

# Prandtl 수에 따른 오프셋 스트립 핀에서의 열 및 유동 분석

주 윤 식, 공 동 현, 이 관 수<sup>†</sup>  
한양대학교 기계공학과

## Thermo-Flow Analysis of Offset-Strip Fins according to Prandtl Number

Youn-Sik Joo, Dong-Hyun Kong, Kwan-Soo Lee<sup>†</sup>  
School of Mechanical Engineering, Hanyang University, Seoul 133-791, Korea

(Received February 7, 2009; revision received May 15, 2009)

**ABSTRACT:** This paper numerically investigates thermo-flow characteristics of offset strip fins to obtain a correlation between heat transfer and pressure drop. The flow was divided into three regimes, i.e. laminar, transition and turbulent. The predicted  $j$  and  $f$  values from the SST  $k-\omega$  turbulence model agreed with previous correlations with the error less than 20% in transition and turbulent regimes. Heat transfer and pressure drop were predicted by varying Prandtl number from 0.5 to 40. The Prandtl number showed little effects on pressure drop but had great effect on the heat transfer characteristics. An overall correlation to predict  $j$  was suggested by incorporating the effect of Pr and a new  $j$  correlation was suggested for each Pr.

**Key words:** Offset-strip fins(오프셋 스트립 핀), Correlation(상관식),  $j$  factor( $j$  인자),  $f$  factor( $f$  인자)

### 기 호 설 명

### 그리스 문자

$C_p$  : 정압 비열 [J/kg · K]  
 $D_h$  : 수력 지름 [m]  
 $G_k$  : 난류 운동에너지 생성항  
 $h$  : 오프셋 스트립 핀 높이 [mm]  
대류열전달 계수 [W/m<sup>2</sup>K]  
 $k$  : 열전도 계수 [W/m · K]  
 $k$  : 난류 운동에너지 [m<sup>2</sup>/s<sup>2</sup>]  
 $l$  : 오프셋 스트립 핀 길이 [mm]  
 $Re^*$  : 입계 Reynolds 수  
 $s$  : 오프셋 스트립 핀간 거리 [mm]  
 $t$  : 오프셋 스트립 핀 두께 [mm]

$\alpha$  : s/h  
 $\gamma$  : t/s  
 $\delta$  : t/l  
 $\nu$  : 동점성 계수 [m<sup>2</sup>/s]  
 $\rho$  : 밀도 [kg/m<sup>3</sup>]  
 $\omega$  : 난류 비소산율 [s<sup>-1</sup>]

### 하첨자

*diesel* : 디젤  
*ethyl* : 에틸렌 글리콜 수용액  
 $f$  : 유체  
 $Pr$  : Prandtl 수  
 $s$  : 고체  
 $t$  : 난류  
*water* : 물

<sup>†</sup> Corresponding author

Tel.: +82-2-2220-0426; fax: +82-2-2295-9021

E-mail address: ksleehy@hanyang.ac.kr

## 1. 서 론

한정된 공간에 열교환기를 설치하기 위하여 열교환기는 소형화되고 있으며 더 많은 열전달량을 얻기 위하여 전열 촉진 기구를 사용하게 된다. 특히 오프셋 스트립 핀은 기하학적 형상에 의해 열전달 면적을 늘릴 뿐만 아니라 각 열마다 열경계층을 새로 생성하여 열전달량을 증가시키기 때문에 plate-fin 열교환기에서 널리 사용되고 있다.

오프셋 스트립 핀은 압력 강하가 크다는 단점이 있지만 열적 성능이 매우 뛰어나 오프셋 스트립 핀에서의 압력 및 열전달 특성 파악에 관한 연구가 진행되고 있다. Kays and London<sup>(1)</sup>이 실험을 통해 상관식을 제안하였고, Manson<sup>(2)</sup>은 이외의 다른 형상에 대한 실험을 수행하였다. Weiting<sup>(3)</sup>은 22개의 형상에 대해 역승법을 이용한 상관식을 제안하였다. 또한 Joshi and Webb<sup>(4)</sup>은 층류와 난류에서의 상관식을 각각 제안하였으나, 천이 영역에서는 이를 고려하기 어렵다. Mochizuki and Yagi<sup>(5)</sup>는 Weiting<sup>(3)</sup>의 상관식을 수정하여 더 정확한 상관식을 도출하였다. Manglik and Bergles<sup>(6)</sup>는 위의 실험들의 데이터를 이용하여 층류와 난류에 모두 적용 가능한 상관식을 제안하였다. Tinaut *et al.*<sup>(7)</sup>은 물과 엔진 오일을 이용하여 오프셋 스트립 핀이 설치된 열교환기에서 실험을 수행하였고, Hu and Herold<sup>(8)</sup>는 물과 PAO(polyalphaolefin)에서 압력강하 및 열전달 특성을 알아보았다. 위와 같이 오프셋 스트립 핀에 대한 연구는 많이 진행되어 왔다. 그러나 기존 연구 대부분이 유체가 공기에 한정되어 있으며, 또한 해석 형상도 많지 않아 그 유용도가 떨어진다.

따라서 본 연구에서는 공기, 물, 에틸렌글리콜 수용액(ethyleneglycol), 디젤(diesel)을 이용하여 오프셋 스트립 핀에서의 Pr(Prandtl)수에 따른 열전달 및 유동 특성을 조사한다. 또한 기존상관식과 비교하여 압력 강하 및 열전달 특성을 잘 나타내는 상관식과 Pr수에 따른  $j$ 와  $f$ 에 관한 상관식을 새로이 제안하고자 한다.

## 2. 이론적 연구

### 2.1 해석 대상

본 연구에서의 해석 대상 오프셋핀은 Fig. 1(a)와 같으며, Fig. 1(b)는 유동방향에서의 단면도이다.

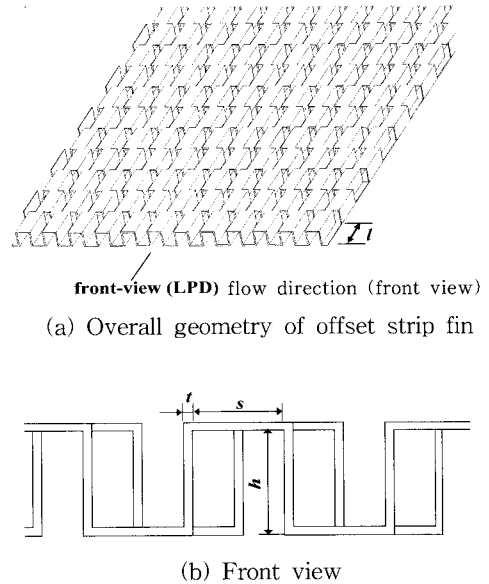


Fig. 1 Schematic diagram of the offset strip fin.

오프셋 스트립 핀의 형상은 Fig. 1(a)와 Fig. 1(b)에 나타낸 핀간 거리(fin spacing,  $s$ ), 핀 높이(fin height,  $h$ ), 핀 두께(fin thickness,  $t$ ) 및 핀 길이(fin length,  $l$ )로 나타내며, 핀의 무차원 설계 인자는  $\alpha = s/h$ ,  $\delta = t/l$ ,  $\gamma = t/s$ 로 정의하였다.

### 2.2 지배 방정식

본 연구에서 해석모델 내의 유동 특성을 수치적으로 조사하기 위하여 도입한 가정은 다음과 같다.

- (1) 유체의 흐름은 비압축성 3차원 정상상태 유동이다.
- (2) 작동 유체는 단상이며 물성치는 일정하다.
- (3) 자연대류와 복사 열전달의 영향은 무시한다.

해석하고자 하는 핀 내 유동은 유속에 따라 층류, 천이 및 난류 유동이다. 천이와 난류 유동에서는 비정상상태로 해석해야 하나, 이는 과도한 계산 시간을 요구하며 본 논문의 목적이 오프셋 스트립 핀의 성능 해석을 통한 상관식 결정에 있으므로 정상상태로 해석하였다. 난류 및 천이 영역에서의 유동해석시 SST  $k-\omega$  모델을 사용하였으며 지배방정식은 다음과 같이 연속방정식, 운동

량 방정식, 난류운동량 에너지 방정식, 난류 비소산율 방정식 및 에너지 방정식이다.

연속 방정식 ;

$$\frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i) = 0 \quad (1)$$

운동량 방정식 ;

$$\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_i u_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\mu + \mu_t) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right] \quad (2)$$

난류운동량 에너지 방정식 ;

$$\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j k) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k - \rho \beta^* k \omega \quad (3)$$

난류 비소산율 방정식 ;

$$\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j \omega) = \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + \frac{\alpha}{\nu_t} G_k - \rho \beta \omega^2 + 2(1 - F_1) \rho \sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \quad (4)$$

에너지 방정식 ;

$$\rho C_p \frac{\partial}{\partial x_j}(u_j T) = k_{eff} \frac{\partial^2 T}{\partial x_j^2} + (\tau_{ij})_{eff} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (5)$$

### 2.3 경계 조건

(1) 유체와 고체의 경계면

고체와 유체의 경계면에서의 조건은 다음과 같다.

$$u_{wall} = v_{wall} = w_{wall} = 0 \quad (6)$$

$$T_f = T_s, k_f \frac{\partial T_f}{\partial n} = k_s \frac{\partial T_s}{\partial n} \quad (7)$$

(2) 유체 입구 및 출구 조건

유체 입구 및 출구에서의 경계 조건은 다음과 같다.

$$\dot{m} = \dot{m}_\infty, T_f = T_\infty, I_\infty = 0.16 \text{Re}_{D_h}^{-\frac{1}{8}} \quad (8)$$

(3) 주기 조건

부분 해석을 위해 다음과 같은 주기 조건<sup>(9)</sup>을 사용하였다.

$$u_i(\mathbf{r}) = u_i(\mathbf{r} + \mathbf{L}) \quad (9)$$

$$\nabla p(\mathbf{r}) = \eta \frac{\mathbf{L}}{|\mathbf{L}|} + \nabla p^*(\mathbf{r}) \quad (10)$$

$$\theta(\mathbf{r}) = \frac{T(\mathbf{r}) - T_{wall}}{T_\infty - T_{wall}} \quad (11)$$

### 2.4 수치 해석 방법

수치 해석 시 압력과 속도를 결합하여 유동장을 풀기 위해 SIMPLE 알고리즘을 선택하였으며, 각 지배 방정식의 대류항(convective term)과 에너지 방정식은 그 정확도를 높이기 위해 2계 상류도식(2nd order upwind difference scheme)을 이용하여 이산화하였다. 반복 계산 시 종속 변수들의 수렴 정도는 종속 변수의 상대 오차의 최대값이 연속 방정식, 운동량 방정식, 난류 방정식 및 에너지 방정식의 경우  $10^{-6}$  이하일 때 수렴된 것으로 판정하였다. 완전 발달된 유동을 가정하기 위하여 입구와 출구에 해석 영역을 추가하였으며, 격자 의존성 검사를 실시하여 해의 정확성, 수렴성 및 계산 시간을 고려하여 총 1,282,122개의 격자수를 선택하였고 계산의 정확도를 높이기 위해 경계면 부근의 격자를 조밀하게 하였다.

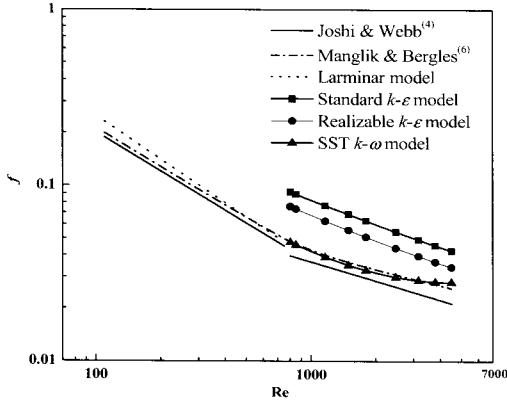
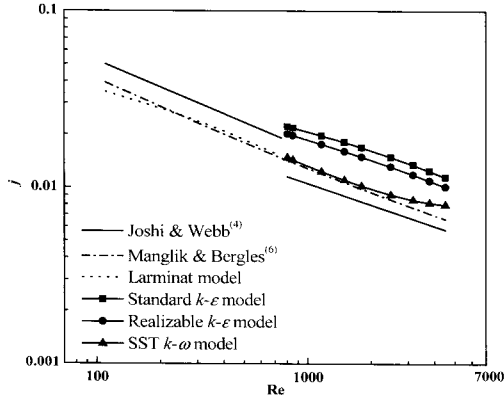
## 3. 결과 및 고찰

### 3.1 난류모델 검증

본 논문의 연구 결과를 기존 읍셋 스트림 핀 연구의  $j$  및  $f$  인자와 비교하여 Fig. 2에 나타내었다. 핀의 형상은  $D_h$  가 1.435 mm,  $\alpha$ ,  $\delta$ ,  $\gamma$ 가 각각 0.5, 0.033, 0.083이며, 작동유체는 공기( $Pr = 0.72$ )를 사용하였다. 기존 논문의 경우 수력 지름의 정의가 조금씩 다르므로, 본 연구에서는 Joshi and Webb<sup>(4)</sup>의 수력 지름을 사용하였으며, Fig. 2의 결과는 다음의 수력 지름을 기준으로 각 상관식을 보정하여 나타내었다.

$$D_h = \frac{2(s-t)h}{(s+h) + ht/l} \quad (12)$$

천이 및 난류영역에서 standard  $k-\epsilon$  turbulence model, realizable  $k-\epsilon$  turbulence model, SST  $k-\omega$  turbulence model을 이용하여 계산하였으며, 임계 Re수는 Joshi and Webb<sup>(4)</sup>의 식을 이용하여 다음과 같이 계산하였다.

(a)  $f$  factor(b)  $j$  factorFig. 2  $f$  and  $j$  factor according to turbulence models.

$$Re_b^* = 257(l/s)^{1.23} (t/l)^{0.58} \quad (13)$$

$$Re_b^* = \frac{Re_b^* b}{D_h} \quad (14)$$

$$b = t + \frac{1.328l}{(Re_l)^{0.5}} \quad (15)$$

Fig. 2를 보면  $f$  인자의 값은 층류영역에서는 두 상관식과 잘 일치하며, 난류영역에서는 SST 모델만이 Manglik and Bergles<sup>(6)</sup>의 상관식과 잘 일치하였다. 다른 두 난류 모델은 압력 강하 값을 과대 예측하였다.  $j$  인자의 값 또한 층류영역에서는 두 상관식과 잘 일치하고, 천이 및 난류영역에서는 Manglik and Bergles<sup>(6)</sup>의 상관식과 잘 일치하였다. Joshi and Webb<sup>(4)</sup>의 상관식 자체가 층류와 난류영역에서 불연속이 심하기 때문에

$f$ 와  $j$ 값 모두 각각의 영역에서 그 차이가 크다. SST  $k-\omega$  turbulence model 모델의  $f$ ,  $j$ 값은 Manglik and Bergles<sup>(6)</sup>의 상관식과 최대 약 14% 정도의 오차가 있으나 층류와 난류에서 불연속이 크지 않고 그래프의 경향은 잘 일치하였다. 따라서 다른 형상의 경우에는 다른 난류 모델에 대한 해석 없이 SST  $k-\omega$  turbulence model에 대해서만 해석하였다.

### 3.2 공기에서의 열전달 및 압력 강하 상관식

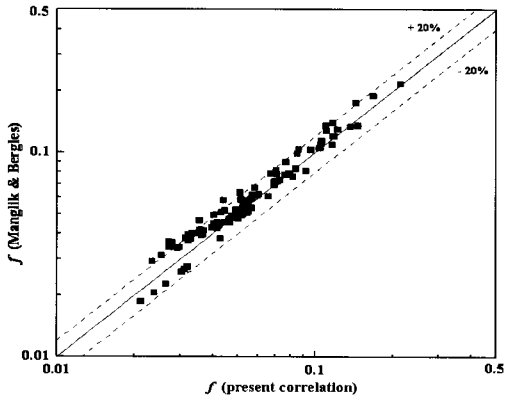
본 논문에서는 Joshi and Webb<sup>(4)</sup>과 Manglik and Bergles<sup>(6)</sup>의  $\alpha$ ,  $\delta$ ,  $\gamma$ 가 서로 유사한 형상을 이용하여 Table 1과 같은 형상에서 공기(Pr = 0.72)에 대해서 수치 해석을 수행하였다.  $f$ 와  $j$ 는 Re,  $\alpha$ ,  $\delta$ ,  $\gamma$ 의 함수이며, 최소자승법을 이용하여 구한 상관식은 다음과 같다.

$$f = \exp(6.91)(Re)^{0.109 \ln Re - 2.04} \times (\alpha)^{-0.12} (\delta)^{0.4} (\gamma)^{-0.0404} \quad (16)$$

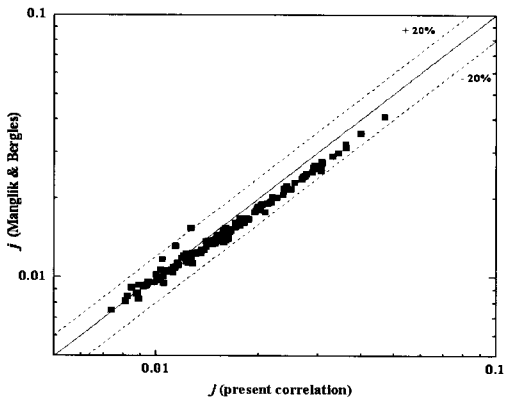
$$j = \exp(-0.733)(Re)^{0.00572 \ln Re - 0.509} \times (\alpha)^{-0.131} (\delta)^{0.266} (\gamma)^{-0.195} \quad (17)$$

Table 1 Geometric parameters of 16 offset-strip fins

No.	Dh (mm)	$\alpha$	$\delta$	$\gamma$
1	1.435	0.500	0.033	0.083
2	1.316	0.180	0.036	0.111
3	2.185	0.250	0.031	0.067
4	1.200	0.127	0.040	0.125
5	1.131	0.556	0.036	0.100
6	1.652	0.467	0.047	0.107
7	1.540	0.133	0.036	0.100
8	1.954	0.405	0.028	0.067
9	2.554	0.465	0.023	0.050
10	3.145	0.167	0.042	0.050
11	1.139	1.000	0.020	0.042
12	2.144	0.714	0.012	0.075
13	1.437	0.500	0.031	0.083
14	1.534	0.583	0.047	0.107
15	1.434	0.500	0.034	0.083
16	1.534	0.583	0.047	0.107



(a)  $f$  factor



(b)  $j$  factor

Fig. 3 Comparison of present correlation with Manglik and Bergles's.

위의 상관식은  $0 \leq Re \leq 5000$ 의 범위에서 유효하며 층류, 천이, 및 난류영역 모두에서 적용 가능하다. Manglik and Bergles<sup>(6)</sup>의 결과와의 비교는 Fig. 3과 같다. 본 논문의 상관식은 Fig. 3과 같이 Manglik and Bergles<sup>(6)</sup>의 상관식과 오차  $\pm 20\%$  범위 내에서 잘 일치하며 이는 본 상관식이 작동 유체가 공기인 읍셋 스트립 핀에서 열전달 및 압력 강하 특성을 잘 예측함을 보여주고 있다.

### 3.3 Pr수에 따른 열전달 및 압력 강하 상관식

읍셋 스트립 핀 상관식에 대한 연구는 많이 이루어져 오고 있으나 대부분 작동유체가 공기이기 때문에 다른 유체, 특히 Pr(Prandtl)수가 큰 유체의 경우에 적용하기 어렵다. 따라서 본 논문은 Pr수에 따른 읍셋 스트립 핀에서의 열 및 유동분

석을 위해 공기(Pr = 0.72), 물(Pr = 3), 에틸렌글리콜 수용액(Pr = 12), 디젤(Pr = 38)에 대해 각각 해석을 수행하였다. 앞서 구한 식(16), 식(17)의 적용 여부를 조사한 결과는 Fig. 4, Fig. 5에 나타내었다. 결과에서 알 수 있듯이  $f$  인자의 경우 Pr수에 따른 값의 변화는 없다. 반면  $j$  인자의 경우 Pr수에 따른 값의 변화가 심하였다. 특히 Pr수가 높을수록 천이영역에서  $j$ 값의 변화가 심하였다. 따라서 Pr수에 따른 압력강하 상관식은 식(16)을 이용하였고 열전달의 상관식은 Pr수를 도입하여 통합열전달 상관식을 아래와 같이 구하였다.

$$j_{Pr} = \exp(1.88)(Pr)^{0.0028}(Re)^{0.0062\ln Re - 1.26} \times (\alpha)^{-0.0794}(\delta)^{0.242}(\gamma)^{-0.122} \quad (18)$$

식(18)과 수치 결과와의 비교는 Fig. 6과 같다.

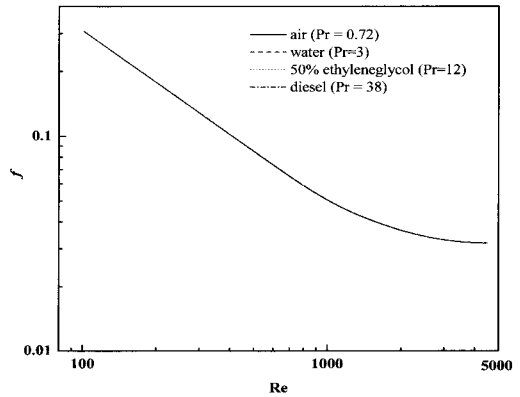


Fig. 4  $f$  factor as function of Prandtl number.

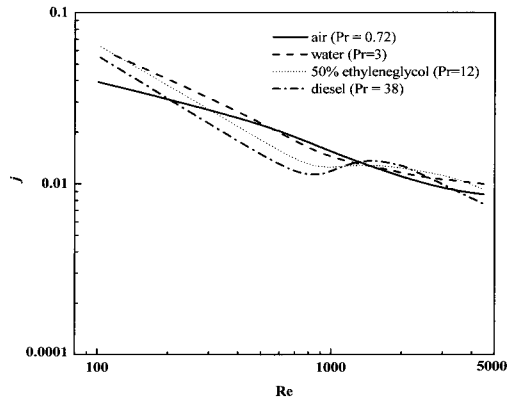


Fig. 5  $j$  factor as function of Prandtl number.

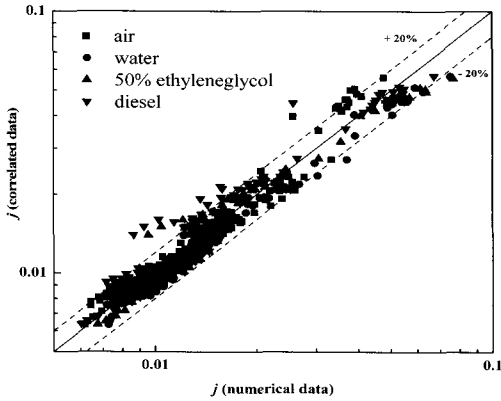


Fig. 6 Comparison of numerical data with  $j_{Pr}$  correlation.

Fig. 6에서 보듯이 통합 열전달 관계식과 수치결과는 많은 차이가 있다. Pr수가 높아질수록 상관식과 수치 결과는 많은 차이가 나는 것을 볼 수 있다. 특히 Pr수가 높은 에틸렌글리콜 수용액과 디젤의 경우 그 차이가 매우 심하다. 따라서 통합 열전달 상관식 보다 Pr수에 따라 상관식을 다음과 같이 각각 정의하는 것이 타당하다.

$$j_{water} = \exp(3.27)(Re)^{0.0871 \ln Re - 1.61} \times (\alpha)^{-0.081} (\delta)^{0.253} (\gamma)^{-0.074} \quad (19)$$

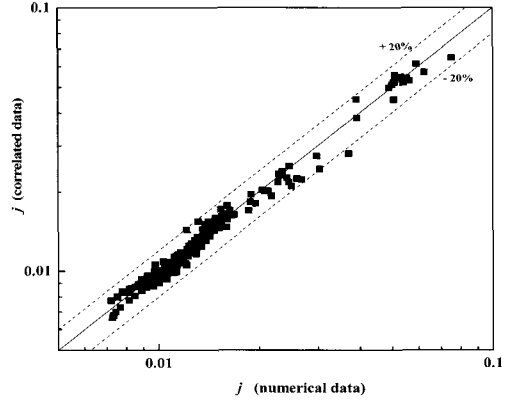
$$j_{ethyl} = \exp(3.21)(Re)^{0.0911 \ln Re - 1.64} \times (\alpha)^{-0.0649} (\delta)^{0.235} (\gamma)^{-0.0886} \quad (20)$$

$$j_{diesel} = \exp(0.891)(Re)^{0.0451 \ln Re - 1.04} \times (\alpha)^{-0.0857} (\delta)^{0.22} (\gamma)^{-0.202} \quad (21)$$

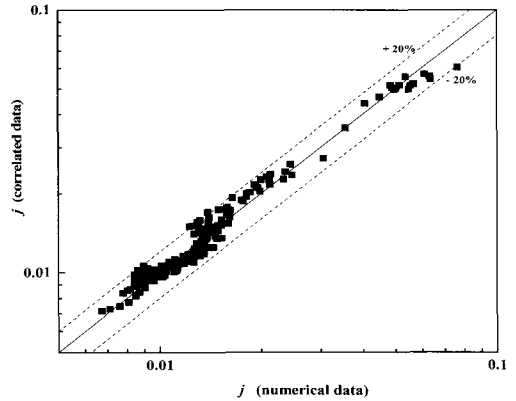
새로운 상관식 (19), 식(20), 식(21)을 이용하여 수치 결과와 비교를 하였으며 결과는 Fig. 7과 같다. Pr수에 따른  $j$ 의 상관식과 수치 결과는 매우 잘 일치 하는 것을 볼 수 있다. Pr수에 따른  $f$  값 또한 비교하였으며 수치 결과와  $\pm 20\%$  오차 범위 내에 잘 일치하였다.

#### 4. 결 론

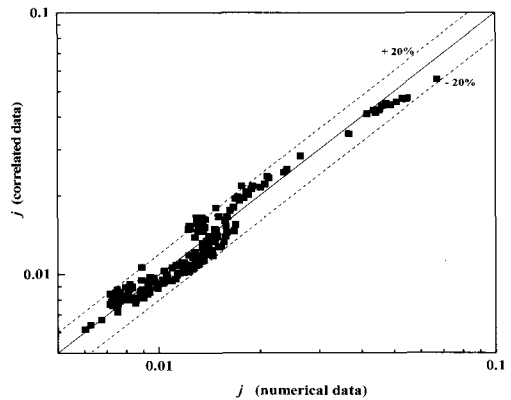
본 연구에서는 읍셋 스트립 핀에 대한 상관식을 얻기 위해 수치 해석을 수행하였다. 읍셋 스트립 핀에서 수치해석을 통해 열 및 유동 특성을 분석하여 얻은 결론은 다음과 같다.



(a) Water



(b) 50% Ethyleneglycol



(c) Diesel

Fig. 7 Comparison of numerical data with  $j$  correlation.

- (1) 읍셋 스트립 핀에서의 난류모델을 검증하기 위해 SST  $k-\omega$ , Standard  $k-\epsilon$ , Realizable  $k-\epsilon$ 모

델을 이용하였으며 SST  $k-\omega$  모델만이 옹셋 스트립 핀에서의  $f$ 와  $j$  값을 잘 모사하였다.

(2) 옹셋 스트립 핀에서의 공기에 관한 더 간단한 열 및 압력에 관한 상관식을 제안하였다. 이는 기존 상관식과 오차  $\pm 20\%$  내로 잘 일치하였다.

(3) Prandtl 수에 따른 영향을 알아보기 위해 물, 에틸렌글리콜 수용액, 디젤 등 다른 유체를 이용하여 수치해석을 수행하였다. Prandtl 수의 변화를 하나의 식으로 예측하기 위한 통합 열전달 상관식을 제안하였으나 이는 모든 Prandtl 수에 따른 영향을 대표할 수 없었다. 따라서 유체 종류에 따른 열전달 상관식을 각각 제안하였다.

## 후 기

이 논문은 2009년도 2단계 두뇌한국21사업에 의하여 지원되었음.

## 참고문헌

1. Kays, W.M. and London, A.L., 1984, Compact Heat Exchangers, McGraw-Hill, New York.
2. Manson, S.V., 1950, Correlations of heat transfer data and of friction data for interrupt plain fins staggered in successive rows, NACA Tech., Washington.
3. Weiting, A.R., 1975, Empirical correlation for heat transfer and flow friction characteristics of rectangular offset-strip plate-fin heat exchangers, J. Heat Transfer, Vol. 97, pp. 488-490.
4. Joshi, H.M. and Webb, R.L., 1987, Heat transfer and friction in the offset strip fin-heat exchangers, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 30, pp. 69-84.
5. Mochizuki, S., Yagi, Y., 1987, Transport phenomena in stacks of interrupt parallel-plate surface, Exp. Heat Transfer, Vol. 1, pp. 127-140.
6. Manglik, R.M. and Bergles, A.E., 1995, Heat transfer and pressure drop correlations for the rectangular offset strip fin compact heat exchanger, Exp. Thermal Fluid Sci., Vol. 10, pp. 171-180.
7. Tinaut, F.V., Melgar, A. and Ali, A., 1992, Correlations for Heat Transfer and Flow Friction Characteristics of Compact Plate-Type Heat exchangers, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 35, pp. 1659-1665.
8. Herold, K.E., Hu, S., 1995, Prandtl Number Effect on Offset Fin Heat-Exchanger Performance-Experimental Results., Int J Heat Mass Tran, Vol. 38, pp. 1053-1061.
9. Rokni M., Sunden B., 1999, Turbulence modeling experience in ducts with forced convection flow, Numer Heat Transfer Vol. 35, pp. 629-654.