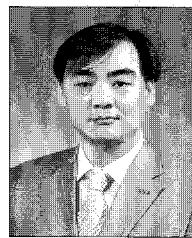


# 지중구조물의 동적해석법

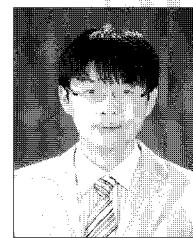
Methods for Dynamic Analysis of Underground Structures



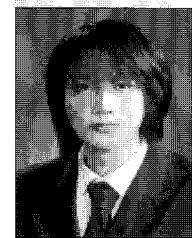
김 재 민\*



정 우 정\*\*



김 진 원\*\*\*



김 동 아\*\*\*

\* 전남대학교 건설환경공학부 부교수  
\*\* (주)태영건설 차장  
\*\*\* 전남대학교 건설환경공학과 석사과정

## 1. 서 론

지중구조물은 지상구조물과는 달리 입력되는 지반운동에 비해 동적응답이 크게 증폭되지 않는 것으로 알려져 있다. 따라서 지중구조물의 내진설계를 위한 구조해석법으로는 응답변위법(seismic deformation method) 또는 응답진도법(ground response seismic coefficient method)이 널리 사용되어 왔다.<sup>1)-4)</sup> 그리고 이 보다 엄밀한 기법인 동적해석법은 설계의 최종단계에서 설계단면의 타당성을 확인하기 위한 도구로 활용되고 있다. 그러나 최근 들어서 성능기반설계법이 활발하게 연구됨에 따라, 설계단계부터 지중구조물 또는 주변 지반의 재료 비선형성, 구조물과 지반이 접하는 경계면의 일시적인 분리 등과 같은 경계조건 비선형성을 고려한 지진응답해석의 필요성이 증가하고 있다.<sup>5),6)</sup> 이에 따라 지중구조물의 설계단계부터 동적해석을 수행하는 사례가 늘고 있다.

지중구조물의 동적해석을 정확하게 수행하려면 구조물의 동적특성뿐만 아니라 구조물 주변지반의 특성도 정확하게 모델링하여 지반-구조물 상호작용(soil-structure interaction, SSI) 효과를 잘 표현하여야 한다.<sup>9)</sup> 일반적으로 SSI 효과는 원자력 발전소 격납구조물, 고층빌딩, 장대교량, 댐 등과 같은 질량이

큰 대형 구조물의 지진응답에 큰 영향을 미칠 수 있으며, 상대적으로 강성이 작은 지반에 구조물이 위치한 경우 그 영향이 크게 나타난다.<sup>7)-40)</sup> 지진응답해석시 SSI 효과를 고려할 경우 고려하지 않는 재래의 동적해석법에 비해 구조물의 응답이 증폭되기도 하고 감소되기도 하므로, 최근에는 지중구조물의 보다 안전한 설계 또는 보다 경제적인 설계를 위해서 SSI를 고려하여 동적해석을 수행하는 사례가 늘고 있다.<sup>37)-40)</sup>

지중구조물은 크게 다음과 같은 세 가지로 구분할 수 있다.<sup>3)</sup>

- 수평방향으로 긴 지중구조물 : 파이프라인, 지하철, 공동구, 상하수도관 등
- 수직방향으로 긴 지중구조물 : 지하철 환기시설, 지하사일로 등
- 수평방향으로 넓은 지중구조물 : 지하주차장, 대형 지하공간 등

이 같은 지중구조물의 내진설계를 위한 지진응답해석은 구조물의 해석단면에 따라 횡방향해석(transverse analysis)과 종방향해석(axial analysis)으로 구분할 수 있다. 이 기사는 동적해석이 가장 많이 수행되는 터널 또는 도시철도와

같은 지중구조물의 횡방향해석을 중심으로 다루었다.

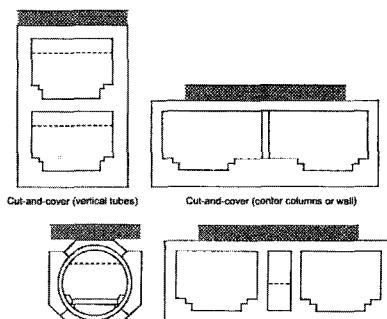
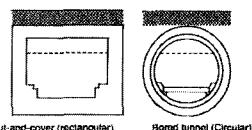
지중구조물과 같은 지반-구조계의 동적해석을 위한 방법은 설계실무자가 쉽게 활용할 수 있는 범용유한요소해석 SW를 사용하는 방법과 SSI해석용으로 개발된 전용 SW를 이용하는 방법이 있다. 이 기사에서는 범용 SW를 이용하는 동적해석의 표준적인 절차와 전용 SW를 이용한 해석절차에 대해 소개하고, 간단한 2층 역사구조물에 대한 예제해석을 통하여 설계기술자가 해석법을 선택하는데 도움이 될 수 있는 정보를 제공하고자 한다. 예제해석에 사용된 유한요소해석 범용 SW로 SAP2000<sup>19)</sup>을 사용하였으며 전용 SW로 KIESSI-2D<sup>20)</sup>를 이용하였다.

## 2. 범용 SW를 이용한 동적해석법

### 2.1 지중구조물 횡단면 유한요소 모델링

지중구조물의 횡단방향 동적해석을 위한 횡단면 유한요소해석모델을 작성할 때 고려해야 할 주요사항은 다음과 같다.

- (1) 경계조건 및 지반의 모델링 범위: 통상 그림 1(b)와 같이 해석모델의 좌우측 경계에서 수직변위를 구속



(a) 터널의 다양한 횡단면<sup>4)</sup>

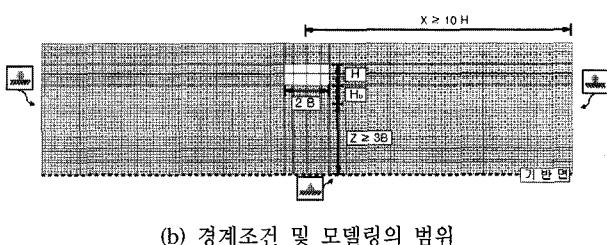


그림 1 유한요소해석법에 의한 지중구조물 횡단면의 모델링 범위 및 경계조건

할 경우 지반의 모델링 범위(X)는 지하공동구 좌측과 우측으로 각각 구조물 높이(H)의 10배 이상이다. 즉, 그림 1(b)에서  $X \geq 10H$ 이다. 그리고 구조물 아래에 위치한 기반암(전단파속도 1,500m/sec 이상)의 모델링 깊이(Z)는 구조물 반폭(B)의 3배 이상(즉,  $Z \geq 3B$ )이 되도록 하는 것이 바람직하다. 해석모델의 수평경계와 수직경계에 점성감쇠요소(viscous damper element)와 같은 흡수경계요소(absorbing boundary condition, ABC)를 설치하는 경우에는 위와 같은 모델링 범위가 축소될 수 있다.

- (2) 해석진동수의 최대 범위: 진동수영역해석법을 사용할 경우 구조물의 지진 거동에 영향을 미치는 주요 진동수성분을 포함해야 한다. 원칙적으로 0~20Hz 범위를 해석에 포함시켜야 한다.
- (3) 유한요소의 크기 : 유한요소법을 사용하여 지반에서 파동전달을 합리적으로 묘사하기 위해서는 유한요소의 크기가 충분히 작아야 한다. 해석모델 작성시 기준이 되는 최대 유한요소의 크기는 다음과 같이 지반의 전단파속도, 해석에서 고려하는 최대진동수 및 유한요소의 종류에 따른 다음의 조건을 만족하여야 한다.<sup>10)</sup>

$$h \leq \frac{1}{8} \frac{V_{S,\min}}{f_{\max}} \quad (1\text{차 요소}) \quad (1)$$

$$h \leq \frac{1}{3} \frac{V_{S,\min}}{f_{\max}} \quad (2\text{차 요소}) \quad (2)$$

여기서,  $h$ = 유한요소의 최대 크기 (m),  $V_{S,\min}$ = 표층지반의 전단파속도 중에서 최소값(m/sec),  $f_{\max}$ = 동적해석에서 고려하는 최대진동수(Hz)이다.

최근에는 컴퓨터의 성능이 향상되고 특히 병렬처리기법이 많이 개발됨에 따라 원역지반(far-field soil)까지 직접 모델링하는 방법이 사용되기도 한다. 이 경우, 유한요소를 이용하여 구조물과 지반의 일부를 모델링하고 유한요소로 모델링한 지반의 외부경계에 그림 2와 같이 점성감쇠요소 또는 질량-감쇠-스프링 요소를 설치하는 기법이 사용되고 있

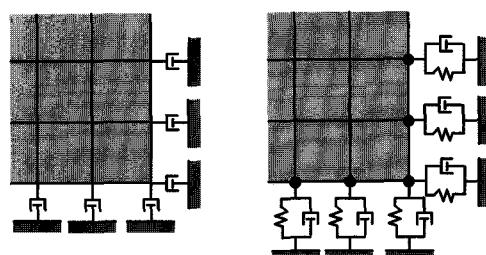


그림 2 근사해석을 위한 원역 경계조건 모델

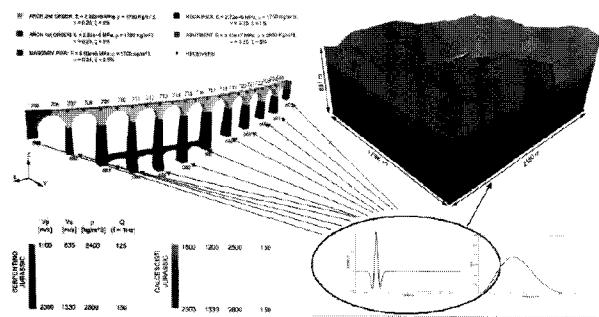


그림 3 스펙트릴요소법에 의한 지반-구조계의 직접 모델링 예<sup>37)</sup>  
(길이 2,000m, 폭 1,750m, 깊이 860m)

으며, 계산의 효율성을 위하여 그림 3과 같이 스펙트릴요소법<sup>37)</sup>이 사용되기도 한다.

## 2.2 지진입력 및 자유장해석

구조물이 건설되기 전의 지반을 자유장지반(free-field soil)이라고 한다. 자유장지반에서 지진응답은 지반 내부에서 지진응답의 공간적인 분포를 잘 표현하므로 SSI해석에서는 자유장응답을 지진입력으로 많이 사용한다. 따라서 지반-구조물의 임의 점에서 응답( $u_{ssi}$ )은 자유장응답( $u_{ff}$ )과 자유장응답에 상대적인 상호작용응답( $u_i$ )의 합으로 나타낼 수 있다. 즉,

$$u_{ssi} = u_{ff} + u_i \quad (3)$$

이 때, 상호작용응답은 구조물로 부터 거리( $R$ )가 멀어짐에 따라 그 크기가 감소한다. 즉,

$$\lim_{R \rightarrow \infty} u_{ssi} = u_{ff} \quad (4)$$

한편, 지중에서 수직방향 원역으로 전파되는 탄성파는 대부분 물체파(body waves)를 통해 전달되므로 거리의 3승에 역비례하여 응답이 감소한다.<sup>7)</sup> 따라서 그림 4에서 지반-구조물 기반면(D점)이 구조물로 부터 일정한 거리 이상 떨어져 있다면, 지반-구조물 기반면응답은 자유장지반의 기반면응답(B점)과 같다고 가정할 수 있다.

실무에서는 해석의 편의를 위하여 자유장 기반면응답을 계산하기 위한 자유장해석을 수행하지 않고, 기반암 노두

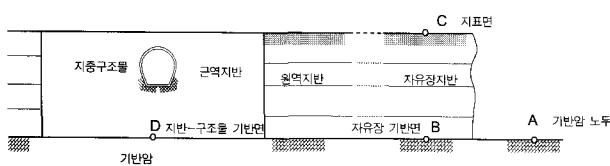
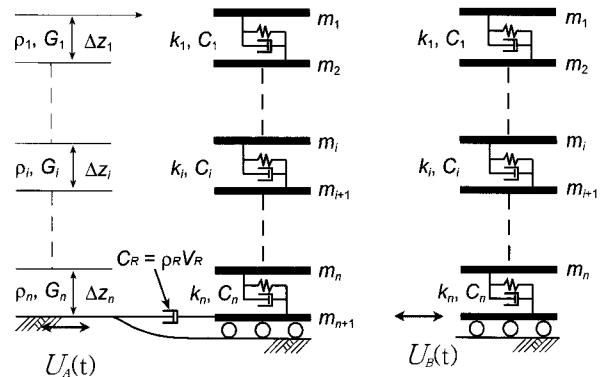
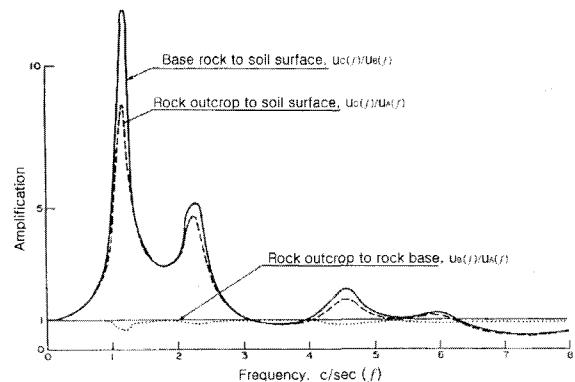


그림 4 지반-구조물 상호작용계의 영역 구분



(a) 입력운동에 따른 해석모델 개념도



(b) 입력운동에 따른 전달함수 차이<sup>41)</sup>

그림 5 자유장해석에서 입력운동에 따른 해석 모델 및 응답의 차이

에서 정의된 설계지진가속도를 자유장 기반면응답으로 입력하여 동적해석을 수행하는 경우가 많다. 그러나 일반적으로 지중구조물의 지진응답해석을 위한 기반면은 지상구조물에 비해 깊게 설정될 수 있으므로, 기반암 노두(A점)에서 입력한 설계지진가속도와 자유장 기반면(B점)에서 응답은 차이가 클 수 있다. 그림 5는 기반암 노두입력과 기반면입력의 차이를 나타낸 것으로서, 통상 자유장 기반면응답( $U_B(f)$ )은 기반암 노두입력( $U_A(f)$ )에 비해 지반의 고유진동수 부근에서 전달함수의 진폭이 작게 나타난다.<sup>41)</sup>

## 3. SSI 해석용 SW를 이용한 동적해석법

지반-구조물 상호작용의 영향은 상호작용력의 역학적 특성에 따라 일반적으로 관성상호작용(inertial interaction)과 운동상호작용(kinematic interaction)으로 구분한다. 전자는 관성력과 관련된 동적 상호작용이라고 할 수 있으며 후자는 준정적 상호작용이라고 할 수 있으며, 일반적으로 지반-구조물 상호작용에 의하여 구조물의 고유진동수는 감소하고

감쇠능력은 증가하게 된다. 지중구조물은 지상구조물에 비해 주변지반에 의하여 구속되는 효과가 크고, 지중구조물의 동가단위중량이 약  $1.0t/m^3$ 로서  $1.4\sim2.0t/m^3$ 인 주변 지반의 단위중량에 비해 작아 관성력의 영향이 작다. 따라서 지중구조물에서는 관성상호작용 보다 운동상호작용의 영향이 크게 나타난다.

그러나 이와 같은 상호작용의 정확한 해석을 위해서는 지반의 반무한성, 지반을 통해 구조물로 전달되는 하중의 복잡성, 비선형성(구조물과 지반의 접면에서 경계조건, 구조물 및 지반의 비선형성) 등을 동시에 고려해야 한다. 이를 위해서는 구조동역학, 파동전파이론, 지반동역학, 유한요소해석, 비선형해석 등 다양한 방면의 학제적 지식이 요구되므로, 실무에서는 지반-구조물 상호작용해석을 어렵게 인식하고 있으며 이의 영향을 무시하는 경우가 많은 것이 현실이다.

### 3.1 지반-구조물 상호작용의 영향

이 절에서는 지반-구조물 상호작용의 효과에 대한 이해를 돋기 위하여 그림 6과 같은 단자유도 지반-구조물 집중모델의 동적거동에 대해 설명하였다.

그림 6에서 구조물 자체의 동특성이  $m$ (질량),  $c$ (감쇠),  $k$ (강성)이고 지반-구조물 상호작용을 고려한 SSI 모델의 동특성을  $m$ ,  $c_e$ ,  $k_e$ 로 나타낼 때, 지반의 부가질량을 무시하면 수평진동의 고유진동수( $\omega_e$ )와 감쇠비( $\xi_e$ )는 다음과 같아 된다.<sup>7)</sup>

$$\frac{1}{\omega_e} = \sqrt{\frac{1}{\omega_0^2} + \frac{1}{\omega_x^2} + \frac{1}{\omega_\phi^2}} \quad (5)$$

$$\xi_e \approx \left(\frac{\omega_e}{\omega_0}\right)^2 \xi_0 + \left(\frac{\omega_x}{\omega_0}\right)^2 \xi_x + \left(\frac{\omega_\phi}{\omega_0}\right)^2 \xi_\phi + \left\{1 - \left(\frac{\omega_e}{\omega_0}\right)^2\right\} \xi_g \quad (6)$$

여기서,  $\omega_0$ 는 바닥이 고정된 구조물의 고유진동수( $=\sqrt{k/m}$ ),  $\omega_x$ 는 수평강체운동의 고유진동수( $=\sqrt{k_x/m}$ ),  $\omega_\phi$ 는 회

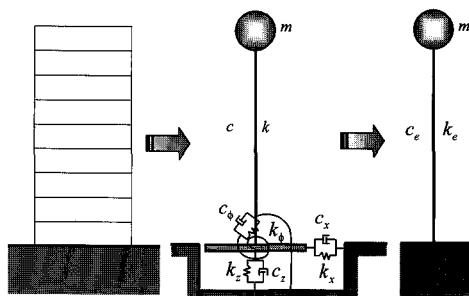


그림 6 지반-구조물 상호작용 집중모델

전강체운동(rocking)의 고유진동수( $=\sqrt{k_\phi/(mh^2)}$ )이다. 그리고 식 (6)에서  $\xi_g$ 는 지반 자체의 재료감쇠비이며  $\xi_0 = \omega_0/(2k)$ ,  $\xi_x = c_x \omega_x/(2k_x)$ ,  $\xi_\phi = c_\phi \omega_\phi/(2k_\phi)$ 이다.

식 (5)에서 알 수 있듯이 SSI 모델의 고유진동수는 SSI를 고려하지 않은 경우에 비해 감소하며 감쇠비는 증가한다. 이 같은 고유진동수 변화는 작용되는 하중의 진동수성분에 따라 구조응답을 크게 할 수도 있고 작게 할 수도 있으며, 감쇠비 증가는 구조응답을 작게 한다. 따라서 SSI를 고려한 응답은 그렇지 않은 경우에 비해 항상 크거나 항상 작다고 할 수 없으며, 지반-구조물의 특성과 작용되는 하중의 진동수특성에 따라 다르게 나타나게 되는 것이다.

### 3.2 지반-구조물 상호작용 해석 방법 및 SW

지반을 통한 탄성파전달의 분산(dispersion) 특성과 같은 진동수 종속성을 염밀하게 고려하기 위하여 개발된 대표적인 방법은 다음과 같다: (1) 임피던스방법<sup>21),22)</sup>: CLASSI<sup>23)</sup>, HASSI<sup>24)</sup>, (2) 전달경계요소법/박충요소법<sup>25)</sup>: FLUSH<sup>26)</sup>, SASSI<sup>27)</sup>, (3) 동적무한요소법<sup>8),9),11),20)</sup>: KIESSI-2D<sup>20)</sup>, KIESSI-AXI<sup>28)</sup>, KIESSI-3D<sup>29)</sup>, (4) 경계요소법<sup>30)</sup>: LASSI<sup>31)</sup>. 이와 같은 해석법에서는 지반의 영향을 대부분 진동수종속인 강성으로 표현하므로 지반-구조물 상호작용해석은 대부분 FFT기법을 이용한 진동수영역에서 수행한다.

진동수영역해법은 비선형성을 직접적으로 고려할 수 없으므로, 지반-구조물계의 비선형해석을 수행하기 위하여 여러가지 시간영역해법이 개발되어 사용되고 있다. 대표적인 기법으로는 구조물과 구조물 주변에 있는 근역지반을 유한요소로 모델링하는 진동수종속 동적강성을 이용한 방법<sup>15),32)</sup>, 시간영역 경계요소법<sup>33)</sup>, 진동수영역-시간영역 복합법<sup>34)-36)</sup> 등이 있다.

지반-구조물 상호작용해석을 위하여 지난 40여년간 개발된 지반-구조물 상호작용해석용 프로그램은 매우 다양하다.<sup>10)</sup> 이들 프로그램을 개발된 국가별로 간단히 소개하면 다음과 같다.

미국의 경우를 살펴보면, 1970년대 중반에 구조물과 근역지반(near-field soil)을 유한요소로 모델링하고 원역지반을 2차원 전달경계요소와 점성경계를 사용하여 표현하는 Super FLUSH 프로그램이 있으며, 축대칭 전달경계요소를 이용하여 3차원 매입지반에 대한 임피던스를 구성하고 구조물과 지반을 입체요소로 모델링하는 SASSI 프로그램이 있다. FLUSH와 SASSI는 국내·외에서 내진설계에 가장 많이 이용되는 SSI해석 프로그램이다. 이 외에도 경계요소법과 유사한 이론에 따라 기초의 임피던스를 구하고 이를 구조물 모델과 결합하여 해석을 수행하는 CLASSI 프로그

램도 있다. 일본의 경우를 살펴보면, 지반의 원역을 근사적인 임피던스로 모델링하는 축대칭해석 프로그램 HASSI가 있다. 국내에서도 1990년대 초반부터 개발되기 시작한 프로그램 KIESSI가 사용되고 있다. 이외에도 필자의 지식부족으로 언급되지 못했지만 국내외에서 개발된 프로그램이 다수 있다. 그리고 위에서 언급한 프로그램도 대부분 원시 프로그램(source program)이 공개되어 있기 때문에 사용자의 필요에 따라 다양하게 수정하여 사용할 수 있다.

다양한 해석 프로그램이 있다는 것은 사용자 입장에서 보면 선택의 폭이 넓다는 장점도 되지만, 수학적인 배경이 상이한 해석기술들이 동시에 사용되기 때문에 선택의 어려움과 함께 해석결과의 일관성에 대한 의구심을 일으킬 소지가 있다. 이 같은 문제인식에서 1980년대 후반과 1990년대에 걸쳐 한국, 일본, 대만, 미국, 프랑스 5개국에서 20개 이상의 기관이 참여하여 대만의 Lotung과 Hualien에 원자력 발전소 격납구보물의 1/4 축소모형을 건설하고 강제진동시험과 지진계측을 실시한 다음, 각 참여기관에서 사용하는 지반-구조물 상호작용해석 프로그램을 검증하고 서로 비교하여 각 프로그램의 적용기준을 마련하는 국제공동연구가 수행된 바 있다.<sup>10)</sup>

그림 7은 Hualien 시험모델의 사진과 KIESSI 해석모델 및 해석결과와 시험결과의 비교이다. 그리고 그림 8은 KIESSI-2D와 ANSYS를 사용한 복합법에 의하여 1995년 발생한 일본 고베지진에 의한 지하철 역사구조물의 실제 피해를 비선형성을 고려하여 수치적으로 모사한 사례이다.<sup>36)</sup>

## 4. 예제해석

### 4.1 예제구조물 - 지중 2층 도시철도 역사구조물

#### 4.1.1 구조물의 재원

예제해석으로 선정한 지중구조물은 폭이 24.6m이고 높이가 12.35m인 그림 9와 같은 철근콘크리트 박스구조물로서,

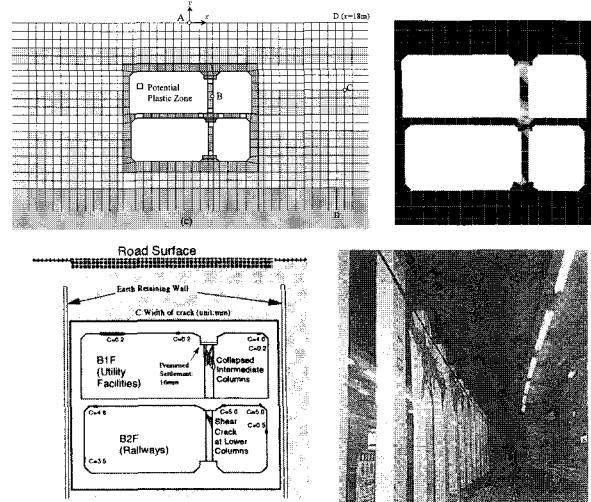


그림 8 1995년 고베지진시 지하철 역사의 피해상황<sup>42)</sup>을 모사하기 위한 비선형 SSI 해석 사례<sup>36)</sup>

내부에 직경 1.2m인 원기둥(중심간격 5m)과 40cm×120cm 단면인 직사각형 기둥(중심간격 5m)으로 지지되고 있는 전형적인 2층 지하철 정거장 단면이다.<sup>43)</sup> 이 구조물 주요단면의 단면계수와 철근콘크리트의 재료 물성치는 각각 표 1 및 표 2와 같다.

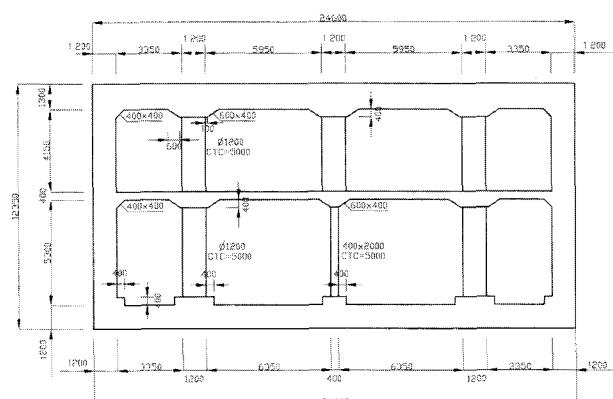


그림 9 지하철 역사 예제구조물의 횡단면

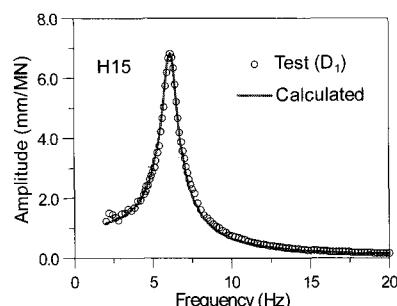
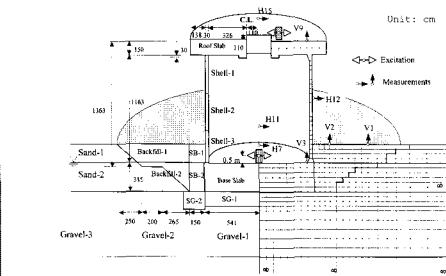


그림 7 KIESSI의 검증사례 : 대만 Hualien의 대형내진시험<sup>12)</sup>

표 1 구조물 단면의 단면계수

부재구분	종방향 유효폭 $b(m)$	두께 $h(m)$ 또는 직경 $d(m)$	단면적 $A=bh \text{ (m}^2\text{)}$	단면 2차 모멘트 $I=\frac{1}{12}bh^3 \text{ (m}^4\text{)}$
상부 슬래브	1.0	1.3	1.3	0.183083
중앙 슬래브	1.0	0.4	0.4	0.005333
하부 슬래브	1.0	1.2	1.2	0.14400
1층벽체	1.0	1.2	1.2	0.14400
2층벽체	1.0	1.2	1.2	0.14400
기둥 (0.4m × 2m, CTC = 5m)	0.4	0.4	0.160	0.002133
기둥 (Φ1.2m, CTC = 5m)	-	1.2	0.2262*	0.020358*

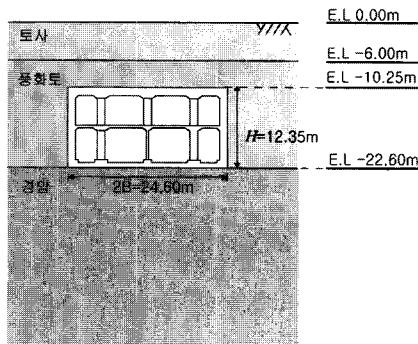
$$* \text{ 원기둥 : } A = \frac{1}{\text{CTC}} \frac{\pi d^2}{4}, I = \frac{1}{\text{CTC}} \frac{\pi d^4}{64}.$$

표 2 철근콘크리트의 물성치

압축강도 (MPa)	포아송비	탄성계수 (kPa)	단위중량 (t/m <sup>3</sup> )	감쇠비
29.42	0.17	31,232,574	2.45	0.05

#### 4.1.2 지반 조건

해석 예제의 지반조건은 두 가지로서 그림 10과 같이 구조물이 기반암 바로 위에 놓이 경우와 구조물이 기반암 위에 있는 토사지반 내부에 위치한 경우이다. 그림 10의 각 지층에 대한 물성치는 표 3과 같다.



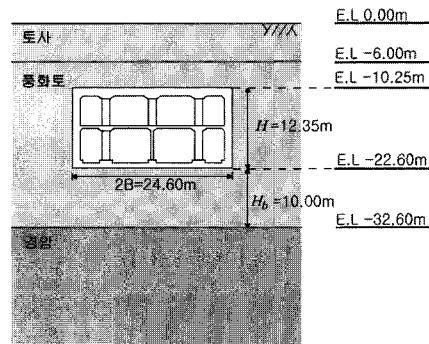
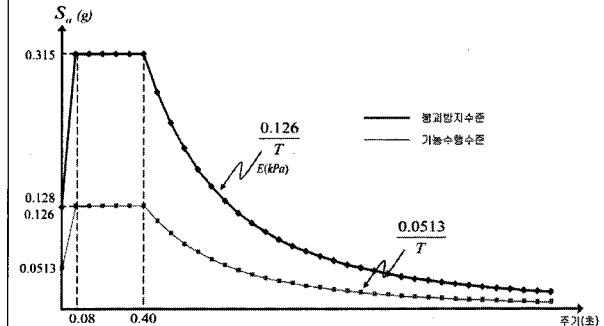
(a) 예제 I

#### 4.1.3 지진입력

지진입력은 도시철도 내진설계기준(2005)에 따라 정의하였으며 예제구조물은 지진구역 1에 건설되는 것으로 가정하였다. 구조물의 동적해석을 위하여 기반면 노두에 대한

표 4 지진입력 요약

- o 기반면의 지반종류
  - SA (경암지반,  $V_s = 1,500 \text{m/s}$  초과)
- o 지진계수 ( $C_a, C_v$ )
  - $C_a = 0.09$  (지진구역 I, 지반종류 SA)
  - $C_v = 0.09$  (지진구역 I, 지반종류 SA)
- o 위험도계수 (I)
  - 가능수행수준 = 0.57 (100년 재현주기)
  - 붕괴방지수준 = 1.40 (1000년 재현주기)
- o 최대지반가속도 (PGA)
  - 가능수행수준 : PGA =  $(0.09)(0.57) = 0.0513 \text{g}$
  - 붕괴방지수준 : PGA =  $(0.09)(1.40) = 0.1260 \text{g}$
- o 기반면 노두의 설계응답스펙트럼



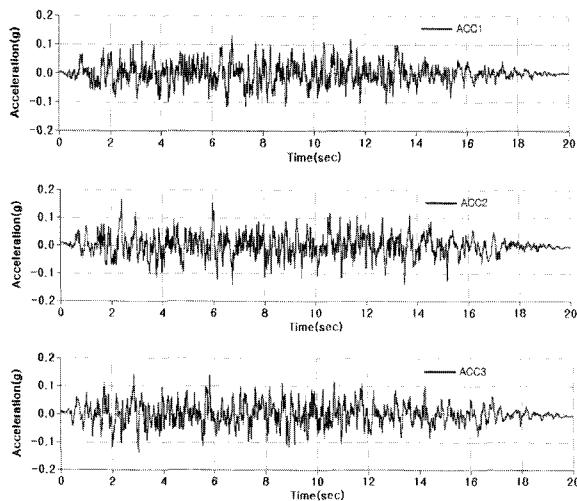
(b) 예제 II

그림 10 예제구조물의 지반조건 및 구조물의 위치

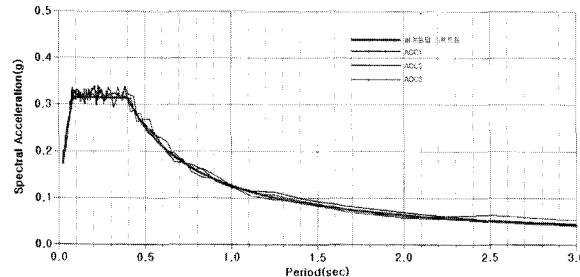
표 3 예제구조물 지반의 물성치

지반층	미소변형수준 전단파속도 $V_{s0} (\text{m/s})$	붕괴방지수준 전단파속도 $V_s = 0.5V_{s0}$	단위중량 (t/m <sup>3</sup> )	탄성계수 (kPa)	포아송비	감쇠비
토사	275	137.5	1.80	367,538	0.35	0.05
풍화토	500	250	2.00	1,350,000	0.35	0.05
경암	1,500	1,500*	2.30	12,937,500	0.25	0.05

\* 기반암에 대해서는 전단파속도 감소계수를 적용하지 않았음.



(a) 인공지진파의 시간이력곡선  
(강진지속시간 10초, 총 지속시간 20초)



(b) 응답스펙트럼 (감쇠비 5%)

그림 11 기반암 노두에서 정의되는 설계지진의 인공지진파  
(붕괴방지수준, PGA=0.126g)

표 4의 붕괴방지수준에 설계응답스펙트럼으로 부터 인공지진파를 그림 11과 같이 작성하였다. 인공지진파의 총 지속시간은 20초로 가정하였으며 강진지속시간은 10초로 하였다. 인공지진파는 지진파를 생성하는 기법에 따라 목표 응답스펙트럼을 만족하는 정도가 다를 수 있으며 지중시설물 별로 세부기준이 제시되어 있다. 일반적으로 목표 응답스펙트럼을 만족하는 인공지진파를 여러 개 생성하고 각 지진파 입력에 의한 구조응답을 평균하여 설계에 사용한다. 이때 사용되는 인공지진파의 개수는 통상 4개 이상이며 7개 정도가 적당하다. 이 기사의 예제해석에서는 그림 11에 나타낸 3개의 인공지진파를 기반암 노두에 수평방향으로 입력하여 동적해석을 수행하였다.

#### 4.2 범용 SW를 이용한 SSI 해석

##### 4.2.1 유한요소해석모델 작성

시간이력해석법에 의한 동적해석을 수행하기 위하여, 그림 12와 같은 유한요소해석모델을 작성하였다. 이때 지반

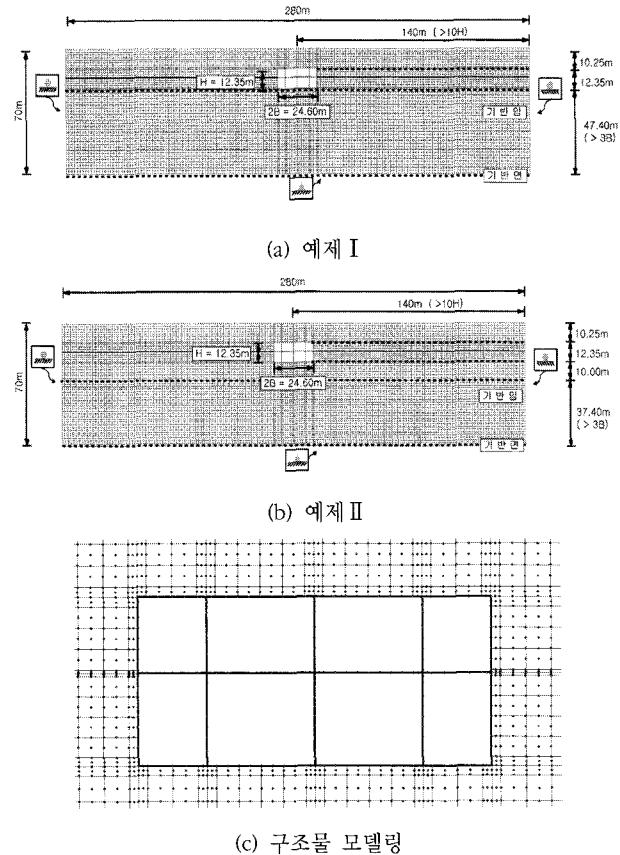


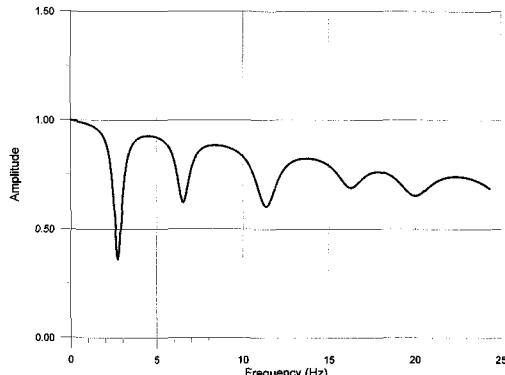
그림 12 예제 구조물의 유한요소해석에 사용된 해석모델

과 구조물을 모델링하기 위하여 각각 9절점 평면요소와 2절점 프레임요소를 사용하였다. 해석모델의 양측 경계는 그림 1과 같은 롤러조건을 적용하였으며 해석모델의 바닥 경계는 모두 구속하였다. 유한요소해석모델을 작성할 때 지반영역의 수평방향 모델링 범위는 구조물 중심으로부터 롤러조건을 적용한 모델 좌우 수직경계까지 거리를 각각 구조물 높이( $H=12.35m$ )의 10배 이상이 되도록 하였다. 그리고 구조물 아래 기반암의 수직방향 모델링 범위는 구조물 바닥으로부터 구조물 반폭( $B=12.30m$ )의 3배 이상이 되도록 하였다. 이 같은 방향별 모델링 범위는 일반적으로 사용될 수 있는 기준이지만, 국내 시방서<sup>1)-2)</sup>에서 구체적으로 제시하고 있지 않으므로 추후 연구를 통하여 유한요소모델 작성지침이 개발되어야 할 것이다.

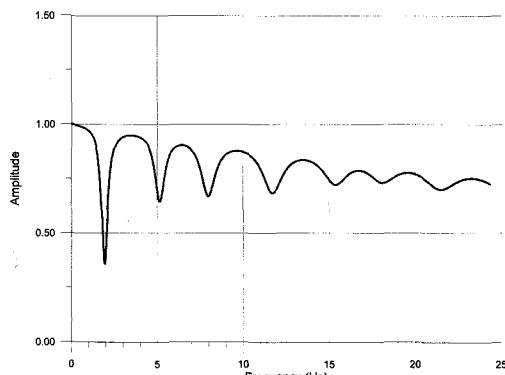
##### 4.2.2. 자유장해석에 의한 기반면응답 산정

유한요소해석모델의 바닥면에 입력할 지진운동을 결정하기 위하여, SHAKE와 동일한 일차원 파동전달이론을 사용하였다. 예제 I 및 예제 II 자유장지반에 대한 지진응답해석 결과, 기반암 노두운동( $U_A(f)$ )에 대한 자유장 기반면응답( $U_B(f)$ )의 전달함수( $=U_B(f)/U_A(f)$ )는 그림 13과 같다. 그

리고 예제 I과 II의 기반면응답 가속도시간이력 및 응답스펙트럼은 각각 그림 14 및 그림 15와 같다. 이들 해석결과에서 알 수 있듯이 자유장지반의 고유진동수 부근 진동수

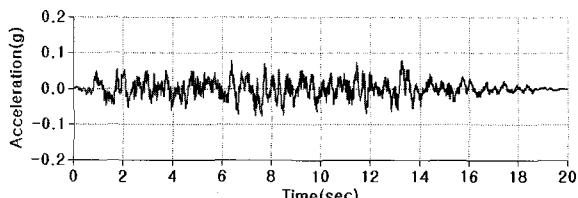


(a) 예제 I

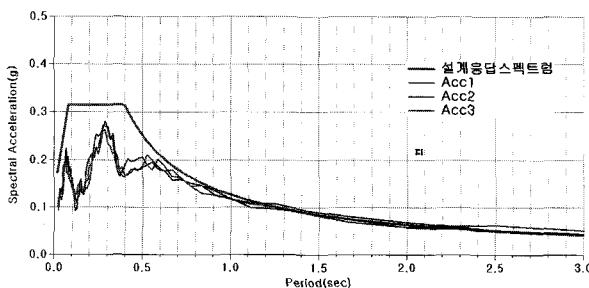


(b) 예제 II

그림 13 기반암 노두입력에 대한 자유장 기반면응답의 전달함수 ( $H_{BA}(f) = U_B(f)/U_A(f)$ )

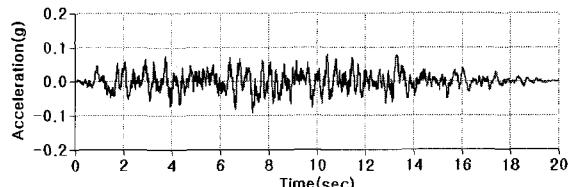


(a) 시간이력곡선 (인공지진파 #1 입력)

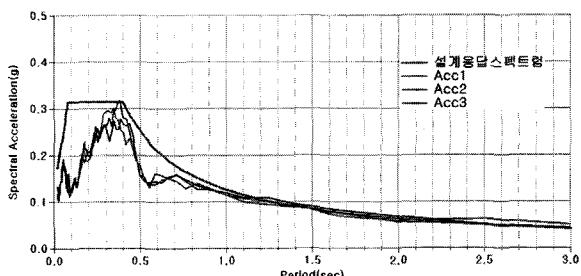


(b) 응답스펙트럼 (감쇠비 5%)

그림 14 예제 I의 자유장 기반면응답 (붕괴방지수준)



(a) 시간이력곡선 (인공지진파 #1 입력)



(b) 응답스펙트럼 (감쇠비 5%)

그림 15 예제 II의 자유장해석을 통하여 구한 기반면응답 (붕괴방지수준)

영역에서 기반면응답이 노두입력에 비해 현저하게 작게 된다는 것을 알 수 있다.

#### 4.2.3 지반-구조계의 시간이력해석

이 기사에서는 유한요소해석모델을 사용한 시간이력해석을 위하여 모드중첩법을 사용하였다. 예제 I 및 II 예제에 대한 기본자유진동모드는 그림 16과 같으며, 1차모드의 고유진동수는 각각  $2.57\text{Hz}$ 와  $1.87\text{Hz}$ 이다. 사용한 총 모드의 누적참여질량비가 전체질량의 90% 이상 되도록 하기 위하여, 예제 I 구조물의 시간이력해석을 위하여 총 88개 모드를 사용하였으며, 예제 II에 대해서는 120개 모드를 사용하였다. 주요 자유진동모드의 고유진동수와 모드참여계수 등을 표 5와 표 6에 정리하였다.

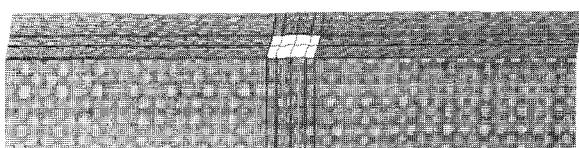
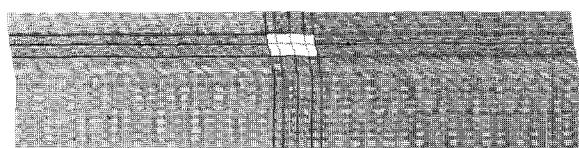
(a) 예제 I ( $f=2.57\text{Hz}$ )(b) 예제 II ( $f=1.87\text{Hz}$ )

그림 16 주요 자유진동모드 (1차 모드)

표 5 예제 I 지반-구조계의 자유진동해석 결과

모드	고유진동수 (Hz)	수평방향 참여 질량비 (%)	수평방향 누적참여질량비 (%)
1	2.57	29.92	29.92
24	6.16	16.99	46.91
44	7.86	7.91	54.82
46	8.04	29.08	83.91

표 6 예제 II 지반-구조계의 자유진동해석 결과

모드	고유진동수 (Hz)	수평방향 참여 질량비 (%)	수평방향 누적참여질량비 (%)
1	1.87	37.73	37.73
21	5.05	7.28	45.01
47	7.77	5.64	50.65
84	9.92	31.89	82.54

시간이력해석을 통하여 그림 17과 같은 구조물 주요 단면에 대한 힘모멘트의 최고값을 계산하였다. 이 때 지진입력은 그림 12 해석모델의 바닥운동으로 입력하였다. 그리

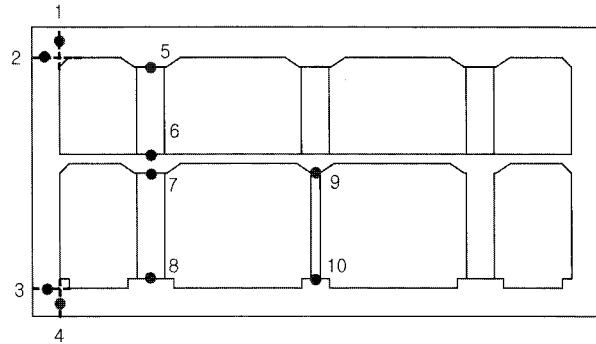


그림 17 구조물의 주요 단면 위치

고 지진입력운동의 영향은 자유장해석을 통해 구한 자유장기반면응답(그림 14 및 그림 15)을 사용하는 표준적인 경우와 그림 11의 설계지진파를 직접 입력하는 실용적인 경우에 대해 검토하였다. 해석결과는 표 7 및 표 8에 정리하였다. 자유장 기반면응답을 입력한 경우에 비해 설계지진의 인공지진파를 직접 입력한 경우의 지진부재력이 훨씬 크게

표 7 유한요소해석법을 이용하여 구한 예제 I의 봉괴방지수준 지진에 대한 최고 힘모멘트

(단위: kN-m)

위치	FEM1 = 자유장지반 기반면응답*				FEM2 = 설계지진의 인공지진파**				FEM3 = 설계지진의 인공지진파***			
	지진파 1	지진파 2	지진파 3	평균	지진파 1	지진파 2	지진파 3	평균	지진파 1	지진파 2	지진파 3	평균
①	1095.90	1021.87	1024.23	1029.85	1811.73	1734.94	1709.60	1743.90	2127.26	2233.13	1970.43	2110.27
②	1094.00	1020.07	1022.40	1028.78	1824.87	1746.96	1718.43	1757.47	2137.81	2222.00	1968.35	2104.82
③	1667.88	1567.69	1557.46	1571.60	2944.47	2825.86	2765.67	2834.03	3252.53	3344.69	2930.93	3133.67
④	1357.87	1276.82	1267.86	1279.63	2286.24	2194.33	2144.08	2201.99	2653.59	2667.95	2400.56	2549.43
⑤	448.27	417.97	418.94	421.55	740.57	709.60	698.09	712.72	871.81	913.64	800.16	860.99
⑥	146.14	136.63	136.63	137.13	261.17	250.50	246.99	251.60	290.56	305.21	281.00	292.10
⑦	169.44	159.96	158.11	159.82	249.58	239.82	233.51	240.44	335.95	333.90	308.51	320.09
⑧	421.76	396.22	393.88	397.37	644.31	618.50	598.57	620.45	824.66	733.97	738.99	793.15
⑨	28.08	26.51	26.20	26.49	40.57	38.84	37.92	39.03	56.23	55.23	51.18	53.14
⑩	51.72	48.61	48.30	48.73	77.60	74.47	72.81	74.74	101.19	102.32	91.58	97.13

\* 지진입력 가속도는 자유장지반 기반면응답(그림 15)임.

\*\* 지진입력 가속도는 설계지진 인공지진파(그림 11)이며, 기반암(GL-32.6m 이하) 모든 절점을 구속한 경우.

\*\*\* 지진입력 가속도는 설계지진의 인공지진파(그림 11)임.

표 8 유한요소해석법을 이용하여 구한 예제 II의 봉괴방지수준 지진에 대한 최고 힘모멘트

(단위: kN-m)

위치	FEM1 = 자유장지반 기반면응답*				FEM2 = 설계지진의 인공지진파**				FEM3 = 설계지진의 인공지진파***			
	지진파 1	지진파 2	지진파 3	평균	지진파 1	지진파 2	지진파 3	평균	지진파 1	지진파 2	지진파 3	평균
①	883.27	859.02	814.19	830.71	1409.67	1375.85	1474.60	1395.15	1509.96	1430.99	1570.34	1480.00
②	837.52	817.58	776.32	773.07	1336.78	1304.27	1389.60	1320.96	1432.53	1358.80	1485.64	1401.48
③	1106.03	1137.67	1056.96	1091.13	1874.24	1805.69	1706.77	1791.81	1880.45	1838.80	1975.36	1884.96
④	1115.45	1154.68	1070.17	1105.31	1900.19	1824.55	1879.39	1807.65	1902.67	1857.13	2003.26	1909.13
⑤	427.70	419.13	397.55	405.74	687.78	669.84	717.49	678.08	726.49	695.21	767.20	718.13
⑥	166.68	158.78	151.34	153.18	255.96	252.05	276.71	259.17	287.55	265.10	297.16	280.40
⑦	254.25	264.11	244.61	252.41	432.20	415.13	428.80	411.73	432.60	423.28	459.04	435.07
⑧	476.30	488.72	455.72	469.21	803.52	774.03	804.76	770.19	806.44	791.42	856.19	808.00
⑨	43.04	44.68	41.52	42.65	72.46	69.71	72.45	69.41	72.71	71.56	77.99	73.56
⑩	68.40	70.39	65.39	67.56	115.56	111.37	115.63	110.65	115.72	113.84	123.32	116.30

\* 지진입력 가속도는 자유장지반 기반면응답(그림 15)임.

\*\* 지진입력 가속도는 설계지진 인공지진파(그림 11)이며, 기반암(GL-32.6m 이하) 모든 절점을 구속한 경우.

\*\*\* 지진입력 가속도는 설계지진의 인공지진파(그림 11)임.

산정된다는 것을 알 수 있다. 이 같은 결과는 그림 14와 15의 자유장 기반면응답에 대한 응답스펙트럼에서 자유장응답이 지반-구조물의 주요 진동수에서 설계지진입력에 비해 작게 나타나는 현상으로 부터 쉽게 유추할 수 있다.

### 4.3 전용 SW를 이용한 SSI 해석

#### 4.3.1 KIESSI-2D 해석방법

이 기사에서는 SSI해석을 위하여 KIESSI-2D<sup>20)</sup> 프로그램을 이용하였다. 이 SW는 그림 18과 같이 구조물과 근역지반은 유한요소로 나타내고 원역지반은 동적 무한요소를 이용하여 모델링한다. 그리고 동적해석은 복소응답해석법을 이용한 진동수영역해석법을 이용한다.

#### 4.3.2 KIESSI-2D 해석모델 및 지진입력

지반-구조물 상호작용해석에 의한 동적해석을 수행하기 위하여, 그림 19와 같은 유한-무한요소해석모델을 작성하였다. 이때 지반과 구조물을 모델하기 위하여 각각 9절점

평면요소와 2절점 프래임요소를 사용하였다. 그리고 해석모델의 양측 수평지반층은 3절점 수평무한요소를 이용하고 반무한 기반암은 3절점 수직무한요소와 1절점 모서리무한요소를 이용하여 모델링하였다.

근역지반의 유한요소해석모델을 작성할 때 지반영역의 수평방향 모델링범위는 구조물 중심으로 부터 동적 무한요소를 적용한 모델 좌우 측면경계까지 거리를 각각 구조물 높이( $H=12.35m$ )의 2배가 되도록 하였다. 그리고 구조물 아래의 수직방향 모델링범위는 구조물 바닥으로 부터 구조물 반폭( $B=12.30m$ )의 2배 이상이 되도록 하였다.

그림 19와 같은 해석모델의 반무한 기반암(GL-50m 이하암반) 노두에 그림 11과 같은 수평설계 지진가속도의 시간이력을 입력하여 지진응답해석을 실시하였으며 해석 결과는 표 9와 같다.

### 4.4 해석결과 비교 및 토의

지중에 매입된 그림 10과 같은 전형적인 2층 도시철도 역사구조물에 대한 지진응답해석결과를 표 10 및 표 11에

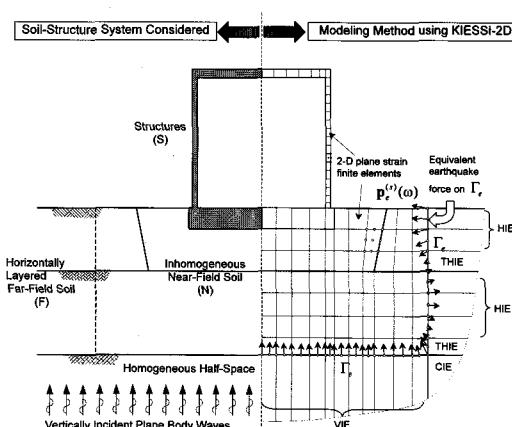


그림 18 KIESSI-2D의 SSI 모델링 방법<sup>20)</sup>

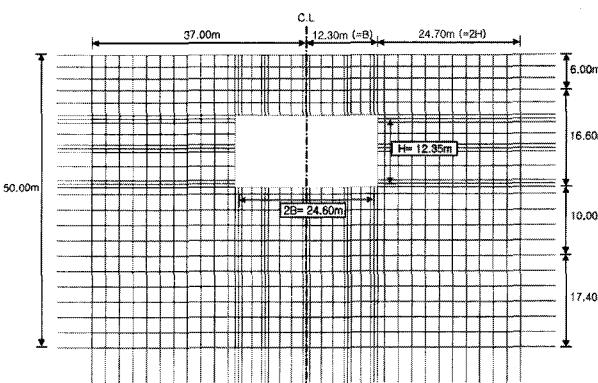


그림 19 지반-구조물 상호작용해석을 위한 KIESSI-2D 해석 모델 (예제 I & II)

표 9 KIESSI-2D를 이용하여 구한 구조물의 붕괴방지수준 지진입력에 대한 최고 휨모멘트\*

(단위: kN·m)

위치	예제 I				예제 II			
	지진파 1	지진파 2	지진파 3	평균	지진파 1	지진파 2	지진파 3	평균
①	1157.94	983.21	993.95	1045.03	968.00	933.83	889.09	930.31
②	1075.64	1052.05	891.42	1006.37	863.45	816.50	826.79	835.58
③	1765.60	1543.44	1535.75	1614.93	1167.58	1155.23	1076.47	1133.09
④	1448.55	1390.86	1236.89	1358.77	1220.61	1199.27	1159.02	1192.97
⑤	489.19	435.93	427.67	450.93	438.21	421.03	406.57	421.94
⑥	230.02	210.41	194.15	211.53	178.37	196.84	209.64	194.95
⑦	244.47	220.23	208.44	224.38	278.34	297.05	323.08	299.49
⑧	478.40	425.81	423.46	442.56	490.59	492.28	459.50	480.79
⑨	34.57	30.05	27.75	30.79	47.46	46.17	45.51	46.38
⑩	57.12	51.52	50.19	52.94	70.10	70.79	66.21	69.03

\* 그림 11의 설계지진파를 기반암(GL-50m)의 노두에 입력하였음.

표 10 예제 I 구조물의 해석 방법별 붕괴방지수준 지진입력에 대한 최고 흡모멘트

(단위: kN-m)

위치	응답변위법		유한요소법			SSI해석법 (SSI)	SDM1/SSI	SDM2/SSI	FEM1/SSI	FEM2/SSI	FEM3/SSI
	SDM1 <sup>*</sup>	SDM2 <sup>#</sup>	FEM1*	FEM2**	FEM3***						
①	1034.13	2201.60	1029.85	1743.90	2110.27	1045.03	0.99	2.11	0.99	1.67	2.02
②	972.33	2216.68	1028.78	1757.47	2104.82	1006.37	0.97	2.20	1.02	1.75	2.09
③	1705.45	3379.13	1571.60	2834.03	3133.67	1614.93	1.06	2.09	0.97	1.75	1.94
④	1473.50	3035.90	1279.63	2201.99	2549.43	1358.77	1.08	2.23	0.94	1.62	1.88
⑤	447.83	996.11	421.55	712.72	860.99	450.93	0.99	2.21	0.93	1.58	1.91
⑥	234.52	311.10	137.13	251.60	292.10	211.53	1.11	1.47	0.65	1.19	1.38
⑦	163.81	403.80	159.82	240.44	320.09	224.38	0.73	1.80	0.71	1.07	1.43
⑧	429.10	897.89	397.37	620.45	793.15	442.56	0.97	2.03	0.90	1.40	1.79
⑨	26.16	67.49	26.49	39.03	53.14	30.79	0.85	2.19	0.86	1.27	1.73
⑩	61.14	73.38	48.73	74.74	97.13	52.94	1.15	1.39	0.92	1.41	1.83

<sup>\*</sup> 자유장해석에 의한 지반변위 사용.<sup>#</sup> 단일코사인이론에 의한 지반변위 사용.

\* 지진입력 가속도는 자유장지반 기반면응답(그림 14)임.

\*\* 지진입력 가속도는 설계지진 인공지진파(그림 11)이며, 기반암(GL-22.6m 이하) 모든 절점을 구속한 경우.

\*\*\* 지진입력 가속도는 설계지진의 인공지진파(그림 11)임.

표 11 예제 II 구조물의 해석 방법별 붕괴방지수준 지진입력에 대한 최고 흡모멘트

(단위: kN-m)

위치	응답변위법		유한요소법			SSI해석법 (SSI)	SDM1/SSI	SDM2/SSI	FEM1/SSI	FEM2/SSI	FEM3/SSI
	SDM1 <sup>*</sup>	SDM2 <sup>#</sup>	FEM1*	FEM2**	FEM3***						
①	912.83	1584.29	830.71	1395.15	1480.00	930.31	0.98	1.70	0.89	1.50	1.59
②	910.85	1407.16	773.07	1320.96	1401.48	835.58	1.09	1.68	0.93	1.58	1.68
③	1092.36	2007.65	1091.13	1791.81	1884.96	1133.09	0.96	1.77	0.96	1.58	1.66
④	1159.23	2145.08	1105.31	1807.65	1909.13	1192.97	0.97	1.80	0.93	1.52	1.60
⑤	581.04	608.36	405.74	678.08	718.13	421.94	1.38	1.44	0.96	1.61	1.70
⑥	186.99	239.80	153.18	259.17	280.40	194.95	0.96	1.23	0.79	1.33	1.44
⑦	248.32	370.22	252.41	411.73	435.07	299.49	0.83	1.24	0.84	1.37	1.45
⑧	499.70	604.92	469.21	770.19	808.00	480.79	1.04	1.26	0.98	1.60	1.68
⑨	43.78	67.30	42.65	69.41	73.56	46.38	0.94	1.45	0.92	1.50	1.59
⑩	65.68	82.72	67.56	110.65	116.30	69.03	0.95	1.20	0.98	1.60	1.68

<sup>\*</sup> 자유장해석에 의한 지반변위 사용.<sup>#</sup> 단일코사인이론에 의한 지반변위 사용.

\* 지진입력 가속도는 자유장지반 기반면응답(그림 15)임.

\*\* 지진입력 가속도는 설계지진 인공지진파(그림 11)이며, 기반암(GL-32.6m 이하) 모든 절점을 구속한 경우.

\*\*\* 지진입력 가속도는 설계지진의 인공지진파(그림 11)임.

비교하여 정리하였다. 이 표에서 FEM2로 표기한 해석결과는 그림 12의 유한요소해석모델에서 기반암영역(GL-22.6m 이하)의 모든 절점을 구속하고 기반암 노두에서 정의된 설계 지진파를 지진입력으로 작용하여 구한 것이다. 이 방법은 앞서 설명한 실용적인 지진입력법에 의한 유한요소해석 방법(FEM3으로 표기)의 변형이라고 할 수 있다.

표 10과 표 11의 비교결과로 부터 알 수 있듯이 이 기사에서 제시하는 표준적인 유한요소해석방법(FEM1)은 엄밀한 지반-구조물 상호작용해석법(SSI)과 비교할 때 정확하고 일관된 방법이지만, 보수적인 방법은 아니라고 할 수 있다. 해석의 편의를 위하여 자유장해석을 수행하지 않을 때는 「도시철도내진설계기준」에 정의된 기반면(기반암의 상단)까지 유한요소모델링을 수행하고, 이 기반면에 기반암 노두에서 정의된 설계지진파를 직접 입력하여 해석하는 방법(FEM2)도 보수적인 해석결과를 얻을 수 있다. 그리고 기반암의 일

부를 모델링하고 바닥면에 기반암 노두에서 정의된 설계지진파를 직접 입력하여 해석하는 방법(FEM3)은 지나치게 보수적인 것으로 나타났다.

이상과 같은 결론은 이 기사에서 다룬 그림 10의 예제구조물에만 적용되는 것으로서, 모든 지중구조물에 대해 일반화시키기에는 무리가 있다. 추후 다양한 구조단면과 지반조건에 대한 해석 사례로부터 설계자가 쉽게 적용할 수 있는 동적해석이론이 정립될 필요가 있다.

## 5. 맺음말

이 기사에서는 지중구조물의 동적해석법에 대해 간단히 소개하고 응용사례를 살펴보았다. 동적해석방법으로는 범용 유한요소해석 SW를 이용하는 방법과 지반-구조물 상호작용해석 전용 SW를 이용하는 방법에 대해 살펴보았다.

지중구조물의 내진설계를 위한 등가정적해석법은 국내 시방서에 비교적 자세히 설명되어 있으나, 동적해석법에 대한 해석지침은 구체적으로 개발되어 있지 않아서 동적해석 SW의 선택 결과와 이를 적용하는 기술자의 전문성에 따라 해석결과가 많이 다를 수 있다. 이 기사에서는 간단한 예제 해석을 통하여 해석기술자의 판단에 따른 지중구조물의 지진응답해석 결과가 크게 다를 수 있다는 사실을 보여주고자 하였다. 향후 지중구조물의 동적해석법에 대한 다양한 연구가 이루어지고 실무에서 쉽게 적용할 수 있는 「지중구조물 동적해석 가이드라인」이 확립되기를 기대한다.

## 감사의 글

이 기사는 (주)태영건설의 연구비 지원에 의해 수행된 연구결과를 포함하고 있습니다.

## 참 고 문 헌

1. 한국지진공학회, 도시철도 내진설계기준, 건설교통부, 2005
2. 한국지진공학회, 지하공동구의 내진설계기준연구, 건설교통부, 2003
3. Kawashima, K., "Seismic analysis of underground structures", Journal of Disaster Research, Vol. 1, No.3, 2006
4. Hashash, Y.M.A., Hook, J.J., Schmidt, B. and Yae, J. I-C., "Seismic design and analysis of underground structures", Tunnelling and Underground Space Technology, Vol. 16, 2001
5. Sweet, J., Los Angeles Metro Red Line project : seismic analysis of the Little Tokyo Subway Station, Report No. CAI-097-100, Engineering Management Consultants, 1997
6. Amberg, W. and Russo, M., "Seismic Design of Underground Structures – The Bolu Tunnel, Report No. 102.2-R-133/12.37, Lombardi SA Engineering Limited, Switzerland, 2001
7. Wolf, J.P., Dynamic Soil-Structure Interaction Analysis, Prentice-Hall, Inc., 1995
8. Yang, S-C. and Yun, C-B., "Axi-symmetric infinite elements for soil-structure interaction analysis", Eng. Struct., Vol. 14, 1992
9. Yun, C-B., Kim, J-M. and Hyun, C-H., "Axisymmetric elastodynamic infinite elements for multi-layered half-space", Int. J. Numer. Methods Eng., Vol. 38, 1995
10. 한국원자력안전기술원, 원전 지반-구조물 시스템 내진안전성 평가기술 개발, 연구보고서 KINS/GR-099, 1995
11. 윤정방, 김재민, 박경래, 최준성, "유한요소 및 무한요소를 사용한 수직입사 지진파에 의한 축대칭 지반-구조물계의 진동해석", 대한토목학회논문집, 1998
12. Yun, C-B., Choi, J-S. and Kim, J-M., "Identification of the Hualien soil-structure interaction system", Soil Dyn. & Earthq. Eng., Vol. 18, 1999
13. Kim, J.K., Koh, H.M., Kwon, K.J. and Yi, J.S., "A three-dimensional transmitting boundary formulated in Cartesian co-ordinate system for the dynamics of non-axisymmetric foundations", Earthq. Eng. & Struct. Dyn., Vol. 29, 2000
14. Kim, M.K., Lim, Y.M. and Rhee, J.W., "Dynamic analysis of layered half planes by coupled finite and boundary elements", Eng. Struct., Vol. 22, 2000
15. Kim, D-K. and Yun, C-B., "Time domain soil-structure interaction analysis in two dimensional medium based on analytical frequency dependent infinite elements", Int'l J. Numer. Meth. Eng., Vol. 47, 2000
16. 김문겸, 임윤묵, 김민규, 이종우, "다층반무한 기본해를 이용한 자유장응답해석", 한국지진공학회논문집, 제5권, 2001
17. 박형기, 조양희, "교량의 지진응답해석을 위한 말뚝기초의 등가 선형 강도행렬", 한국지진공학회논문집, 제5권, 2001
18. 김용석, "지반의 비선형성을 고려한 암반지반에 의한 구조물의 수평방향 탄성거동", 한국지진공학회논문집, 제6권, 2002
19. SAP2000 Nonlinear User Manual for Version 7.0, Computers & Structures, Inc., 1998
20. 김재민, 윤정방, 김두기, "유한요소와 무한요소를 사용한 2차원 선형 지반-구조물계의 지진응답해석법", 한국전산구조공학회 논문집, Vol. 13, No. 2, 2000
21. Apsel, T.J. and Luco, J.E., "Impedance functions for foundations embedded in a layered medium: an integral equation approach", Earthq. Eng. & Struct. Dyn., Vol. 15, 1987
22. Chen, C-H. and Penzien, J., "Dynamic modelling of axisymmetric foundations", Earthq. Eng. & Struct. Dyn., Vol. 14, 1986
23. CLASSI-ASD: Computer Program for 3-D Soil/Multiple-Foundation Interaction Analysis, Ver. 2, ASD International, Inc., San-Francisco, CA, USA, 1985
24. Penzien, J., Chen, C.H., Lee, Y.J., and Jean, W.Y., Computer program HASSI-8: Hybrid Analysis of Soil-Structure Interaction, Report prepared by Eastern International Engineers, Inc. for Tokyo Electric Power Services Co., Ltd., 1989
25. Wass, G., "Linear two-dimensional analysis of soil dynamics problems in semi-infinite media," Ph.D. Dissertation, University of California, Berkeley, CA, USA, 1972

26. Lysmer, J., Uda, T., Tsai, C. F. and Seed, H. B., FLUSH - A Computer Program for Approximate 3-D Analysis of Soil-Structure Interaction Problems, Earthquake Engineering Research Center, Report No. EERC 75-30, University of California, Berkeley, CA, USA, 1975
27. Lysmer, J., Ostadan, F., Tabatabaie, M., Vahdani, S. and Tajirian, F., SASSI - A System for Analysis of Soil-Structure Interaction, University of California, Berkeley, CA, USA, 1988
28. 김재민, “다중파동함수를 가진 축대칭 동적무한요소의 개발 및 이를 이용한 지반-구조물 상호작용해석”, 박사학위논문, 한국과학기술원 토목공학과, 1995. 8
29. 서춘교, “지반-구조물 상호작용 해석을 위한 3차원 동적 무한요소”, 한국과학기술원 토목공학과, 박사학위논문, 2007. 2
30. Karabalis, D.L. and Beskos, D.E., “Dynamic response of 3-D rigid surface foundations by time-domain boundary element method”, Earthq. Eng. & Struct. Dyn., Vol. 12, 1984
31. Chen, C.H., LASSI User's Manual, National Taiwan University, 1995
32. Wolf, J. P. and Oberhuber, P., “Non-linear soil- structure analysis using dynamic stiffness or flexibility of soil in the time-domain”, Earthq. Eng. & Struct. Dyn., Vol. 13, 1985
33. Ahmas, S. and Banerjee, P. K., “Time-domain transient elastodynamic analysis of 3-D solids by BEM”, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 26, 1988
34. Kawamoto, J. D., “Solution of nonlinear dynamic structural system based on a hybrid frequency-time- domain approach”, Research Report R83-5, MIT, Dept. of Civil Eng., Cambridge, MA, 1983
35. Bernal, D. and Youssef, A., “A hybrid time frequency domain formulation for non-linear soil-structure interaction”, Earthq. Eng. & Struct. Dyn., Vol. 27, 1998
36. 김재민, 최준성, 이종세, “비선형 지반-구조물 상호작용해석을 위한 새로운 복합법”, 한국지진공학회논문집, 제7권 제6호, 2003
37. Kirzhner, F. and Rosenhouse, G., “Numerical analysis of tunnel dynamic response to earth motions”, Tunnelling and Underground Space Technology, Vol. 15, No. 3, 2000
38. Stupazzini, M., Zambelli, C., Massidda, L., Paolucci, R., Maggio, F. and Prisco, C., “The spectral element method as an effective tool for solving large scale dynamic soil-structure interaction problems”, Proc. of the 8th Conf. on Earthquake Eng., Paper No. 413, April 18-22, 2006, San Francisco, CA, USA
39. Hwang, J-H. and Lu, C-C., “Seismic capacity assessment of old Sanyi railway tunnels”, Tunnelling and Underground Space Technology, Vol. 22, 2007
40. Jeremic, B. and Jie, G., Parallel finite element computations for soil-foundation-structure interaction problems, Report UCD- CompGeoMech-02-07, Univ. of California, Davis, CA, USA, 2008
41. Schnabel, P. B., Lysmer, J. and Seed, H. B., SHAKE: a computer program for earthquake response analysis of horizontally layered sites, Rep. No. EERC 72-12, EERC, Univ. of California, Berkeley, CA, USA, 1972
42. Matsuda, T. and Tanaka, N., “Seismic response analysis of a collapsed underground subway structure with intermediate columns”, Proc. of the 11th World Conf. Earthquake Eng., Paper No. 1452, Acapulco, 1996
43. 김성균, 백인열, 이성민, 김동수, 김대상, 박연수, 유제남, 도시철도의 내진설계, 한국지진공학회 제9회 기술강습회, 2002. 2
44. 이병로, 김두기, “응답변위법을 사용한 지중구조물의 내진 해석”, 한국전산구조공학회지, 2009. 5

[담당 : 김두기, 편집위원]