순시적인 SNR γ_n 다음과 같이 구해질 수 있다 [5].

$$\begin{aligned} \gamma_n &= \frac{E_b}{N_0} [\vec{H}^H \vec{H}]_{nn} \\ &= \frac{E_b}{N_0} \frac{1}{[\vec{H}^H \vec{H}]_{nn}} \\ &= \frac{E_b}{N_0} \sum_{i=1}^{LN_R} x_n^{(i)^2} \end{aligned} \quad (8)$$

여기서 $x_n^{(i)}$ 는 평균이 0이고 분산이 1인 가우시안 랜덤 변수이다 [3,5].

그리고, $\vec{h}_1(l), \dots, \vec{h}_{n-1}(l), \vec{h}_{n+1}(l), \dots, \vec{h}_{N_T}(l)$ 로부터 만들어진 $N_R \times N_R$ non-negative Hermitian 행렬 $\vec{G}(l)$ 을 구할 수 있고 $\vec{G} = \text{diag} [\vec{G}(0) \vec{G}(1) \dots \vec{G}(L-1)]$ 의 고유치들은 1이거나 0이다. 여기서, 1의 개수는 $LN_R - N_T + 1$ 이고 0의 개수는 $N_T - 1$ 이다. 그리하여

$$\gamma_n = \frac{E_b}{N_0} \sum_{i=1}^{D_{MRC-ZF}} |x_n^{(i)}|^2 \quad (9)$$

시공간 결합기와 ZF 검출기에 기반한 (N_R, N_T, L) MIMO 시스템의 다양성 정도는 $D_{MRC-ZF} = LN_R - N_T + 1$ 로 주어진다.

따라서 주파수 선택적 Rayleigh 페이딩 채널에서 시공간 결합기와 ZF 검출기에 기반한 (N_R, N_T, L) MIMO 시스템의 평균 BER 공식은 다음과 같이 주어진다 [5].

$$P_b = \frac{1}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(1 + \frac{E_b}{N_0} \frac{E[|x_n^{(i)}|^2]}{\sin^2 \theta} \right)^{-D_{MRC-ZF}} d\theta \quad (10)$$

여기서 위의 BER 공식 (10)과 참고문헌 [5]에서의 BER 공식의 차이점은 사용되는 다양성 정도(diversity order) 파라미터 D_{MRC-ZF} 이다.

V. 수치적인 시뮬레이션 결과

주파수 선택적 Rayleigh 페이딩 채널에서의 시뮬레이션에서 (N_R, N_T, L) MIMO 시스템의 비트당 SNR은 다음과 같이 정의한다.

$$\gamma_b = \frac{E_b}{N_0} (dB) + 10 \log_{10} D \quad (11)$$

여기서 D 는 MRC-ZF에서 $D_{MRC-ZF} = LN_R - N_T + 1$ 를 사용하고 ZF-MRC에서 $D_{ZF-MRC} = L(N_R - N_T + 1)$ 을 사용한다.

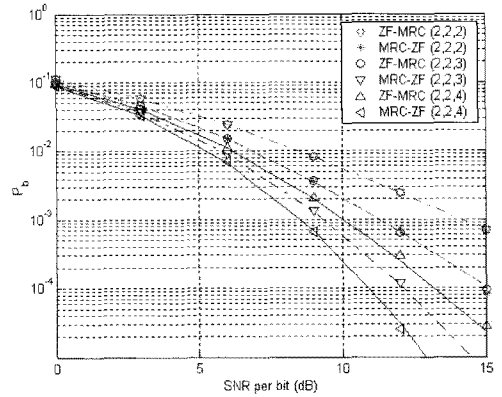


그림 2. 다른 L 값에 대한 비트 오차를 Fig. 2. BER performance for different values of L

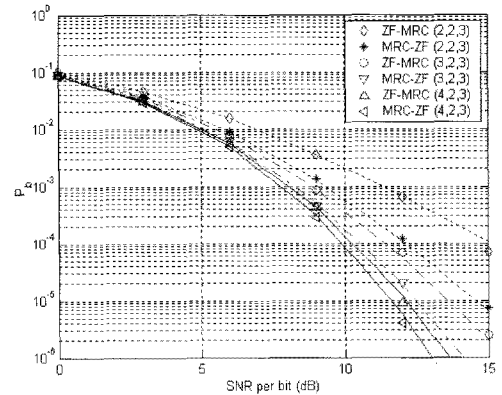


그림 3. 다른 N_R 값에 대한 비트 오차를 Fig. 3. BER performance for different values of N_R

그림에서 이론적인 결과는 선으로 나타내고 시뮬레이션 결과는 표시기(marker)로 표시한다. 또한 그림에서 (N_R, N_T, L) 은 N_R 개의 수신안테나, N_T 개의 송신안테나, L 개의 다중경로 성분을 사용하고 있음을 나타낸다. 예를 들면, ZF-MRC (2,2,2)는 2개의 수신안테나, 2개의 송신안테나, 2개의 다중경로 성분을 가진 시스템을 의미한다.

$N_R=2$ 와 $N_T=2$ 를 가진 MIMO 시스템에서 수신기에 이용되는 다양한 다중경로 성분의 수에 따른 이론적인 결과와 시뮬레이션 결과가 그림 2에서 보여진다. 제시된 MRC-ZF 구조의 이론적인 성능은 선택된 시스템 파라미터에 대해 시뮬레이션 결과와 일치함을 확인할 수 있다. MRC-ZF 시스템의 성능은 ZF-MRC 시스템보다 BER 성능이 우수하다는 것을 알 수 있다. 이것은 MRC-ZF의 다양성 정도는 $LN_R - N_T + 1$ 이고 ZF-MRC의 다양성 정도는 $L(N_R - N_T + 1)$ 로써 MRC-ZF의 다양성 정도가 ZF-MRC보다 $(L-1)(N_T-1)$ 만큼 더 크기 때문이다. 또한 MRC-ZF 구조에서 다중경로 성분의 수 L 이 많아짐에 따라 다양성 이득이 증가하기 때문에 성능이 좋아짐을 확인할 수 있다. 게다가 (2,2,2) MRC-ZF와 (2,2,3) ZF-MRC는 이론적인 결과와 시뮬레이션 결과가 거의 일치함을 확인할 수 있다. 그림 2에서 (2,2,2) MRC-ZF의 시뮬레이션 결과는 스타 표시기 *로 나타나 있고, (2,2,3) ZF-MRC의 시뮬레이션 결과는 원 표시기 o로 서로 겹쳐서 표시되어 있다.

그림 3에서 $N_T=2$ 와 $L=3$ 를 가진 MIMO 시스템의 수신안테나 N_R 의 수에 따른 BER 성능 결과를 보여주고 있다. BER 곡선의 기울기를 보면 수신안테나 N_R 의 수를 증가에 따라 MRC-ZF와 ZF-MRC의 다양성 정도가 증가됨을 알 수 있다. 다양성 정도가 증가함에 따라 BER 성능 결과가 향상된다는 것을 확인할 수 있다.

VI. 결론

본 논문은 주파수 선택적 Rayleigh 페이딩 채널에서 MRC-ZF MIMO 시스템의 성능을 이론적으로 분석하고 수치적인 시뮬레이션에 의해 평가하였다. MRC-ZF 구조는 시공간 결합기와 ZF 검출기로 구성되고 $LN_R - N_T + 1$ 의 다양성 정도를 얻을 수 있게 해준다.

이 구조는 ZF-MRC에 비해서 더 우수한 BER 성능을 얻을 수 있음을 보였다.

참고문헌

- [1] D. Tse and P. Viswanath, *Fundamentals of Wireless Communication*, Keppel Towers, Singapore: Cambridge University Press, 2005
- [2] D. Gesbert, M. Shafi, D. Shiu, P. J. Smith, and A. Naguib, "From theory to practice: an overview of MIMO space-time coded wireless systems," *IEEE J. Select. Areas Commun.*, vol. 21, no. 3, pp. 281-302, April 2003
- [3] J. H. Winters, J. Salz, and R. D. Gitlin, "The Impact of Antenna Diversity on the Capacity of Wireless Communication Systems," *IEEE Trans. Communications*, vol. 42, no. 2/3/4, pp. 1740-1751, February/March/April 1994
- [4] H. Liu, Y. Song, and R. C. Qiu, "The Impact of Fading Correlation on the Error Performance of MIMO Systems Over Rayleigh Fading Channels," *IEEE Trans. Wireless Communications*, vol. 4, no. 5, pp. 2014-2019, Sept. 2005
- [5] H. Liu, "Error Performance of MIMO Systems in Frequency Selective Rayleigh Fading Channels," in *Proceedings of GLOBECOM 2003*, pp. 2104-2108, 2003

저자소개



안진영(Jinyoung An)

2007년 동아대학교
전기전자컴퓨터공학부
전자전공 졸업 (공학사)
2007년~현재 동아대학교 대학원
전자공학과 석사과정

※관심분야: 이동/무선통신, MIMO, OFDM, UWB



김상준(Sangchoon Kim)

1991년 연세대학교 전자공학과
(공학사)

1995년 미국 University of Florida
전기공학과 (공학석사)

1999년 미국 University of Florida 전기 및 컴퓨터공학과
(공학박사)

2000년~2005년 LG전자 책임연구원

2005년~현재 동아대학교 전자공학과 조교수

※관심분야: 이동/무선통신