Journal of the Korean Institute of Industrial Engineers
Vol. 35, No. 1, pp. 87-91, March 2009.

링 네트워크에서의 서버 단절문제에 대한 해법

명 영 수†

단국대학교 천안캠퍼스 경영학부

The Server Disconnection Problem on a Ring Network

Young-Soo Myung

Department of Business Administration, Dankook University

In the server disconnection problem, a network with m servers and their users is given and an attacker is to destroy a set of edges to maximize his net gain defined as the total disconnected utilities of the users minus the total edge-destruction cost. The problem is known to be NP-hard. In this paper, we study the server disconnection problem restricted to a ring network. We present an efficient combinatorial algorithm that generates an optimal solution in polynomial time.

Keywords: k-Server Disconnection Problem, Combinatorial Optimization

1. 서 론

서버 단절문제(server disconnection problem)는 다음과 같이 정의된다. m개의 서버와 서버의 이용자들을 마디(node)로 포함하는 네트워크가 주어지고, 이용자 마디와 서버 마디가 연결되는 경우에만 이용자가 해당 서버로부터 서비스를 받을 수 있다고 가정한다. 네트워크의 공격자는 네트워크의 호(edge)를 파괴함으로써 이용자와 서버를 단절시키려 하는데 이용자가 서버로부터 받는 서비스의 화폐가치와 호를 파괴하는데 필요한 비용을 고려하여 최선의 공격 전략을 수립하고자 한다. 서버 단절문제는 네트워크 공격자의 의사결정문제인데, 네트워크 공격자의 순이익, 즉 이용자가 유실한 서비스의 화폐가치에서 네트워크의 파괴비용을 제외한 값을 최대화할 수 있도록 파괴할 호를 선택하는 것이다. 이 문제는(Hong and Choi, 2007)에 의해서 처음 제시되었고, NP-hard임이 증명되었다.

서버 단절문제는 네트워크 공격자의 입장에서 정의되어 있으나, 이를 이용하면 네트워크의 생존도(survivability)를 평가하는 모형으로 사용할 수 있다. 통신망과 같은 네트워크에서 발생하는 장애는 심각한 피해를 일으킨다. 따라서 안정적인 네트워크를 구축하기 위한 방법은 중요한 연구과제로 인식되어 왔으며, 서로 다른 구조를 갖는 네트워크의 생존도를 분석하는 방법도 이러한 과제 중 하나이다. 이러한 배경에서 네트워크의 생존도를 측정하는 다양한 모형이 제시되었다. 서버 단절문제를 포함한 그 동안 문헌상에 나타난 생존도 모형들에 대해서는(Myung, 2008)에 비교 분석되어 있다.

(Hong and Choi, 2007)는 서버 단절문제가 NP-hard임과 동시에, 서버의 수가 입력변수로 주어지는 경우에는 다항시간(polynomial time)에 근사해를 구하는 것도 쉽지 않음을 보였다. 그러나 서버의 수가 상수로 주어지는 경우에는 다항시간에 근사해를 구할 수 있는 방법을 제시하였다. 본 논문에서는 링 네트워크에서의 서버 단절문제를 다루기로 한다. 링 구조의 특수성 때문에 효율적인 해법, 즉 서버의 수가 입력변수인 경우에도 다항시간에 최적해를 구하는 해법이 가능한지 규명하고자 한다. 링 네트워크는 단순한 구조이지만 현실에 활용되는 많은 네트워크가 링의 구조를 갖고 있다. 통신망에서 광범위하게 활용되고 있는 동기식 광전송망(SONET)은 동기식 광전송 장비인 ADM(Add-Drop Multiplexer)을 이용하여 링 구조의 네트워크를 구성한다(Cosares *et al.*, 1995; Wu, 1992). 또한 교통망이나 전기회로가 링 네트워크로 표현되는 경우도 흔히 발생한다(Suzuki *et al.*, 1992).

본 논문에서는 링 네트워크에서의 서버 단절문제는 여러 개의 경로 네트워크(path network)에서의 서버 단절문제로 분할

이 연구는 2007년도 단국대학교 대학연구비의 지원으로 연구되었음.
† 연락저자 : 명영수, 330-714 충남 천안시 안서동 산 29, 단국대학교 경영학부, Tel : 041-550-3365, E-mail : myung@dankook.ac.kr
2008년 8월 20일 접수; 2009년 1월 9일 수정본 접수; 2009년 1월 10일 게재 확정.

된다는 점에 착안하여 링 네트워크에서의 서버 단절문제를 다항시간에 풀 수 있는 해법을 개발하기로 한다. 본 논문의 구성은 다음과 같다. 제 2장에서는 논문에 사용될 용어와 기호들을 설명하고, 제 3장에서는 경로 네트워크와 링 네트워크에서의 최적해를 구하는 해법을 소개하며, 제 4장에서는 종결하는 내용을 기술하기로 한다.

2. 용어의 정의와 수리계획모형

본 논문에서 대상으로 하는 링 네트워크는 마디(node)의 집합 $V=\{1,\ 2,\ \cdots,\ n\}$와 무향호(edge 또는 undirected arc)의 집합 $E=\{(1,\ 2),\ (2,\ 3),\cdots,\ (n-1,\ n),\ (n,\ 1)\}$로 이루어진 링 구조의 무향그래프(undirected graph) $G=(V,\ E)$에 정의된다. 편의를 위해서 앞으로는 무향호를 단순히 호로 부르기로 한다. 마디 i와 마디 $n+i$는 동일한 마디를 지칭하고, 호 i와 호 $(i,\ i+1)$도 동일한 호를 지칭하는 것으로 가정한다. 각 호 $e\in E$에 대해서 호의 파괴비용을 $c_e(\geq 0)$로 표시한다. 또 공급원 마디 $s_k\in V$와 수요지 마디 $t_k\in V$로 이루어진 공급원-수요지의 쌍 $\{s_k,\ t_k\}$를 정의하고, 공급원-수요지 쌍의 인덱스 집합을 K로 표시한다. 서버 단절문제에서 공급원은 서버에 수요지는 이용자에 대응된다. 예로서 어떤 서버의 이용자가 5개의 마디에 위치하면 동일한 공급원을 갖는 5개의 공급원-수요지 쌍을 대응시키게 된다. 따라서 총 공급원-수요지 쌍의 수는 서버별 이용자의 수를 합한 값과 같게 된다. 각 공급원-수요지 쌍 $k\in K$에 대해서 수요지에 대응되는 이용자가 공급원에 대응되는 서버로부터 제공받는 서비스의 화폐가치를 $d_k(\geq 0)$로 표시한다.

앞서 언급한대로 서버 단절문제의 목적은 공격자의 순이익이 최대가 되도록 호를 파괴하는 것이다. 호의 부분집합 $F\subseteq E$에 대해서 $disc_K(F)$를 F에 포함된 호를 제거하면 연결이 끊어지는 공급원-수요지 쌍들의 집합이라고 정의하자. 여기서 연결이 끊어진다는 것은 공급원 마디와 수요지 마디를 연결하는 경로가 존재하지 않음을 의미한다. 호의 파괴비용과 공급원-수요지 쌍의 서비스가치에 대한 합을 표현하기 위하여 호의 부분집합 $F\subseteq E$에 대해서 $c(F)=\sum_{e\in F}c_e$, 공급원-수요지 쌍의 부분집합 $K'\subseteq K$에 대해서 $d(K')=\sum_{k\in K'}d_k$의 기호를 사용하기로 한다. 그러면 서버 단절문제는 $\max_{F\subseteq E}\{d(disc_K(F))-c(F)\}$로 표현할 수 있다. 서버 단절문제는 간단한 변환과정을 통하여 최소화문제로 표현할 수 있다. $disc_K(F)$의 여집합을 $con_K(F)$로 정의한다. 즉 $con_K(F)=K-disc_K(F)$이고, $con_K(F)$는 F에 속한 호를 제거해도 연결이 끊어지지 않는 공급원-수요지 쌍들의 집합을 나타낸다. 그러면 서버 단절문제는 $\min_{F\subseteq E}\{c(F)+d(con_K(F))-d(K)\}$로 표현할 수 있다. 최소화문제에서 $d(K)$는 상수이므로 제외시킬 수 있으므로 서버 단절문제는 다음과 같은 최소화문제로 정의할 수 있다.

$$(P)\quad \min_{F\subseteq E}\{c(F)+d(con_K(F))\}$$

(P)는 (Hong and Choi, 2007)가 밝힌 것처럼, 최소가중치의 다중-컷(multicut)을 구하는 문제로 변형시킬 수 있다. 다중-컷이란 각 공급원-수요지 쌍에 대해서 공급원 마디와 수요지 마디를 연결하는 경로상의 호를 하나 이상 포함하는 호의 집합이다. 따라서 다중-컷에 속한 호를 제거하는 경우에 각 공급원-수요지 쌍마다 공급원 마디와 수요지 마디들이 끊어지게 된다. 네트워크 $G=(V,\ E)$에 대한 서버 단절문제는 G로부터 다음과 같이 구성하는 변형된 네트워크의 최소가중치 다중-컷 문제로 변환된다. 각 공급원-수요지 쌍의 수요지 마디마다 새로운 마디를 하나씩 추가시키고 수요지 마디와 추가된 마디를 호로 연결하는 네트워크를 구성한다. 그리고 원래의 수요지 마디 대신에 추가된 마디를 수요지로 변경하고, 기존의 네트

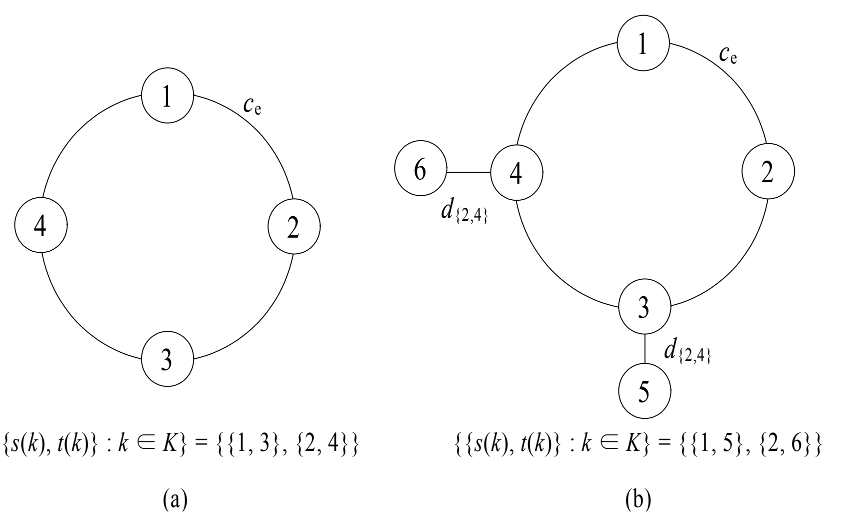


Figure 1. Two instances for a server disconnection problem and an equivalent milticut problem

워크에 있는 호의 가중치는 c_e로 새로 추가된 호의 가중치는 호에 걸쳐있는 수요지 마디가 속한 공급원-수요지 쌍의 서비스 가치 d_k로 설정한다. 예로서, <Figure 1>(a)처럼 4개의 마디로 구성된 링 네트워크에 2개의 공급원-수요지 쌍, {1, 3}, {2, 4}가 주어진 경우를 생각해 보자. <Figure 1>(a) 네트워크에서의 서버 단절문제는 <Figure 1>(b) 네트워크에서의 최소가중치 다중-컷 문제와 동일하게 된다. 두 문제가 동등하다는 것은 다음과 같은 사실에서 알 수 있다. 서버 단절문제에서 선택된 호의 집합을 $F \subseteq E$라고 하자. 만약에 F에 속한 호를 제거해도 공급원-수요지 쌍 $k \in K$의 공급원 마디 s_k와 수요지 마디 t_k의 연결이 끊어지지 않으면 k는 $con_K(F)$에 속하게 된다. 이 경우에 다중-컷 문제의 네트워크에서 공급원-수요지 쌍 $k \in K$의 공급원 마디와 수요지 마디(새로 추가된 마디이며 기존의 수요지 마디와 호로 연결되어 있음)의 연결을 단절시키려면 추가된 호가 다중-컷에 포함되어야 한다. 따라서 임의의 $F \subseteq E$에 대해서 두 문제의 목적함수의 값은 동일하게 된다.

일반적인 그래프에서는 다중-컷 문제도 서버 단절문제처럼 NP-hard이며, 주어진 네트워크가 나무(tree)구조를 갖더라도 다중-컷 문제는 NP-hard이다(Dahlhaus *et al.*, 1994; Garg *et al.*, 1997). 링 네트워크에서의 다중-컷 문제는 다항시간에 풀 수 있음이(Myung, 2007)에 의해서 알려져 있다. 그러나 링 네트워크에서의 서버 단절문제를 다중-컷 문제로 변환하는 경우에는 변환된 네트워크가 링 구조를 갖지 않으므로(Myung, 2007)의 해법을 적용할 수는 없다.

3. 링 네트워크에서의 서버 단절문제의 해법

이 장에서는 링 네트워크에서의 서버 단절문제 (P)를 해결하기 위한 해법을 개발하기로 한다. 우리의 전략은 (P)를 여러 개의 부분문제로 나누어서 푸는 것이다. 이를 위해서 선택되는 호에 호 i가 포함되어야 한다는 조건이 추가된 문제를 (P_i)로 정의하자. 호를 전혀 선택하지 않는 경우에 (P)의 목적함수 값은 $d(K)$이므로, 각 호 i에 대한 (P_i)의 해를 알면 (P)의 해는 쉽게 구할 수 있다.

링 네트워크에서는 공급원과 수요지사이에 두 개의 경로가 존재하고, 네트워크의 모든 호는 두 개의 경로 중 하나에 포함된다. 따라서 호 i가 이미 해에 포함되어 있다면 각 공급원-수요지 쌍별로 하나의 경로는 이미 단절되게 된다. 이러한 배경에서 (P_i)는 경로 네트워크(path network)에서의 서버 단절문제로 생각할 수 있다. 즉, 링 네트워크에서 호 i를 제거하면 경로 네트워크가 되는데, 원래의 공급원-수요지 쌍 K, 서비스 가치 d_k, 호의 파괴비용 c_e를 그대로 경로 네트워크에 적용한 서버 단절문제가 바로 (P_i)이다. 경로 네트워크에서는 공급원과 수요지사이에는 한 개의 경로만 존재하게 되는데 이 경로는 원래의 링 네트워크에서 호 i를 포함하지 않는 경로와 일치한다.

이제 (P_i)의 수리계획모형을 수립하기로 한다. 표기상의 편의를 위해서 경로 네트워크에는 원래의 호 중에 호 i가 제외되었지만, 전체 호의 집합을 그냥 E로 표현하기로 한다. 호 e의 선택 여부를 나타내는 변수 x_e와 공급원-수요지 쌍 $k \in K$의 연결이 단절되는지 여부를 나타내는 변수 y_k를 다음과 같이 정의하자.

$$x_e = \begin{cases} 1, \text{호 } e\text{가 파괴되는 경우} \\ 0, \text{위와 다른 경우} \end{cases}$$

$$y_k = \begin{cases} 1, \text{공급원과 수요지가 연결되는 경우} \\ 0, \text{위와 다른 경우} \end{cases}$$

경로 네트워크에서 공급원-수요지 쌍 $k \in K$의 공급원과 수요지사이의 유일한 경로를 E_k로 나타내기로 한다. 또한 E_k는 해당 경로에 포함된 호의 집합을 표현하는 것으로도 사용하기로 한다. 경로 네트워크에서의 서버 단절문제 (P_i)는 다음과 같은 정수계획모형으로 표현할 수 있다.

$$\min \sum_{e \in E} c_e x_e + \sum_{k \in K} d_k y_k$$

$$s.t. \sum_{e \in E_k} x_e + y_k \geq 1, \quad \forall k \in K \tag{1}$$

$$x_e \in \{0,\ 1\}, \qquad \forall e \in E \tag{2}$$

$$y_k \in \{0,\ 1\}, \qquad \forall k \in K \tag{3}$$

여기서 식 (1)은 $con_K(F)$를 표현하기 위한 것으로, E_k에 포함된 호가 선택되지 않는 경우는 공급원-수요지 쌍 $k \in K$의 공급원과 수요지가 연결되었음을 의미한다.

위의 수리계획모형에서 제약식 (2)와 식 (3)을 비음조건으로 바꾼 선형계획모형을 (LP_i)라고 하면, (LP_i)의 식 (1)에 쌍대변수 f_k를 대응시킨 (LP_i)의 쌍대문제는 다음과 같다.

$$(D_i) \qquad \max \qquad \sum_{k \in K} f_k$$

$$s.t. \quad \sum_{k : e \in E_k} f_k \leq c_e, \quad \forall e \in E \tag{4}$$

$$f_k \leq d_k, \quad \forall k \in K \tag{5}$$

$$f_k \geq 0, \quad \forall k \in K$$

우리는 (P_i), (LP_i), (D_i)의 관계를 이용하여 (P_i)를 푸는 해법을 개발하기로 한다. 우리의 해법은 우선 (D_i)의 실행가능해(feasible solution)를 구한 다음, 이를 이용하여 (P_i)의 실행가능해를 구하는 것이다. 그리고 구해진 두 개의 해가 각각 (P_i)와 (D_i)의 최적해임을 (LP_i)와 (D_i)의 쌍대관계를 이용해서 증명하려고 한다.

(D_i)는 경로 네트워크에서의 흐름문제로 생각할 수 있다. (P_i)와 (D_i)의 대상이 되는 경로 네트워크는 마디 $i+1$에서 시작해서 마디 i에 이르는 경로 $i+1 \rightarrow i+2 \rightarrow \cdots \rightarrow i$이지만 설명의 편의를 위해서 마디 1에서 시작해서 마디 n에 이르는 경로 $1 \rightarrow 2 \rightarrow \cdots \rightarrow n$인 것으로 간주하기로 한다. 경로에서의

흐름은 시작마디에서 종결마디 방향으로 흐른다고 가정한다. (D_i)에서 변수 f_k가 공급원-수요지 쌍 $k \in K$의 공급원과 수요지사이의 흐름의 양을 나타낸다고 정의하면 식 (4)는 호의 용량 제약을, 식 (5)는 f_k의 최대량을 의미하게 되어, (D_i)는 호의 용량 제한을 지키면서 총 흐름의 합이 최대가 되도록 각 공급원과 수요지 사이의 흐름을 정해진 한도까지 보내는 문제로 해석할 수 있다. 우리의 해법은 아주 간단하다. 각 공급원-수요지 쌍별로 E_k에 포함된 호의 용량 제한을 지키는 한도에서 최대 d_k까지 흐름을 보내는 것이다. 이러한 간단한 해법도 공급원-수요지 쌍의 순서를 잘 정해서 흐름을 보내면 최적해를 생성시킬 수 있음을 보이기로 한다. 우리의 해법에서 각 $k \in K$에 대해서 f_k의 값을 정하는 순서는 해당 E_k에 의해서 결정된다. 각 E_k는 경로 네트워크 $1 \rightarrow 2 \rightarrow \cdots \rightarrow n$의 부분경로를 구성하는데 부분경로의 마지막 마디가 앞선 것이 우선하게 순서를 정한다. 부분경로의 마지막 마디가 동일한 공급원-수요지 쌍끼리의 순서는 임의로 정한다. 모든 f_k의 값이 정해지면, 이를 바탕으로 (P_i)의 해를 구성한다. 호 중에서 용량 한도까지 흐름이 통과하는 호를 포화상태의 호라고 하고, f_k의 값이 최대값 d_k에 이른 공급원-수요지 쌍을 충족된 공급원-수요지 쌍이라고 부르기로 한다. (P_i)에서 x변수의 값이 정해지면 y변수는 각 $k \in K$에 대해서 다음과 같이 정하는 것이 최선임을 쉽게 알 수 있다.

$$y_k = \max\left\{0,\ (1 - \sum_{e \in E_k} x_e)\right\} \tag{6}$$

우리의 해법에서는 $x_e = 1$의 값을 갖는 호를 포화상태의 호에서 선택한다. 해법을 요약하면 다음과 같다.

경로 네트워크에서의 서버 단절문제 해법

Input : 호 i가 제거된 경로 네트워크, $K, \{c_e\},\ \{d_k\}$

Output : (D_i)의 해 $\{f_k\}$와 (P_i)에서 $x_e = 1$의 값을 갖는 호의 집합 F

(단계 1) [흐름량의 결정] 앞에서 정의한 순서에 의해서 각 $k \in K$에 대하여 다음을 수행 : E_k에 속한 호의 남아 있는 용량과 d_k를 초과하지 않는 범위에서 최대값으로 f_k를 결정.

(단계 2) [F의 결정] F를 포화상태의 호의 집합으로 초기화하고 F에 속한 각 호에 대해서 포화상태가 된 역순으로 다음을 수행 : 현재의 호를 제거해도 충족되지 않은 공급원-수요지 쌍 $k \in K$마다 E_k에 속한 호가 하나 이상 F에 포함되면 현재의 호를 F에서 제거.

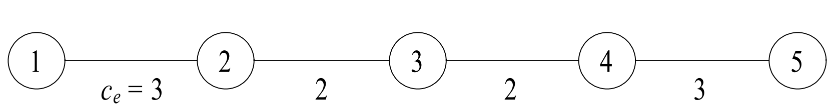
<Figure 2>의 예제를 통해서 해법의 수행과정을 설명하기로 하자. 앞서 설명한대로 (단계 1)에서 공급원-수요지 쌍, {1, 3}, {2, 4}, {3, 5}의 순으로 흐름을 결정하게 되고, 흐름의 양은 $f_{\{1,3\}} = f_{\{2,4\}} = f_{\{3,5\}} = 1$로 정해진다. 포화상태의 호는 호(2, 3)과 호(3, 4)의 순서로 발생하며, 충족된 공급원-수요지 쌍은 {1, 3}뿐이다. (단계 2)에서 초기에 F는 호(2, 3)과 호(3, 4)를 포함하고, 포화상태가 된 역순 즉 호(3, 4), 호(2, 3)의 순서로 탈락할 호를 탐색한다. 호(3, 4)는 충족되지 않은 공급원-수요지 쌍 {3, 5}의 경로에 유일하게 포함되므로 탈락시킬 수 없고, 호 (2, 3)은 그러한 공급원-수요지 쌍이 없으므로 탈락시킬 수 있어 최종 F는 호(3, 4)만 포함하게 된다. 그리고 이러한 해를 기반으로 만들어지는 (P_i)의 해는 $x_{34} = 1,\ y_{\{1,3\}} = 1$이고 나머지 변수는 모두 0이다.

우리의 해법처럼 원-쌍대관계를 이용한 해법은 다양한 조합최적화문제에서 활용되었고(Vazirany, 2001), 우리 문제와 비슷한 다중-컷 문제에서도 활용되었다(Garg *et al.*, 1997; Costa *et al.*, 2003). 이제 우리의 해법이 (P_i)의 최적해를 구할 수 있음을 증명하기로 한다.

정리 1 : 해법에서 구한 F와 식 (6)을 통해서 구성한 $(x,\ y)$는 (P_i)의 최적해이다.

증명 : $\{f_k\}$를 해법에서 정한 흐름량이라고 가정하면 $\{f_k\}$는 (D_i)의 실행가능해임은 자명하다. 또한 $(x,\ y)$는 (P_i)의 실행가능해임으로 (LP_i)의 실행가능해도 된다. 따라서 $(x,\ y)$와 $\{f_k\}$가 다음과 같은 상보여유조건(complement slackness condition)을 만족하면 우리의 주장을 증명할 수 있다.

$$\text{(CS1)}\ \left(\sum_{e \in E_k} x_e + y_k - 1\right) f_k = 0,\ \forall k \in K$$



$\{s_k, t_k\}$	d_k
{1, 3}	1
{2, 4}	3
{3, 5}	3

Figure 2. An instance for server disconnection on a path network

(CS2) $\left(c_e - \sum_{k:e \in E_k} f_k\right) x_e = 0, \ \forall e \in E$

(CS3) $(d_k - f_k) y_k = 0, \ \forall k \in K$

F의 호는 포화상태의 호에서 선택하였으므로 (CS2)가 성립함은 쉽게 알 수 있다. (CS3)가 성립하기 위해서는 $y_k = 1$인 $k \in K$에 대해서 $f_k = d_k$이어야 한다. 우리는 식 (6)을 통해서 y 변수의 값을 정하였으므로 $y_k = 1$이면 $\sum_{e \in E_k} x_e = 0$이었을 것이다. 만약에 $f_k < d_k$라면 E_k에 속한 호는 F에 포함된 적이 없었음을 의미한다. 왜냐하면 E_k에 속한 호가 일단 F에 속했다면 (단계 2)의 과정에서 모든 호가 탈락되는 경우는 없기 때문이다. 따라서 E_k에는 포화상태의 호가 없으므로 $f_k = d_k$임이 틀림없다. 마지막으로 (CS1)이 성립함을 보이기로 한다. (CS1)이 성립하기 위해서는 $f_k > 0$인 $k \in K$에 대해서 $\sum_{e \in E_k} x_e + y_k = 1$이어야 한다. 임의의 $k \in K$에 대해서 $f_k > 0$이고 $\sum_{e \in E_k} x_e + y_k > 1$라고 가정하자. $\sum_{e \in E_k} x_e \geq 1$이면 식 (6)에 의해서 $y_k = 0$이므로 $\sum_{e \in E_k} x_e + y_k > 1$은 $\sum_{e \in E_k} x_e > 1$을 의미한다. 즉, $|F \cap E_k| > 1$이다. 호 e_1과 e_2가 $F \cap E_k$에 속한 서로 다른 두 호라고 가정하자. (단계 2)의 과정을 거쳤으므로 공급원과 수요지사이의 경로의 호 중에서 F에 포함된 호가 각각 e_1과 e_2 하나 뿐인 충족되지 않은 공급원-수요지 쌍이 두 개 존재해야 한다. 그러한 공급원-수요지 쌍을 k_1과 k_2라고 하자. 경로의 구조상 k_1은 k보다 먼저 (단계 1)을 수행했을 것이고, 충족되지 않았으므로 E_{k_1}의 호에서 포화상태가 발생하였을 것이다. 그러한 호를 e'이라고 하자. 공급원-수요지 쌍 k에 대해서 (단계 1)을 수행할 때도 흐름이 발생하였으므로(왜냐하면 $f_k > 0$이므로), e_1은 e'보다 나중에 포화상태가 되었을 것이다. 그렇다면 e_1에 대해서 (단계 2)를 수행할 때 e'은 순서에 의해서 아직 F에 포함되어 있어야 하므로 k_1의 가정에 모순된다. 따라서 $f_k > 0$인 $k \in K$에 대해서 $\sum_{e \in E_k} x_e + y_k = 1$은 항상 성립하고 (CS1)도 만족된다. □

정리 2 : 링 네트워크에서의 서버 단절문제는 $O(n^2|K|)$에 풀 수 있다.

증명 : 정리 1에 의해서 우리의 해법은 (P_i)를 $O(n|K|)$에 풀 수 있고, 각 호 i에 대한 (P_i)의 해를 알면 (P)의 해를 구할 수 있다.

4. 결론 및 향후 연구에 대한 논의

서버 단절문제는 서버와 서버의 이용자들을 마디로 포함하는 네트워크가 주어졌을 때, 네트워크 공격자가 이용자의 서비스 손실에서 네트워크의 파괴비용을 뺀 자신의 순이익을 최대화하기 위한 전략을 수립하는 문제이다. 서버 단절문제는 네트워크 공격자의 입장에서 정의되어 있으나, 이를 이용하면 네트워크의 생존도를 평가하는 모형으로 사용할 수 있다. 서버 단절문제는 NP-hard 문제이며 서버의 수가 입력변수로 주어지는 경우에는 다항시간에 근사해를 구하는 것도 쉽지 않다. 본 논문에서는 주어진 네트워크가 링 구조를 갖는 경우에는 서버의 수가 입력변수인 경우에도 다항시간에 최적해를 구하는 해법이 가능함을 보였다. 링 네트워크는 단순한 구조이지만 동기식 광전송망(SONET)과 같은 통신망, 교통망 및 전기회로 등에 많이 활용되고 있어서, 본 연구의 결과는 광범위하게 활용될 수 있다.

일반적인 네트워크에서의 서버 단절문제에 대해서는 아직까지는 근사해를 구하는 해법만이 개발되었다. 대상문제가 NP-hard이므로 다항시간에 최적해를 구하는 방법은 기대가 어렵지만, 적정한 시간에 최적해를 구하는 방법에 대한 연구는 여전히 필요하다. 또한 링 구조 이외의 특별한 구조를 갖는 네트워크에 대해서 다항시간에 최적해를 구할 수 있는 해법이 가능한지 분석하는 것도 흥미로운 연구라 하겠다. 다만 나무 구조를 갖는 네트워크의 경우에는 서버 단절문제를 다중-컷 문제로 변환해도 나무 구조를 유지하므로 기존의 다중-컷 문제에 대한 결과를 그대로 적용할 수 있다.

참고문헌

Cosares, S., Deutch, N. D., Saniee, I., and Wasem, O. J. (1995), SONET toolkit : A decision support system for designing robust and cost-effective fiber-optic networks, *Interfaces*, **25**, 20-40.

Costa, M. -C., Letocart, L., Roupin, F. (2003), A greedy algorithm for multicut and integral multiflow in rooted trees, *Operations Research Letters*, **31**, 21-27.

Dahlhaus, E., Johnson, D. S., Papadimitriou, C. H., Seymour, P. D., Yannakakis, M. (1994), The complexity of multi-terminal cuts, SIAM J. *Computing*, **23**, 864-894.

Garg, N., Vazirani, V. V., Yannakakis, M., Primal-dual approximation algorithms for integral flow and milticut in trees (1997), *Algorithmica*, **18**, 3-20.

Hong, S. -P. and Choi, B. -C. (2007), Approximability of the k-server disconnection problem, *Networks*, **50**, 273-282.

Myung, Y. -S. (2007), Algorithms for maximum integer multiflow and multicut in a ring network, *Journal of Korean OR and MS society*, 32, 89-97.

Myung, Y. -S. (2008), A survey on network survivability models, *Journal of the Korean Institute of Industrial Engineers*, **34**, 181-189.

Suzuki, H., Ishiguro, A., and Nishizeki, T. (1992), Variable-priority queue and doghnut routing, *Journal of Algorithms*, **13**, 606-635.

Vazirani, V. V. (2001) Approximation Algorithms, Springer, Berlin, 2001.

Wu, T. (1992), Fiber network survivability, Artech House, Inc.