韓國經營科學會誌
第34권 第2號
2009年 6月

최적 생산/판매 계획을 통한 기업 목표 관리 사례

정 재 헌*

Management for Company Objectives with Considerations of Optimal Production/Sales Planning

Jaeheon Jung*

■ Abstract ■

Total profit level increases if a company increase the cost for achieving R&D related goals of equipment productivity enhancement, production cost saving, or for achieving equipment scale target, sales volume goal. But how much money should be invested to achieve a certain level of profit? We formulated the model to set the optimal goal levels to minimize the investment cost under the constraint that certain level of total profit should be guaranteed. This model derived from a case of P steel company. We found that this should be considered in relation with the production sales planning (known as optimal product mix problem) to guarantee the profit. We suggested a nonlinear programming model, a variant form of the product mix problem. We can find the optimal investment level for the R&D related goals or sales volume goal, equipment scale target for the P steel company using the model.

Keyword : Production Planning, Supply Chain, Nonlinear Programming

1. 서 론

생산/판매 계획(제품배합의사결정모형으로 알려져 있음)은 먼저 제품 선정(product selection)이 조직의 목표, 마케팅 전략, 재무전략 등을 바탕으로 결정되면 선정된 제품들의 생산/운영 설비 능력, 생산원가, 시장 판매 가능량 등을 고려하여 주어진 기간의 총이윤을 극대화하기 위해 제품들을 얼마만큼

논문접수일 : 2008년 08월 22일 논문게재확정일 : 2009년 04월 28일
논문수정일(1차 : 2008년 12월 27일)
* 포스코 경영연구소 연구위원

생산해야 하는가에 초점을 맞춘다.

현재까지의 생산/판매 계획에 관한 연구들은 제품들의 생산/운영 설비 능력, 생산 원가, 시장 판매 가능량을 모형상에서 주어진 계수(coefficient) 또는 주어진 상수(parameter)로 취급하여 왔다. 모형은 특별한 발전이 없이 선형 계획법 모형이 계속 이용되어져 왔으며, 다만 모형에 이용되는 계수 또는 상수의 보다 정확한 결정 내지는 이들이 불확실한 상황에서 모형을 적용시키기 위한 방법론이 연구되어 왔다.

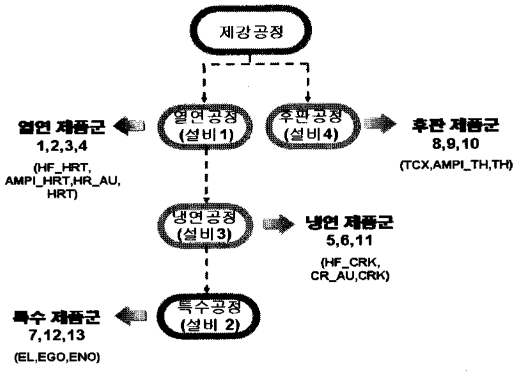
간략히 기존의 연구를 보면, 모형에서 목적함수 및 제약식에 쓰이는 상수 데이터의 정확한 수집에 필수적인 원가의 정확한 측정을 위해서 활동기준원가(ABC : Activity Based Costing)와 불확실성을 동시에 고려하는 확률제약계획법(chance constrained programming)의 결합된 모형을 제시하고 사례를 제시한 연구가 있다[1]. 유사하게 이 모형의 관련 원가에 대한 활동기준원가와 제약이론(theory of constraint)의 차이를 인식하여 모형의 타당성을 제고하기 위해 두 이론의 보완 사용을 제시한 연구가 있다[2]. 또한 이들 원가가 정확한지 검증할 수 있는 방법론에 대한 연구[5] 및 생산 판매 계획의 시장 판매 가능량 산정에 이용되는 수요 예측에 대한 관한 다수 연구([3] 참조)들도 동일한 범주에 속하겠다. 이들 데이터가 불확실한 상황에서 확률적 모형과 확률제약계획법을 사용한 새 모형을 제시하고 해법을 제시한 연구도 있다[7].

우리는 총 이윤 목표 등의 달성을 전제로, 특정한 제품들의 생산성, 원가, 판촉 활동으로 증가할 판매량 또는 특정 설비의 추가 투자액 등을 얼마만큼 변화시켜야 하는지를 즉 이들 값을 변화시키는 생산성 향상, 원가 절감, 판촉, 설비투자 활동 등의 기업 활동의 또 다른 목표 수준을 결정하는 문제를 제기한다. 따라서 우리의 모형에서는 기존 연구와는 달리 설비 생산/운영 능력 곧 설비 생산성, 생산 원가, 판매 가능량 등이 상수로 취급되지 않고 결정 변수로 취급된다. 이러한 문제 제기는 이하에서 기술되는 P 철강사의 사례에서 유래되었다.

2. 철강사 사례

2.1 철강사의 제품군 및 공정

P 철강사는 세세하게 화학적으로 분류하면 천개가 넘는 철강제품들을 생산하고 있다. 그러나 크게는 13개의 제품군으로 나눌 수 있고 본 논문의 예시에서는 이 분류를 따른다. 이 제품들을 생산하기 위한 P사의 철강 생산공정은 크게 6개(제선-제강-열연-냉연-특수 그리고 후판)의 대공정으로 나뉘어 진다. 본 연구에서는 모든 제품군이 거치는 제선, 제강공정을 제외한 4개의 대공정에 주된 관심을 둔다. 설비는 이들 대 공정에 따라 크게 4종으로 분류하였다. 제품군 별로 거치는 대공정들은 [그림 1]에서 볼 수 있다. 우선 모든 제품군들은 제선 다음에 제강 단계를 거친다. 다음 열연 공정을 거치는 제품군과 열연이 아닌 후판 제조 설비를 거치는 후판제품군으로 나누어진다. [그림 1]에 보이는 바와 같이 제품군 8, 9, 10은 후판 제품군으로서 후판제조 설비인 설비 4만을 거친다. 나머지 제품군들은 모두 열연 공정의 설비 1을 통과한다. 다음 이들 중에서 열연 제품군들(제품군 1, 2, 3, 4)을 제외하고 냉연 제품군들(제품군 5, 6, 7, 11, 12, 13)만 냉연 공정을 위해 냉연 설비 3을 거친다. 냉연공정을 거친 제품군들 중에서 7, 12, 13의 경우 전기강판 등 특수한 제품군들로서 한 단계의 공정(특수공정)을 더 거치므로 다시 설비 2를 통과한다.



[그림 1] P 철강사의 공정 및 제품군 분류

2.2 철강사가 직면한 문제

최근 중국 철강사들은 다소 품질은 떨어지지만 값싼 철강재를 한국 내로 수출하고 있고 그 비중은 점점 늘어가고 있다. P 철강사는 중국이 기술적으로 단기간에 따라올 수 없어 기술적으로 우위를 점할 수 있는 철강재들을 전략제품군으로 선택 집중적으로 육성하여 국내 및 해외 시장을 방어하고자 한다. 전략제품들은 지금 기술적으로 확고한 우위에 있는 것도 있지만 어떤 것들은 오히려 원가적인 측면에서 비전략제품보다 떨어져서 수익성이 낮은 것도 있고, 시장이 아직 미개척상황이거나 생산성이 떨어지기 때문에 오히려 생산하는 것이 이익이 되기보다 손해가 되는 제품도 있다. 또한 전략제품들을 생산하기 위해서는 설비의 추가적인 투자가 필요한 경우도 있다.

그러면 이들 전략제품들을 위한 생산성 향상, 원가 절감, 관측 활동 또는 설비의 추가 투자 등을 어느 정도로 이행하여야 전략제품들을 생산하면서도 기존의 생산/판매 계획의 실행 목표인 총 이윤 극대화와 충돌하지 않을까? 이는 궁극적으로 총이윤 극대화 목표하에 이루어지는 판매/생산 계획 모형과 연관이 있으면서 또 다른 모형의 정식화를 요구한다.

제 3장에서 이러한 문제에 대해 해를 줄 수 있는 문제를 정의하고 필요한 개념 및 모형을 제시한다. 제 4장에서는 P 철강사의 사례에 모형을 적용하여 결과를 분석한다.

3. 문제의 정의 및 모형

3.1 문제의 정의

이 문제에 대한 모형을 제시하기 전에 먼저 필요한 개념을 정의한다. 현재 P 철강사는 미래에 현재의 총이익(=P)보다 조금 증가한 이익($P+\nabla P$)을 목표로 하면 전략제품들과 연관된 생산성 향상, 원가 절감, 관측 활동 또는 설비의 추가 투자 등을 얼마만큼 하여야 할까하는 문제를 갖고 있다. 이러한 일련의 기업 활동을 통해 연관되는 개별 설비의 전략제품군별 시간당 생산성 향상, 전략제품군별의 단위당 원가(이는 제품군별의 톤당 수익과 직접 연관된다) 하락, 전략제품군별로 증가된 판매량, 설비별 전략제품 생산 능력 증대를 달성한다. 이들 값들은 기업의 총이윤과 또 다른 기업 활동의 목표이므로 본 논문은 이하에서 2차 목표라고 칭한다. 그리고 개별 설비의 전략 제품군별 시간당 생산성, 전략 제품군별의 단위당 원가, 전략제품군별 시장규모, 전략제품과 연관되는 설비 생산 능력 등은 2차 목표 연관 상수(parameter)로 칭한다. 이들은 제시되는 모형에서는 결정 변수로 취급된다.

한편 모형에서 이들 2차 목표들의 최적설정을 위해서는 총이윤 증가 목표 이외에도 2차 목표 향상을 위해 투자되는 비용도 동시에 고려하여야 한다. 모형의 정식화를 위해서는 비용함수가 필요하다. P 사는 과거의 2차 목표 향상을 위한 투자활동들에 관한 불연속적인 데이터 곧 2차 목표 향상 이전 원래의 2차 목표 연관 상수값, 향상을 위해 투자된 비용, 투자한 결과 향상된 2차 목표 연관 상수 값으로 구성된 데이터들을 보유하고 있다(예컨대 <표 5>를 참조). 이들 데이터로부터 연속적인 비용함수를 추정한다. 그런데 비용함수 추정을 위한 관측 결과를 보면, 2차 목표 연관 상수들의 향상 정도에 따라서만 투자 비용은 증가하는 것이 아니며 투자비용은 2차 목표 연관 상수들의 향상 이전의 원래 값에도 의존하는 것처럼 보인다. 그것은 만약 현재의 2차 목표 연관 상수값이 이미 높은 수준에 있다면 동일한 정도의 향상을 위해서도 투자비용은 훨씬 더 많이 들게 되는 당연한 결과에 따른 것이다. 우리는 비용함수가 <표 1>과 같은 형태를 띠고 있다고 가정하고 데이터에 의하여 비용함수를 추정하였다. <표 1>에서 관련 변수들도 정의되었다. 실제의 추정 사례는 다음 제 4.2절에서 소개된다.

3.2 모형의 제시

모형을 제시하기 전에 다음과 같은 변수가 정의된다(다른 변수들의 정의는 <표 1>을 참조).

k : 설비들의 인덱스

m, j : 제품군들의 인덱스 (j = 1, 2, ⋯, J)

x_m : 제품군 m의 판매량

c_m : 제품군 m의 단위당 수익

K : 설비생산성 향상이 고려되는 설비집합

TK : 설비증설이 고려되는 설비들의 집합

S^k : 설비 k를 통과하는 제품군들의 집합

S^D : 판촉활동을 통한 판매량 증가가 고려되는 제품군 집합

S^C : 수익성 향상이 고려되는 제품군 집합

s_{mk} : 제품군 m의 1단위를 생산하기 위한 설비 k의 가동시간

우리의 모형은 다음과 같다.

$$Min_{x_1, \cdots, x_J, TC_m, TS_{mk}, TD_m, TT_k} \sum_{m \in S^C} TC_m + \sum_{k \in K}\left[\sum_{m \in S^k} TS_{mk}\right] + \sum_{m \in S^D} TD_m + \sum_{k \in TK} TT_k$$

$st.$

$$\sum_{m \in S^k} s'_{mk}(TS_{mk}, s_{mk}) x_m \leq T'_k(TT_k, T_k) \quad \text{for } k \in TK,\ K \qquad (3-1)$$

$$\sum_{m \in S^k} s'_{mk}(TS_{mk}, s_{mk}) x_m \leq T_k \quad \text{for } k \in K,\ \notin TK \qquad (3-2)$$

$$\sum_{j \notin S^k} s_{jk} x_j \leq T_k \quad \text{for } k \notin TK,\ K \qquad (3-3)$$

$$x_m \leq D'_m(TD_m, D_m) \quad \text{for } m \in S^D \qquad (3-4)$$

$$x_j \leq D_j \quad \text{for } j \notin S^D \qquad (3-5)$$

$$\sum_{j \notin S^C} c_j x_j + \sum_{m \in S^C} c'_m(TC_m, c_m) x_m \geq P + \nabla P \qquad (3-6)$$

〈표 1〉 2차 목표 향상을 위해 투자되어야 하는 비용들에 대한 가정 및 관련 변수 정의

2차 목표	비용함수	설 명
원가절감에 의한 제품(군) m의 단위당 순이익 c_m 향상	$TC_m = f^P_m(c_m, c'_m)$	TC_m : 제품(군) j의 원가절감 연관 투자비용 c'_m : 원가 절감의 결과로 달성된 제품(군) m의 새로운 단위당 순이익 $df^P_m(\cdot)/dc'_m,\ df^P_m(\cdot)/dc_m \geq 0$
설비 생산성 향상에 의한 제품(군) m의 단위당 생산을 위한 설비 k의 생산소요 시간(가동시간) s_{mk} 감소	$TS_{mk} = f^K(s_{mk}, s'_{mk})$	TS_{mk} : 제품(군) m의 1단위를 생산하기 위한 설비 k의 가동시간을 줄이기 위한 설비생산성 향상 연관 투자 비용 s'_{mk} : 생산성 향상으로 달성된 제품(군) m의 설비 k를 통과하는 새로운 생산시간 $-df^K(\cdot)/d(s'_{mk}),\ -df^K(\cdot)/d(s_{mk}) \geq 0$
판촉활동에 의한 제품 (군) m의 시장규모(수요) D_m 증가	$TD_m = f^M(D_m, D'_m)$	TD_m : 제품(군) m을 추가로 판매하기 위한 판촉활동 연관 투자비용 D'_m : 판촉활동의 결과로 얻어진 제품(군) m에 대한 새로운 수요 $df^M(\cdot)/d(D'_m),\ df^M(\cdot)/d(D_m) \geq 0$
설비 k 능력 T_k 확장	$TT_k = f^T(T_k, T'_k)$	TT_k : k 설비의 설비능력 확장 연관 투자비용 T'_k : 설비확장으로 얻어진 새로운 설비 능력 $df^T(\cdot)/d(T'_k),\ df^T(\cdot)/d(T_k) \geq 0$

이 모형은 제품배합모형과 유사하나 목적식과 일부 제약식이 그 모형과 다르다. 제품배합문제에서 목적식은 $Max_{x_1,\cdots,x_J} \sum_{j=1,\cdots,J} c_j x_j$으로 제품별 수익들의 합 곧 총이윤을 최대화하는 것이나 우리 모형의 목적식은 2차목표 향상을 위한 투자 비용합을 최소화하는 것이다. 우리의 모형에서 제품수익들의 총합 곧 총이윤은 이전의 총이윤 수준인 P에 증가분을 더하여 $P+\nabla P$ 이상이 되도록 제약식 (3-6)에서 강제하고 있다. 제약식 (3-6)의 둘째항에서 제품 수익성 향상이 고려되는 제품 m 의 향상된 단위당 수익 c'_m는 관련 투자의 비용함수에 의해 수익성 향상에 투자될 투자비용 TC_m과 원래의 제품 단위당 수익 c_m의 값으로 표현되어 치환되어 나타난다(<표 7> 참조). 위에서 언급된 제품배합모형의 목적식과 설비별 가동시간 제약식인 (3-3), 제품별 판매량 제약식인 (3-5)로서 제품배합모형은 정식화된다. 우리의 모형에서 제약식 (3-1), (3-2), (3-4)은 제품배합모형의 제약식과 다르다. 왜냐하면 목적식의 둘째항과 동일하게 이들 제약식의 계수 및 우변항들은 2차목표 향상활동으로 값이 변화되어(s_{mk}, T_k, $D_m \rightarrow s'_{mk}$, T'_k, D'_m) 해당되는 투자비용 함수에 따라 투자비용(각각 TS_{mk}, TT_k, TD_m)과 원래의 값(s_{mk}, T_k, D_m)으로 표현되어야 한다. 따라서 제약식의 $s'_{mk}(TS_{mk},\ s_{mk})$, $T'_k(TT_k,\ T_k)$, $D'_m(TD_m,\ D_m)$은 s'_{mk}, T'_k, D'_m이 각각 해당되는 비용함수의 역함수에 의거하여 치환되어 재표현됨을 의미한다(아래의 <표 6>과 <표 7>의 가장 오른쪽 열과 같이 재표현). 따라서 이 모형은 제품배합의사결정모형이 약간 변형되어, 2차 목표 향상을 위해 투자된 비용합을 최소화하기 위하여 각 제품별 생산량(이는 제품배합의사결정 모형과 동일) 및 2차 목표 향상 투자비용 수준을 결정하는 비선형계획법 문제이다. 실제 상세한 적용사례는 제 4장에서 살펴본다.

4. 사례에 대한 모형 적용

4.1 모형의 전제

새로운 모형의 정식화 이전에 우리는 먼저 현재의 총이윤 극대화를 위한 생산/판매계획을 살펴보자. 새 모형은 현재의 생산/판매계획에 기반하여 설명된다. 생산/판매 계획은 <표 4>의 단순한 선형계획법의 결과로 주어진다. <표 2>와 <표 3>에서 주어진 시장규모, 현재의 설비생산성, 수익성 등의 상수들은 <표 4>의 시장 규모 제약식과 가동시간 제약식 그리고 목적항에서 우변 또는 계수들로 이용된다. P사는 1년 중 특별한 일이 없는 한 상시 설비가 가동되므로 1년 중 모든 시간(8760시간)으로 설비의 가동시간 제약이 잡혀 있다. 선행계획법 실행 결과로서 총이윤은 4,438,491백만 원으로 나왔다. 이 모형의 해로 제시되는 판매량(P사의 경우 주문 생산(make to order) 이므로 판매량 = 생산량으로 가정)은 현재의 2차 목표 연관 상수들이 변동이 없는 한 최대의

〈표 2〉 제품군별 데이터, 천톤당수익기대치와 시장규모, 설비별 소요시간 모두 가상의 데」이타임

제품군(번호)	HF_HRT(1)	AMPI_HRT(2)	HR_AU(3)	HRT(4)	HF_CRK(5)	CR_AU(6)
천톤당수익	116	100	112	110	120	100
설비 1의 천톤 생산 소요시간 (가동시간)	0.393으로 동일					
설비 2의 천톤 생산 가동시간	설비 2를 사용하지 않음					
설비 3의 천톤 생산 기동시간	설비 3을 사용하지 않음				0.595로 동일	
설비 4의 천톤 생산 가동시간	설비 4를 사용하지 않음					
시장규모(천톤)	1900	1000	100	3000	6059	3600

〈표 3〉 제품군별 데이터, 천톤당 수익기대치와 시장규모, 설비별 소요시간

제품군(번호)	EL(7)	TCX(8)	AMPI_TH(9)	TH(10)	CRK(11)	EGO(12)	ENO(13)
천톤당수익기대치	49	220	278	230	147	780	20
설비1의 천톤 생산 소요시간(가동시간)	0.374	설비 1을 사용하지 않음			0.393	0.374	0.374
설비 2의 천톤 생산 가동시간	5.35	설비 2를 사용하지 않음				8.34	0.82
설비 3의 천톤 생산 가동시간	0.595	설비 3을 사용하지 않음			0.595로 동일		
동설비 4의 천톤 생산 가동시간	설비 4를 사용 않음	1.3	1.1	1.2	설비 4를 사용하지 않음		
시장규모(천톤)	600	2444	200	3500	3502	980	600

총이윤을 보장한다. <표 4>에서 제품군들의 이름이 제품군들의 판매량을 의미하는 변수로 사용되었다.

이제 P 철강사는 이 정도로 만족하지 않고 전략 제품들에 대해 각각 원가절감을 통한 톤당 수익 향상, 설비 생산성 향상, 국내 판촉활동 및 수출 증가 노력을 통한 시장규모 증대 등 2차 목표 향상을 통해 총이윤을 지금보다 15% 증가시키려고 하고 있다. P 철강사는 상기 13개 제품군 중에서 4, 7, 10, 11을 제외한 11개의 제품군을 전략 제품군으로 선정하였다. 기술, 마케팅적인 요소들을 고려하여 우선 설비 4의 가동시간 및 설비 4를 사용하는 제품군 9(AMPI_TH)과 8(TCX)의 설비 4에 대한 설비 생산성을 증가시키는 것을 고려하기로 하였다. 또 제품군 1, 6, 8, 13의 원가 절감 활동을 통해 총이윤을 증가시키며 동시에 제품군 5와 9는 판촉활동을 통해 더욱 더 많이 제품을 판매하여 총이윤을 증가시키고자 한다.

4.2 비용함수의 추정

모형을 적용하기 전에 비용함수들은 과거 데이터를 이용 추정되었다. 제품군 9에 대한 설비 4 향상을 위한 비용함수는 <표 1>의 가정에 맞게 다음과 같은 형태로 가정하였다. 이 함수는 미분가능하며

〈표 4〉 총이윤 최대화 목적의 선형계획법 정식화

목적식 : 총이윤 극대화	MAX 116HF_HRT + 100AMPI_HRT + 112HR_AU + 110HRT + 120HF_CRK + 100CR_AU + 49EL + 220TCX + 278AMPI_TH + 230TH + 780EGO + 20ENO + 147CRK
설비 1의 가동시간 제약	0.393(HF_HRT + AMPI_HRT + HR_AU + HRT + HF_CRK + CR_AU) + 0.374EL + 0.393CRK + 0.374(EGO + ENO) <= 8760
설비 2의 가동시간 제약	5.35EL + 8.34EGO + 0.82ENO <= 8760
설비 3의 가동시간 제약	0.595(EL + EGO + ENO + HF_CRK + CR_AU + CRK) <= 8760
설비 4의 가동시간 제약	1.3TCX + 1.1 AMPI_TH + 1.2TH <= 8760
시장규모제약	HF_HRT <= 1900; AMPI_HRT <= 1000; HR_AU <= 100; HRT <= 3000; HF_CRK <= 6059; CR_AU <= 3600; EGO <= 980; ENO <= 600; EL <= 600; TCX <= 2444; AMPI_TH <= 200; TH <= 3500; CRK <= 3502

역함수가 존재한다.

$$TS_{94} = As_{94}^{B}(s_{94} - s'_{94})^{C}$$

〈표 5〉 제품군 9에 대한 설비 4의 생산성(s_{94}) 향상을 위한 연관 투자비용 실 데이타와 비용함수 추정 결과

s_{94}	s'_{94}	실제 투자비용 (백만 원)	추정 에러(%)
2.01	1.84	2698	1.53
1.75	1.4	19849	0.03
1.4	1.38	2.96	29.44
1.38	1.29	281	10.57
1.29	1.19	363	10.78
1.19	1.1	267	4.10

비용 함수의 추정은 최소자승법의 방법을 취하여 <표 5>의 데이터를 이용하여 다음의 수식을 최소화하는 A, B, C 값을 구하는 방식으로 이루어졌다. 추정된 함수는 <표 6>의 첫째 행에 표시되어 있다 (A = 282353.04, B = 0.75, C = 3.00, 복잡도 완화를 위해 C는 정수 가정). 아래의 식에서 첨자 94은 생략되어 s_i, s_i', TS_i는 각각 i번째의 시도되었던 과거의 생산성 향상 사례에서 제품군 9에 대한 설비 4의 설비 생산성 s_{94}, 생산성 향상 이후에 달성된 설비 생산성 s_{94}', 설비생산성 향상을 위해 투자된 비용 TS_{94}을 의미한다.

$$MIN_{A,B,C}\sum_i [As_i^B(s_i - s_i')^C - TS_i]^2$$

제품군 9의 설비 4에 대한 생산성 향상을 위한 비용함수, 제품군 5, 9의 시장규모확장을 위한 비용함수, 그 밖에 수익성 향상이 고려되는 제품군들의 비용 함수들도 동일한 형태를 취하여 최소자승법의 방법으로 <표 6> 및 <표 7>과 같이 추정되었다.

〈표 6〉 전략제품들의 설비 생산성 향상 및 설비증설이 고려되는 제품군과 설비 그리고 추정된 연관 비용 함수

제품(제품번호) 또는 설비	목적	비용함수	새로운 2차 목표 연관 상수
AMPI_TH(9)	설비생산성향상(천톤생산소요시간 감소)	$TS_{94} = 303335(1.1 - s'_{94})^3$	$s'_{94} = 1.1 - 0.0149\,TS_{94}^{1/3}$
TCX(8)	설비생산성향상	$TS_{84} = 210000(1.3 - s'_{84})^3$	$s'_{84} = 1.3 - 0.0168\,TS_{84}^{1/3}$
설비 4	설비규모증설(설비가용시간증가)	$TT_4 = 30000(T'_4 - 8760)$	$T'_4 = 0.0033\,TT_4 + 8760$

〈표 7〉 전략제품들의 톤당 수익성 향상 및 판매 확대를 위하여 소요되는 추정된 연관 비용 함수

전략제품(제품번호)	목적	비용함수(단위 백만원)	새로운 2차 목표 연관 상수
CR_AU(6)	톤당수익성향상	$TC_6 = 0.27(c'_6 - 100)^3$	$c'_6 = 1.547\,TC_6^{1/3} + 100$
TCX(8)	톤당수익성향상	$TC_8 = 0.31(c'_8 - 220)^3$	$c'_8 = 1.478\,TC_8^{1/3} + 220$
ENO(13)	톤당수익성향상	$TC_{13} = 0.21(c'_{13} - 20)^2$	$c'_{13} = 2.182\,TC_{13}^{0.5} + 20$
HF_HRT(1)	톤당수익성향상	$TC_1 = 0.4(c'_1 - 116)^3$	$c'_1 = 1.357\,TC_1^{1/3} + 116$
HF_CRK(5)	판매확대	$TD_5 = 3.4(D'_6 - 6059)$	$D'_5 = 0.294\,TD_5 + 6059$
AMPI_TH(9)	판매확대	$TD_9 = 2(D'_6 - 200)^2$	$D'_9 = 0.707\,TD_9^{0.5} + 200$

4.3 모형의 적용

이제 <표 3>과 <표 4>의 비용함수를 이용하여 총이윤을 지금보다 15% 증가시키려는 목표를 갖는 모형의 정식화를 시도한다. 이 모형은 <표 4>로 주어진 원래의 판매/생산 계획의 모형을 변용시켜 얻어진다. 또한 <표 8>의 마지막 행과 같이 총이윤이 15% 증가하도록 제약식을 추가한다.

설비생산성 향상, 설비 증설 등이 고려되는 설비들의 가동시간 제약식에 있는 2차 목표 연관 상수들은 투자비용 함수의 역함수에 의해 <표 6> 및 <표 7>의 맨 오른쪽 열들과 같이 연관 투자비용으로 표현되어 원래 있던 목적식 및 제약식의 자리에 치환되어 변수로 된다. 예를 들면 설비 4의 설비제약식은 <표 4>에서

$$s_{84}TCX + s_{94}AMPI_{TH} + s_{10,4}TH \leq T_4 (=1.3TCX + 1.1AMPI_{TH} + 1.2TH \leq 8760)$$

가

$$s_{84}'TCX + s_{94}'AMPI\_TH + s_{10,4}TH \leq T_4'$$
$$(= 1.3TCX - 0.0168TS_{84}^{1/3}TCX + 1.1AMPI\_TH - 0.0149TS_{94}^{1/3}AMPI\_T + 1.2TH \leq 0.0033TT_4' + 8760)$$

로 바뀌는데, <표 6>에 따라 s_{84}', s_{94}', T_4'만이 연관 투자비용으로 표현되어 치환되었다. 설비 생산성 향상이 고려되지 않는 제품군 10(TH)는 현재의 생산성($s_{10,4}$)이 그대로 이용되어 변화되지 않았다.

이와 동일한 방법으로 <표 7>에 의거하여 변화된 목적식, 시장규모 제약식 등이 구성된다. 여기서 2차 목표 향상이 고려되지 않는 설비의 가동시간 제약식, 제품군의 시장규모 제약식은 변동이 없고 <표 4>의 그것들과 완전히 동일하다. 왜냐하면 2차 목표 향상이 고려되지 않아 연관 투자비용 함수로 표현되지 않고 연관 상수는 현재 값을 유지, 변수로 취급되지 않기 때문이다. 새로운 모형은 <표 8>과

<표 8> 총이윤 15% 증가 목적의 투자비용 최소화 비선형계획법 모형

목적식 : 비용 극소화	MIN = TT4 + TS84 + TS94 + TD5 + TD9 + TC6 + TC8 + + TC13 + TC1;
설비 4의 생산성 및 능력변동고려 제약식	1.3TCX - 0.0168TS84^(1/3)TCX + 1.1AMPI_TH - 0.0149TS94^(1/3)AMPI_TH + 1.2TH <= 0.0033TT4 + 8760;
설비 1, 설비 2, 설비 3의 가동시간 제약은 <표 4>와 같음	
시장규모제약식 <표 4>와 같은 부분	HF_HRT <= 1900; AMPI_HRT <= 1000; HR_AU <= 100; HRT <= 3000; CR_AU <= 3600; EGO <= 980;ENO <= 600; EL <= 600; TCX <= 2444; TH <= 3500; CRK <= 3502;
판촉활동을 고려한 시장규모제약식	AMPI_TH - 0.707TD9^(0.5) <= 200; HF_CRK - 0.294TD5 <= 6059;
총이윤 15% 증가보장부분	1.547TC6^(1/3) CR_AU + 1.478TC8^(1/3)×TCX + 2.182TC13^(0.5)ENO + 1.357TC1^(1/3)×HF_HRT + 116HF_HRT + 100AMPI_HRT + 112HR_AU + 110HRT + 120HF_CRK + 100CR_AU + 49EL + 220TCX + 278AMPI_TH + 230TH + 780EGO - 20ENO + 147CRK >= 5104265;

<표 9> 이윤 15% 증가 보장 최적의 판매량

제품군(번호)	HF_HRT(1)	AMPI_HRT(2)	HR_AU(3)	HRT(4)	HF_CRK(5)	CR_AU(6)
최적 판매량	1900	1000	100	3000	6641	3600

제품군(번호)	EL(7)	TCX(8)	AMPI_TH(9)	TH(10)	CRK(11)	EGO(12)	ENO(13)
최적 판매량	0	2444	318	3500	3502	980	0

〈표 10〉 이윤 15% 증가 보장 2차 목표

비용요소들	TT_4	TS_{84}	TS_{94}	TD_5	TD_9	TC_6	TC_8	TC_{13}	TC_1
값	0	0	0	1978	28020	177812	92883	0	56011
2차 목표(현재 값)	변화없음 (8670)	변화없음 (1.3)	변화없음 (1.1)	6641 (6059)	318 (200)	187 (100)	287 (220)	변화없음 (20)	168 (116)

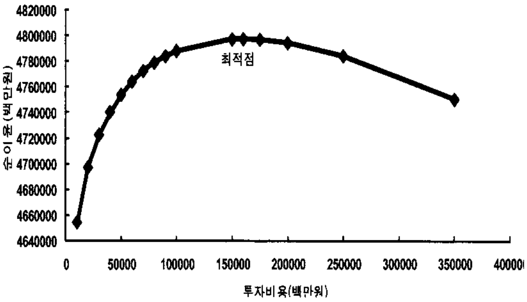
같이 표현된다. 새 모형의 결정변수들은 각 제품군들의 판매량만이 아니라 각 2차 목표 연관 투자비용을 포함한다.

4.4 결과 해석

<표 8>의 모형 실행결과 <표 9>의 최적 생산 판매량 및 <표 10>의 최적의 2차 목표 달성을 위한 투자비용 수준을 해로서 구하였다. <표 10>에서는 최적 투자비용 수준에 따라 계산된 향상된 2차 목표들도 아울러 표시되었다. 이들을 보면 설비생산성 향상, 설비투자는 높은 비용을 감안 제외되었고 원가 절감 및 판촉활동들만이 선택되었음을 알 수 있다. 또한 총 이윤 15%의 증가 목적(5,104,265 백만 원의 총 이윤 달성)을 위해 투자해야 하는 최소 비용은 356,705.5백만 원으로 판명되었다.

한편 본 논문의 사례에서 2차 목표 향상을 위한 투자비용 함수들은 모두 오목한 함수의 형태를 띠고 있다. 따라서 투자비용을 증가시킬수록 향상되는 2차 목표 연관 상수들은 향상의 정도가 점점 작아지므로 투자 비용을 더 투자하더라도 총이윤 증가에서 투자비용을 차감한 순이윤의 증가가 더 이상 없게 되는 최적의 투자 규모가 있게 된다. [그림 2]에서 보듯이 순이윤은 투자비용 증가에 따라 체감적으로 증가하고 최적의 투자규모는 160,000백만 원으로 4,957,554백만 원의 총이윤을 달성하여 766,154 백만 원의 순이윤(= 총 이윤증가-투자총 비용)을 창출하였다. 최적 투자 규모의 측면에서 본다면 P사가 목표로 하는 15%의 총 이윤 증가는 경제적인 관점에서는 최적 투자규모를 넘어서는 투자를 요구하여 지나치게 높은 비용을 투자하여야 한다. 여기서의 최적 투자규모에 대한 판단은 2차 목표 향상을 위한 투자의 효과가 일시적이라는 가정하이며, 지속적으로 2차 목표 향상 효과가 유지될 경우, 순이윤 증가의 산식은 변화하며 현재의 판단은 달라질 것이다.[1)]

이러한 최적 투자 규모는 <표 8>의 모형을 간단히 변화, 실행하여 구할 수 있다. <표 8>모형의 목적식을 순이윤(총 투자비용의 분납 현재가치-총이윤 증가) 증가 최대화로 바꾸어, 즉 <표 8> 모형의 목적식에서 <표 8>의 마지막 행의 좌변을 차감하여 최소화하는 새로운 목적식으로 삼음으로서 변화된 모형은 쉽게 얻어진다. 실제로 우리의 비용함수들은 모두 오목한 함수의 형태를 띠고 있음으로서 이러한 최적 투자 규모를 얻을 수 있다. 어떠한 조건에서 이러한 최적 투자 규모가 있을 수 있는지를 본고의 부록(<부록 1>)에서 제시하였다.



[그림 2] 2차 비용 향상을 위한 투자 비용 증가와 순이윤(총 이윤증가-투자비용) 증가

1) 이상의 논의는 단순화를 위해서 2차 목표 향상을 위한 투자가 당해 연도에만 효과를 보는 가정 하에서 진행되었다. 만약 현재의 2차 목표 향상을 위한 투자효과가 10년 간 지속된다면 현재의 일시적인 투자 비용은 이자율을 감안, 향후 10년 간에 걸쳐 분납되는 금액의 현재가치로 재환산되어 현재 총 이윤 증가에서 10년 간 발생할 총 투자비용의 분납된 현재가치를 차감한 금액이 순이윤 증가가 될 것이다.

4.5 모형 적용에 있어서의 애로 극복 방안

우리는 앞에서 추정된 투자비용 함수들에 대해 의문을 가질 수 있고 현실적으로 역함수를 가지지 않거나 데이터 부족으로 추정이 어려울 수도 있다. 이 경우 비용함수를 추정하지 않고 2차 목표 연관 상수들을 직접 결정 변수로 포함시켜 새 모형을 구성할 수도 있다. 모형의 간략한 소개는 부록(부록 2)에 첨부되어 있다.

한편 논문의 사례는 비교적 간단한 것으로서 현실 제조공정의 훨씬 복잡한 상황에서는 <표 6>의 비선형계획법모형이 복잡해져 현실적인 해를 찾는데 시간적 제약을 가질 수 있다. 모형의 크기가 작으면 모형의 해를 상용의 소프트웨어(Lingo, Excel Solver 등)로 찾을 수 있다. 그러나 문제가 아주 복잡해지면 모형을 라그랑지안 쌍대화(Lagrangian Dualization) 기법에 의해 선형제약식들만 남겨두고 나머지 비선형 제약식을 목적함수로 옮겨 선형제약식과 비선형목적함수를 가진 비교적 간단한 비선형계획법으로 이루어진 부문제(sub-problem)를 만든다. 이 부문제를 반복적으로 풀어 새 모형의 최적해를 구할 수 있다(dual descent method). 추가적으로 부문제를 일부 제품군과 그들 제품군을 생산하는 설비군들에 관한 제약식과 목적항만으로 이루어진 더 작은 부문제들로 분해하여 문제의 푸는 속도를 더욱 향상시킬 수도 있다([6] 참조).

5. 결 론

본 연구는 P 철강사의 사례에서 총이윤 목표를 달성하기 위해 R&D, 판촉 활동, 설비증설 활동 등과 관련이 있는 2차적인 목표가 어떻게 설정되어야 최적인지를 결정하는 문제를 발견하였다. 이 문제는 기업의 총이윤 목표와 제품별 생산성 향상, 원가절감, 제품 판매 목표 설정을 통합하는 문제로 제품배합의사결정 모형의 변형된 모형으로 귀착되었다. 이 모형은 P 철강사의 사례에 적용되었다. 또한 적절한 조건이 만족될 때 총이윤 증대 관점에서 2차 목표 향상을 위한 최적의 투자 규모 수준이 있음을 예시하고 증명하였다.

본 논문이 제시하는 모형을 이용한다면 다수의 생산성 향상, 원가절감을 위한 R&D 투자가 경합하면서 투자비용은 제한되어 있을 때 어느 투자를 얼마만큼 해야 되는지 판단을 미래의 총이윤 극대화의 관점에서 판단할 수 있다. 모형은 총이윤 극대화의 관점에서 R&D 투자와 설비 증설, 판촉활동 비용 등이 모두 경합할 때 이들 활동들에 투자되는 최적의 비용수준, 판매/생산량을 동시에 결정한다. 뿐만 아니라 전략제품의 비율, 판매량 등 여러 가지 다른 부차적인 목표를 제약식으로 추가할 수도 있다.

또한 설비 생산성, 설비 증설 목표 등에서 단순히 생산 설비만이 아닌 공급망 관리의 여러 애로 요인도 설비처럼 취급될 수 있다는 점에서 본 논문의 모형은 보다 다양하게 이용될 수 있다. 예컨대, 창고, 운송설비, 원자재 애로요인 등을 본 논문의 모형에서 설비로 취급하여 제시된 모형이 사용될 수 있는 여지도 있다.

참 고 문 헌

[1] 류세걸, 최상웅, "활동기준원가계산과 불확실성을 이용한 제품배합 의사결정", 「경영연구」, 제 21권, 제2호(2006), pp.153-177.

[2] 박광훈, 김선민, "제품배합 의사결정 상황 하에서 활동기준원가회계와 제약이론의 보완 사용 가능성에 관한 연구", 「한국생산관리학회지」, 제 9권, 제2호(1998), pp.153-174.

[3] 정동빈, "단기수요예측 분석방법론-ARIMA모형", 「경영교육논총」, 제34권(2004), pp.69-80.

[4] Lindo PC, *Lindo Systems Inc*, Chicago, Il., 1980.

[5] Marcos Singer and Patricio Donoso, "Empirical validation of an activity-based optimization system," *International Journal of Production Economics*, Vol.113(2008), pp.335-345.

[6] Mokhtar S. Bazaraa, Hnaif D. Sherali, and C.M. Shetty, *Nonlinear Programming-Theory and Algorithms*, John Wiley and Sons, Inc., New York, 1993.

[7] Zhang, Ren-qian, "Research on Capacity Planning under Stochastic Production and Uncertain Demand," *Systems Engineering-Theory and Practice*, Vol.27, No.1(2007), pp.51-59.

〈부록 1〉: 경제적 투자 비용의 존재 증명

개별적인 2차 목표 향상을 위해 들어가는 투자 비용이 함수로 주어져 있다고 할 때, 만약 들어가는 투자 비용을 지속적으로 늘려 총 이윤을 무한대로 증가시킬 수 있을까? 이러한 상황은 매우 제한된 상황에서만 가능할 것이다. 이를 보이기 위해서 아래 모형 [MPP]를 고안하였다. 모형 [MPP]의 제약식 [A-1]~[A-5]는 제 3장의 모형과 차이가 없다. 모형에서 c'_m, s'_{mk}, T'_k, D'_m는 제 3장에서 설명된 바와 같이 각각의 연관 투자비용 및 원래의 c_m, s_{mk}, T_k, D_m값에 의해 표현되어 치환된다. $P(B)$는 모형 [MPP]의 최적값이다.

현실적으로는 특정제품을 생산하는 설비 생산성이 증가하다가 일정한 한도 내에서 생산성 증가가 멈출 것이고, 판촉활동에 의한 제품 수요 증가, 원가절감도 일정한 한계가 있을 것이다. 특정 제품 m을 위한 설비 생산성이 일정한 투자 이후에 어느 하나의 설비 k에 대해서라도 $\delta s_{mk}/\delta B=0$인 지점에 도달하고 또(AND) $\delta T_k/\delta B=0$이면 또는(OR) $\delta D_m/\delta B=0$인 지점에 도달하면 그 제품의 생산량을 지속적으로 증가시키는 것은 [MPP]에서 해당 설비 또는 수요 제약 때문에 불가능하고 총이윤을 그 제품을 가지고 증가시키는 것은 불가능하다. 단위당 원가절감도 마찬 가지로 설명될 수 있다. 따라서 2차 목표 향상을 고려하고 있는 모든 제품들에 대해 이 제품과 관련되는 어떠한 설비 및 판매 가능량 관련 2차 목표 향상에 상한이 존재하거나, 모든 제품의 단위당 원가절감에 상한이 존재한다면, 투자 확대로 일정한 2차 목표 향상 이후에 총 이윤 증가가 불가능한 지점에 도달한다. 그런데 이들 상한 또는 이전에는 지속적인 투자 증가로 총이윤이 증가할 수 있을 것인가가 의문이 된다. 현실적으로 아래 [정리 A]와 같이 상, 하한이 극단의 값을 가지고, 투자 비용함수의 형태가 오목한 경우에 총 투자비용의 증가와 총이윤 증가가 같은 지점에 도달하고 이 이상의 투자는 순이윤 증가의 측면에서 무익하다. 즉 초기에 투자비용 증가로 인한 총이윤 증가가 $\delta[P(B)-B]/\delta B\geqq 0$이었다면 이 값이 점차 감소하여 '0'이 되는 투자비용 규모(즉 $\delta(P-B)/\delta B=\delta P/\delta B-1=0$)가 있게 됨을 의미한다. 이 이상 투자비용을 증가시키면 그 증가분만큼 총이윤이 증가하지 않아 손해를 보게 될 것이고 이 지점이 최적의 경제적 투자 비용 규모가 될 것이다. $\delta^2 P(B)/\delta^2 B\leqq 0$임을 위한 필요 충분 조건은 설비 및 판매 가능량 제약과 관련하여 존재한다.

<정리 3-1> 2차 목표 향상을 고려하고 있는 모든 제품들에 대해 이 제품과 관련되는

[MPP]

$$P(B) \quad \equiv Max_{x_1,\cdots,x_J, TC_m, TS_{mk}, TD_m, TT_k} \sum_{j\not\in S^C} c_j x_j + \sum_{m\in S^C} c'_m(TC_m,\ c_m)x_m$$

$st.$

$$\sum_{m\in S^k} s'_{mk}(TS_{mk},\ s_{mk})x_m \quad \leqq \quad T'_k(TT_k,\ T_k) \qquad \text{for } k\in TK,\ K \qquad (A-1)$$

$$\sum_{m\in S^k} s'_{mk}(TS_{mk},\ s_{mk})x_m \quad \leqq \quad T_k \qquad \text{for } k\in K,\ \not\in TK \qquad (A-2)$$

$$\sum_{j\not\in S^k} s_{jk}x_j \quad \leqq \quad T_k \qquad \text{for } k\not\in TK,\ K \qquad (A-3)$$

$$x_m \quad \leqq \quad D'_m(TD_m,\ D_m) \qquad \text{for } m\in S^D \qquad (A-4)$$

$$x_j \quad \leqq \quad D_j \qquad \text{for } j\not\in S^D \qquad (A-5)$$

$$\sum_{m\in S^C} TC_m + \sum_{k\in K}\Big[\sum_{m\in S^k} TS_{mk}\Big] + \sum_{m\in S^D} TD_m + \sum_{k\in TK} TT_k \leqq B \qquad (A-6)$$

모든 설비 및 판매 가능량 관련 2차 목표 향상이 목표향상을 위한 비용 증가에 대해 상, 하한이 없이 지속적으로 체감적으로 증가하거나 모든 제품의 단위당 원가절감이 투자 비용 증가에 따라 지속적으로 체감적으로 증가하면, 2차 목표 향상을 위해 투자하는 한계비용과 그로인해 증가하는 한계 총이윤이 같게 되는 최적의 투자 규모가 있다. 곧 $\delta^2 P(B)/\delta^2 B \leqq 0$이다. 그 역명제도 성립한다.

<증명> (충분조건) 먼저 우리는 2차 목표 향상을 고려하고 있는 모든 제품 m과 모든 관련 설비 $k\ st.\ m \in S^k$에 대하여 $\delta^2 s_{mk}/\delta B^2 \leqq 0$ 또는 $\delta^2 T_k/\delta B^2 \leqq 0$, $\delta^2 D_m/\delta B^2 \leqq 0$ 이면 $\delta^2 P(B)/\delta B^2 \leqq 0$임을 증명한다. 생산성 증가로 인한 생산 판매량 증가가 가능하면 이로 인한 총이윤 증가가 가능하다. 물론 [MPP]에서 해당 제품들을 생산하는 설비들과 수요(최대 판매 가능량) 제약식에 의해 해당 제품의 생산량을 무한대로 증가시킬 수 없다. 그러나 그 제품을 생산하는 모든 설비 생산성이 투자비용 증가로 지속적으로 증가하거나, 또는 그 설비가 증설이 되고 또한 그 제품의 시장규모가 지속적으로 증가한다면 그 특정 제품의 생산 판매를 지속적으로 증가시켜 이윤증가가 가능하게 된다. 이때, 제품 개별 생산성 향상에 의한 총이윤 증가가 판매량 증가로 가능하여 일정하거나 양의 값($C(=\delta P/\delta s_{mk})$)을 가진다고 볼 수 있고, 또한 위의 가정에 의해 $\delta^2 s_{mk}/\delta B^2 \leqq 0$ 또는 $\delta^2 T_k/\delta B^2 \leqq 0$, $\delta^2 D_m/\delta B^2 \leqq 0$ 이면 $\delta^2 P(B)/\delta^2 B = \delta/\delta B \cdot (\delta s_{mk}/\delta B \cdot \delta P/\delta s_{mk}) = \delta/\delta B \cdot (C\,\delta s_{mk}/\delta B) = C\delta^2 s_{mk}/\delta^2 B \leqq 0$ 이며(만약 특정 설비에 생산성 증가 대신 설비 증설이 이루어진다면 $\delta^2 P(B)/\delta^2 B = \delta/\delta B \cdot (\delta T_k/\delta B \cdot \delta P/\delta T_k) = \delta/\delta B \cdot (C\delta T_k/\delta B) = C\delta^2 T_k/\delta^2 B \leqq 0$) 또한 $\delta^2 P(B)/\delta B^2 = \delta/\delta B \cdot (\delta D_m/\delta B \cdot \delta P/\delta D_m) = \delta/\delta B \cdot (C\delta D_m/\delta B) = C\delta^2 D_m/\delta B^2 \leqq 0$이다. 단위당 원가절감의 경우는 이로 인한 총이윤증가는 당연하므로 $C(=\delta P/\delta c_m) > 0$, 간단히 $\delta^2 P(B)/\delta^2 B = \delta/\delta B \cdot (\delta c_m/\delta B \cdot \delta P/\delta c_m) = \delta/\delta B \cdot (C\delta c_m/\delta B) = C\delta^2 c_m/\delta^2 B \leqq 0$로 증명된다.

(필요조건) 만약 특정 제품 m을 생산하는 모든 설비 생산성이 투자 비용 증가에 대해 일정하게 증가하거나 체증하고, 또 제품 수요가 투자 비용 증가에 따라 일정하거나 체증한다면 $\delta^2 P(B)/\delta^2 B \geqq 0$임을 증명하자(대우명제). 모형 [$MPP$]에서 이 특정 제품 m을 지속적으로 증가시켜 제품 개별 생산성 향상에 의해 해당 제품을 더 많이 생산 판매한다면 앞에서와 같이 총 이윤 증가를 일정한 양의 값($C(=\delta P/\delta s_{mk})$)을 갖게 할 수 있으므로 m을 생산하는 모든 설비 k에 대하여 $\delta^2 P(B)/\delta^2 B = \delta/\delta B \cdot (\delta s_{mk}/\delta B \cdot \delta P/\delta s_{mk}) = = \delta/\delta B \cdot (C\delta s_{mk}/\delta B) = C\delta^2 s_{mk}/\delta^2 B \geqq 0$(만약 특정 설비에 대해 생산성 증가 대신 설비 증설이 이루어진다면 동일한 방식으로 증명 가능)이고 $\delta^2 P(B)/\delta^2 B = \delta/\delta B \cdot (\delta D_m/\delta B \cdot \delta P/\delta D_m) = \delta/\delta B \cdot (C\delta D_m/\delta B) = C\delta^2 D_m/\delta^2 B \geqq 0$이게 되어 $\delta^2 P(B)/\delta^2 B \leqq 0$는 성립하지 않는다. 원가절감의 경우 마찬가지로 증명된다.

〈부록 2〉: 비용 함수가 없는 모형

우선 설비 증설, 설비 생산성 향상, 수요 증가가 동시에 고려되는 경우를 생각해보자. 목적식에서는 이하에서 설명되는 바와 같이 관련되는 제품들의 생산량에 따라 각각의 2차 목표에 가중치가 주어진다. 제약식의 구성은 <표 4>의 제약식들에서 2차 목표 연관 상수들이 그대로 변수로 바뀐 형태이다. 아래의 제약식 (A-1)~(A-5)는 제 3.2절 및 <부록 1>에서와 동일하나, 투자 비용 함수가 가정되지 않기 때문에 2차 목표 연관 상수들이 그 함수에 의해 각각의 투자비용 및 현재 값로 표현되어 치환되지 않고 2차 목표 연관 상수들이 그대로 변수로 쓰인다. 이 점이 제 3.2절과 달리 투자비용 함수를 이용하지 않는 차이점이다. 또한 <표 8>의 마지막 행에 해당하는 이윤증가를 보증하는 다음 제약식 [A-7]이 추가된다.

$$\min_{x_1,\cdots,x_J,\{k\in K, m\in S^k/s'_{mk}\},\{k\in TK/T'_k\},\{m\in S^D/D'_m\}}$$

$$P^K\sum_{k\in K}\sum_{m\in S^k}1/(s'_{mk}x_m)+P^T\sum_{k\in TK}p^k(T'_k-T_k)$$

$$+P^D\sum_{m\in S^D}(D'_m-D_m)$$

s.t.

(A-1), (A-2), (A-3), (A-4), (A-5)

$$\sum_m c_m x_m \qquad \geq P+\nabla P \qquad (A-7)$$

목적식은 총 이윤 증가를 보증하는 한도내에서 해당 제품의 단위당 생산을 위해 사용되는 설비 가동시간의 역수 곧 시간당 제품 생산량(위 식에서 $1/s'_{mk}$), 향상될 설비 생산성을 최소화하자는 의미이다. 또한 이때 결정변수로 결정되는 해당 제품들의 생산량이 많을수록 시간당 제품 생산량은 더 많도록 가중치로 작용한다. 두 번째와 세 번째 항들은 설비 증설 및 판촉활동에 의한 판매량 증가분이 총이윤 증가를 보증하는 한도 내에서 최소로 되도록 강제한다. 목적식 내에서 설비생산성 향상, 설비증설, 수요 증가에 적정한 가중치(P^K, P^T, P^D $st.$ $P^K+P^T+P^D=1$)를 둔다. 그리고 설비 증설항내에서 설비 가치를 반영하여 설비 증설이 일정한 가중치($\sum_{k\in TK}p^k=1$)를 두고 반영되도록 하였다.

한편 단순한 모형으로 원가절감만을 통해 제품 단위당 순이익 증가만을 2차 목표로 삼고 총이윤 증가를 보장하면서 이를 최소화하는 모형은 다음과 같다.

$$Min_{x_1\cdots,x_J,\{c'_m/m\in S^C\}}\sum_{m\in S^C}c'_m/x_m$$

s.t.

(A-3), (A-5)

$$\sum_m c_m x_m+\sum_{m\in S^C}c'_m/x_m \qquad \geq P+\nabla P \qquad (A-8)$$

위의 2가지 모형의 케이스가 복합된 경우에는 적절한 가중치를 선정하여 목적항과 제약식을 결합하면 되겠다. 예컨대, 총 이윤 증가를 보장하면서 원가 절감을 통해 단위당 순이익과 동시에 특정설비들의 제품생산성 향상 목표를 최소화하려고 한다면 그 모형은 두 모형의 적절한 결합으로 구성된다.