

SQP와 CEALM 최적화 기법에 의한 대공 방어 유도탄에 대한 3차원 최적 회피 성능 비교

Performance Comparison of 3-D Optimal Evasion against PN Guided Defense Missiles Using SQP and CEALM Optimization Methods

조성봉* 유창경** 탁민제***
Sung-Bong Cho Chang-Kyung Ryoo Min-Jea Tahk

Abstract

In this paper, three-dimensional optimal evasive maneuver patterns for air-to-surface attack missiles against proportionally navigated anti-air defense missiles were investigated. An interception error of the defense missile is produced by an evasive maneuver of the attack missile. It is assumed that the defense missiles are continuously launched during the flight of attack missile. The performance index to be minimized is then defined as the negative square integral of the interception errors. The direct parameter optimization technique based on SQP and a co-evolution method based on the augmented Lagrangian formulation are adopted to get the attack missile's optimal evasive maneuver patterns. The overall shape of the resultant optimal evasive maneuver is represented as a deformed barrel-roll.

Keywords : Evasive Maneuver(회피 기동), Survivability(생존성), Trajectory Optimization(궤적 최적화), Barrel-Roll(배럴-롤), SQP(Sequential Quadratic Programming), CEALM(Co-Evolutionary Augmented Lagrangian Method)

1. 서론

방어체계의 빠른 기술 개발은 공대지 유도탄의 생존성을 급격히 위협하고 있는 추세이다. 공대지 유도탄의 생존성 향상을 위해 호밍 영역에서 회피기동을

수행하는 방법을 생각해 볼 수 있다. 공대지 유도탄의 회피기동은 위협물의 비행 상태나 매개변수의 정보를 미리 알지 못하는 상태에서 생존성을 증대시키고 종말 유도오차(miss distance)를 최소화하는 두 가지의 조건을 만족하는 특수한 기동으로 정의할 수 있다.

2차원 공간에서의 파형기동(weaving motion)^[1], 혹은 3차원 공간에서의 배럴-롤(barrel-roll) 기동^[2]이 회피 기동으로서의 한 방법이 될 수 있을 것이다. 이들 논문에서는 대공방어 유도무기에 대한 항공기의 회피 기동만을 다루었기 때문에 표적으로의 호밍 특성을 고려하지 않은 기동이다. 근접방어체계(CIWS : Close-In

† 2009년 2월 13일 접수~2009년 4월 17일 게재승인

* 국방과학연구소(ADD)

** 인하대학교 항공우주공학과

*** KAIST 항공우주공학전공

책임저자 : 유창경(ckryoo@inha.ac.kr)

Weapon System)에 대한 대함 유도탄의 호밍 특성을 고려한 최적 회피 기동이 참고문헌 [3]에서 논의된 바 있으며, 최적 회피 궤적은 배럴-롤 형태라는 결과를 보여주었다. 하지만 이는 직사화기로 구성된 대공방어 체계에 대한 최적 궤적의 결과였다.

본 연구에서는 참고문헌 [3]의 접근 방법에 근거하여 비례항법유도(PNG : Proportional Navigation Guidance) 알고리즘을 탑재한 대공 방어유도탄(이하 방어유도탄)에 대해 공대지 유도탄(이하 공격유도탄)의 생존성을 향상시키기 위한 3차원 공간상에서의 최적 회피 기동 특성을 알아본다. 본 논문에서 고려된 공격유도탄의 회피 기동을 위한 최적제어 문제는 유도오차가 0이 되는 종말 구속조건을 가지고 요격오차의 제곱에 음수 부호를 붙여 만들어진 성능지수(performance index)를 최소화하는 가속도 유도명령을 구하는 것이다. 전체 교전동안 방어유도탄의 요격오차(interception error)는 공격유도탄의 adjoint 호밍루프^[4]를 통해 산출할 수 있다. 공격유도탄과 방어유도탄이 모두 1차의 시간지연 시스템이고, 공격유도탄의 경우 유도명령의 제한을 가진다고 가정한다. 본 논문에서는 최적제어 문제를 풀기 위해 SQP 기법^[5]을 이용한 직접 제어입력 매개변수 최적화(direct input parameter optimization) 기법과 라그랑지안(lagrangian) 방법을 보강한 공진화 기법^[6]을 사용하였다. 최적 회피 기동 궤적은 방어유도탄의 비례항법 상수와 공격 및 방어유도탄의 시정수에 따라 그 양상이 변화하는 찌그러진 배럴-롤 형태가 됨을 알 수 있다.

다음 장에서는 3차원 공간에서의 공격유도탄의 운동방정식과 공격유도탄의 회피 기동에 따른 방어유도탄의 요격오차와 요격오차를 최대화하기 위한 최적제어 문제의 정식화를 다루었으며, 3장에서는 최적제어 문제를 풀기 위한 입력 매개변수 궤적 최적화 기법에 대해 설명하고, 4장에서는 라그랑지안 방법을 보강한 공진화 기법에 대해 설명하고, 5장에서는 전형적인 교전 시나리오에 대한 궤적 최적화 결과를 보여준다.

2. 궤적 최적화 정식화

가. 운동방정식 및 요격오차 정의

대지 또는 대함 공격유도탄과 비례항법유도 법칙을 탑재한 대공 방어유도탄 간의 교전 시나리오를 Fig. 1에 나타내었다.

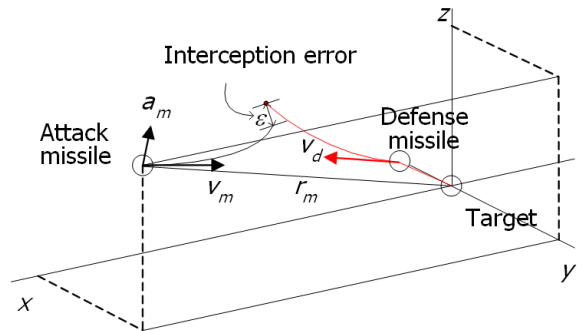


Fig. 1. 공격-방어 유도탄간의 교전 기하

여기서 표적은 방어체계의 중심에 위치한다고 가정하였다. 기준좌표계는 표적에 고정된 관성좌표계로 가정하였으며, 문제의 단순화를 위해 중력의 영향은 고려하지 않는다. 방어체계는 현재시점 t 에서의 공격유도탄의 위치, 속도 및 가속도를 정확하게 알고 있다고 가정하며, 방어체계에서 발사된 방어유도탄은 요격 전 구간에서 속도 v_d 를 그대로 유지한다고 가정한다. 반면에 공격유도탄의 기동가속도 a_m 은 공격유도탄의 속도벡터에 수직하게 작용하며, 유도명령 u_c 는 시정수(time constant) T_a 를 갖는 1차 시간 지연 시스템을 거쳐 구현된다고 가정한다. 이때 유도명령 u_c 는 그 크기가 제한되어 있다고 가정한다. 공격유도탄의 속도 v_m 은 적절한 속도 제어루프에 의해 표적 요격시점까지 일정한 속도를 유지한다고 가정한다. 공격유도탄의 운동방정식은 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} \vec{r}_m &= \vec{v}_m, & \vec{r}_m(t_0) &= \vec{r}_{m0} \\ \vec{v}_m &= \vec{a}_m, & \vec{v}_m(t_0) &= \vec{v}_{m0} \end{aligned} \quad (1)$$

여기서, r_m 은 표적인 대공방어체계와 공격유도탄 사이의 상대거리이고 t_0 는 공격유도탄의 회피기동 시작 시점을 말한다. 유도명령이 속도벡터에 수직하므로 유도명령을 속도좌표계에 대해 정의하고 이를 관성좌표계로 변환한다. 속도좌표계에서의 유도명령을

$$\vec{u}_c^V = [0 \quad u_{yaw} \quad u_{pth}]^T \quad (2)$$

으로 정의하면 다음과 같은 관계식을 만족한다. 여기서 u_{yaw} 와 u_{pth} 는 공격유도탄의 yaw방향과 pitch 방향

의 유도명령을 각각 나타낸다.

$$\vec{u}_c^V \cdot \vec{v}_m = 0 \quad (3)$$

공격유도탄의 자동 비행을 1차의 시간 지연 시스템으로 가정하면 속도좌표계에서의 공격유도탄의 가속도 \vec{a}_m^V 는 다음과 같은 미분방정식으로 표현된다.

$$\dot{\vec{a}}_m^V = \frac{1}{T_a} (\vec{u}_c^V - \vec{a}_m^V) \quad (4)$$

여기서 T_a 는 공격유도탄의 시정수이다. \vec{a}_m^V 를 관성좌표계로 변환하면,

$$\vec{a}_m = [C_I^V]^T \vec{a}_m^V \quad (5)$$

이 때 관성좌표계에서 속도좌표계로의 변환행렬 C_I^V 는 다음과 같이 공격유도탄 속도벡터의 비행 경로각 γ_m 및 방향각 ψ_m 으로 정의된다.

$$C_I^V = T_2(-\gamma_m) T_3(\psi_m) \quad (6)$$

$$= \begin{bmatrix} c\gamma_m c\psi_m & c\gamma_m s\psi_m & s\gamma_m \\ -s\psi_m & c\psi_m & 0 \\ -s\gamma_m c\psi_m & -s\gamma_m s\psi_m & c\gamma_m \end{bmatrix}$$

여기서 ψ_m 과 γ_m 은 다음과 같이 주어진다.

$$\psi_m = \tan^{-1} \frac{v_y}{v_x}, \quad \gamma_m = \tan^{-1} \frac{v_z}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2}} \quad (7)$$

여기서 v_x, v_y, v_z 는 공격유도탄의 속도 v_m 의 x, y, z 방향 성분을 나타낸다. 이상에서 정의된 제반 변수들의 정의를 Fig. 2에 나타내었다.

대공 방어체계가 접근 중인 공격유도탄에 대해 방어유도탄을 이용하여 요격하는 시점은 통상 공격유도탄의 종말호밍구간에 포함되며 표적과의 직선 충돌경로에 존재한다. 이 때 방어유도탄은 비례항법유도 법칙에 의해 유도된다고 가정한다. 이 구간에서는 공격유도탄이 특별한 회피 기동을 수행하지 않을 경우 측방향 기동이 거의 이루어지지 않기 때문에 방어유도탄에 의해 요격될 가능성은 매우 높아진다. 공격유도

탄은 방어유도탄에 대한 정보를 갖고 있지 않으므로 표적까지의 전 유도구간에서 생존성을 최대화하기 위한 회피 기동을 수행하여야 한다. 자동조종장치의 시간 지연과 유도명령의 제한은 방어유도탄의 유도오차를 발생시키는 주요한 요소이다. 대부분의 경우에 방어유도탄의 유도명령 제한은 공격유도탄의 유도명령 제한보다 크기 때문에 본 논문에서는 공격유도탄만 유도명령 제한을 고려하고 방어유도탄의 유도명령 제한은 무시하는 것으로 가정한다.

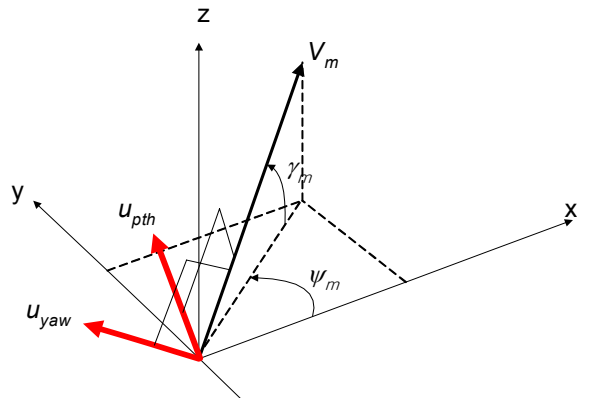


Fig. 2. 유도변수 정의

Fig. 3은 방어유도탄의 1차 시간 지연을 고려한 비례항법 호밍루프^[4]를 나타낸 것으로서 방어유도탄의 요격 유도오차(interception error) $y(t_F)$ 는 방어유도탄이 공격유도탄에 도달하는 데까지 소요되는 요격시간 t_F 동안의 공격유도탄의 기동가속도 프로파일(profile) $a_m(t)$ 에 의해 결정된다. 이 그림에서 N 은 방어유도탄의 비례 항법 상수(navigation constant)이고, λ 는 방어유도탄과 공격유도탄 간의 시선각(line-of-sight)을 나타낸다. 또한 v_c 는 공격유도탄과 방어유도탄의 상대 속도 또는 접근속도(closing velocity)를 의미하며, T_d 는 방어유도탄의 시정수이고, δ 는 충격 입력(impulsive input)을 의미한다.

공격유도탄의 종말 회피 기동 시작 시점에서의 표적과 공격유도탄의 시선을 기준좌표계의 x 축으로 설정하자. 시간 t 에서 방어유도탄이 발사되었다고 할 때, 공격 및 방어유도탄의 측방향 이동이나 측방향 속도벡터의 크기가 작다고 가정하면 t_F 는 다음과 같이 잔여거리를 상대속도벡터의 크기로 나누는 것으로 근사화할 수 있다.

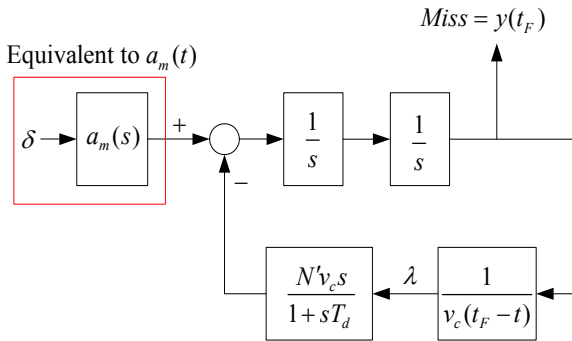


Fig. 3. 방어유도탄의 1차 지연 비례항법 호밍루프 (Single-lag Proportional Navigation Homing Loop)

$$t_F(t) \approx \frac{r_m(t)}{v_m + v_d} = \frac{r_m(t)}{v_c} \quad (8)$$

여기서 $r_m(t)$ 는 Fig. 1에서 나타낸 바와 같이 대공 방어체계로부터 방어유도탄이 발사된 시간 t 에서의 공격유도탄과 표적간의 거리이며, v_d 는 방어유도탄의 속도이고, v_c 는 공격유도탄과 방어유도탄의 접근상대 속도이다. 요격시간 t_F 는 공격유도탄이 표적에 접근하면서 0으로 수렴한다. 또한 $a_m(s)$ 는 다음과 같이 공격유도탄의 임의의 가속도 프로파일 $a_m(t)$ 에 대한 라플라스 변환을 나타낸다.

$$a_m(s) = \mathcal{L}\{a_m(t)\} \quad (9)$$

Fig. 3의 1차 시간지연 비례항법 호밍루프 시뮬레이션 방법은 요격시간 t_F 가 변할 때마다 시뮬레이션을 통해서 해당 요격오차 값 한 개가 산출되어 변화하는 각각의 요격시간에 대한 방어유도탄의 요격오차를 구하려면 각 요격시간에 대해서 여러 번의 시뮬레이션을 수행하여야 한다. 하지만 adjoint 시뮬레이션 방법은 변화하는 요격시간 t_F 에 대한 각각의 요격오차 값을 한 번의 시뮬레이션으로 산출 가능하다. 그래서 본 논문에서는 adjoint 방법^[4]을 도입하여 한 번의 컴퓨터 실행으로 요격오차를 얻는 것을 제안한다. Fig. 4에 나타낸 바와 같은 방어유도탄의 adjoint 시뮬레이션^[4]을 통해 adjoint 시간 τ 에 따른 방어유도탄의 요격오차를 산출한다. τ 는 t_F 와 같은 개념이다.

이 그림에서 $W(s)$ 는 방어유도탄의 전달함수로서 다음과 같이 주어지며

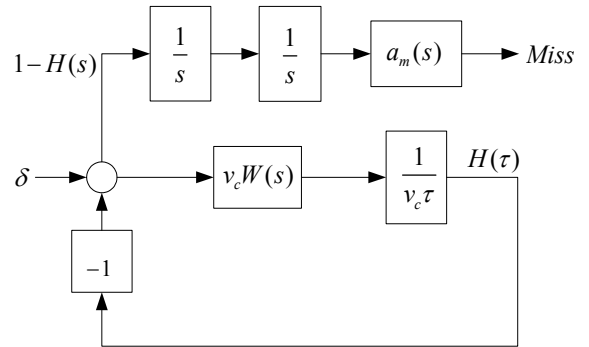


Fig. 4. 방어유도탄의 호밍루프 Adjoint (Homing Loop Adjoint of Single-lag PNG System)

$$W(s) = \frac{N'}{s(1+sT_d)} \quad (10)$$

adjoint 신호는 다음과 같이 계산된다.

$$H(\tau) = \frac{1}{\tau} \int W(x) [\delta(\tau-x) - H(\tau-x)] dx \quad (11)$$

라플라스 변환을 이용하여 시간 영역의 식 (11)을 주파수 영역으로 바꾸면 다음과 같다.

$$\frac{-dH(s)}{ds} = W(s) [1 - H(s)] \quad (12)$$

한편,

$$\frac{d}{ds} [1 - H(s)] = \frac{-dH(s)}{ds} \quad (13)$$

이므로, 식 (12)를 식 (13)에 대입하면 다음과 같은 관계식을 얻는다.

$$\int \frac{d(1-H(s))}{1-H(s)} = \int W(s) ds \quad (14)$$

식 (10)을 이용하여 식 (14)를 정리하면

$$1 - H(s) = \exp\left(\int \frac{N'}{s(1+sT_d)} ds\right) = \left(\frac{s}{s+1/T_d}\right)^{N'} \quad (15)$$

이다. 따라서 공격유도탄의 회피 기동 $a_m(s)$ 에 의해 발생하는 방어유도탄의 요격오차는 주파수 영역에서 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} Miss(s) &= \frac{1-H(s)}{s^2} a_m(s) \\ &= \frac{1}{s^2} \left(\frac{s}{s+1/T_d} \right)^N a_m(s) \\ &= F(s) a_m(s) \end{aligned} \quad (16)$$

주파수 영역에서의 공격유도탄의 가속도 프로파일 $a_m(s)$ 을 구할 수 있다면, 식 (16)을 이용하여 방어유도탄의 요격오차를 바로 구할 수 있다. 하지만 $a_m(t)$ 는 임의의 가속도 프로파일이므로 함수 형태로 나타낼 수가 없다. 그래서 본 논문에서는 컨볼루션(convolution) 적분을 사용한 새로운 정식화를 제안한다. F 의 역라플라스 변환을 f 라고 할 때, 시간 영역에서의 방어유도탄의 요격오차는 다음과 같이 컨볼루션 적분으로 표현된다.

$$\begin{aligned} Miss(\tau) &= \mathcal{L}^{-1}\{F(s) a_m(s)\} \\ &= \int_0^\tau f(x) a_m(\tau-x) dx \end{aligned} \quad (17)$$

항법상수 N' 가 각각 3, 4, 5일 경우에 대해서 $F(s)$ 와 $f(x)$ 는 아래와 같이 주어진다.

i) $N' = 3$ 일 경우,

$$F|_{N'=3}(s) = \frac{s}{(s+1/T_d)^3} \quad (18)$$

$$f|_{N'=3}(x) = x e^{-x/T_d} \left(1 - \frac{x}{2T_d} \right) \quad (19)$$

ii) $N' = 4$ 일 경우,

$$F|_{N'=4}(s) = \frac{s^2}{(s+1/T_d)^4} \quad (20)$$

$$f|_{N'=4}(x) = x e^{-x/T_d} \left(1 - \frac{x}{T_d} + \frac{x^2}{6T_d^2} \right) \quad (21)$$

iii) $N' = 5$ 일 경우,

$$F|_{N'=5}(s) = \frac{s^3}{(s+1/T_d)^5} \quad (22)$$

$$f|_{N'=5}(x) = x e^{-x/T_d} \left(1 - \frac{3x}{2T_d} + \frac{x^2}{2T_d^2} - \frac{x^3}{24T_d^3} \right) \quad (23)$$

식 (19), (21), (23)을 식 (17)에 대입하여 최종적으로 비행시간에 따른 방어유도탄의 요격오차를 각각의 항법상수에 대해 구할 수 있다. 공격유도탄의 관점에서 볼 때 방어유도탄의 요격오차(interception error)는 회피오차(evasion error)와 동일하며 이를 최소화하는 것이 중요하다. 공격유도탄의 회피오차 $\varepsilon(t)$ 는 식 (17)에서 구간 $[t, t+t_F]$ 에서의 가속도 프로파일 값에 의해 결정된다. 즉,

$$\varepsilon(t) = \int_0^{t_F} f(x) a_m(t_F-x+t) dx \quad (24)$$

여기서 t_F 는 식 (8)에 의해서 계산되며, 각각의 항법상수에 대해 다음과 같이 주어진다.

$$\varepsilon|_{N'=3}(t) \quad (25)$$

$$= \int_0^{t_F} \left(x e^{-x/T_d} \left(1 - \frac{x}{2T_d} \right) \right) a_m(t_F-x+t) dx$$

$$\varepsilon|_{N'=4}(t)$$

$$= \int_0^{t_F} \left(x e^{-x/T_d} \left(1 - \frac{x}{T_d} + \frac{x^2}{6T_d^2} \right) \right) a_m(t_F-x+t) dx \quad (26)$$

$$\varepsilon|_{N'=5}(t)$$

$$= \int_0^{t_F} \left(x e^{-x/T_d} \left(1 - \frac{3x}{2T_d} + \frac{x^2}{2T_d^2} - \frac{x^3}{24T_d^3} \right) \right) a_m(t_F-x+t) dx \quad (27)$$

대공방어체계로부터 발사된 방어유도탄이 공격유도탄을 요격하는데 소요되는 시간인 t_F 가 0으로 접근하면 요격오차 ε 또한 0으로 접근하는 것은 자명하다. 또한 공격유도탄이 어떠한 회피 기동도 하지 않는 경우에도 요격오차는 항상 0이다. 공격유도탄의 임의의

가속도 프로파일 $a_m(t)$ 가 $0 \leq t \leq t_f$ 에서 non-zero라면, 식 (25), (26), (27)의 콘볼루션 적분을 사용함으로써 여러 번의 비선형 시뮬레이션을 수행하지 않고도 adjoint 시간 τ 동안의 요격오차를 계산할 수 있다. 여기서 t_f 는 공격유도탄의 표적까지의 비행시간을 말한다. 이러한 요격오차 관계식들은 공격유도탄의 생존성 향상을 위한 비행궤적 최적화에 직접 이용된다.

나. 요격오차 최대화 최적제어 문제

다음과 같은 최적 제어(optimal control) 문제를 고려해 보자.

Find \vec{u}_c^V which minimize

$$J = - \int_0^{t_f} \varepsilon^2(t) dt \quad (28)$$

subject to 식 (1), (4)

with terminal constraints

$$\vec{r}_m(t_f) = \vec{r}_t \quad (29)$$

and input constraint

$$|\vec{u}_c^V(t)| \leq U_c \quad (30)$$

여기서 \vec{r}_t 와 U_c 는 각각 표적의 위치와 허용 가능한 공격유도탄의 최대 기동명령이다. 성능지수와 구속조건들에 포함된 비선형 요소들 때문에 이 최적제어 문제의 닫힌 해(closed-form solution)를 구하는 것은 불가능하다. 따라서 궤적 최적화 기법을 이용하여 수치적으로 계산한다. 실제적으로 대공 방어체계에서 발사된 비례항법유도 법칙을 탑재한 방어유도탄에 대한 공대지 혹은 지대지 공격유도탄의 최적 회피 기동을 위한 궤적 최적화 문제를 고려할 경우, 해면 또는 지면으로의 충돌을 방지하기 위한 최소 고도 제한이 포함되어야 하지만 회피 기동의 특성을 파악하기 위한 것이 주요 목적이기 때문에 본 연구에서는 최소 고도 제한을 고려하지 않는다.

3. 입력 매개변수 최적화 기법

최적제어 문제는 필요조건인 Euler-Lagrange 방정식

으로 표현되는 1차 구배(gradient)방정식을 Multiple Shooting Method와 같은 간접 최적화 기법(Indirect Optimization Method)을 이용하여 풀거나, 성능지수를 최소화하는 직접 최적화 기법(Direct Optimization Method)을 이용하여 접근한다^[7]. 특히 직접 최적화 기법 중에서도 제어입력 매개변수 최적화 기법(Input Parameter Optimization Method)^[8]은 제어입력(control input)만을 매개변수화하고 운동방정식에 포함된 상태변수(state variable)는 Runge-Kutta 4차 적분 방법에 의해 직접 적분하는 방식으로, 최적화 문제의 정식화가 용이하기 때문에 본 연구에서도 이 방법을 적용하였다. 공격유도탄의 전체 비행시간 t_f 는 회피 기동에 따라 변화하기 때문에 식 (2)에 포함된 제어입력 u_{yaw} 및 u_{pth} 와 더불어 매개화할 변수에 포함시켰다. 최적화 매개변수 벡터 X 는 다음과 같이 정의되며 $2(n+1)+1$ 개로 구성된다.

$$X = [u_{yaw}(t_i), u_{pth}(t_i), t_N]^T, i = 0, 1, \dots, N \quad (31)$$

여기서 t_N 은 t_f 를 나타내며, 따라서 매 반복계산 시 노드(node)가 나타내는 시점은 t_f 에 따라 변화한다. 각 노드 사이의 피치축 제어입력과 요축 제어입력은 선형 보간법(linear interpolation)에 의해 다음과 같이 정의된다.

$$u_{yaw}(t) = \frac{u_{yaw}(t_{i+1}) - u_{yaw}(t_i)}{t_{i+1} - t_i} (t - t_i) \quad (32)$$

$$u_{pth}(t) = \frac{u_{pth}(t_{i+1}) - u_{pth}(t_i)}{t_{i+1} - t_i} (t - t_i)$$

for $t_i \leq t < t_{i+1}$

각 제어입력은 종말 상태변수 값과 성능지수 계산을 위한 운동방정식 적분에 직접 사용된다. 식 (30)에 의해 유도명령이 제한되는 경우 유도명령 벡터의 방향은 동일하게 유지된다고 가정하였다. 즉,

$$\text{For } u_{com} \geq U_c, \quad (33)$$

$$u_{yaw}(t) = U_c \cos \phi_c, \quad u_{pth}(t) = U_c \sin \phi_c$$

여기서

$$\cos\phi_c = \frac{u_{yaw}}{u_{com}}, \quad \sin\phi_c = \frac{u_{pth}}{u_{com}} \quad (34)$$

$$u_{com} = \sqrt{[u_{yaw}(t)]^2 + [u_{pth}(t)]^2}$$

식 (28)로 주어지는 성능지수는 다음의 식으로 계산된다.

$$J = - \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{N_{sb}} [\varepsilon_i(t_j)]^2 \Delta t \quad (35)$$

여기서 N_{sb} 는 각 노드 사이에서의 구간 세분화를 통해 정밀한 성능지수를 산출하기 위한 것이며, 적분시간 간격 Δt 는

$$\Delta t = (t_f / N) / N_{sb} \quad (36)$$

로 주어진다.

4. CEALM 최적화 기법

최적 제어 문제를 푸는데 제어입력 매개변수 최적화 기법(input parameter optimization method)은 광범위하게 사용되지만 초기치(initial value) 설정의 어려움과 local minimum에 수렴하는 등의 문제가 있다. 그래서 보다 초기치 설정에 강인(robust)하고 global minimum에 수렴하는데 유리한 최적화 기법으로, 확률론적 방법에 근거한 진화연산을 기본으로 하고 있는 라그랑지안 방법을 보완한 공진화 기법 CEALM(Co-Evolutionary Augmented Lagrangian Method)^[6]를 사용하였다.

CEALM 최적화 기법^[9-11]은 라그랑지안 방법으로 구속조건을 가진 최적화 문제를 구속조건이 없는 saddle-point 해를 가진 zero-sum 게임으로 변환시키고, 각각 parameter 벡터와 lagrangian multiplier 벡터로 구성된 서로 반대되는 목적을 가진 두 집단을 공진화 기법을 이용하여 진화 과정을 수행하여 saddle-point 해를 구하는 기법이다. 본 논문에서는 parameter 벡터 X 는 최소화 전략을 가지고 있고, lagrangian multiplier 벡터 λ 는 최대화 전략을 가지고 있다. 각 집단은 evolution strategy 기법을 이용하여 선택(selection), 재결합(recombination), 돌연변이(mutation)의 진화 과정을 거친다. 그리고 CEALM에서는 parameter 벡터의 초기치

설정이 필요 없고, 탐색 영역(search space)의 경계치만 필요하다. parameter 벡터 X 와 탐색영역은 다음과 같이 정하였다.

$$X = [u_{yaw}(t_i), u_{pth}(t_i), t_N]^T, \quad i = 0, 1, \dots, N \quad (37)$$

- parameter vector X = minimizing player
No. of parameter $X_i = 2(N+1)+1$

search space for control inputs

$$= \begin{cases} \text{Lower Bound} : -20 \\ \text{Upper Bound} : 20 \end{cases}$$

search space for flight time

$$= \begin{cases} \text{Lower Bound} : 10 \\ \text{Upper Bound} : 12 \end{cases}$$

- lagrange multiplier vector λ
= maximizing player
No. of parameter $Y_j = \text{No. of Constraints}$

$$\text{search space} = \begin{cases} \text{Lower Bound} : -10 \\ \text{Upper Bound} : 10 \end{cases}$$

5. 궤적 최적화 결과 및 분석

가. 입력 매개변수 최적화 기법

궤적 최적화를 위해 사용한 수치해석 기법은 널리 알려진 SQP(Sequential Quadratic Programming)에 기반한 CFSQP Version 2.5^[5]를 사용하였다. 궤적최적화와 관련된 매개화 상수와 매개변수벡터의 초기치는 다음과 같다.

- number of nodes : $N=25$
- number of subdivision : $N_{sb}=20$
- initial value of flight time : $t_f=10.0$ sec
- initial values of control inputs :

$$u_{yaw}(t_i) = 0.6 \text{ m/s}^2, \quad u_{pth}(t_i) = -0.6 \text{ m/s}^2 \quad i = 0, 1, \dots, N$$

교전 시작 시점에서의 공격유도탄과 방어유도탄의 시뮬레이션 초기 조건은 다음과 같다.

- 1) 적절한 중기유도를 통해 회피 기동 시작 시점 t_0 에서 공격유도탄은 표적과의 충돌 경로 상에 위치하여 기동가속도는 매우 작다고 가정한다. 기동가속도는 유도명령이 시정수 T_a 를 갖는 1차의 시간 지연 시스템을 거쳐 구현된다고 가정하였으며 일정한 유도명령의 제한을 두었다. t_0 에서의 공격유도탄의 초기조건은 다음과 같다.

- $\vec{r}_m(t_0) = [2000 \ 0 \ 0]^T (m)$
- $\vec{v}_m(t_0) = [-200 \ -10 \ 10]^T (m/s)$
- $\vec{a}_m^V(t_0) = [0 \ 0 \ 0]^T (m/s^2)$
- $U_c = 20 (m/s^2) (\approx 2g)$
- $T_a = 2.0 \text{ and } 1.0 \text{ and } 0.5 (sec)$

- 2) 비례항법유도 법칙을 탑재한 방어유도탄은 최초 대공 방어체계에서 발사되며, 방어유도탄의 속도 v_d 는 공격유도탄의 속도 v_m 보다 두 배 이상 빠르다고 가정하였으며 전체 교전 시간동안 일정한 속도를 유지한다고 가정하였다. 또한 공격유도탄의 위치, 속도 및 가속도에 대한 완전한 정보를 가지고 있으며, 유도명령이 1차의 시간 지연 시스템을 거쳐 구현된다고 가정하였다. 그리고 유도명령에 제한을 두지 않았다.

- $\vec{r}_d(t_0) = [0 \ 0 \ 0]^T (m)$
- $\vec{v}_d = 700 (m/s)$
- $T_a = 1.0 \text{ and } 0.5 (sec)$

방어유도탄의 항법상수와 시정수, 공격유도탄의 시정수를 변화시켜가면서 총 18가지 경우에 대해 시뮬레이션을 통한 회피 기동을 위한 최적 궤적의 수치적 해를 구하였다. Fig. 5와 Fig. 6은 그 중의 대표적인 두 가지 경우의 3차원 최적 회피 기동 양상을 보여주는 공격유도탄의 궤적 최적화 결과이다. 최적 회피 기동 궤적은 방어유도탄의 비례 항법 상수와 공격 및 방어유도탄의 시정수에 따라 그 양상이 변화하는 저그러진 배럴-롤(deformed barrel-roll) 형태가 됨을 알

수 있다. 그리고 Table 1은 CFSQP를 사용한 최적 제어 문제의 성능지수(performance index)인데, 요격오차를 최대화하는 조건은 방어유도탄의 항법상수가 작아지고 시간 지연이 커지며 공격유도탄의 시간 지연이 작아질수록, 즉 방어유도탄의 추적 능력이 저하될수록 성능지수는 최소화되는 경향을 보였고 이는 식 (28)에 의해 요격오차는 최대화된을 의미한다.

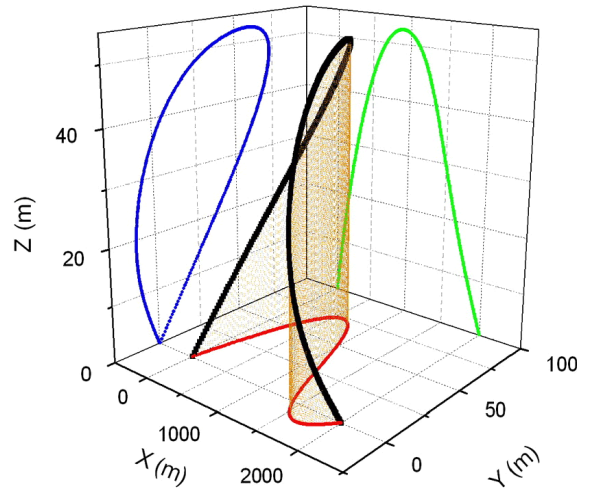


Fig. 5. $T_a=2.0, T_d=0.5, N'=5$ 인 경우의 CFSQP를 사용한 공격유도탄의 최적 궤적

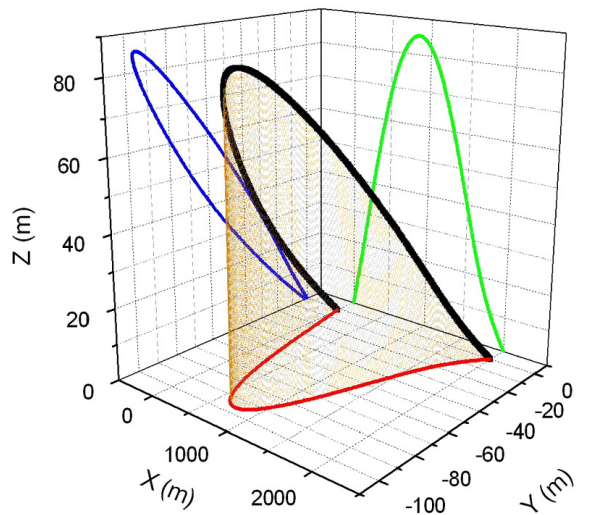


Fig. 6. $T_a=2.0, T_d=1.0, N'=4$ 인 경우의 CFSQP를 사용한 공격유도탄의 최적 궤적

Table 1. CFSQP를 사용한 최적 제어 문제의 성능지수

항법상수 시정수	$N'=5$	$N'=4$	$N'=3$
$T_a = 2.0, T_d = 0.5$	$-4.451e-1$	$-1.319e+0$	$-5.232e+0$
$T_a = 1.0, T_d = 0.5$	$-7.931e-1$	$-2.177e+0$	$-8.630e+0$
$T_a = 0.5, T_d = 0.5$	$-1.447e+0$	$-3.771e+0$	$-1.134e+1$
$T_a = 2.0, T_d = 1.0$	$-6.847e+0$	$-1.527e+1$	$-4.756e+1$
$T_a = 1.0, T_d = 1.0$	$-1.142e+1$	$-2.812e+1$	$-8.912e+1$
$T_a = 0.5, T_d = 1.0$	$-1.633e+1$	$-3.825e+1$	$-1.220e+2$

나. CEALM 최적화 기법

궤적최적화와 관련된 초기조건은 다음과 같다.

- number of nodes : $N = 25$
- number of subdivision : $N_{sb} = 20$
- maximum generation : 1000

교전 시작 시점에서의 공격유도탄과 방어유도탄의 시뮬레이션 초기 조건은 앞 절의 입력 매개변수 최적화 기법의 조건과 같다.

CFSQP의 경우와 마찬가지로 방어유도탄의 항법상수와 시정수, 공격유도탄의 시정수를 변화시켜가면서 총 18가지 경우에 대해 시뮬레이션을 통한 회피 기동

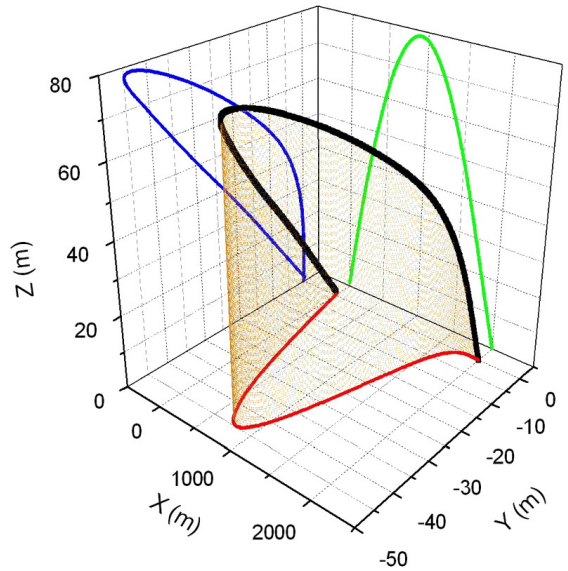


Fig. 8. $T_a=2.0, T_d=1.0, N'=4$ 인 경우의 CEALM을 사용한 공격유도탄의 최적 궤적

Table 2. CEALM을 사용한 최적 제어 문제의 성능지수

항법상수 시정수	$N'=5$	$N'=4$	$N'=3$
$T_a = 2.0, T_d = 0.5$	$-1.683e-1$	$-3.901e-1$	$-1.751e+0$
$T_a = 1.0, T_d = 0.5$	$-2.087e-1$	$-8.065e-1$	$-2.034e+0$
$T_a = 0.5, T_d = 0.5$	$-2.686e-1$	$-1.041e+0$	$-2.669e+0$
$T_a = 2.0, T_d = 1.0$	$-1.943e+0$	$-7.993e+0$	$-1.481e+1$
$T_a = 1.0, T_d = 1.0$	$-1.971e+0$	$-8.575e+0$	$-3.147e+1$
$T_a = 0.5, T_d = 1.0$	$-6.413e+0$	$-1.162e+1$	$-3.346e+1$

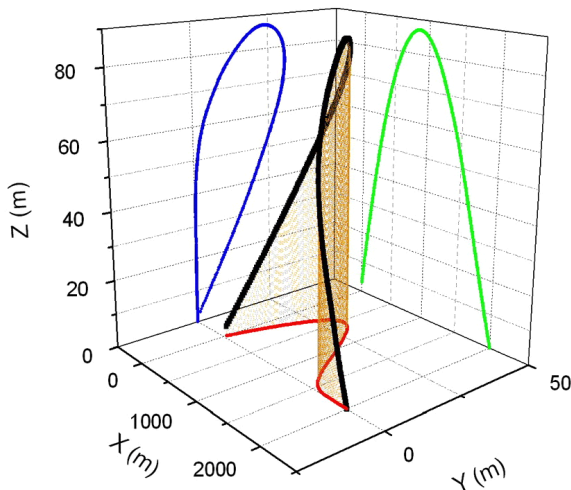


Fig. 7. $T_a=2.0, T_d=0.5, N'=5$ 인 경우의 CEALM을 사용한 공격유도탄의 최적 궤적

을 위한 최적 궤적의 수치적 해를 구하였다. Fig. 7과 Fig. 8은 CFSQP의 결과인 Fig. 5, 6과 비교하기 위해서 Fig. 5, 6과 같은 조건에서의 3차원 최적 회피 기동 양상을 보여주는 공격유도탄의 궤적 최적화 결과이다. 최적 회피 기동 궤적은 마찬가지로 찌그러진 배럴롤(deformed barrel-roll) 형태가 됨을 알 수 있다. 그리고 Table 2는 CEALM을 사용한 최적 제어 문제의 성능지수(performance index)인데, 방어유도탄의 항법상수가 작아지고 시간 지연이 커지며 공격유도탄의 시간 지연이 작아질수록, 즉 방어유도탄의 추적 능력이 저하될수록 성능지수는 최소화되는 경향을 보였다. 이는

식 (28)에 의해 요격오차는 최소화됨을 의미하며 이러한 결과는 앞의 CFSQP의 결과와 크게 다르지 않았다.

다. CFSQP 기법과 CEALM 기법 비교

입력 매개변수 최적화 기법인 CFSQP의 결과인 Table 1과 라그랑지안 방법을 보완한 공진화 기법인 CEALM의 결과인 Table 2의 성능지수를 비교하면, CFSQP의 성능지수가 CEALM의 성능지수에 비해 더 작음을 보여주는데 이는 성능지수를 최소화해야하는 최적 제어 문제를 푸는데 더 효과적이라는 뜻이 된다. 그러나 CFSQP는 매개변수 벡터의 초기치 설정에 아주 민감하기 때문에 global minimum이라고 말할 수 없다. 이에 비해 CEALM은 확률론적 방법에 근거하여 진화 연산으로 최적해를 찾기 때문에 global minimum을 찾기에는 더 유리하다고 말할 수 있다.

6. 결론

본 논문에서는 PNG 알고리즘을 탑재한 대공 방어 유도탄에 대한 공대지 공격유도탄의 생존성을 최대화하기 위한 3차원에서의 회피 기동 양상을 연구하였다. 방어유도탄의 요격오차를 구하기 위해 adjoint 호밍 루프와 콘볼루션 적분을 이용하였으며, 요격오차를 최대화하는 최적 제어 문제를 푸는데 SQP에 기반을 둔 직접 입력 매개변수 최적화 기법과 라그랑지안 방법을 보완한 공진화 기법(CEALM)을 사용하였다.

공격유도탄의 생존성을 향상시키기 위한 3차원 최적 회피 기동의 궤적은 변형된 배럴-롤 형태였으며, 방어 유도탄의 항법상수가 작아지고 시간 지연이 커지며 공격유도탄의 시간 지연이 작아질수록, 즉 방어유도탄의 추적 능력이 저하될수록 공격유도탄의 생존성이 향상된다는 결과를 얻었다.

References

- [1] P. Zarchan, "Proportional Navigation and Weaving Targets", *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 18, No. 5, pp. 969~974, Sep.~Oct., 1995.
- [2] F. Imado and S. Uehara, "High-g Barrel Roll Maneuvers Against Proportional Navigation from Optimal Control Viewpoint", *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 21, No. 6, pp. 876~881, 1998.
- [3] C. K. Ryoo, I. H. Whang and M. J. Tahk, "3-D Evasive Maneuver Policy for Anti-Ship Missiles Against Close-In Weapon Systems", *AIAA Guidance, Navigation and Control Conference*, Austin, USA, Aug. 2003.
- [4] P. Zarchan, *Tactical and Strategic Missile Guidance*, Fourth Edition, AIAA Progress Series in Astronautics and Aeronautics, Vol. 176, Washington DC, 1998.
- [5] C. Lawrence, J. L. Zhou and A. L. Tits, *User's Guide for CFSQP Version 2.5 : A C Code for Solving(Large Scale) Constrained Nonlinear(Minmax) Optimization Problems, Generating Iterates Satisfying All Inequality Constraints*, Institute for Systems Research, University of Maryland, 1997.
- [6] M. J. Tahk and B. C. Sun, "Co-evolutionary Augmented Lagrangian Methods for Constrained Optimization", *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, Vol. 4, No. 2, pp. 114~124, July 2000.
- [7] J. T. Betts, "Survey on Numerical Methods for Trajectory Optimization", *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 21, No. 2, pp. 193~207, Mar.~Apr., 1998.
- [8] D. G. Hull, "Conversion of Optimal Control Problems into Parameter Optimization Problems", *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 20, No. 1, pp. 57~60, Jan.~Feb., 1997.
- [9] 홍영석, 탁민제, "최적화 프로그램(CEALM과 NPSOL)의 성능 비교", *유도무기 학술대회 논문집*, 12권, pp. 59~62, 2003.
- [10] 최경용, 김종한, 안조영, 탁민제, "CEALM 최적화 기법에 의한 유도비행체A의 조종계인 산출", *유도무기 학술대회 논문집*, 11권, pp. 76~79, 2001.
- [11] C. S. Park and M. J. Tahk, "A Co-evolutionary Minimax Solver and its Application to Autopilot Design", *Proceeding of AIAA Guidance, Navigation and Control Conference*, Boston, USA, Aug. 1998.