한국지능시스템학회 논문지 2009, Vol. 19, No. 2, pp. 174-179

뉴트럴 타입 시간 지연을 갖는 지능형 네트워크 제어 시스템의 퍼지 제어기 설계

Fuzzy Controller for Intelligent Networked Control System with Neutral Type of Time-delay

주영훈

Young Hoon Joo

군산대학교 전자정보공학부

요 약

본 논문은 뉴트럴 타입 시간 지연을 갖는 네트워크 제어 시스템의 안정도 분석 및 제어기 설계에 대해서 논의한다. 네트워크상에서 발생하는 뉴트럴 타입 시간 지연을 모델링하며, 전체 네트워크 제어 시스템은 뉴트럴 타입 시간 지연을 가지는 비선형 시스템이 된다. 네트워크 제어 시스템을 TS(Takagi-Sugeno) 퍼지 시스템으로 모델링한다. 제안하는 퍼지 제어기를 모델링하는 네트워크 제어 시스템과 같은 멤버쉽 함수를 가지게 설계한다. 전체 폐루프 시스템의 안정도를 시간 지연 간격에 종속적이게 분석하고, 네트워크 제어 시스템을 안정화 시키는 퍼지 제어기 설계를 위한 충분조건을 유도한다. 제안된 필요 충분조건을 선형 행렬 부등식의 형태로 나타내고, 해를 통하여 퍼지 제어기의 이득 값을 설계한다. 예제를 통하여 제안된 이론의 타당성을 확인한다.

키워드 : 퍼지 제어기, 선형 행렬 부등식. 네트워크 제어 시스템. 뉴트럴 타입 시간 지연, T-S 퍼지 모델

Abstract

We consider the stabilization problem for a class of networked control systems with neutral type of time delays. The neutral type of time-delays occur in controller-to-actuator and sensor-to-controller. The Takagi-Sugeno (T-S) fuzzy model is employed to represent a nonlinear system with neutral type of time-delays. The stabilization via state-feedback is first addressed, and delay-range-dependent stabilization conditions are proposed in terms of linear matrix inequalities (LMIs). Finally, an application example will be given to show the merits and design a procedure of the proposed approach.

Key Words : Linear matrix inequalities, fuzzy modeling, T-S fuzzy model. nonlinear networked system

1. 서 론

흔히 제어기와 플랜트, 센서 그리고 구동기가 네트워크상의 폐루프의 구조로 이루어진 시스템을 네트워크 제어 시스템이라고 한다. 네트워크 제어 시스템에는 시스템의 특징상 시간 지연 현상 및 데이터 손실이 발견된다. 이러한 시간 지연 및 데이터 손실을 포함한 네트워크 제어 시스템은 시간지연에 의해 시스템의 성능이 떨어지고, 심지어는 시스템이 불안정해 질수도 있다. 따라서 이러한 시간 지연현상이 반드시 포함되는 네트워크 시스템의 안정도 해석에 관한 연구가 주요 관심사가 되어 왔으며, 활발한 연구가 진행되어 왔다 [1-6].

그러나 지금까지 대부분의 네트워크 제어 시스템의 연구는 상태 변수나 입력의 시간지연에만 국한되어 왔다 [2-6]. 최근에는 상태변수 뿐 아니라 상태 변수의 1차 미분 항에도 시간 지연 현상이 발견되고 이를 모델링하고 있다. 이러한 시스템을 뉴트럴 시스템이라고 한다. 그러나 지금까지의 연구는 이러한 뉴트럴 타입시간 지연 현상에 대해서 연구되어 오지 않았으며, 더군다나 네트워크 제어 시스템 분야에서는 뉴트럴 타입 시간 지연에 대한 모델링도 제대로 이루어지고 있지 않다. 따라서 본 논문에서는 뉴트럴 타입 시간 지연을 포함하는 네트워크 제어 시스템의 안정도 분석 및 제어기 설계를 연구하였다.

본 논문에서는 지금까지 고려된 설계 기법을 이용하여 뉴트럴 타입 시간 지연을 가지는 네트워크 시스템 시스템의 제어기를 설계하고자 한다. 먼저 뉴트럴 타입 시간 지연을 갖는 비선형 시스템을 T-S 퍼지 모델로 모델링한다. 모델링된 네트워크 제제어 시스템과 퍼지 제어기를 설계한다. 제안된 퍼지 제어기와 비선형 시스템을 합친 네트워크 제어 시스템의 상태 방정식을 안정화 시키는 퍼지 제어기를 설계한다. 선형 행렬 부등식을 이용하여 제어기 이득값을 설계한다. 비선형 시스템에 대하여 본 논문이 제안한 이론이 타당한지를 모의 실험한다.

접수일자 : 2009년 2월 5일
완료일자 : 2009년 4월 5일
이 논문은 2008년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국학술진흥재단의 지원을 받아 수행된 연구임(KRF-2008-521-D00159)

2. 퍼지 모델

본 논문에서는 다음의 시변 시간 지연 $\tau(t)$와 $g(t)$을 가지는 비선형 뉴트럴 시스템을 고려한다.

$$\begin{aligned}&\dot{x}(k)-f_1(\dot{x}(k-g(k)))=f_2(x(k),x(k-\tau(k)),u(k))\\&x(k)=\phi(k),\quad k\in[-h,0]\\&y(k)=g(x(k)).\end{aligned}\tag{1}$$

여기서 $x(k)\in R^n$는 상태변수, $u(k)\in R^m$는 제어 입력이다. (1)에서의 함수 f_1와 f_2는 공간 $D\in R^n$에서 원할함수라고 가정한다. 원할 함수는 정의된 모든 정의역에서 도함수가 존재함을 의미한다. 시스템 (1)의 초기값은 다음과 같이 주어진다.

$$x(t_0)=x_0\tag{2}$$

본 논문에서는 그림 1과 같은 네트워크 제어 시스템을 고려한다. 제어기와 플랜트가 네트워크상의 폐루프의 구조로 이루어진 시스템을 네트워크 시스템이라고 한다. 그림에서 플랜트는 비선형 연속 시스템이며, 식 (1)과 같은 형태를 의미하며 식 (2)와 같은 초기값을 갖는다고 가정한다, 각각의 시변 시간 지연 $\tau(k)\geq 0$ 는 상태변수의 랜덤 시간 지연을 의미하며, $g(k)\geq 0$ 는 상태변수의 일차 미분의 랜덤 시간 지연을 의미하며, 이를 뉴트럴 타입 시간지연이라고 하며, 제어기는 우리가 설계해야 하는 부분이다.

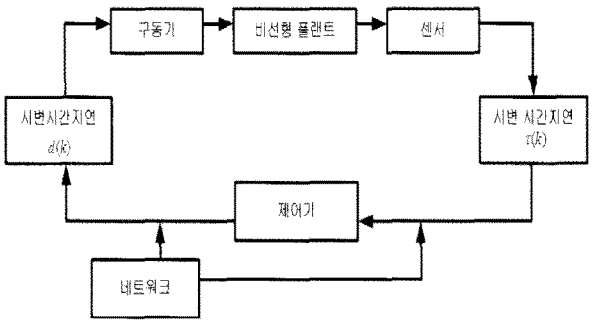

그림 1. 네트워크 제어 시스템
Fig 1. Networked control system

각각의 시변 시간지연 $\tau(t)$와 $d(t)$는 다음과 같은 상한과 하한을 가진다고 가정을 가진다. 이는 기존의 하한을 0으로 고정하는 경우에 비해서 보다 일반적이며, 따라서 본 연구의 시변 시간 지연 가정이 현실적임을 확인 할 수 있다.

$$\tau_1\leq\tau(t)\leq\tau_2,\quad d_1\leq d(t)\leq d_2$$

Takagi-Sugeno(T-S) 퍼지 모델은 다음과 같은 퍼지 규칙을 사용하여 비선형 시스템을 나타낸다.

Rule i :
IF $z_1 is\ \Gamma_1^i,\ \cdots,$ and $z_n is\ \Gamma_n^i$,
THEN $\dot{x}(t)-D\dot{x}(t-g(t))=Ax(t)+A_dx(t-\tau(t))+Bu(t),\qquad (1\leq i\leq c)$ (3)

여기서 $\Gamma_h^i(h=1,2,\cdots c)$는 i번째 규칙에서 h번째 전건부 변수의 퍼지 집합이며, c는 퍼지 규칙의 개수를 표시한다. A, A_d,B,C와 그리고 D는 알려진 차원의 행렬이며, $z_h(t)$는 h번째 전건부 변수의 퍼지집합이며, c는 퍼지 규칙수를 나타낸다.

중심값-평균 비퍼지화, 곱셈추론, 싱글톤 퍼지화를 사용하면 퍼지 추론 규칙 (2)의 전역 동특성은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned}&\dot{x}(k)-\sum_{i=1}^{c}\mu_i(x(k))D_i\dot{x}(k-g(k))\\&\quad=\sum_{i=1}^{c}\mu_i(x(k))[A_ix(k)+A_{di}x(k-\tau(k))+Bu(k)],\\&y(k)=\sum_{i=1}^{c}\mu_i(x(k))C_ix(k)\end{aligned}\tag{4}$$

여기서, $w_i(x(t))=\prod_{h=1}^{n}\Gamma_h^i(z_h(t))$,

$\mu_i(x(t))=\dfrac{w_i(x(t))}{\sum_{i=1}^{c}w_i(x(t))}$, 그리고 $\Gamma_h^i(x_h(t))$는 h번째 전건부 변수 $z_h(k)$의 퍼지 집합 Γ_j^i에 대한 소속도이다.

본 논문에서는 다음과 같은 퍼지 제어기를 설계한다. c개의 퍼지 규칙과 함께 (2)에서 사용된 퍼지 모델을 바탕으로 퍼지 제어기의 퍼지 규칙은 다음과 같다.

Rule i :
IF $z_1(t) is\ \Gamma_1^i,\ \cdots,$ and $z_n(t) is\ \Gamma_n^i$,
THEN $u(t)=K_ix(t)$. (5)

여기서 $\Gamma_h^i(h=1,2,\cdots c)$는 i번째 규칙에서 h번째 전건부 변수의 퍼지 집합이며, K_i는 i번째규칙의 퍼지 제어기 이득값이며, 본 논문에서 설계하여야 하는 값이다. 퍼지 규칙을 플랜트와 같이 설계함으로써 제어기 설계시의 플랜트와 마찬가지로 중심값-평균 비퍼지화, 곱셈추론, 싱글톤 퍼지화를 사용하면 퍼지 규칙 (4)의 전역 동특성은 다음과 같다.

$$u(t)=\sum_{i=1}^{c}\mu_i(x(t))K_ix(t),\tag{6}$$

참고 1. 네트워크 제어 시스템의 센서는 시간 구동형, 제어기와 구동기는 사건 구동형으로 가정한다.

참고 2. 본 논문에서 고려한 시변 시간 지연들은 다음과 같은 한계 $\eta>0$, $\tau_m>0$를 또한 포함한다.

$$\begin{aligned}&(i_{k+1}-i_k)h+\tau(k+1)\leq\eta\\&\tau(k)\geq\tau_m, k=1,2,3,\cdots\end{aligned}$$

따라서 (4)과 (6)를 이용하면, 전체 네트워크 폐루프 시스템은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}&\dot{x}(t)=\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\mu_i(x(t))\mu_j(x(t))[A_ix(t)\\&+B_iK_jx(t)+A_{0i}x(t-\tau(t))+D_{1i}\dot{x}(t-d(t))]\\&x(t)=\phi(t),\qquad t\in\{-\tau-\max\{d,\tau\},\cdots,0\}.\end{aligned}\tag{7}$$

가정 1. 행렬 D는 다음을 만족한다.

$$D\neq 0,\quad \|D\|<1.$$

위의 가정 1은 $\dot{x}-D\dot{x}(t-g(t))=0$이 항상 안정함을 나타낸다.

본 논문에서는 지금까지 연구되어지지 않았던 뉴트럴 타입 시간 지연을 포함하는 비선형 네트워크 시스템의 지수적 인안정도 판별 및 퍼지 제어기 설계를 목적으로 한다. 설계된 제어기 이득값 K_i는 페루프 시스템 (7)을 지수적으로 안정화 시키는 값으로 설계한다. 기존의 상태변수의 시간 지연을 고려한 네트워크 제어 시스템의 경우 보다 본 논문의 결과가 보다 일반적이며, 현실 적이다. 끝으로 다음의 보조 정리를 소개하고 다음 장에서 안정도 분석 및 퍼지 제어기 설계 에서 이용하고자 한다.

보조정리 1 [5]. 적정한 행렬 X,Z에 대해서 주어진 행렬 $a\in R^a$, $b\in R^b, N\in R^{a\times b}$는 다음의 부등식을 만족한다.

$$-2a^TNb\le \begin{bmatrix}a\\ b\end{bmatrix}\begin{bmatrix}X & Y-N\\ Y^T-N^T & Z\end{bmatrix}\begin{bmatrix}a\\ b\end{bmatrix},$$

여기서 $\begin{bmatrix}X & Y\\ Y^T & Z\end{bmatrix}\ge 0$이다.

보조정리 2 [6]. 적정한 행렬 M에 대해서 주어진 상수 a, b, 이때 $a<b$, 벡터 함수 $x(t)$는 다음의 적분 부등식을 만족한다.

$$\left[\int_a^b x(s)ds\right]^T M\left[\int_a^b x(s)ds\right] \le (b-a)\int_a^b x^T(s)Mx(s)ds,$$

3. 네트워크 제어 시스템의 안정도 판별 및 퍼지 제어기 설계

이 장에서는 뉴트럴 타입 시간지연을 가지는 퍼지 시스템 (7)의 안정도에 대해서 논의한다. 뉴트럴 타입 시간지연을 가지는 퍼지 시스템 (7)의 안정도를 판별하기 위한 충분조건을 제시한다. 본 논문의 결론을 유도하기 위해서 앞장의 보조 정리 1, 2를 이용한다. 정의 1을 바탕으로 뉴트럴 타입 시간지연을 가지는 퍼지 시스템 (7)의 지수적 안정도를 판별하면 다음의 정리 1을 얻을 수 있다.

정리 1. 다음의 양한정 행렬 $R,Q,S,Y_1,Y_2,Y_3,Z_1,Z_2,Z_3,X_{i1}$, $Y_{1i},Z_{1i}N_i$, $P>0,H>0$ 그리고 P_1과 어떤 적합한 행렬 P_2,P_3이 다음의 선형 행렬 부등식을 만족하면 뉴트럴 타입 시간지연을 가지는 퍼지 시스템 (7)은 안정하다.

$$\begin{bmatrix}\Psi & d_1A_i^TP+d_1N_j^TB_i^T & Y_{i1}-B_iN_j & E_i^TP+N_j^TE_{ib}^T\\ * & P_{i2}+\rho H-2d_1P & Y_{i2}-d_1B_iN_j & 0\\ * & * & Z_{i1}+Z_{i2}-\frac{1}{\rho}H & N_j^TE_{ib}^T\\ * & * & * & -I\end{bmatrix}<0 \tag{9}$$

$$\begin{bmatrix}X_{i1} & Y_{i1}\\ * & Z_{i1}\end{bmatrix}>0 \tag{10}$$

$$\begin{bmatrix}X_{i2} & Y_{i2}\\ * & Z_{i2}\end{bmatrix}>0 \tag{11}$$

증명) 뉴트럴 타입 시간지연을 가지는 퍼지 시스템 (7)의 안정도 해석을 위해서 본 논문에서는 Lyapunov-Krasovskii의 방법을 적용한다. 이 논문에서 주어진 비선형 뉴트럴 시스템의 안정도 해석을 위해서 디스크립터 모델 변환을 이용한다. 이때의 모델 변환을 이용하면 뉴트럴 타입 시간지연을 가지는 퍼지 시스템 (7))은 다음과 같은 형태로 변환할 수 있다.

$$\bar{E}\dot{\bar{x}}(t)=\begin{bmatrix}\dot{x}(t)\\ 0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}y(t)\\ -y(t)+D\dot{e}(t-g(t))+(A_0+A_d)e(t)\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}0\\ A_d\end{bmatrix}\int_{t-\tau(t)}^{t}y(s)ds$$

여기서 $\bar{x}(t)=col\{x(t),y(t)\}$, $E=diag\{I,0\}$이다.

다음으로 안정도 해석을 위하여 다음의 리아프노프 함수를 고려한다.

$$\begin{aligned}V=&\bar{X}^TEP\bar{x}+\int_{-h}^{0}\int_{t+\theta}^{t}y^t(s)Ry(s)ds d\theta\\&+\int_{t-\tau(t)}^{t}x^T(s)Sx(s)ds\\&+\int_{t-g(t)}^{t}y^T(s)Qy(s)ds\\&+\int_{t-\rho}^{t}(s-t+\rho)\dot{x}^T(s)T\dot{x}(s)ds.\end{aligned}$$

여기서 각각의 행렬 $P=\begin{bmatrix}P_1 & 0\\ P_2 & P_3\end{bmatrix}, P_1,R,S,Q>0$이다. 논문에서 정의한 리아프노프 함수의 첫째항은 모델 변환 한 시스템의 안정도 해석을 위한 항이며, 2, 3 번째는 시간 지연 $\tau(t)$의 독립적인 안정도 해석을 위해 필요하며, 4번째 항은 에 독립적인 안정도 해석을 위한 조건이다. 마지막항은 시간 지연 간격에 종속적이기 위한 안정도 해석을 위한 조건이다.

제안된 리아프노프 함수의 각각의 항을 시간 t에 관하여 미분 하면 다음과 같다.

$$\frac{d}{dt}(\bar{x}^TEP\bar{x})=2x^T(t)P_1x(t)=2\bar{x}^TP^T\begin{bmatrix}\dot{x}\\ 0\end{bmatrix}.$$

보조 정리 2에 의하면, 식 (10)은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}&-\sum_{i=1}^{k}h_ih_j(\rho)2x^TP\bar{B}_iK_j\int_{t-\tau}^{t}\dot{x}(s)ds\le\\&\sum_{i=1}^{k}h_ih_j(\tau)\left[\int_{t-\tau}^{x}\dot{x}ds\right]\begin{bmatrix}\bar{X}_{i1} & \bar{Y}_{i1}-P\bar{B}_iK_j\\ * & \bar{Z}_{i1}\end{bmatrix}\\&\times\left[\int_{t-\tau}^{x}\dot{x}ds\right]\end{aligned}$$

리아프노프 함수의 다른 항들의 미분 항을 구하면 다음과 같다.

$$\frac{d}{dt}\left\{\int_{-h}^{0}\int_{t+\theta}^{t} y^T(s)Ry(s)dsd\theta\right\}$$
$$=\dot{\tau}(t)y^T(s)Ry(s)-\int_{t-\tau(t)}^{t} y(s)Ry(s)ds$$

$$\frac{d}{dt}\left\{\int_{t-\tau(t)}^{t} x^T(s)Sx(s)\right\}$$
$$=x^T(t)Sx(t)-x^T(t-\tau(t))Sx(t-\tau(t))$$

$$\frac{d}{dt}\left\{\int_{t-g(t)}^{t} y^T(s)Qy(s)\right\}$$
$$=y^T(t)Qy(t)-y^T(t-g(t))Qx(t-g(t))$$

$$\frac{d}{dt}\left\{\int_{t-\rho}^{t}(s-t+\rho)\dot{x}^T(s)T\dot{x}(s)ds.\right\}$$
$$=\rho\dot{x}^TT\dot{x}-\int_{t-\rho}^{t}\dot{x}^TT\dot{x}ds$$
$$\le\rho\dot{x}^TT\dot{x}-\int_{t-\tau}^{t}\dot{x}^TT\dot{x}ds$$
$$\rho\dot{x}^TT\dot{x}-\frac{1}{\rho}\left[\int_{t-\tau}^{t}\dot{x}ds\right]T\left[\int_{t-\tau}^{t}\dot{x}ds\right]$$

여기서, $T>0$, 그리고 $0\le\tau(t)\le\rho$이다.

따라서 위의 식들을 이용하여, 전체 리아프노프 함수의 시간 t에 관한 미분을 구해보면 다음과 같다.

$$\frac{d}{dt}V\le\overline{x^T}\Phi\overline{x}(t)+\int_{t-h}^{t}y^T(s)Ry(s)ds$$
$$-(1-\dot{\tau}(t))x^T(t-\tau(t))Sx(t-\tau(t))$$
$$-\eta(t)-(1-\dot{g}(t))y^T(t-g(t))Qy(t-g(t))$$
$$+\sum_{i=1}^{k}h_ih_j(\tau)2x^T\left[P\overline{Y_{i1}}-\overline{B_i}K_j\right]\int_{t-\tau}^{t}\dot{x}ds+\rho\dot{x}^T\dot{x}$$
$$+\sum_{i=1}^{k}h_i\left[\int_{t-\tau}^{t}\dot{x}ds\right](\overline{Z_{i1}}-\frac{1}{\rho}T)\left[\int_{t-\tau}^{t}\dot{x}ds\right]$$

여기서

$\eta(t)=-2\int_{t-\tau(t)}^{t}\overline{x}^TP^T\begin{bmatrix}0\\A_d\end{bmatrix}y(s)ds$ 이다.

보조정리 1을 이용하여 $\eta(t)$를 정리하면 다음과 같다. 보조정리 1을 이용하기 위해서 $N=P^T\begin{bmatrix}0\\A_d\end{bmatrix}$, $a=y(S)$, $b=\overline{x}(t)$로 대입한다.

다음의 식이 항등을 증명에 이용하기 위해 사용한다.

$$0=2\dot{x}^TP_1\dot{x}-2\dot{x}^TP_1\dot{x}$$
$$=2\sum_{i=1}^{k}h_ih_j(\tau)\left[(\overline{A_i}+\overline{B_i}K_j)x-\overline{B_i}K_j\int_{t-\tau}^{t}x(\dot{s})ds\right]P_1x$$
$$-2\dot{x}^TP_1\dot{x}$$
$$=\sum_{i=1}^{k}h_ih_j(\tau)2x^T(\overline{A_i}+\overline{B_i}K_j)^TP_1\dot{x}-2\dot{x}^TP_1\dot{x}$$
$$-\sum_{i=1}^{k}h_ih_j(\tau)2x^TP_1\overline{B_i}K_j\int_{t-\tau}^{t}\dot{x}(s)ds$$

위와 비슷하게, 보조정리 1을 이용하여 다음을 증명할 수 있다.

$$-\sum_{i,j=1}^{k}h_ih_j(\tau)2\dot{x}^TP_1\overline{B_i}K_j\int_{t-\tau}^{t}\dot{x}(s)ds\le$$
$$\sum_{i=1}^{k}h_ih_j(\tau)\left[\int_{t-\tau}^{t}\dot{x}ds\right]\begin{bmatrix}\overline{X_{i2}}&\overline{Y_{i2}}-P\overline{B_i}K_j*&\overline{Z_{i2}}\end{bmatrix}$$
$$\times\left[\int_{t-\tau}^{t}\dot{x}ds\right] \quad (11)$$

식 (11)은 다음과 같이 정리된다.

$$0\le\sum_{i,j=1}^{k}h_ih_j(\tau)2x^T(\overline{A_i}+\overline{B_i}K_j)^TP_1\dot{x}-2\dot{x}^TP_1\dot{x}$$
$$+\sum_{i=1}^{k}h_ih_j(\tau)\left[\int_{t-\tau}^{t}\dot{x}ds\right]\begin{bmatrix}\overline{X_{i2}}&\overline{Y_{i2}}-P\overline{B_i}K_j*&\overline{Z_{i2}}\end{bmatrix}$$
$$\times\left[\int_{t-\tau}^{t}\dot{x}ds\right]$$

이제 $z^T=\left[x^T\dot{x}^T\int_{t-\tau}^{t}\dot{x}^Tds\right]$로 정의하고, 이를 이용하여 다음을 정리하면,

$$\eta(t)$$
$$\le\int_{t-\tau(t)}^{t}\begin{bmatrix}y(s)\\\overline{x}(t)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\overline{T}&\overline{Y}-[0\ A_d]P\\\overline{Y^T}-P^T\begin{bmatrix}0\\A_d\end{bmatrix}&Z\end{bmatrix}\begin{bmatrix}y(s)\\\overline{x}(t)r\end{bmatrix}ds$$
$$=\int_{t-\tau(t)}^{t}y^T(s)\overline{T}y(s)ds+\int_{t-\tau(t)}^{t}\overline{x^T}(t)\overline{Z}\overline{x}(t)ds$$
$$+2\int_{t-\tau(t)}^{t}y^T(s)(\overline{Y}-[0\ A_d]P)\overline{x}(t)ds$$
$$=\int_{t-\tau(t)}^{t}y^T(s)Ry(s)ds+\tau(t)\overline{x^T}(t)\overline{Zx(t)}$$
$$+2\int_{t-\tau(t)}^{t}\dot{x}^T(s)(\overline{Y}-[0\ A_d]P)\overline{x}(t)ds$$

$$\le\int_{t-\tau(t)}^{t}y^T(s)Ry(s)ds+x^T(t)(\overline{Y}-[0\ A_d]P)\overline{x}(t)ds$$
$$-x^T(t-\tau(t))(\overline{Y}-[0\ A_d]P)\overline{x}(t)ds$$

이를 이용하여 Lyapunov 함수의 시간 t에 관한 미분을 정리하면, 다음과 같다.

$$\frac{d}{dt}V\le z^T(t)\Phi z(t)$$

따라서 LMI 조건 (9)-(11) 이 만족 되면, $\dot{V}(t)\le0$를 만족한다. 따라서 Lyapunov-Krasovskii의 이론에 따라서 퍼지 시스템 (7)은 안정하다.

정리 1 에서는 뉴트럴 타입 시간지연을 가지는 퍼지 시스템 (7)의 안정도 분석을 위한 충분 조건을 유도하였다. 다음으로 퍼지 제어기 이득값 K_i를 설계하기 위한 조건을 유도한다.

정리 2. 뉴트럴 타입 시간지연을 가지는 퍼지 시스템 (7)은 다음의 행렬 부등식이 만족하는 행렬 $X=X^T>0$ $E_i(i=1,2,3)$, $\overline{K_j}(j=1,2,\cdots,r)$, Y_{1i} $\overline{Z_i}=\overline{Z_i^T}>0,(i=1,2,3)$

$X_i = X_i^T > 0 (i = 1,2,3)$, , 가 존재한다면, 다음의 제어기 이득값을 이용하여 제어가능하다.

$$K_i = \overline{K_i} X^{-T}$$

$$\begin{bmatrix} \Psi & d_1\overline{X}A_i^T + d_1 N_j^T B_i^T & \overline{Y_{i1}} - B_i N_j & \overline{X}E_i^T + \overline{K_j^T} E_{ib}^T \\ * & \overline{X_{i2}} + \rho H - 2d_1\overline{X} & \overline{Y_{i2}} - d_1 B_i N_j & 0 \\ * & * & \overline{Z_{i1}} + \overline{Z_{i2}} - \frac{1}{\rho}H & \overline{K_j^T} E_{ib}^T \\ * & * & * & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (12)$$

$$\begin{bmatrix} \overline{X_{i1}} & \overline{Y_{i1}} \\ * & \overline{Z_{i1}} \end{bmatrix} > 0 \quad (13)$$

$$\begin{bmatrix} \overline{X_{i2}} & \overline{Y_{i2}} \\ * & \overline{Z_{i2}} \end{bmatrix} > 0 \quad (14)$$

증명) 식 (9)-(11)의 양변에 $diag[X,X,X,I]$와 그것의 전치를 곱하고, 새로운 변수들 $X = T^{-1}, \overline{P} = XPX^T, \overline{E_b} = XQ_iX$, $K_j = K_j X^{-T}, \overline{X_1} = XX_1X$, $\overline{Y_2} = XY_2X$, $\overline{Z_3} = XZ_3X$,을 정의하여, Schur complement를 이용하면, 정리 2는 쉽게 증명된다. ■

4. 시뮬레이션 및 결과 고찰

제안된 퍼지 제어기의 성능 평가를 위하여 [3]에서 사용한 트럭 트레일러 모델을 이용한다. 이때 트럭 트레일러 모델이 네트워크 상에 연결되어 제어 하는 시스템이라고 가정한다.

$$\begin{aligned} b\dot{x}_1(t) &= -a\frac{v\bar{t}}{Lt_0}x_1(t) - (1-a)\frac{v\bar{t}}{Lt_0}x_1(t-\tau(t)) \\ &\quad -(1-b)\dot{x}_1(t-g(t)) + \frac{v\bar{t}}{lt_0}x_1, \\ b\dot{x}_2(t) &= a\frac{v\bar{t}}{Lt_0}x_1(t) + (1-a)\frac{v\bar{t}}{Lt_0}x_1(t-\tau(t)) \\ &\quad -(1-b)\dot{x}_2(t-g(t)) \\ b\dot{x}_3(t) &= \frac{v\bar{t}}{t_0}sin[x_2(t) + a\frac{v\bar{t}}{2L}x_1(t) \\ &\quad +(1-a)\frac{v\bar{t}}{2L}x_1(t-\tau(t)] - (1-b)\dot{x}_3(t-g(t)) \end{aligned}$$

여기서 모델 파라메터의 값은

$l = 2.8$, $L = 5.5$, $v = -1.0$, $\bar{t} = 2.0$, $t_0 = 0.5$이다.

제시된 비선형 네트워크 제어시스템을 다음의 T-S 퍼지 규칙을 이용하여 T-S 퍼지 모델로 모델링한다.

Rule 1 :

IF $\theta(t)$ *is about* 0,

THEN $\dot{x}(t) = A_1x(t) + A_{d1}x(t-\tau(t)) + B_1u(t) + D_1\dot{x}(t-g(t))$

Rule 2 :

IF $\theta(t)$ *is about* $-\pi$,

THEN $\dot{x}(t) = A_2x(t) + A_{d2}x(t-\tau(t)) + B_2u(t) + D_2\dot{x}(t-g(t))$

여기서 각각의 행렬은 다음과 같다.

$$D_1 = \frac{1}{b}\begin{bmatrix} 1-b & 0 & 0 \\ 0 & (1-b) & 0 \\ 0 & 0 & (1-b) \end{bmatrix}, \quad D_2 = \frac{1}{b}\begin{bmatrix} 1-b & 0 & 0 \\ 0 & (1-b) & 0 \\ 0 & 0 & (1-b) \end{bmatrix}$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} -a\frac{v\bar{t}}{Lt_0} & 0 & 0 \\ a\frac{v\bar{t}}{Lt_0} & 0 & 0 \\ a\frac{v^2\bar{t}^2}{2Lt_0} & \frac{v\bar{t}}{t_0} & 0 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} -a\frac{v\bar{t}}{Lt_0} & 0 & 0 \\ a\frac{v\bar{t}}{Lt_0} & 0 & 0 \\ a\frac{dv^2\bar{t}^2}{2Lt_0} & \frac{dv\bar{t}}{t_0} & 0 \end{bmatrix}, B_1 = B_2 = \begin{bmatrix} \frac{v\bar{t}}{lt_0} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$A_{d1} = \begin{bmatrix} -(1-a)\frac{v\bar{t}}{Lt_0} & 0 & 0 \\ (1-a)\frac{v\bar{t}}{Lt_0} & 0 & 0 \\ (1-a)\frac{v^2\bar{t}^2}{2Lt_0} & 0 & 0 \end{bmatrix}, A_{d2} = \begin{bmatrix} -(1-a)\frac{v\bar{t}}{Lt_0} & 0 & 0 \\ (1-a)\frac{v\bar{t}}{Lt_0} & 0 & 0 \\ (1-a)\frac{dv^2\bar{t}^2}{2Lt_0} & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$d = \frac{10t_0}{\pi}$이다. 정리 2의 선형행렬 부등식을 MATLAB을 이용하여 적합한 해를 구한후, 이를 바탕으로 제어기 이득값 K_i를 구해 보면 다음과 같다.

$$K_1 = [-0.645\ 0\ -0.4546]$$
$$K_2 = [-0.1155\ 0\ -0.6651]$$

이제 설계된 퍼지 제어기를 네트워크 제어 시스템에 적용한 결과는 다음의 그림과 같다. 주어진 그림에서 보여지듯이 상태변수 $x_1(t)$, $x_2(t)$, $x_3(t)$의 폐루프 시스템 응답은 그림 1, 2, 3과 같다. 주어진 그림에서 나타나듯이 상태변수는 시간이 지날수록 0에 수렴함을 확인 할 수 있다.

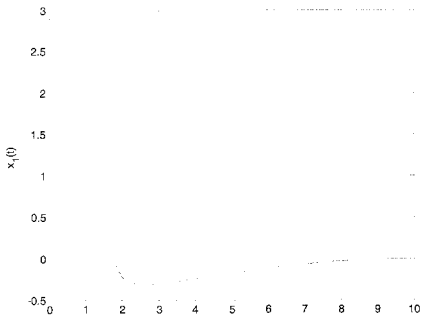

그림 2. 상태 변수 $x_1(t)$의 시스템 응답
Figure 2. System response of state $x_1(t)$

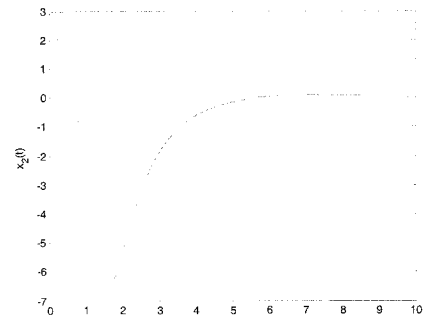

그림 3. 상태 변수 $x_2(t)$의 시스템 응답
Figure 3. System response of state $x_2(t)$

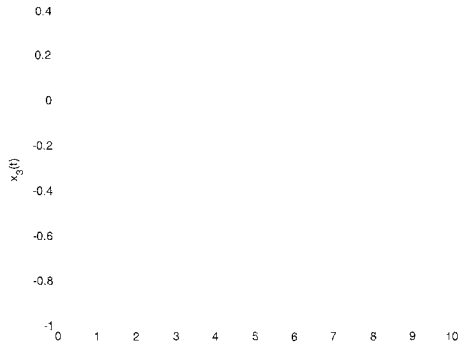

그림 4. 상태 변수 $x_3(t)$의 시스템 응답
Figure 4. System response of state $x_3(t)$

5. 결 론

본 논문은 뉴트럴 타입 시간 지연을 가지는 네트워크 제어 시스템에 관한 안정도 분석 및 퍼지 제어기 설계에 대해서 논의하였다. 먼저 뉴트럴 타입 시간 지연을 가지는 네트워크 제어 시스템을 T-S 퍼지 모델로 모델링하고, 이를 바탕으로 퍼지 제어기를 설계하였다. 뉴트럴 타입 시간 지연을 가지는 네트워크 제어 시스템의 안정도 판정 및 제어기 설계를 위하여 선형 행렬 부등식 충분조건을 제시하였다. 주어진 선형 행렬 부등식의 해를 통하여 퍼지 제어기의 이득값을 설계하였으며, 설계된 제어기 이득값을 이용하여, 뉴트럴 타입 시간 지연을 가지는 네트워크 제어 시스템을 안정화 시켰다. 제안된 이론의 타당성을 위하여 모의실험을 실행하였다..

참 고 문 헌

[1] H. J. Lee., J. B. Park, and Y. H. Joo, "*Robust control for uncertain Takagi-Sugeno fuzzy systems with time-varying input delay,*" ASME J Dyn Syst Meas Control,vol. 127, pp. 302-306, 2005.

[2] C. H. Lien, and K. W. Yu, "*Robust control for Takagi - Sugeno fuzzy systems with time-varying state and input delays,*" Chaos Sol and Frac, vol. 35, no. 5, pp. 1003-1008, 2008.

[3] X. Jia, D. Jhang, L. Zheng and N. Zheng., "*Modeling and stabilization for a class of nonlinear networked control systems: A T-S fuzzy approach,*" Progress in natural science, vol. 18, pp. 1031-1037, 2008.

[4] B Chen, X Liu, and S Tong, "*Guaranteed cost control of TS fuzzy systems with input delay,*" International Journal of Robust and Nonlinear Control, Vol 18, No. 12, pp. 1230-1256, 2007

[5] B Chen, X Liu, and S Tong., "*Robust fuzzy control of nonlinear systems with input delay,*" Chaos Sol and Frac, vol. 37, No.3, pp. 894-901, 2006

[6] B. Chen, X. P. liu, S. C. Tong, and C. Lin, "*Observer-based stabilization of T-S fuzzy systems with input delay,*" IEEE Fuzzy Syst, vol. 16, No. 3, pp. 652-663, 2008.

저 자 소 개

주영훈(Young Hoon Joo)

2008년 제 18권 제 6호 참조