

# N개의 다른 도크를 고려한 선박 건조 혼합의 최적화

김연민\*

울산대학교 산업경영공학부

## An Optimization of Ship Building Mix under N Different Docks

Yearn Min Kim

Department of Industrial Engineering, University of Ulsan

This paper deals with two most important problems, from both practical and theoretical standpoints, arising when building the ships in N different docks. Such docks have become core components of modern ship construction. One problem is to minimize the number of building docks in the shipyard, while the other is to keep the usage rate of resources fed into docks as constant as possible. In this paper the combined problem is formulated as a single-integer programming model. The LP-relaxation of this model is solved by column-generation techniques. Practical applications of this formulation are also discussed.

**Keyword:** dock scheduling, column generation, integer programming

### 1. 서론

과거 선박은 선대를 이용하여 건조되었다. 그러나 진수 시의 문제점 등으로 선박은 현재 대부분 도크(graving dock)를 이용하거나 부유 드라이 도크(floating dry dock) 등을 이용하여 건조된다. 조선소에서 가장 중요하며 고가의 시설인 도크에 선박을 가능한 한 가장 많이 할당하여 도크의 활용을 최대화하는 것은 매우 중요하다. 동시에 선박 건조시 도크 공간을 최대한 활용하며 자원이 일정하게 투입되도록 할 수 있는 선박의 건조 혼합 형태(building mix pattern)가 고려되어야 한다. 그러나 대형 선박의 건조가 한국, 일본 등의 아시아 지역에서 주로 이루어짐으로써 영미권에서는 선박 건조 계획의 최적화에 대한 연구가 거의 이루어지지 않았다. 본 연구는 N개의 크기가 다른 도크를 가진 조선소의 총괄생산계획인 기본계획을 수립할 수 있도록 Set Partitioning 문제로 이를 정식화하고 Column Generation 방법을 이용하여 풀었다. 제 2장에서는 탐색기반 휴리스틱과 최적화 방법을 이용한 과거 연구를 고찰하였다. 제 3

장에서는 자원제약의 조건을 만족하며 사용 도크의 수를 최소화하는 Set-Partitioning 모형과 이를 Column Generation 방법을 이용하여 도크 계획을 푸는 절차를 제시하였다. 제 4장에서는 정식화에 대한 계산 결과와 토론을 제시하였다. 토론에서는 조선소에서 선박건조 계획 시 나타나는 실제적 문제를 어떻게 본 접근법에서 고려할 수 있는가를 상세히 고찰하였다.

### 2. 과거 연구에 대한 고찰

도크의 계획에 관한 연구는 그 중요성에도 불구하고 한국, 일본 등이 대형 선박의 건조를 주로 하여 영미권에서는 선박의 총괄생산계획에 대한 연구가 거의 되지 않았다. 최적화에 대한 연구는 과거 유럽이 선박건조에서 우세를 보였던 시기인 70년대의 연구가 있을 뿐이며 그 후에는 일본, 한국 등에서 휴리스틱을 개발하여 사용하는 것으로 알려져 있으나 그마저 기업 비밀로 여겨져, 관련 연구의 보고는 극히 미미한 실정이다.

본 연구는 울산대학교의 2001년 교내 연구비 지원을 받았습니다.

\*연락처 : 김연민 교수, 680-749 울산시 남구 무거동 산 29 울산대학교 산업경영공학부, Fax : 052-259-2180,

E-mail : ymkim@mail.ulsan.ac.kr

투고일(2008년 08월 13일), 심사일(1차 : 2008년 08월 14일, 2차 : 2008년 10월 09일), 게재확정일(2008년 12월 01일).

### 2.1 탐색 기반 휴리스틱

Lee *et al.*(1996), 박주철 등(1995) 및 Popielski, Krolikowski(1976)은 선박의 총괄생산계획인 도크 계획을 복잡한 의사결정 문제로 파악하고 이를 몇 개의 작은 문제(sub-problem)로 분해한 다음 각 문제를 탐색 기반 휴리스틱을 이용하여 풀었다. Lee *et al.*(1996)은 각 문제를 도크 생산주기 계획 알고리즘, 초기 건조 계획 생성 알고리즘, 평준화하지 않은 제품혼합 알고리즘, 및 평준화 알고리즘의 작은 문제로 분해하였다. 탐색기반 휴리스틱은 각 알고리즘에서 최적화 보다는 탐색을 이용하여 해를 개선한다. 예를 들면 Lee *et al.*(1996)의 선박 총괄 생산계획의 부분 문제(sub-problem)가운데 하나인 제품 혼합 알고리즘은 다음과 같다.

0. 초기 계획 S(도크에 계획되는 선박의 집합으로 이루어짐)의 목적 함수 값을  $f$ 라 한다.  
 계획 별로 연간 매출 목표와 필요한 선박 혼합을 구한다.  
 앞으로 계획될 선박의 집합을 T라 한다.
1. S에 있는 모든 선박 중에서 제약조건(매출, 도크 공간, 수요, 납기 등)을 만족하는 T에 있는 다른 선박과 교환했을 때의 값을 추정한다.
2. 교환시 목적 함수 값을 증가시키는 S의 P1과 T의 P2를 교환한다.
3. 교환으로 얻는 이득( $f$ ) > 0인지 확인하고 0보다 적으면 stop 하고 그렇지 않으면 4로 간다.
4. S의 P1과 T의 P2를 교환한 새로운 계획  $S_0$ 를 형성한다. 년 매출과  $S_0$ 의 선박 혼합을 수정한다.
5. 더 이상 교환할 선박이 없을 때까지 이를 반복한다.

마찬가지로 평준화 알고리즘도 이와 유사한 알고리즘을 이용하여 자원의 평준화를 시도하고 있다. 선박 총괄생산계획 문제를 도크 생산주기 계획 알고리즘, 초기 건조계획 생성 알고리즘, 평준화하지 않은 제품혼합 알고리즘, 및 평준화 알고리즘의 작은 문제로 분해하였을 때 선박계획에 사용되는 자원을 평준화하는 평준화 알고리즘에서만 3년간의 선박 계획(선

박 80여척/년, 도크 8개)을 하는 실제 문제에서 계산시간이 무려 48.5분이 걸리는 것으로 보고되었다(Lee *et al.*, 1996). 한편 Lee *et al.*(1996)은 전문가 시스템을 이용하여 DAS-CURVE 라는 선박의 공간계획전문가 시스템을 구축했다.

### 2.2 최적화 모형

선박 총괄생산계획에 대한 최적화 모형은 그 중요성에도 불구하고 거의 연구가 이루어 지지 않았다. 단지 Zielinski and Pizechowski(1976)의 0-1정수계획법으로의 정식화와 김연민(1984)의 수송계획법과 선박의 이윤을 최대화하도록 도크생산주기 동안 선박의 수요, 도크의 공간, 자원의 제약을 고려한 정식화가 있었다. 그러나 Zielinski and Pizechowski(1976)의 0-1정수계획법은 변수가 너무 많아 실제 문제에서 그 크기를 고려할 때 정수 계획법의 해를 구하는 것은 현실적으로 엄청난 제약이 있는 것으로 판단된다. 김연민(1984)은 수송계획법을 이용하여 실제적 해를 구하는 과정이나 이의 적용상의 문제점을 고려하지 않아 현실적으로 최적화 기법을 도크 계획에 활용할 수 없었다. 따라서 column-generation 방법 등의 정수계획법을 완화해서 실제적 도크 계획 문제를 푸는 접근이 필요하다.

## 3. 도크의 활용과 자원의 제약

### 3.1 도크의 계획

본 연구에서는 도크 계획 문제를 도크의 공간과 도크에서 사용되는 자원의 제약하에서 총괄생산계획 기간 중에 사용되는 도크의 수를 최소화함으로써 조선소에서 가장 중요한 설비인 도크의 활용을 최대화하는 문제로 정의 한다(<Figure 1> 참조).

도크 계획 문제는 여러 개의 도크가 있을 경우 일정한 수를 가진 여러 크기와 중량의 선박을 도크의 공간과 자원(대부분 중량에 비례하여 자원이 소요됨)의 낭비를 줄임으로써 계획에 이용되는 도크 수를 최소화하도록 하는 것이다. 이 문제를 서술하기 위해 다음과 같은 기호를 정의한다.

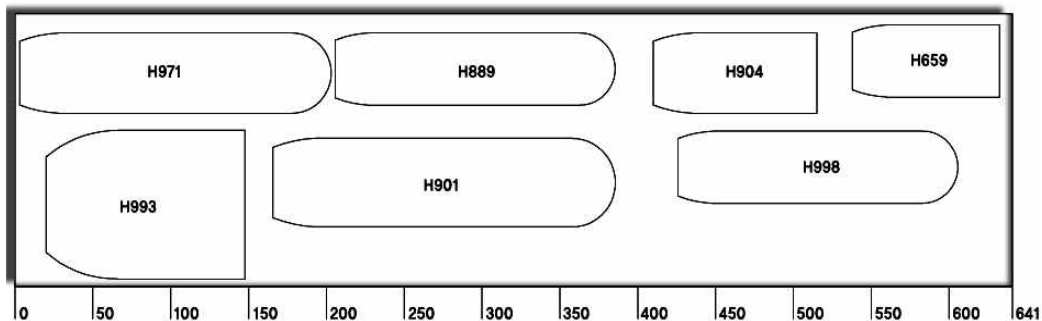


Figure 1. An Example of Dock Scheduling

- $M$  : 선박의 집합
- $N$  : 도크의 집합
- $j$  : 도크  $j$ 의 사용 횟수
- $x_{ij}$  : 선형  $i$ 의 배를 도크  $j$ 에서 건조하는 척수
- $S_i$  : 총괄 생산 계획기간 동안 건조할 선형  $i$ 의 수요
- $L$  : 도크의 길이
- $C$  : 도크 자원의 용량
- $l, w$  : 선형  $i$ 의 길이, 무게(총 톤수)

문제를 단순화하기 위해 선박 총괄생산계획에 사용될 도크의 크기가 같다고 가정하면 도크에 대한 계획 문제는 다음과 같이 정식화된다.

$$\begin{aligned} \text{Minimize } Z &= \sum_{j \in N} y_j \\ \text{s.t.} \\ \sum_{j \in N} x_{ij} &\geq S_i \quad \forall i \in M \\ \sum_{j \in M} l_j x_{ij} &\geq L y_j \quad \forall j \in N \\ \sum_{j \in M} w_j x_{ij} &\geq C y_j \quad \forall j \in N \\ x_{ij} &\in N_0 \quad y_j \in \{0, 1\} \end{aligned}$$

그러나 이러한 정식화는 알려진 바와 같이 basic variables이 제약조건의 수와 같아 column이 많더라도 최적화를 위해서는 column의 부분집합만이 필요하다(Desroisers and Lubbeke, 2003). 따라서 이러한 정식화는 많은 대칭해를 가져 branch and bound 알고리즘을 적용하기가 매우 어려운 문제가 된다. 또 이 정식화는 많은 정수 및 binary 변수를 가진다.

이러한 문제에 대한 해결책으로 이 문제를 Set-Partitioning 문제로 정식화한 다음 이를 Gilmore-Gomory 절차 즉 Column-Generation을 이용하여 풀고자 한다. Set-Partitioning 문제로 정식화하기 위해 하나의 도크에 할당할 수 있는 가능한 선박 건조 혼합 형태를 정의할 수 있다. 즉 선박 건조 혼합 형태는 하나의 도크 공간과 시설용량 제약을 넘지 않고 건조할 수 있는 여러 종류의 크기와 총톤수를 가진 선박의 혼합 형태를 말한다. 이 도크 계획 문제는 주어진 선박 건조 혼합 형태를 이용하여 도크의 사용을 최소화하는 문제로 현실적으로 크기가 다른  $N$ 개의 다른 도크를 고려하여 다음과 같이 정식화할 수 있다(앞의 정식화는 도크 크기가 같도록 정식화 되어 있었다). 이 정식화는 도크 계획의 주 문제(Master-Problem)가 된다.

- $M$  : 선박의 집합
- $P$  : 선박 건조 혼합 형태의 집합
- $N$  : 다른 크기를 가진 도크의 집합
- $q_k$  : 도크  $k$ 의 비용
- $a_{ijk}$  : 선박건조혼합형태  $j$ 를 이용한 하나의 도크  $k$ 에 배치되는 선박  $i$ 의 척수

- $x_{jk}$  : 도크  $k$ 에서 이용되는 선박건조 혼합형태  $j$ 의 양
- $y_{ik}$  : 선형  $i$ 의 도크  $k$ 에서의 수요
- $b^i$  : 선박  $i$ 의 수요

$$\text{Minimize } z = \sum_{j \in P, k \in N} c_k x_{jk} \quad (1)$$

subject to

$$\sum_{j \in P} a_{ijk} x_{jk} = y_{ik} \quad \forall i \in M, \forall k \in N \quad (2)$$

$$\sum_{k \in N} y_{ik} = b^i \quad \forall i \in M \quad (3)$$

여기서 목적함수는 도크의 사용비용을 최소화하고자 하는 것이며, 제약 조건 (2), 제약 조건 (3)은 선박의 수요를 만족시키고자 하는 것이다.

### 3.2 선박 건조 혼합 형태의 생성

선박 건조 혼합 형태를 생성하는 모델은 Knapsack 문제로 새로운 도크의 사용을 줄여 도크의 활용도를 높이거나 혹은 더 이상 새로운 선박 건조 혼합 형태가 없을 때까지 도크 계획에 이용될 새로운 선박 건조 혼합 형태를 찾는 것으로 도크 계획의 부분 문제(Sub-Problem)가 된다. 이 모형의 변수( $a_{ik}^j$ )는 새로운 선박건조 혼합 형태에서 사용되는 각 선박의 척수로 도크 공간과 도크 자원제약을 만족시켜야 한다. 이 부분 문제의 목적함수 (4)는 주문제인 도크 계획 모델의 reduced cost  $\sum_{k \in N} (c_k - \sum_{i \in M} \pi_{ik} a_{ik}^j)$ 이다. 도크 계획의 부분 문제는 다음과 같다.

$$\text{Minimize } z = \sum_{k \in N} (c_k - \sum_{i \in M} \pi_{ik} a_{ik}^j) \quad (4)$$

subject to

$$\sum_{i \in M} l_i a_{ik}^j \leq L_k \quad \forall j \in P, \forall k \in N \quad (5)$$

$$\sum_{i \in M} w_i a_{ik}^j \leq C_k \quad \forall j \in P, \forall k \in N \quad (6)$$

$$a_{ij}^j \geq 0$$

$\pi_{ik}$ 는 제약조건 (2)에 해당하는 dual값임

Column-Generation 기법으로 도크 계획 모델(주 문제)과 선박 건조혼합형태 생성 모델(부분 문제)을 차례대로 풀면 도크 공간 및 자원 제약하의 선박 건조 혼합이 최적화된 도크 계획을 찾을 수 있다. 도크 계획에 대한 Gilmore-Gomory 절차의 의사코드(Pseudo-Code)는 다음과 같다.

수요를 만족시키는 초기 선박 건조 혼합 형태를 생성한다.

Repeat {

정수 제약이 완화된 도크 비용을 최소화하는 도크 계획 모델(주 문제)을 푼다.

각 선박건조혼합형태에 대한 쌍대(dual) 값을 찾는다.

```

선박건조혼합형태 생성 모델(부 문제)을 푼다.
만약에 reduced cost가 < 0이면
    새로운 선박건조혼합형태를 추가한다.
    그렇지 않으면 break
}
도크계획 모델(주 문제)에 대한 최종 정수 해를 구하고 끝낸다.
    
```

여기서 “최종 정수 해를 구하고 끝낸다”는 것은 정수제약이 완화된 문제의 해를 이용하여 몇 번의 branch and bound가 더 이루어진 최적 정수 해를 구하는 것이다. 제 4장의 계산 결과에서는 정수제약이 완화된 문제의 해와 최종 정수 해의 차이를 제시할 것이다.

#### 4. 계산결과 및 토론

##### 4.1 계산 결과

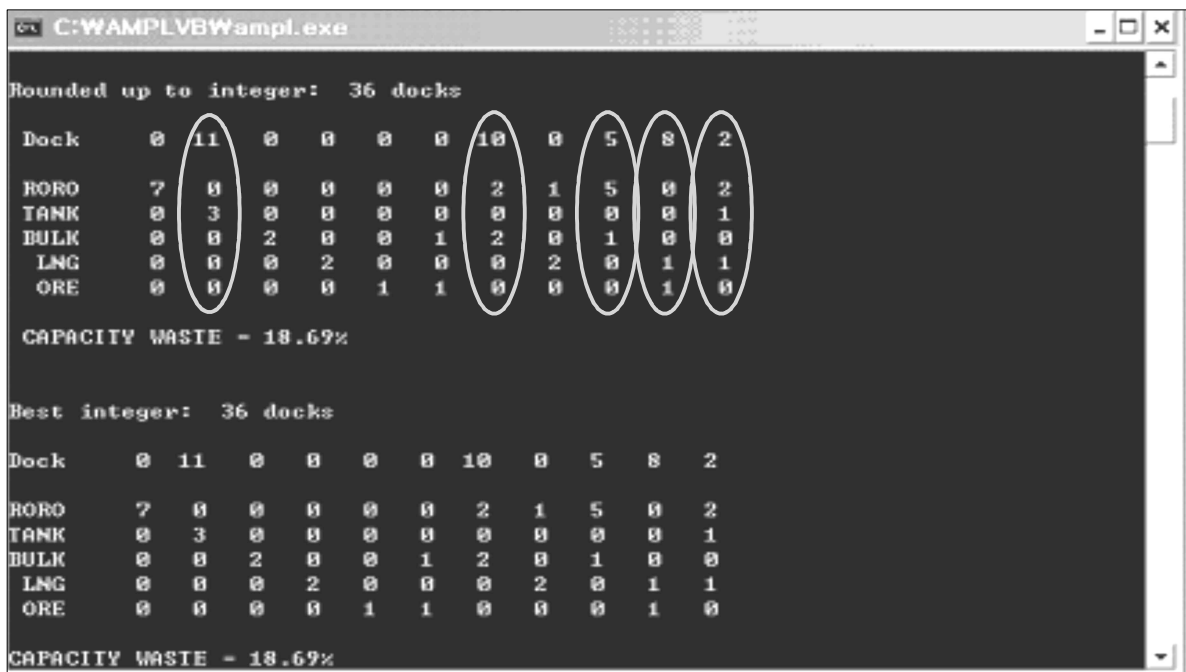
Column-Generation을 이용한 도크계획의 AMPL/CPLEX 결과 화면은 <Figure 2>와 같다. 결과 화면은 정수조건이 완화된 해(선박건조 혼합형태)와 정수 해 두 가지를 보여주며, 도크 투입 자원의 비효율(18.69%)을 각각 보여주고 있다(이 결과에서는 정수조건이 완화된 해와 정수 해가 일치함을 보여 준다. <Figure 2>에서는 N개의 크기가 다른 도크에 대한 연구 결과보다는 정식화와 결과를 이해하기 쉬운 한 개의 도크만을 고려한 결과를 제시하였다). 결과는 도크에 Tanker를 3척만 넣는 선박 건조 혼합을 11번, Ro Ro 2척 Bulk 2척을 넣는 선박 건조

혼합이 10번, Ro Ro 5척, Bulk 1척을 넣는 선박 건조 혼합이 5번, LNG 1척과 Ore 1척을 넣는 선박 건조 혼합을 8번, Ro Ro 2척, Tanker 1척, LNG 1척을 넣는 선박 건조 혼합을 2번 배치하여 도크는 계획 기간 중 36번 소요되었다. 한편 도크가 하나 일 때의 도크의 공간에 대한 비효율은 18.69%로 상당히 높임을 알 수 있다.

N개의 도크를 고려한 도크 계획에 대한 결과는 <Table 1>과 같다. 실제 조선소에서는 도크를 9개 보다 많은 조선소는 없기에 10개 이상의 도크는 고려하지 않았다. 한편 선박은 연간 80 척 정도가 건조되나 계획 기간 중 계획 가능한 선박은 200척으로 보고 계산을 하였다. 단 도크가 9개 일 때는 계획 선박의 수를 250척과 300척을 고려하였다.

**Table 1.** Scheduling Efficiency and Lower Limit varying the Number of Dock and the Ship

건조 계획 순번	도크 수	계획 가능 선박 수	도크의 배치 비효율 평균	최적해와 정수 완화된 해와의 차이(%)
1	1	200	18.69	0
2	2	200	14.56	1.4
3	3	200	13.87	1.3
4	4	200	11.90	1.5
5	5	200	10.14	2.6
6	6	200	10.47	3.6
7	7	200	10.35	3.5
8	8	200	9.94	5.2
9	9	250	8.02	5.3
10	9	300	7.38	5.7



**Figure 2.** Results of Column-Generation using AMPL/CPLEX

<Table 1>에서 알 수 있듯이 도크의 배치 비효율 값은 계획 선박이 늘어나면 계획에서 가능한 선박 건조 혼합이 개선되므로 비효율이 낮아지고 반면 문제의 크기가 커질수록 최적해와 정수 완화된 해와의 차이 (%)는 늘어나는 것을 알 수 있다. 그러나 실제 문제에서 정수해와 정수 완화된 해와의 차이가 6% 이하로 좋은 결과를 보여 주고 있음을 알 수 있다. 한편 본 연구에서는 시간적 직렬 건조(제 4.2절 참조)에 대한 고려를 하지 않았으나 이를 고려하나 도크의 배치 효율은 훨씬 나아지리라 보인다. 정수 완화된 해를 얻는데 걸린 시간은 PC 환경에서도 도크 수 9, 계획 선박 250척의 경우 4분 21초, 300척의 경우 5분 08초가 걸려 탐색 기반 휴리스틱에 비해 비약적인 개선이 이루어짐을 알 수 있었다.

## 4.2 도크 계획에 대한 실제적 고려 사항

### (1) 도크의 폭이 넓은 경우

도크의 크기가 큰 경우 병렬로 2대 이상의 선박 배치가 가능하다. 그러나 현실적으로는 도크 폭이 큰 도크는 항상 병렬로 같은 수의 선박을 배치한다(예를 들면 폭으로 2대가 배치 가능하다면 이 도크에는 전부 병렬로 2대씩의 선박을 배치한다). 이 경우에는 문제의 정식화에서 폭을 고려한 복잡한 정식화보다는 도크의 길이를 병렬로 배치가 가능한 선박 수만큼 곱한 도크의 길이를 취하여 위의 도크 계획 문제를 그대로 사용할 수 있다.

### (2) 도크 건조기간

도크 계획에서 건조주기에 따른 시간을 고려할 경우에는 각 건조주기별 수요를 고려하여 문제를 쉽게 확장될 수 있지만 문제의 복잡성을 줄이기 위해서는 총괄생산계획 기간 전체에 가능한 선박 건조 혼합 형태를 구하는 것이 유리하다. 한편 각 건조기간에 해당하는 선박의 수요가 적을 경우에는 도크 계획 문제 자체가 계획 시 어느 수준 이상의 수요를 고려하여 이루어져야 하므로 현실적으로 도크 계획 문제 자체가 성립하지 않는다.

조선소의 여러 도크 사이에 건조기간이 다를 경우에는 도크 별로 도크 계획을 수립하는 것이 불가피하다. 그런 경우에는 문제를 먼저 어느 도크에서 선박을 할당할 것인지를 결정하는 문제와 도크의 활용을 최대화하는 문제를 분해해야 하며 일단 도크에 대한 할당이 이루어지면 도크 계획 문제는 하나의 도크에 대한 계획 문제로 단순화 되어 제 3장의 하나의 도크에 관한 정식화로도 쉽게 접근이 가능함을 알 수 있다.

### (3) 시간적 직렬 건조

조선소에서 도크의 활용도를 높이기 위해 선박의 선수 부분과 선미 부분 중 한 부분의 건조가 이루어진 다음, 바로 이어지는 건조기간에 이를 이용하여 나머지 부분의 선박을 배치(조선소에서 이를 Semi-Tandem이라 함)함으로써 선박의 건조기간

을 단축할 수 있다. 이러한 방식은 도크 이용 효율을 높이므로 도크 계획에서 반드시 고려되어야 한다. 선박 건조혼합 형태를 생성할 때 선박의 수요에 시간적 직렬 건조에 대한 수요를 추가하면 이 문제는 쉽게 해결할 수 있다.

### (4) 도크의 건조 비용

각 도크마다 도크의 특성에 따라 건조 비용이 다를 수 있다. 총괄생산계획은 충분한 수요를 가정하여 모든 도크가 활용되는 것을 가정하고 있으나 수요가 부족할 경우에는 건조비용이 낮은 도크를 우선으로 도크 계획을 생성하면 된다.

## 5. 결론

추후 연구로는 제 4.2절에서 논의된 도크계획의 고려 사항을 반영하여 실제 적용이 가능한 시스템을 개발하고자 한다. 한편 Column-Generation에서 Knapsack 문제는 일반적으로 계산시간이 문제가 될 경우 휴리스틱을 이용하여 해결하는데 이에 대한 연구도 필요하다. 또 실제의 문제에서는 reduced cost가 0보다 클 때 종료하기 보다는 계산 시간을 줄이기 위해 reduced cost가 보다 적을 때 종료한다. 이러한 종료조건에 대한 연구도 필요하다.

한편 Chryssolouris(2000)의 연구와 같이 nesting scheduling에 대한 연구를 도크 계획 연구에 접목 시키는 것도 매우 의미가 있어 보인다. 아울러 Cutting Stock에 대한 연구를 도크 계획 연구에 접목하는 것도 필요하다.

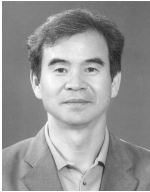
본 연구는 선박건조 계획에 대한 본격적인 최적화 연구로 도크 계획의 중요한 엔진으로 이용되어 조선소에서 행해지는 총괄생산계획인 도크 계획의 효율성을 높이는데 크게 기여할 것으로 예상된다.

## 참고문헌

- Chryssolouris, G., Papakostas, N., and Mourtzis, D. (2000), A decision-making approach for nesting scheduling : a textile case, *INT. J. PROD. RES.*, **38**(17).
- Desroisiers, J. and Lubbeke, M. (2003), A Primer in Column Generation, [www.math.tu-berlin.de/coga/publications/techreports/2003/Report-048-2003.html](http://www.math.tu-berlin.de/coga/publications/techreports/2003/Report-048-2003.html).
- Fourer, Robert, David Gay, and Brian Kernighan (2003), *AMPL*, 2<sup>nd</sup> ed. Thomsom.
- Kim, Yearmin (1984), Implementation of decision support system : A case of H shipyard, *Applications of Management Science* 35-46.
- Lee Kyoung Jun, Jae Kyu Lee, and Soo Yeoul Choi (1996), A Spatial Scheduling System and its Application to Shipbuilding : DAS-CURVE, *Expert Systems with Applications*, **10**(3/4), 311-324.
- Lee, Tae-Eog, Ju-Seog Song, Jong-Cheol Im, and Ju Chul Park *et al.* (1996), Search-Based Heuristic Algorithms for Basic Planning in a Large Shipyard, *Journal of Ship Production*, **12**(4), 211-219.
- Park, Ju Chel *et al.* (1995), A development of Basic Planning System of Shipbuilding, *IE Interface*, **8**(2).

Popielski, Stanislaw and Andrzej Krolikowski (1976), A Heuristic Method For Five Years Shipyard Production Schedule, *Computer Applications in the Automation of Shipyard Operation and Ship Design II*, Jacobson *et al*(eds.), North-Holland

Publishing Company, 257-259.  
Zielinski, Stefan, Franciszek Pizechowski, and Stanislaw Popielski, An Optimization of the Ships Building Program in a Shipyard, *ibid.*, 251-256.



**김연민**

서울대학교 산업공학과 학사  
한국과학기술원 경영과학과 석사  
한국과학기술원 경영과학과 박사  
현대중공업 조선사업부 시스템개발부 근무  
미국 Ohio 주립대학 경영과학과 객원 교수  
미국 Alabama Auburn 대학 산업공학과 객원 교수  
현재: 울산대학교 산업경영공학부 교수  
관심분야: 생산전략, 기술경영, 시뮬레이션