

# 순수 휨하중을 받는 일축대칭 양단스텝보의 횡-비틀림 좌굴 강도

박종섭<sup>\*</sup>, 오정재<sup>1</sup>  
<sup>1</sup>상명대학교 건설시스템공학과

## Lateral-Torsional Buckling Strength of Monosymmetric Doubly Stepped I-Beam subjected to Pure Bending

Jong-Sup Park<sup>1\*</sup> and Jeong-Jae Oh<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Department of Civil Engineering, Sangmyung University

**요약** 본 연구에서는 유한요소해석을 통하여 순수휨을 받는 계단식 변단면 일축대칭 I형보의 탄성 횡-비틀림 좌굴 강도 산정법에 대해 설계식 개발이 수행되었다. 유한요소해석결과는 새로운 강도계산식 개발에 활용되었으며, 제안된 강도식은 해석결과와 잘 일치하는 결과를 나타내었다. 새로운 좌굴강도 제안식은 해석결과와 비교하여 -11%~2%의 오차범위를 나타내고 있으며, 모멘트 구배계수가 고려되지 않는다면 간편하게 안전측으로 설계에 적극 활용 가능하다. 또한, 다양한 하중 즉 집중하중, 등분포하중, 및 일련의 집중하중이 작용하는 일축대칭 변단면 부재의 좌굴강도 산정식 개발에 크게 기여하게 될 것이다.

**Abstract** This study investigates elastic lateral-torsional buckling(LTB) of monosymmetric doubly stepped I-beams subjected to pure bending based on finite element analysis(FEA). The results from the FEA are used for new design stepped equation, Cst. The equations are compared with the results from the FEA. The comparison indicates that the new equation provides a good relation with the FEA results. The maximum difference between two results is of 11%. The new equation could be easily used to calculate the elastic lateral-torsional buckling moment resistance of monosymmetric stepped I-beams and to expand the new equation for developing LTB equations of monosymmetric stepped beams subjected to general loading conditions such as a concentrated load, distributed load, or a series of concentrated load.

**Key Words** : lateral-torsional buckling, Monosymmetric, pure bending, beam design, finite element analysis

### 1. 서론

최근 경제적이고 시공이 용이한 다양한 형식의 I-형보가 빌딩 및 교량 구조물에 널리 사용되고 있다. 특히 연속경간을 가지는 강합성 I형강 교량에 있어서 내부 지점 부근에 상대적으로 큰부모멘트가 발생하게 되어, 경제적인 단면 활용을 위해 상부 또는 하부플랜지에 추가적인 덮개판을 설치하거나 부재 압연 시 플레지의 두께 혹은 너비를 보강한 변단면을 사용하고 있다.

균일 단면을 가지는 I형 보의 횡-비틀림 좌굴에 대한 해석적·이론적 연구는 이미 많은 연구자들에 의해 수행

되었고[1,2], AISC LRFD 설계기준[3], 도로교 표준시방서-하중저항계수설계법[4]은 휨강도 계산 시 횡-비틀림 좌굴강도를 산정하는 기준식을 제안하고 있다. AISC LRFD 설계기준[3]은 이축대칭 단면을 가지는 I형 보의 횡-비틀림 좌굴강도를 다음의 식으로 계산하도록 제안하고 있다.

$$M_{cr} = C_b \frac{\pi}{L_b} \sqrt{EI_y GJ + \left( \frac{\pi E}{L_b} \right)^2 I_y C_w} = C_b M_{ocr} \quad (1)$$

\*교신저자 : 박종섭(jonpark@smu.ac.kr)

접수일 09년 03월 25일

수정일 09년 05월 19일

재제확정일 09년 05월 27일

여기서  $C_b$ =모멘트 구배 수정계수;  $L_b$ =비지지 길이;  $E$ =탄성계수;  $I_y$ =y축에 대한 단면 2차 모멘트;  $G$ =전단 탄성계수;  $J$ =비틀림상수;  $C_w$ =뒹상수이다.

임남형 등[5]은 하중고 효과가 고려된 일축대칭 박벽 보요소를 개발하여 일축대칭 단면 I형보의 횡-비틀림 좌굴강도를 연구한 바 있으며, SSRC Guide[6]는 Kitipornchai와 Trahair [7], Nethercot [8]의 연구결과를 토대로 일축대칭 I형단면의 횡-비틀림 좌굴 산정방법을 다음과 같이 제안하고 있다.

$$M_{cr} = \frac{\pi C_b}{KL_b} \left[ \sqrt{EI_y GJ (B_1 + \sqrt{1 + B_2 + B_1^2})} \right] \quad (2)$$

여기서  $K$ =경계조건계수;  $B_1 = \frac{\pi \beta_x}{2(KL_b)} \sqrt{\frac{EI_y}{GJ}}$ ;

$$B_2 = \frac{\pi^2 EC_w}{(KL_b)^2 GJ}; \quad \beta_x = 0.9d \left( \frac{2I_{yc}}{I_y} - 1 \right) \left[ 1 - \left( \frac{I_y}{I_x} \right)^2 \right],$$

$d$ =단면의 총 높이;  $I_{yc}$ =y축에 대한 압축플랜지의 단면 2차모멘트;  $I_x$ =x축에 대한 단면 2차모멘트이다.

Trahair[2]는 비지지 길이내 경간 중앙에서 계단식 단면 변화를 가지는 I형보에 대해 다음의 간략식을 제안하였다.

$$M_{st} = \alpha_{st} M_{yz} = [1 - 2.4\alpha(1 - \beta\gamma)] M_{yz} \quad (3)$$

여기서  $M_{yz}$ 는 식(1)에서  $C_b$  계수를 제외한 값( $M_{ocr}$ )과 같으며,  $\alpha, \beta, \gamma$ 는 단면변화상수이다. 위의 식은 비지지 길이 내 양끝단 단면변화가 존재하는 보에는 적합하지 못하다[9].

Park과 Stallings[10]는 유한요소해석결과를 이용하여 균일모멘트가 작용하는 양단 계단식 단면변화 I형보의 탄성 횡-비틀림 좌굴강도 설계식을 다음과 같이 제안하였다.

$$M_{ost} = C_{st} M_{ocr} = [1 + 6\alpha^2(\beta\gamma^{1.3} - 1)] M_{ocr} \quad (4)$$

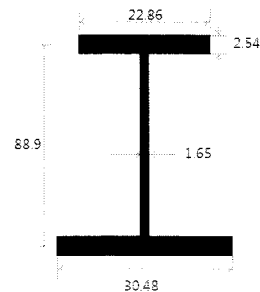
여기서  $M_{ocr}$ 은 식 (1)과 같고,  $C_{st}$ 는 새롭게 제안된 계산식으로 식(4)에 나타난 바와 같이 단면 변화상수

$\alpha, \beta, \gamma$ 의 함수로 표현된다.

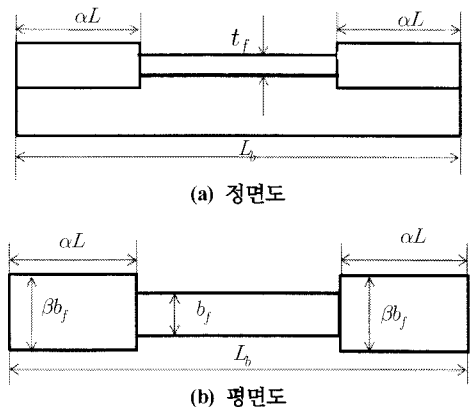
본 연구에서는 SSRC Guide[6]의 제안식을 토대로 비지지 길이내 양쪽 끝단에 계단식 단면 변화를 나타내는 일축대칭 스텝보의 좌굴강도( $M_{ocr}$ ) 산정식을 유한요소 해석결과를 토대로 회귀분석 프로그램 MINITAP[11]을 사용하여 개발·제안하고자 한다.

## 2. 유한요소해석 모델링

횡-비틀림 좌굴강도를 산정하기 위하여 3차원 범용구조해석프로그램인 ABAQUS[12]가 사용되었으며, 쉘요소(Shell Element)인 S4R요소가 사용되었다. 그림 1은 본 연구에 사용된 대표적인 일축대칭 I형단면을 나타내고 있으며, 그림 2는 양단 계단식 단면변화 I형보의 정면도와 평면도를 보여주고 있다. 표 1은 해석에 사용된 입력 재료값을 나타내고 있다.



[그림 1] 해석모델단면(단위 cm)



[그림 2] 해석모델

[표 1] 유한요소해석모델 물성치 및 단면계수

탄성계수	210 GPa
전단탄성계수	80.77 GPa
단면2차모멘트 (약축)	$8.57 \times 10^{-5} \text{ m}^4$
비틀림상수	$4.24 \times 10^{-6} \text{ m}^4$
뒀상수	$1.49 \times 10^{-5} \text{ m}^6$

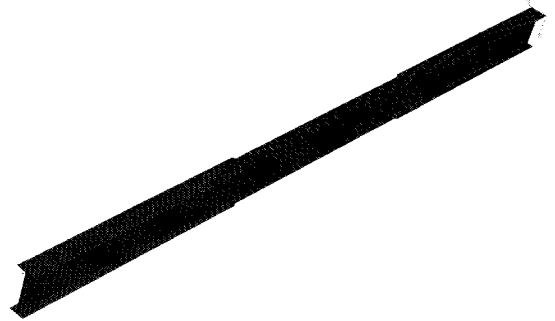
일축대칭 스텝보 해석에 앞서서 단면변화가 비직지 길이내 존재하지 않는 I형 단면을 ABAQUS[12] 프로그램을 이용하여 유한요소 해석을 실시하였다. 해석결과는 모델 검증을 위하여 SSRC Guide 제안식인 식(2)와 비교되었다. 해석에 사용된 모델 중 플랜지는 8개, 복부는 12개, 길이방향으로는 236개의 쉘요소가 적용되었을 때 제일 근사한 값을 나타내었다.

일축대칭 I형보의 단면매개변수  $\alpha$ (플랜지의 길이방향의 비),  $\beta$ (플랜지 너비방향의 비),  $\gamma$ (플랜지 두께의 비)의 범위는 일반적으로 사용되는 변단면 일축대칭 I형보 부재 사례조사를 토대로  $\alpha=0 \sim 0.333$ ,  $\beta=1 \sim 1.4$ ,  $\gamma=1 \sim 1.8$ 로 결정하였다. 표 2는 해석에 사용된 모델의  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  값을 나타내고 있으며, 표 2의 해석모델은 일축대칭도( $\rho = \frac{I_{yc}}{I_y}$ )가 0.3, 0.7인 두 경우에 모두 적용되었다.

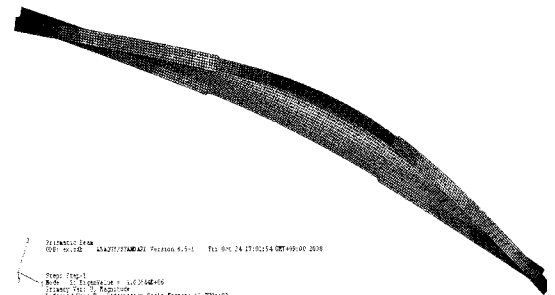
[표 2] 일축대칭 스텝보 매개변수범위

$\rho$	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$
0.3	0.167	1.0	1.2; 1.4; 1.8
	0.167	1.2	1.2; 1.4; 1.8
	0.167	1.4	1.2; 1.4; 1.8
	0.250	1.0	1.2; 1.4; 1.8
0.7	0.250	1.2	1.2; 1.4; 1.8
	0.250	1.4	1.2; 1.4; 1.8
	0.333	1.0	1.2; 1.4; 1.8
	0.333	1.2	1.2; 1.4; 1.8
	0.333	1.4	1.2; 1.4; 1.8

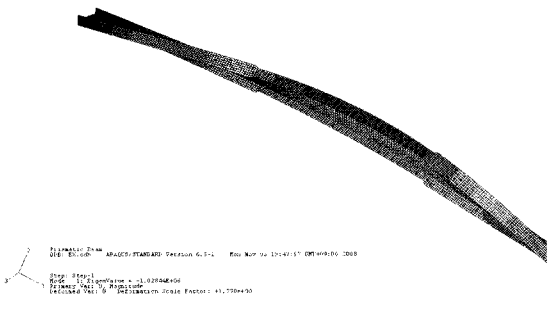
그림 3은 3차원 쉘요소가 사용된 유한요소해석모델의 Mesh를 보여주고 있으며, 그림 4와 5는 일축대칭도( $\rho$ )가 0.3인 경우와 0.7인 경우의 대표적인 좌굴모드를 나타내고 있다.



[그림 3] 3차원 유한요소해석 모델



[그림 4] 좌굴 모드 ( $\rho=0.3$ )



[그림 5] 좌굴 모드 ( $\rho=0.7$ )

### 3. 유한요소해석 결과

유한요소해석 프로그램 ABAQUS[12]를 활용한 유한요소해석결과는 표 3과 같다. 표 3의 유한요소해석결과 분석을 통하여 균일모멘트를 받는 단순 지지된 스텝보의 횡-비틀림 좌굴강도식을 회귀분석 프로그램 MINITAP[11]을 사용하여 다음과 같이 개발-제안하였다.

[표 3] 유한요소해석 결과

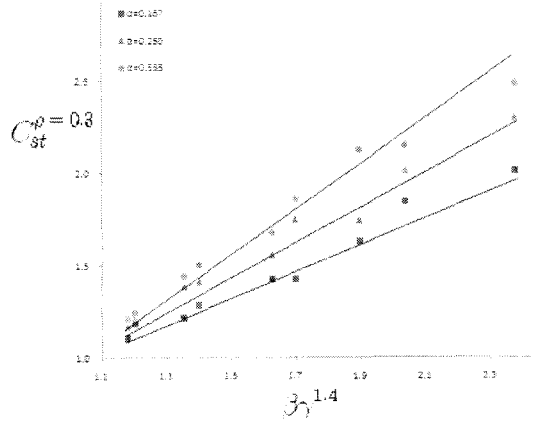
$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$M_{st}$ (kN-m)
0.167	1.0	1.2	494
		1.4	589
		1.8	815
	1.2	1.0	418
		1.4	643
		1.8	885
	1.4	1.0	457
		1.4	673
		1.8	955
0.25	1.0	1.2	483
		1.4	574
		1.8	765
	1.2	1.0	435
		1.4	644
		1.8	883
	1.4	1.0	472
		1.4	694
		1.8	967
0.333	1.0	1.2	473
		1.4	551
		1.8	734
	1.2	1.0	464
		1.4	663
		1.8	889
	1.4	1.0	512
		1.4	749
		1.8	1,028

$$M_{st} = C_{st} M_{ocr} \quad (5a)$$

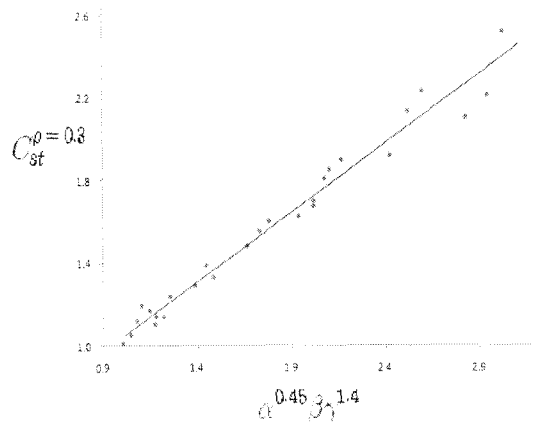
$$C_{st} = 1 + 1.25\alpha^{0.45} (\beta\gamma^{1.4} - 1) \quad (5b)$$

$$C_{st} = 1 + 1.2\alpha^{0.6} (\beta\gamma^{1.5} - 1) \quad (5c)$$

여기서  $M_{st}$  는 균일모멘트를 받는 양단 계단식 단면 변화 일축대칭 I형보의 횡-비틀림 좌굴강도를 나타내며,  $M_{ocr}$  은 비지지 길이 내 작은 단면이 비지지 길이 전체에 균일단면으로 사용된 보의 횡-비틀림 좌굴강도를 의미한다. 식 (5b)는 일축대칭도( $\rho$ )가 0.3인 경우이며, 식 (5c)는 일축대칭도( $\rho$ )가 0.7인 경우이다.

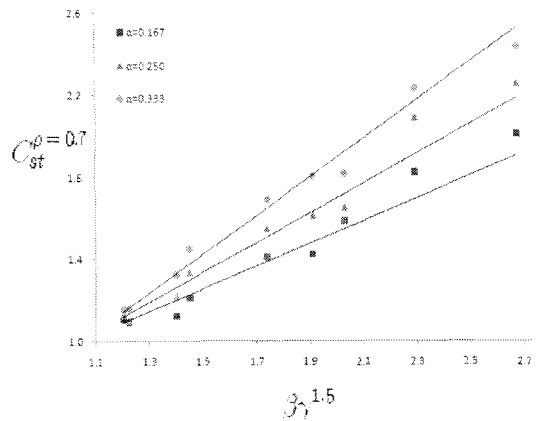


(a) 길이 스텝변수( $\alpha$ )에 따른 결과비교

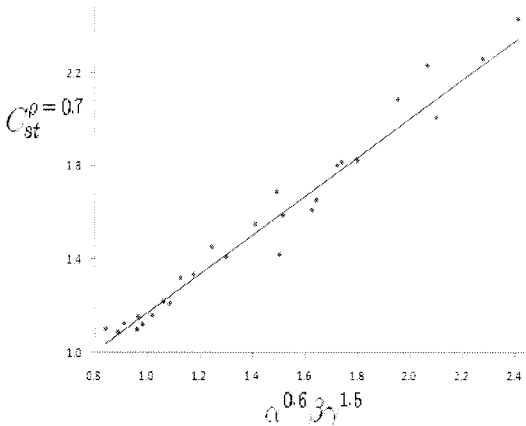


(b) 전체해석결과 비교

[그림 6] 해석결과와 제안식 비교( $\rho=0.3$ )



(a) 길이 스텝변수( $\alpha$ )에 따른 결과 비교



(b) 전체해석결과 비교

[그림 7] 해석결과와 제안식 비교( $\rho=0.7$ )

그림 6과 7은 비지지 길이 내에서 유한요소해석 결과와 제안된 식의 결과를 비교하고 있다. 제안된 식은 실선으로 표시하였고 유한요소해석 결과값들은 점으로 표시하였다. 일축대칭도( $\rho$ )가 0.3인 경우 제안식의 결과와 유한요소해석결과와의 오차범위는 -11%~1%를 나타내고 있으며, 일축대칭도( $\rho$ )가 0.7인 경우 오차범위는 11%~2%이다.

#### 4. 결론

본 연구는 균일 모멘트를 받는 양단 계단식 단면변화 보 특히 일축대칭 단면을 가지는 스텝보의 횡-비틀림 좌굴 강도 산정법에 대한 연구결과를 기술하고 있다. 범용 구조해석 프로그램 ABAQUS [12]를 사용하여 유한요소 해석을 실시하였으며, 다중 회귀분석 프로그램 MINITAB[11]을 사용하여 새로운 강도 계산식을 제안하였다. 새로운 제안식과 유한요소해석결과를 본 논문에 비교·검토되었으며, 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

1. 일축대칭 양단 스텝보의 좌굴모드는 균일단면 보의 좌굴모드와 동일한 형상을 나타내었다. 특히 작은 단면을 형성하고 있는 구간에서 상대적으로 큰 응력분포도를 보이고 있다.
2. 제안된 식과 유한요소해석결과 비교를 통하여 두 결과식이 10%내외의 오차를 보이고 있음을 확인할 수 있었다. 따라서 제안된 식을 사용하여 계산되는 횡-비틀림 좌굴강도가 신뢰할 범위내에 있음을 알

수 있다.

3. 본 연구를 통해 개발된 식은 균일모멘트하중이 작용할 때 적용 가능한 식으로 모멘트 구배계수를 고려하지 않고 간편하고 안전측으로 보(Beam) 설계에 활용가능하다. 또한 다양한 하중을 받는 경우의 횡-비틀림 좌굴강도 산정식 개발 연구에 본 연구의 제안식이 적극 활용 될 수 있다.

#### 참고 문헌

- [1] Timoshenko, S., and Gere, J., *Theory of elastic stability*, McGraw-Hill, New York, 1961.
- [2] Trahair N.S., *Flexural-Torsional Buckling of Structures*, CRC Press., 1993.
- [3] American Institute of Steel Construction (AISC), *LRFD Specification, 4th. Edition*, Chicago, Illinois, 2005.
- [4] 대한토목학회, *도로교표준시방서-하중저항계수설계법, 1996*.
- [5] 임남형, 김윤중, 강영중(2002), “일축대칭 I형보의 횡-비틀림 좌굴” 대한토목학회 논문집, 제22권, 4-A호, pp871-883, 8월, 2002.
- [6] Theodore V. Galambos, *Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures*, Fifth Edition, John Wiley & Sons Inc., 1998.
- [7] Kitipornchai, S. and Trahair, N. S., “Buckling Properties of Monosymmetric I-Beams”, *Journal of the Structural Division*, Vol. 106, No.ST-5, pp. 941-957, 1980.
- [8] Nethercot, D. S., “Elastic lateral buckling of beams,” in *Beams and Beam Column: Stability in Strength*, Applied Science Publishers, Barking, Essex, England, 1983.
- [9] Park, J. S., *Lateral-Torsional Buckling of beams with Continuous Bracing*, PhD dissertation, Auburn University, 2002.
- [10] Park, J. S. and Stallings, J. Michael, “Lateral-Torsional Buckling of Steepled beams”, *Journal of the Structural Engineering*, ASCE, Vol. 129, No. 11, pp.1457~1465, 2003.
- [11] MINITAB 14 Korea, *Statistic*, Minitap INC., 2007.
- [12] ABAQUS Ins., *ABAQUS/Standard User's Manual(ver. 6.7-2)*, 2007.

**박 종 섭**(Jong Sup Park)

[정회원]



- 1994년 2월 : 고려대학교 토목환경공학과 (공학사)
- 1996년 8월 : 고려대학교 토목환경공학과 (공학석사)
- 2002년 12월 : Auburn University (공학박사)
- 2005년 9월 ~ 현재 : 상명대학교 건설시스템공학과 교수

<관심분야>

구조공학, 교량공학, 강구조좌굴, 유지보수

**오 정 재**(Jeong Jae Oh)

[준회원]



- 2009년 2월 : 상명대학교 건설시스템공학과 (공학사)
- 2009년 3월 ~ 현재 : 상명대학교 건설시스템공학과 석사과정

<관심분야>

구조공학, 교량공학, 강구조좌굴, 유지보수